الاقتصاد القياسي التمهيدي للمالية

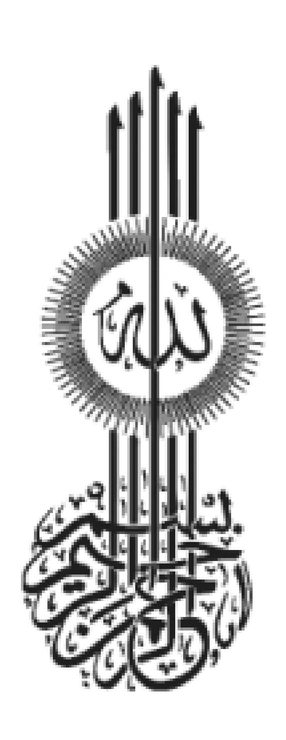
تأليف

Chris Brooks

ترجمة

د. عبد الله بن محمد المالكي د. وليد المنصف العمراني




الله
بسم الله الرحمن الرحيم

الاقتصاد القياسي التمهيدي للمالية

تأليف
Chris Brooks

ترجمة

د. عبد الله بن محمد المالكي
قسم الاقتصاد -كلية إدارة الأعمال

د. وليد المنصف العمراني
قسم العلوم الإدارية - كلية المجتمع

جامعة الملك سعود



ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ المملكة العربية السعودية

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

بروكس، كريس

الاقتصاد القياسي التمهيدي للمالية. د/ كريس بروكس؛ عبدالله محمد المالكي؛ وليد المنصف العمراني – الرياض، ١٤٤١هـ

٧٧٩ص، ٢١سم × ٢٨ سم

ردمك: ٢-٨٦٧-٥٠٧-٦٠٣-٩٧٨

١- الاقتصاد القياسي أ. المالكي، عبدالله محمد (مترجم) ب. العمراني، وليد المنصف (مترجم)

ج. العنوان.

ديوي ٣٣٠,٠١٥١٩٥ ١٤٤١/١٠٥٣١

رقم الإيداع: ١٤٤١/١٠٥٣١

ردمك: ٢-٨٦٧-٥٠٧-٦٠٣-٩٧٨

هذه ترجمة عربية محكمة صادرة عن مركز الترجمة بالجامعة لكتاب:

Introductory Econometrics for Finance
© 2014 by Chris Brooks

وقد وافق المجلس العلمي على نشرها في اجتماعه الثالث عشر للعام الدراسي ١٤٣٩/ ١٤٤٠هـ المعقود بتاريخ ٦/ ٦/ ١٤٤٠هـ، الموافق ١١/ ٢/ ٢٠١٩م.



مقدمة المترجِمَيْنِ

نسعى إلى ترجمة كتاب 'الاقتصاد القياسي التمهيدي للمالية'، لمؤلِّفه كريس بروكس، والذي صدر في طبعته الثالثة سنة ٢٠١٤م، والذي يُعتبر من أحدث وأبرز المراجع المتوفِّرة باللغة الإنجليزية في مجال الاقتصاد القياسي.

كريس بروكس هو أستاذ في المالية، ومدير بحوث بمركز الجمعيَّة الدولية لأسواق رأس المال (ICMA Centre)، كليَّة إدارة الأعمال بهينلي (Henley Business School)، جامعة ريدينج (Reading)، المملكة المتَّحدة، حيث حصل منها أيضًا على درجة الدكتوراه، وله اهتمامات بحثيَّة متنوِّعة، ونشر أكثر من مائة مقالة منشورة في المجلات الأكاديمية، والمجلات المختصَّة الرائدة.

يتميز كتاب 'الاقتصاد القياسي التمهيدي للمالية' بأسلوبه الأكاديمي في عرض العديد من مواضيع الاقتصاد القياسي بشكل متكامل ومترابط، بالإضافة إلى طرح الكثير من التطبيقات البرمجية في مجال المالية، ويحتوي الكتاب الأصل على ٧١٦ صفحة مقسَّمة إلى أربعة عشر فصلًا، تطرَّقت إلى العديد من المحاور، مـن ضمنها: نموذج الانحدار الخطي، نمذجة السلاسل الزمنية والتنبؤ بها، النماذج متعدِّدة المتغيِّرات، نمذجة العلاقات طويلة المدى في المالية، نمذجة التقلب والارتباط، نماذج تبديل النظام، بيانات البانل، طُرق المحاكاة ... إلخ، والتي استعرضها المؤلف بتفصيل أكثر في مقدمة الكتاب.

يعتبر الاقتصاد القياسي فرعًا من فروع علم الاقتصاد، ويعني نمذجة العديد من الظواهر الاقتصادية، المالية، الاجتماعية، البيولوجية... وتحليلها تحليلًا كَميًّا، تم استخدام مصطلح الاقتصاد القياسي لأول مرة من طرف عالم الاقتصاد النرويجي راغنار فريش Ragner Frisch سنة ١٩٢٦، وهو مصطلح مترجَم عن الكلمة الإنجليزية Econometrics.

يعتمد الاقتصاد القياسي في تحليله للنظريات الاقتصادية والمالية وغيرها من النظريات على دمج الرياضيات والأساليب الإحصائية في نموذج متكامل، وذلك بهدف تقويم معالم ذلك النموذج، ثم اختبار الفروض حول ظاهرة مالية أو اقتصادية، أو غيرهما من الظواهر الأخرى، وأخيرًا التنبؤ بقيم تلك الظاهرة، يؤدي ذلك إلى مساعدة صانعي وآخِذي القرارات الاقتصاديَّة والماليَّة.

اكتسب الاقتصاد القياسي أهمية كبرى في السنوات الأخيرة، وذلك للدور الذي لعبه في تحليل ونمذجة الظواهر الاقتصادية والمالية، فقد ساهَم في تحليل واختبار النظريات الاقتصادية والمالية، إضافة إلى المساعدة في رسم السياسات واتخاذ القرارات في عديد المجالات، والتنبؤ بقيم المتغيرات الاقتصادية، مما يسمح للمؤسسات الاقتصادية والمالية بأخذ احتياطاتها في مجال توفير الموارد، ولتفادي الخسائر المالية الناتجة عن تقلُّبات السوق.

ساهَم في انتشار طرق الاقتصاد القياسي عاملان رئيسان؛ العامل الأول: توافُر البيانات الإحصائية في عديد من المجالات الاقتصادية والمالية بكميات كبيرة وبدقة جيِّدة، مما أدَّى إلى تطوُّر تطبيقات نظريات الاقتصاد القياسي في شتى المجالات، أما العامل الثاني فيتعلق بالتطور الكبير والسريع في الحواسيب والبرمجيات الإلكترونية، الأمر الذي ساهَم في توسيع وتطوير النماذج الاقتصادية والمالية،

ليشمل عددًا كبيرًا من المتغيرات والبيانات بعد أن كان ذلك مقتصرًا على التحليل النظري، فقد أصبح بالإمكان في يومنا هذا التعامل مع نماذج معقَّدة تتضمَّن العديد من المعادلات واختبار صلاحيتها، ومعرفة مدى ملاءمتها للواقع الاقتصادي والمالي، ومدى التنبؤ بها.

نهدف من خلال ترجمة هذا الكتاب إلى اللغة العربية إلى إثراء المكتبة العربية، والمساهمة في رفع المستوى العلمي للطالب والباحث العربي من خلال تزويده بالمعارف النظرية والتطبيقية التي تضمَّنها هذا الكتاب، والتي تُعتبر ضرورية لتكوينه التعليمي والأكاديمي.

القراء المستهدفون من ترجمة هذا الكتاب إلى اللغة العربية هم طلاب كليات العلوم الإداريَّة، وكليات الاقتصاد في عديد من التخصُّصات؛ كالاقتصاد، المالية، الإحصاء، والأساليب الكمية، والموارد البشرية، وغيرها، كما أنه مفيد لطلاب البكالوريوس، وطلاب الدراسات العليا (الماجستير والدكتوراه)، والمتخصصين في الاقتصاد القياسي والاقتصاد المالي، هذا الكتاب موجَّه أيضًا إلى أعضاء هيئة التدريس والباحثين في الجامعات السعودية، والجامعات العربية عمومًا، ولجميع المهتمين بالتحليل الكمي والمالي؛ لكونه يحتوي على العديد من مواضيع الاقتصاد القياسي الحديثة، إلى جانب العديد من التطبيقات في المجال الاقتصادي والمالي.

وأخيرًا لا يسعنا إلّا أن نتوجّه بخالص الشكر إلى جامعة الملك سعود ومركز الترجمة فيها على الدعم والتشجيع لترجمة الكتب العلميّة. والشكر موصول لمحكّمي هذا العمل والمراجعين وكل من ساهم في إنجازه.

والله وليُّ التوفيق

المترجمان

شكر وتقدير

أَوَدُّ أن أُعْرِب عن امتناني لكل من غيتا بيرسان، أولان هنري، جيمس تشونغ، وأبوستولوس كاتساريس، الذين شاركوا في تقديم يد المساعدة في أجزاء مختلفة من تطبيقات البرمجيات للطبعة الأولى، كما أني مُمْتَنٌّ أيضًا لهيلاري فلثام على مساعدتها لي فيما يخص الفصل ٢، وإلى سيمون فاروتو لمناقشاته المثمرة ومشورته فيما يتعلق بأمثلة إيفيوز المستخدمة في الفصل ١١.

كما أَوَدُّ أن أشكر كذلك سايمون بورك، جيمس تشونغ، كون كيتنغ على ملاحظاتهم المفصَّلة والبناءة على مسودات مختلفة من الطبعة الأولى، وسايمون بيرك؛ لتقديم اقتراحات بشأن أجزاء من الطبعة الثانية، وجو كوكس، أونينغ ماليت، أوجونا تنيجي، إيوانيس أويكونومو وشاردن ويسي سيمين؛ لملاحظاتهم على جزء من الطبعة الثالثة، بالإضافة إلى ذلك حَظِيَت الطبعة الأولى والثانية بالتعليقات والاقتراحات والأسئلة التي طرحها كل من بيتر بريدج، كيونغوك تشوي، ريشي شوبرا، أراسيلي أورتيغا دياز، شياو مينغ دينغ، توماس إيلرتسن، وليد الدين، أندريا غينو، كريستوفر جيلبرت، كيمون غوموزياس، شيف غرمات، عابد حميد، أرتي خلاني، مارغريت لينتش، ديفيد مكافري، تهري جوكيبي، ايميس لازار، تشاو ليويان، ديميتري لفوف، بيل مكابي، جونشي ما، ديفيد ميرتشان، فيكتور موريندي، ميكايل بيتيجيان، مارسيلو بيرلين، تايلاندي فام، جان سيباستيان بورشيت، مارسيل بروكوبتشوك، غويلهيرم سيلفا، جيري سين، سيلفيا ستانيسكو، ييغو صن، لي كوي، باناجيوتيس فارلاغاس، جاكوب فوجتيك، جو وانغ ومنغ فنغ ين.

كما أرسل العديد من الأشخاص رسائل إلكترونية مفيدة تشير إلى وجود أخطاء مطبعية، أو عدم دقة في الطبعة الأولى. لذلك أشعر بالامتنان لميرلين فو، جان دي غويجر وزملائه ميكايل بيتيان، فريد ستيربينز وبيرغيت ستريخولم، ونذكر بالعرفان والتقدير التعليقات المفيدة والدعم البرامجي المقدَّم من قِبَل البرمجيات الكمية المصغَّرة (Quantitative Micro Software) (تُعرف الآن بــ IHS Global)، كما أني المسؤول الوحيد عن الأخطاء المتبقية في الكتاب.

كما بذل الناشر والمؤلف قصارَ جهدهما في سبيل أن تكون مواقع الإنترنت الخارجية المشار إليها في هذا الكتاب صحيحة ونشطة عند الضغط عليها، ومع ذلك فإن الناشر والمؤلف لا يتحمَّلان أية مسؤولية عن مواقع الويب، ولا يمكنهما أن يضمنا أن الموقع سيبقى نشطًا، أو أن المحتوى سيظل مناسبًا.

مقدمة الطبعة الثالثة

تخطَّت مبيعات أوَّل طبعتين من هذا الكتاب التوقُّعات (على الأقل توقُّعات الكاتب)، كما أبدى مُعظم الذين اتَّصلوا بالكاتب إعجابهم بالكتاب، في هذه الأثناء، ورغم نشر كتب أخرى في مجال الاقتصاد القياسي المالي الواسع إلَّا أن أيًّا منها لم يكن حقيقةً على مُستوى تمهيدي، كما يبدو أن جميع دوافع الطبعة الأولى المبيَّنة أدناه لا تقل أهميَّة اليوم عمَّا كانت عليه، وباعتبار أن الكتاب يبدو أنه تماشى بشكل جيِّد مع القراء فإني تركت أسلوب الكتابة إلى حد كبير دون تغيير، لكن شهد أسلوب تنظيم الكتاب تغييرًا طفيفًا مع إضافة مواد جديدة.

تتمثَّل الدوافع الرئيسة لكتابة الطبعة الأولى للكتاب فيما يلي:

- تأليف كتاب يركِّز على استخدام وتطبيق التقنيات بدلًا من التركيز على اشتقاق البراهين وتعلُّم الصِّيَغ.
- تأليف مرجع في المتناول لا يحتاج إلى معرفة مُسبقة بالاقتصاد القياسي، لكن يضم النُّهُج التي استُحدثت مُؤخرًا، والتي لا توجد عادة إلا في نصوص أكثر تعمُّقًا.
- استخدام أمثلة ومصطلحات مُستقاة من مجال الماليّة بدلًا من مجال الاقتصاد؛ لأن هناك العديد من النصوص التمهيدية في الاقتصاد القياسي التي تستهدف طلاب الاقتصاد، ولكن لا يوجد منها ما هو موجَّه لطلاب الماليّة.
- إثراء الكتاب بدراسات الحالة التي تتناول استخدام الاقتصاد القياسي من الناحية العمليَّة، والمستمَدَّة من الكتابات الأكاديميَّة المتعلِّقة بمجال الماليّة.
- إدراج عيِّنة من التعليمات، ومن لقطات الشاشة، إضافة إلى مُخرجات الحاسب، باستخدام حزمة اقتصاد قياسي مُتداولة، سوف يُمكِّن ذلك القراء من معرفة كيفيَّة تنفيذ التقنيات عمليًّا.
- إعداد موقع مُصاحب على شبكة الإنترنت يحتوي على إجابات عن أسئلة نهاية الفصول، شرائح باور بوينت (PowerPoint) وغيرها من المواد الداعمة.

ما هو الجديد في الطبعة الثالثة؟

تتضمَّن الطبعة الثالثة عددًا من الميزات الهامَّة الجديدة، وهي:

(١) يتمتَّع الطلاب في مجال الماليّة بخلفيات جد مُتفاوتة، وبشكل خاص مُستويات مُختلفة من التدريب في أساسيَّات الرياضيات والإحصاء، وبهدف جَعْل هذا الكتاب أكثر استقلاليَّة تم تطوير المواد التي كانت موضوعة سابقًا في ملحق في نهاية الكتاب،

وتحسينها إلى حد كبير، وأُدرجت الآن في فصل جديد وهو الفصل ٢، ونتيجة لذلك تم تقديم الفصول من ٢ إلى ١٣ السابقة بفصل (وهكذا أصبح الفصل ٢ السابق الفصل ٣، والفصل ٣ أصبح الفصل ٤، وهكذا)، بالنسبة للفصل الختامي في النسخة الثانية، أي الفصل ١٤، فقد تم حذفه (أُدرج البعض من مُحتوياته في فصول أخرى)، بحيث تضم النسخة الثالثة كذلك أربعة عشر فصلًا.

(٢) تمت إضافة مسرد مُصطلحات شامل في نهاية الكتاب لتوضيح جميع المصطلحات الفنية المستخدمة.

(٣) نتيجة لطول الوقت الذي يستغرقه تأليف الكتاب وإعداد المنتج النهائي والفترة الزمنيَّة التي انقضت منذ ذلك الحين، فإن البيانات والأمثلة المستخدَمة في الطبعة الثانية مضى عليها عدَّة سنوات، لذلك تم تحديث البيانات، تعليمات إفيوز ولقطات الشاشة، كما استُخدم الإصدار ٨ من إفيوز في جميع المراحل، وهو آخر إصدار مُتوفِّر عند تأليف هذا الكتاب، أمَّا البيانات فلا تزال تُستمد من نفس المصادر المتاحة مجانًا كما في الطبعة السابقة.

(٤) تميل المنهجيَّة التي طوَّرها فاما وفرنش في مجموعة من أوراق البحث ونهج دراسة الحدث، إلى أن يكونَا اثنين من أهم استخدامات النماذج الإحصائية من قِبَل الطلاب في مُقرَّراتهم الدراسيَّة، يرد في الفصل ١٤ وصف مُفصَّل لكليهما، مع إدراج أمثلة على ذلك.

(٥) تمت إضافة مواد جديدة في أماكن مُناسبة من هذا الكتاب تُغطِّي اختبارات جذر الوحدة للبانل، واختبارات التكامل المشترك، أخطاء القياس في المتغيِّرات، اختبار جذر الوحدة، مع انقطاعات هيكليَّة ونماذج الارتباط الشرطي.

دوافع الطبعة الأولى

يُعتبر الكتاب نتاجًا لمجموعتين من المحاضرات التي قام الكاتب بإلقائها سنويًّا في مركز الجمعيَّة الدولية لأسواق رأس المال (مركز الجمعيَّة الدولية لأسواق الأوراق الماليَّة سابقًا)، كليَّة إدارة الأعمال بهينلي، جامعة ريدينج، وفي جزء منه نتيجة الشعور لعدَّة سنوات بخيبة الأمل إزاء عدم وجود مرجع مُناسب.

كانت الماليَّة في السابق مُجرَّد تخصُّص فرعي مُستقًى من الاقتصاد والمحاسبة، وبالتالي يُمكن افتراض أن طلاب الماليَّة يلمُّون بمبادئ الاقتصاد، ولذلك يُدرَّس الاقتصاد القياسي باستخدام دوافع وأمثلة من الاقتصاد.

ومع ذلك أصبحت الماليَّة في السنوات الأخيرة مجالًا مُستقلًّا بذاته، هذا وتضاعَف عدد الطلاب في مجال الماليَّة بشكل ملحوظ في جميع أنحاء العالم طمعًا في تحقيق مسار مهني مُتميِّز، كما شهد كذلك تنوُّع الخلفيات التعليميَّة للطلاب الذين يدرسون مقرَّرات في مجال الماليَّة تزايدًا، وليس من النادر أن نجد طلابًا جامعيين في تخصُّص الماليَّة دون مُؤهلات عالية في الرياضيات أو الاقتصاد خلال المرحلة الثانويَّة، في المقابل نجد أن العديد من طلاب الدكتوراه في مجالَي الفيزياء أو الهندسة مُنجذبين كذلك إلى دراسة الماليَّة على مُستوى الماجستير، لكن وللأسف لم يتمكَّن مؤلفو المراجع الدراسيَّة من مواكبة التغيُّر في طبيعة الطلاب، في نظري لم تَرْقَ المراجع الدراسيَّة المتاحة حاليًا إلى مُتطلبات السوق على ثلاثة أصعدة، والتي يسعى هذا الكتاب لمعالجتها:

(١) تنقسم الكتب إلى فئتين مختلفتين وغير متداخلتين: كتب تمهيدية، وكتب متقدِّمة، تُعتبر المراجع التمهيديَّة مُناسبة للطلاب ذوي الخلفيات المحدودة في الرياضيات أو الإحصاء، لكن مجال اهتمامها ضيِّق للغاية، كما تستهلك الكثير من الوقت

لاستخلاص النتائج الأكثر أساسيّة، أمّا مُعالجة الموضوعات الهامّة والتي تحظى بالاهتمام (مثل أساليب المحاكاة، ونمذجة متجه الانحدار الذاتي، وما إلى ذلك) فلا تتطرّق لها سوى في الصفحات الأخيرة، وذلك في أحسن الحالات، أمّا المراجع الأكثر تقدمًا فهي تتطلّب في الغالب نقلة نوعية في مستوى القدرة الرياضية المفترضة للقراء، حيث لا يُمكن استخدام مثل هذه الكتب في مُقرَّرات تدوم فصلًا أو فصلين دراسيين فقط، أو عندما يكون للطلاب مؤهلات مختلفة، سوف أسعى في هذا الكتاب للتطرُّق لعدد كبير من تقنيات الاقتصاد القياسي المختلفة التي تتعلّق بتحليل البيانات الماليّة وغيرها من البيانات.

(٢) تتّسم العديد من المراجع الدراسية ذات الانتشار الواسع بطابع نظري للغاية، ويظل الطلاب في كثير من الأحيان وبعد قراءة مثل هذه الكتب عاجزين عن التعامل مع المسائل التي تواجههم على أرض الواقع، حتى وإن كانوا بارعين في توظيف التقنيات نظريًّا، لهذا الغرض حاولت في هذا الكتاب تقديم أمثلة عن استخدام التقنيات في مجال الماليّة جنبًا إلى جنب مع تعليمات كمبيوتر مشروحة، إضافة إلى عينات من نواتج حزمة من برامج الاقتصاد القياسي)إفيوز (، وهذا من شأنه أن يساعد الطلاب الذين يرغبون في الاعتماد على أنفسهم في تعلُّم كيفية تقدير النماذج في حالة طُلِبَ منهم على سبيل المثال إنجاز مشروع بحث أو أطروحة دكتوراه، هذا وقد طوّرت بعض الأمثلة خصيصًا لهذا الكتاب، في حين استمدت العديد من الأمثلة الأخرى من الكتابات الأكاديمية في مجال الماليّة، ويعتبر ذلك في نظري سمة أساسية نادرة تتميز بها المراجع الدراسية، والتي من شأنها مساعدة الطلاب على توضيح كيفية التطبيق الفعلي للاقتصاد القياسي، كما نأمل أن يشجّع هذا الأسلوب بعض الطلاب في الخوض بشكل أعمق في الأدبيات، ومع ذلك يتعين أن نذكر في البداية أن الغرض من إدراج أمثلة مستمدة من الكتابات الأكاديمية في مجال الماليّة ليس تقديم لمحة شاملة عن الأدبيات، أو مناقشة جميع الأعمال ذات الصلة بتلك المجالات، وإنما الهدف من ذلك هو توضيح التقنيات، لذلك يمكن اعتبار أن استعراض المؤلّفات السابقة غير مكتمل، ويمكن توجيه القراء المهتمين إلى القراءات المقترحة والمراجع الواردة فيها.

(٣) فيما عدا استثناءات قليلة فإن تقريبًا جميع المراجع الدراسية التي تستهدف المستوى التمهيدي تستمد دوافعها وأمثلتها من مجال الاقتصاد، وسوف يكون لذلك فائدة محدودة لطلاب الماليّة والتجارة، ولكي نرى ذلك فلنحاول إجراء علاقة انحدار باستخدام مثال من قَبِيل تأثير تغيُّرات الدخل على الاستهلاك، ثم لاحِظ الحاضرين المهتمين أساسًا بالتطبيقات التجارية والماليّة، والذين سينتابهم الملل وفقدان الاهتمام منذ الدقائق الأولى للمقرَّر.

مَن ينبغي أن يقرأ هذا الكتاب؟

الجمهور المستهدَف هم الطلاب الجامعيون وطلاب الماجستير/ طلاب ماجستير إدارة الأعمال، الذين هم بحاجة إلى معرفة واسعة لتقنيات الاقتصاد القياسي الحديثة المستخدمة عادة في الأدبيات الماليّة، كما نأمل أن يكون الكتاب مفيدًا أيضًا للباحثين)الأكاديميين والممارسين على حد السواء(الذين هم بحاجة إلى مقدمة في الأدوات الإحصائية المستخدمة عادة في مجال الماليّة، من جهة أخرى يمكن استخدام هذا الكتاب كمرجع للمقررات التي تغطي تحليل السلاسل الزمنية الماليّة، أو الاقتصاد القياسي المالي في البرامج الجامعية، أو الدراسات العليا في مجال الماليّة والاقتصاد المالي، والأوراق الماليّة والاستثمارات.

وعلى الرغم من أن التطبيقات والدوافع الكامنة وراء بناء النماذج الواردة في هذا الكتاب مستمَدَّة من مجال الماليّة، إلا أن الاختبار التطبيقي للنظريات في العديد من التخصصات الأخرى؛ كالدراسات الإدارية، الدراسات التجارية، مجال العقارات، الاقتصاد وغيرها يمكن أن يستخدم تحليل الاقتصاد القياسي بشكل مفيد، يمكن أن يكون هذا الكتاب مفيدًا كذلك لهذه المجموعة.

في الأخير، رغم أن هذا الكتاب مصمَّم في الأساس لطلاب الجامعة والماجستير، إلا أنه يمكن أيضًا أن يقدِّم قراءة تمهيدية في نمذجة السلاسل الزمنية الماليّة لبرامج الدكتوراه الماليّة، حيث يمتلك الطلاب خلفيات لا تتضمَّن مقرَّرات في التقنيات الحديثة للاقتصاد القياسي.

المتطلبات الأساسية لفهم هذه المادة فهمًا جيدًا

بهدف جَعْل هذا الكتاب في المتناول قدر الإمكان ليس هناك حاجة إلى امتلاك معارف مسبقة في الإحصاء، في الاقتصاد القياسي، أو في الجبر، رغم أن أولئك الذين لديهم خلفيَّة عن حساب التفاضل والتكامل، والجبر (بما في ذلك المصفوفات) والإحصاء الأساسي، سوف يتمكنون من التقدُّم في الفهم بسرعة أكبر، هذا ويجري التركيز طوال هذا الكتاب على التطبيق السليم للتقنيات على بيانات فعلية ومسائل ماليّة.

كما يفترض أن يمتلك القارئ في مجال الماليّة والاستثمار المعرفة بأُسُس ماليّة الشركات والأسواق الماليّة والاستثمار، لذلك فإن موضوعات مثل نظرية المحفظة، نموذج تسعير الأصول الرأسماليّة (Capital Asset Pricing Model (CAPM))، نظرية التسعير بالمراجحة (Arbitrag Pricing Theory (APT))، فرضية كفاءة الأسواق، تسعير الأوراق الماليّة المشتقة، ومصطلح هيكل سعر الفائدة التي يشار إليها بكثرة طوال الكتاب، لم يتم شرحها، هذا ونشير إلى أن هناك العديد من الكتب الجيدة المتاحة في مجال ماليّة الشركات، الاستثمار والعقود الآجلة والخيارات، ومنها على التوالي الكتب المقترحة من قِبَل بريالي ومايرز (٢٠١٣) (Brealey and Myers 2013))، بودي، كين وماركوس (٢٠١١) (Bodie, Kane and Marcus (2011)) وهول (٢٠١١ .(Hull (2011))).

الاقتصاد القياسي التمهيدي للماليّة

يُعتبر هذا الكتاب الذي يُعَدُّ الأفضل مَبيعًا، والمختبَر بعناية داخل قاعات الدراسة، مرجعًا شاملًا لطلاب الماليّة، كما تعمل المناقشة الشاملة المصورة لأهم النُّهُج التجريبية في مجال الماليّة على إعداد الطلاب لاستخدام الاقتصاد القياسي في الممارسة العملية، أمَّا دراسات الحالات المفصَّلة فتساعدهم على فَهْم كيفيَّة استخدام التقنيات في السياقات الماليّة ذات الصلة، هذا وتعمل الأمثلة المعَدَّة من أحدث نسخة من البرنامج الإحصائي الشهير إفيوز (EViews) على توجيه الطلاب لوضع نماذجهم الخاصَّة وتفسير نتائجها.

تُسهم مُخرجات التعلُّم والمفاهيم الأساسيَّة، إضافة إلى أسئلة المراجعة الواردة في نهاية الفصول (والتي توجد حلولها الكاملة على شبكة الإنترنت)، في تسليط الضوء على النقاط الهامَّة الواردة في الفصول، كما تسمح للطلاب بإجراء تقييم ذاتي لفهمهم، وبناءً على النهج الناجح القائم على البيانات والمسائل للإصدارات السابقة تم تحديث هذه الطبعة الثالثة بإضافة بيانات جديدة، والعديد من الأمثلة، وكذلك مواد تمهيديَّة عن الرياضيات، ممَّا يجعل الكتاب في مُتناول الطلاب الذين يتعاملون مع الاقتصاد القياسي للمرة الأولى، كما يسمح موقع النت المرافق والمتضمِّن العديد من المصادر الموجَّهة للطلاب والمدرِّسين بإكمال مجموعة مواد التعلُّم.

كريس بروكس هو أستاذ في الماليّة، ومدير بحوث بمركز الجمعيَّة الدولية لأسواق رأس المال، كليَّة إدارة الأعمال بهينلي، جامعة ريدينج، المملكة المتَّحدة، حيث حصل أيضًا على درجة الدكتوراه، له اهتمامات بحثيَّة متنوّعة، ونشر أكثر من مائة مقالة منشورة في المجلات الأكاديمية والمجلات المختصَّة الرائدة، إضافة إلى ستة كتب، وهو كذلك مُساعد رئيس التحرير في العديد من المجلات، بما في ذلك مجلة ماليّة الأعمال والمحاسبة، المجلة الدولية للتنبؤ، ومجلة المحاسبة البريطانية، كما يعمل مُستشارًا وخبيرًا لدى العديد من البنوك والشركات والهيئات المهنية في مجالات الماليّة والعقارات والاقتصاد القياسي.

المحتويات

الفصل الرابع: مزيد من التطوير والتحليل لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

الفصل الخامس: افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي واختبارات التشخيص

قائمة الأشكال

قائمة الجداول

قائمة الإطارات

لقطات الشاشة

الفصل الأول

مقدمة
Introduction

تُعَدُّ دراسة الاقتصاد القياسي من نواحٍ كثيرة كتعلُّم لُغة جديدة، سوف تبدو لك الأشياء في البداية لا معنى لها، وسوف يبدو الأمر مُستحيلًا كما لو كنت ترى من خلال ضباب خلَّفته جميع المصطلحات غير المألوفة، ولئن كانت طريقة كتابة النماذج -أي الترميز- قد تجعل الأمر يبدو أكثر تعقيدًا، إلَّا أنه يُفترض أن تُؤدي في الواقع إلى عكس ذلك تمامًا، كما أن الأفكار في حد ذاتها لا تتَّسم غالبًا بالتعقيد، فالمسألة لا تعدو أن تكون مجرَّد تعلُّم لغة بالقدر الكافي حتى تأخذ الأمور نصابها، لذلك حتى وإن لم يسبق لك دراسة هذه المادَّة من قبل فمن المأمول أن تضعك المثابرة طوال هذا الفصل التمهيدي على الطريق لتُجيد تمامًا الاقتصاد القياسي!

مخرجات التعلم

سوف تتعلَّم في هذا الفصل كيفية:

- مقارنة السلاسل الاسمية (Nominal Series) والسلاسل الحقيقية (Real Series) والتحويل من نوع إلى آخر.
- التمييز بين الأنواع المختلفة من البيانات.
- وصف الخطوات الرئيسة المتَّبعة في بناء نموذج اقتصادي قياسي.
- حساب عوائد أسعار الأصول.
- تكميش السلاسل لأخذ التضخم بعين الاعتبار.
- إنشاء ملف عمل، استيراد البيانات وإنجاز مهام بسيطة في برنامج إفيوز.

يُمهِّد هذا الفصل الطريق أمام الكتاب من خلال مُناقشة عامَّة لمسائل تتعلَّق بماهيَّة الاقتصاد القياسي، وعن 'الحقائق المجرَّدة' التي تصف البيانات الماليَّة، والتي يسعى عادة الباحثون في هذا المجال إلى إدراجها في نماذجهم، كما جرى بعض النقاش حول أنواع

البيانات التي نُصادفها في الماليَّة وكيفيَّة التعامل معها، وأخيرًا يجمع الفصل بين عدد من المسائل التمهيديَّة التي تتعلَّق بإنشاء نماذج الاقتصاد القياسي في مجال الماليَّة، ويعرض برنامج الكمبيوتر الذي سوف يُستخدم لتقدير النماذج فيما تبقى من هذا الكتاب.

الإطار رقم (١ , ١) أمثلة عن استخدامات الاقتصاد القياسي

(١) اختبار ما إذا كانت الأسواق المالية تتَّسم بالكفاءة المعلوماتية عند المستوى الضعيف.
(٢) اختبار ما إذا كان نموذج تسعير الأصول الرأسمالية أو نظرية التسعير بالمراجحة تُعتبر الأفضل لتحديد عوائد الأصول الخطرة.
(٣) قياس تقلُّب عوائد السندات والتنبؤ به.
(٤) شرح محدِّدات التصنيفات الائتمانية للسندات المستخدمة من قِبَل وكالات التصنيف.
(٥) نمذجة العلاقات طويلة الأجل بين الأسعار وأسعار الصرف.
(٦) تحديد نسبة التحوُّط المثلى لأسعار النفط الفورية.
(٧) اختبار قواعد التداول التقنية لتحديد أيٍّ منها يُحقِّق أرباحًا أكثر.
(٨) اختبار الفرضية القائلة بأن إعلانات الأرباح أو إعلانات توزيع الأرباح ليس لها تأثير على أسعار الأسهم.
(٩) اختبار أيٍّ من الأسواق الفورية والأسواق المستقبلية تتفاعل بشكل أسرع مع الأخبار.
(١٠) التنبؤ بالارتباط بين مؤشرات أسهم بلدين.

١ , ١ ما هو الاقتصاد القياسي؟

(What is econometrics?)

المعنى الحرفي لكلمة اقتصاد قياسي هو 'القياس في الاقتصاد'، تُشير الأحرف الأربعة الأولى من الكلمة بشكل صحيح إلى أن الاقتصاد القياسي يستمد جُذوره من الاقتصاد، ومع ذلك تحظى الأساليب الرئيسة المستخدمة في دراسة المشكلات الاقتصادية بنفس الأهمية في التطبيقات الماليَّة، كما يُعرَّف مصطلح الاقتصاد القياسي المالي (Financial Econometrics) في هذا الكتاب على أنه تطبيق للتقنيات الإحصائية على مسائل في مجال الماليَّة، هذا ويُمكن أن يكون الاقتصاد القياسي المالي مُفيدًا في اختبار النظريات في مجال الماليَّة، في تحديد أسعار أو عوائد الأصول، في اختبار الفرضيات (Hypotheses Testing) التي تهتم بالعلاقات بين المتغيِّرات، في دراسة تأثير التغيُّرات في الظروف الاقتصادية على الأسواق الماليَّة، في التنبؤ بالقيم المستقبلية للمتغيِّرات الماليَّة، وفي صُنع القرارات الماليَّة. ترد في الإطار رقم (١ , ١) قائمة بالأمثلة المحتملة التي يكون فيها الاقتصاد القياسي ذا أهميَّة.

وبالطبع لا تُعتبر القائمة الواردة في الإطار رقم (١ , ١) بأي حال من الأحوال شاملة، لكن نأمل أنها تُعطي لمحة عن جدوى أدوات الاقتصاد القياسي من حيث إمكانيَّة تطبيقها في مجال الماليَّة.

٢ , ١ هل يختلف الاقتصاد القياسي المالي عن 'الاقتصاد القياسي الاقتصادي'؟

(Is financial econometrics different from 'economic econometrics'?)

كما ذكرنا سابقًا، تُعتبر الأدوات الشائعة الاستخدام في التطبيقات الماليَّة أساسًا نفس الأدوات المستخدمة في التطبيقات الاقتصادية، على الرغم من أن أهميَّة ومجموعة المسائل التي يُحتمل أن نُواجهها عند تحليل مجموعتَي البيانات التي تختلف إلى حد ما، كثيرًا ما تختلف البيانات الماليَّة عن بيانات الاقتصاد الكلي من حيث تكرارها، دقتها، موسميتها، وما إلى ذلك من الخصائص.

غالبًا ما يُمثِّل نقص البيانات المتاحة لاختبار النظرية أو الفرضية المثيرة للاهتمام في الاقتصاد مُشكلة عويصة، ويُعرَف ذلك غالبًا 'بمشكلة العيِّنات الصغيرة'، فعلى سبيل المثال قد تكون البيانات المطلوبة تخص عجز الميزانيات الحكومية أو أعداد السكان، وهي بيانات تُقاس فقط على أساس سنوي، فإذا كانت الأساليب المستخدمة لقياس هذه الكميات قد تغيَّرت منذ ربع قرن، فإنه لا يُمكن استخدام سوى خمسة وعشرين من هذه المشاهدات السنوية كحد أقصى.

كما نُواجه أيضًا مشكلتين أخريين عند إجراء عمل اقتصادي قياسي تطبيقي في مجال الاقتصاد، وهما خطأ القياس وتنقيح البيانات (Data Revisions)، هذه العقبات هي ببساطة عبارة عن أن البيانات يُمكن أن تكون مُقدَّرة أو مُقاسة بشيء من الخطأ، وغالبًا ما تخضع لعدة مجموعات من التنقيحات اللاحقة، فعلى سبيل المثال يُمكن لباحث أن يقدِّر نموذجًا اقتصاديًا لتأثير الاستثمار في تكنولوجيا الحواسيب على الناتج الوطني، ليكتشف أن البيانات الخاصة بالعامين الأخيرين قد تم تنقيحها بشكل كبير في النشرة المحدَّثة التالية.

عادة ما تكون هذه المسائل أقل مَدْعَاة للقلق في مجال الماليَّة، فنجد أن البيانات الماليَّة تأتي في أشكال وصِيَغ مُتنوِّعة، لكن عمومًا تُعتبر الأسعار والمتغيِّرات الأخرى المسجَّلة تداولات *حدثت فعلًا*، أو أنها *نُقِلت* على شاشات مقدِّمي المعلومات، بطبيعة الحال تظل إمكانيَّة وجود أخطاء مطبعيَّة، أو تغيير في طريقة قياس البيانات واردة (بسبب إعادة توازن، أو إعادة تحديد أساس المؤشر على سبيل المثال)، لكن بشكل عام تُعتبر مشاكل أخطاء القياس وتنقيح البيانات أقل خطورة بكثير في السياق المالي.

كما نُشير كذلك إلى أن بعض مجموعات البيانات الماليَّة *تُرصَد بتكرارات أعلى بكثير* من بيانات الاقتصاد الكلي، فنجد أن أسعار أو عوائد الأصول غالبًا ما تكون مُتاحة بتكرار يومي، كل ساعة أو كل دقيقة، وبالتالي فإن عدد المشاهدات المتاحة للتحليل يمكن أن يكون كبيرًا جدًّا، ربما بالآلاف أو حتى بالملايين، مما يجعل من البيانات الماليَّة مصدر حَسَدٍ من قِبَل مُمارسي الاقتصاد القياسي الكلي! ويعني ذلك أنه يُمكن في أغلب الأحيان تطبيق تقنيات أكثر قوةً على البيانات الماليَّة دون البيانات الاقتصادية، ويكتسب الباحثون مزيدًا من الثقة تُجاه نتائجهم.

وعلاوة على ذلك يجلب تحليل البيانات الماليَّة معه أيضًا عددًا من المشاكل الجديدة، ولئن كانت الصعوبات المرتبطة بمعالجة وتجهيز مثل هذا الكم الهائل من البيانات لا تُمثِّل عادة قضية نظرًا للتطوُّرات الحديثة والمستمرة في مجال قوة الحواسيب، إلَّا أن البيانات الماليَّة كثيرًا ما يكون لها عدد من الخصائص الأخرى، فعلى سبيل المثال، غالبًا ما تُعتبَر البيانات الماليَّة 'مُشوّشة' جدًّا، مما يعني أنه يصعُب كثيرًا فصل *الاتجاهات والأنماط الأساسية* عن الخصائص العشوائية غير المُهِمَّة، كما أن البيانات الماليَّة في مُعظم الأحيان غير مُوزَّعة طبيعيًّا، على الرغم من أن معظم التقنيات في الاقتصاد القياسي تفترض أن تكون كذلك، وغالبًا ما تحتوي البيانات عالية التكرار على 'أنماط' إضافية تنجم عن طريقة عمل السوق، أو عن طريقة تسجيل الأسعار، من الضروري أن تُؤخَذ هذه الخصائص في الحسبان عند عمليَّة بناء النموذج، حتى وإن لم تكن ذات أهمية مُباشرة للباحث.

ومن بين أسرع مجالات التطبيق المالي للأدوات الإحصائيَّة تطوُّرًا نجد نمذجة مسائل الهيكل الجزئي للسوق (Market Microstructure)، يُمكن تعريف 'الهيكل الجزئي للسوق' بشكل عام على أنه العمليَّة التي يتم بها تحويل تفضيلات المستثمرين ورغباتهم إلى معاملات في الأسواق الماليَّة، ومن الواضح أن تأثيرات الهيكل الجزئي ذات أهمية، وتمثِّل فرقًا رئيسًا بين البيانات الماليَّة وغيرها من الأنواع الأخرى للبيانات، هذا ويُمكن أن تؤثر هذه التأثيرات على العديد من المجالات الماليَّة الأخرى، فعلى سبيل المثال يُمكن لجمود أو احتكاكات السوق أن تعني ضمنًا أن الأسعار الحاليَّة للأصول لا تعكس بالكامل التدفُّقات النقدية المستقبليَّة المتوقَّعة.

الإطار رقم (١,٢) بيانات السلاسل الزمنية

السلسلة	التكرار
الإنتاج الصناعي	شهري أو ربع سنوي
عجز الموازنة الحكومية	سنوي
عرض النقود	أسبوعي
قيمة السهم	حسب حدوث العمليات

(انظر المناقشة المقدَّمة في الفصل ١٠ من هذا الكتاب)، من المحتمل كذلك أن يطلب المستثمرون تعويضًا نتيجة لحيازتهم أوراقًا ماليَّة غير سائلة، وبالتالي فهي تتضمَّن خطرًا يتمثَّل في صعوبة بيعها نتيجة الاحتمال المرتفع نسبيًّا لعدم وجود مشترين مُستعدين للشراء في وقت البيع المنشود، تُستخدم في بعض الأحيان مقاييس مثل حجم التداولات، أو الوقت بين التداولات كبدائل عن سيولة السوق.

يُقدِّم مادهافان (٢٠٠٠) (Madhavan (2000)) مسحًا شاملًا لأدبيات الهيكل الجزئي للسوق، حدَّد مادهافان عدَّة جوانب لأدبيات الهيكل الجزئي للسوق، بما في ذلك تشكيل واكتشاف الأسعار، المسائل المتعلِّقة بهيكلة السوق وتصميمه، المعلومات والإفصاح، كما أن هناك كتبًا ذات صلة، فنجد أوهارا (١٩٩٥) (O'Hara (1995))، هاريس (٢٠٠٢) (Harris (2002)) وهاسبروك (٢٠٠٧) (Hasbrouck (2007)). وفي الوقت ذاته حدث تقدُّم كبير في تطوُّر نماذج الاقتصاد القياسي المطبَّقة على مسائل الهيكل الجزئي للسوق، ومن الوسائل المبتكرة نذكر على سبيل المثال نموذج الانحدار الذاتي مشروط الفترة (Autoregressive Conditional Duration (ACD)) لأنجل وراسل (١٩٩٨) (Engle and Russell (1998))، نجد تطبيقًا مُثيرًا للاهتمام لهذا النموذج في دوفور وإنجل (٢٠٠٠) (Dufour and Engle (2000))، اللَّذَيْنِ فحصا تأثير الزمن الفاصل بين التداولات على وقْع سعر المعاملة وسرعة تعديل الأسعار.

١,٣ أنواع البيانات

(Types of data)

عمومًا هناك ثلاثة أنواع من البيانات التي يُمكن استخدامها في التحليل الكمي للمسائل الماليَّة، وهي: بيانات السلاسل الزمنيَّة (Time Series Data)، البيانات المقطعيَّة العرضيَّة (Cross-Sectional Data) وبيانات البانل (أو بيانات السلسلة الزمنية المقطعية) (Panel Data).

١,٣,١ بيانات السلاسل الزمنيَّة

(Time series data)

بيانات السلاسل الزمنيَّة -وكما يُوحي اسمها- هي بيانات تم تجميعها خلال فترة من الزمن لمتغيِّر واحد أو أكثر، ترتبط بيانات السلاسل الزمنيَّة بتكرار معيَّن للمشاهدات، أو تكرار جمع نقاط البيانات، يُعتبر التكرار ببساطة مقياسًا للفترة الزمنيَّة التي خلالها تُجمَّع البيانات أو تُرصَد، أو أنه ببساطة انتظام تجميع أو رصد البيانات، يعرض الإطار رقم (١,٢) بعض الأمثلة عن بيانات السلاسل الزمنيَّة.

من الضروري الإشارة بكلمة إلى 'حسب حدوث العمليات'، لا تبدأ العديد من البيانات الماليَّة حياتها بأن تكون بيانات مُتباعدة بصورة مُنتظمة، فعلى سبيل المثال من الممكن أن يتغيَّر سعر السَّهم العادي لشركة ما كلَّما كان هناك تداول جديد أو تسعير جديد قام به مُسجِّل المعلومات الماليَّة، من المستبعد جدًّا أن تكون هذه التسجيلات مُوزَّعة بالتساوي عبر الزمن، فعلى سبيل المثال قد لا يكون هناك أي نشاط بين الساعة ٥ مساءً مثلًا، أي عند إغلاق السوق وبين ٨,٣٠ صباحًا من اليوم التالي عند إعادة فتح السوق، كما أن هناك عادة نشاطًا أقل قُرْبَ فتح السوق وإغلاقه، وقرب وقت الغداء، وعلى الرغم من أن هناك العديد من الطرق للتعامل مع هذه المسألة إلا أن هناك نهجًا شائعًا وبسيطًا يتمثَّل بكل بساطة في اختيار تكرار مُناسب واستخدام آخر سعر سائد خلال الفترة كمُشاهدة لتلك الفترة الزمنيَّة.

كما يُشترط عمومًا أن يكون لجميع البيانات المستخدمة في النموذج نفس تكرار المشاهدة، لذلك وعلى سبيل المثال، يجب أن تستخدم الانحدارات التي تسعى إلى تقدير نموذج التسعير بالمراجحة باستخدام مُشاهدات شهرية لعوامل الاقتصاد الكلي أيضًا مُشاهدات شهرية لعوائد الأسهم، حتى وإن كانت المشاهدات اليوميَّة أو الأسبوعيَّة لهذه الأخيرة مُتاحة.

يُمكن أن تكون البيانات كمِّيَّة (Quantitative) (مثل أسعار الصرف، الأسعار، عدد الأسهم المتداولة)، أو نوعيَّة (Qualitative) (مثل يوم الأسبوع، دراسة استقصائيَّة عن المنتجات الماليَّة المشتراة من قِبَل الأفراد العاديين على مدى فترة من الزمن، التصنيف الائتماني، إلخ).

المسائل التي يُمكن تناولها باستخدام بيانات السلاسل الزمنيَّة:

- كيفيَّة اختلاف قيمة مؤشر أسهم دولة ما باختلاف أساسيات الاقتصاد الكلي في تلك الدولة.
- كيفيَّة اختلاف قيمة سعر سهم الشركة عند إعلانها عن قيمة أرباحها الموزَّعة.
- تأثير ارتفاع العجز التجاري على سعر الصرف في بلد ما.

من الواضح في كل الحالات المذكورة أعلاه أن البُعد الزمني يُعتبر العنصر الأهم، وأنه سوف يتم إجراء التحليل باستخدام قيم المتغيِّرات عبر الزمن.

١,٣,٢ البيانات المقطعيَّة العرضيَّة

(Cross-sectional data)

البيانات المقطعيَّة العرضيَّة هي عبارة عن بيانات على متغيِّر واحد أو أكثر، تم جمعها في نقطة زمنيَّة معيَّنة، يُمكن أن تكون البيانات على سبيل المثال:

- استطلاع حول استخدام خدمات السمسرة في الأوراق الماليَّة عبر الإنترنت.
- بيانات مقطعيَّة عرضيَّة عن عوائد الأسهم في بورصة نيويورك للأسهم (NYSE).
- عيِّنة من التصنيف الائتماني للسندات للبنوك البريطانية.

المسائل التي يُمكن تناولها باستخدام بيانات مقطعيَّة عرضيَّة:

- العلاقة بين حجم الشركة وعوائد الاستثمار في أسهمها.
- العلاقة بين مستوى الناتج المحلي الإجمالي لدولة ما، واحتمال تخلُّف الحكومة عن سداد ديونها السياديَّة.

١,٣,٣ بيانات البانل (أو بيانات السلسلة الزمنية المقطعية)

(Panel data)

تأخذ بيانات البانل أبعاد كلٍّ من السلاسل الزمنيَّة والبيانات المقطعيَّة العرضيَّة، على سبيل المثال الأسعار اليومية لعدد من أسهم الشركات الكبرى (أو أسهم الدرجة الأولى) على مدى سنتين، يُعتبر تقدير انحدارات البانل مجالًا ناميًا ومُثيرًا للاهتمام، وسوف يجري تناوله بالتفصيل في الفصل ١١.

لحسن الحظ تنطبق جُلّ التقنيات العاديَّة والتحليلات في الاقتصاد القياسي على قدم المساواة على بيانات السلاسل الزمنيَّة والبيانات المقطعيَّة العرضيَّة، بالنسبة للسلاسل الزمنيَّة من المعتاد الإشارة إلى أعداد المشاهدات الفرديَّة باستخدام الدليل t، و T للإشارة إلى عدد المشاهدات المتاحة للتحليل، وفيما يتعلق بالبيانات المقطعيَّة العرضيَّة من المعتاد الإشارة إلى أعداد المشاهدات الفرديَّة باستخدام الدليل i، و N للإشارة إلى عدد المشاهدات المتاحة للتحليل، هذا ونُشير إلى أنه وعلى عكس حالة السلاسل الزمنيَّة لا يُوجد ترتيب طبيعي للمشاهدات في العيِّنة المقطيَّة العرضيَّة، فعلى سبيل المثال يُمكن أن تكون المشاهدات i مُشاهدات لسعر سندات شركات مُختلفة مُرتَّبة أبجديًا حسب اسم الشركة، في نقطة زمنيَّة مُعيَّنة، لذلك من غير المحتمل في حالة البيانات المقطعيَّة العرضيَّة أن يكون هناك أيَّة معلومات مُفيدة في كون باركليز (Barclays) يتبع بانكو سانتاندر (Banco Santander) في عيِّنة التصنيفات الائتمانية المصرفية، وذلك لأنه من قَبِيل الصدفة البحتة أن أسماءهما تبدأ بالحرف 'ب'، من جهة أخرى يُعتبر ترتيب البيانات في إطار السلاسل الزمنيَّة مُهمًّا؛ لأن البيانات تكون عادة مُرتَّبة ترتيبًا زمنيًا.

سوف يُعطي T في هذا الكتاب العدد الإجمالي للمشاهدات حتى في إطار معادلات الانحدار التي من الممكن تطبيقها على البيانات المقطعيَّة العرضيَّة، أو على بيانات السلاسل الزمنيَّة.

١ , ٣ , ٤ البيانات المستمرة والبيانات المتقطعة

(Continuous and discrete data)

إلى جانب تصنيف البيانات على أنها من نوع السلاسل الزمنيَّة، أو أنها بيانات مقطعيَّة عرضيَّة، يُمكن كذلك أن نُميِّز بين ما هو بيانات مُستمرَّة (Continuous Data) وما هو بيانات مُتقطِّعة (Discrete Data)، تمامًا كما تدل على ذلك تسميتها، يُمكن للبيانات *المستمرة* أن تأخذ أيَّة قيمة ولا تقتصر على اتخاذ أرقام مُحدَّدة، فقيمها لا تحدّها سوى الدقَّة، فعلى سبيل المثال، يُمكن أن يكون عائد إيجار الممتلكات ٦,٢٪، ٦,٢٤٪ أو ٦,٢٣٨٪ وهكذا، في المقابل يُمكن للبيانات *المتقطعة* أن تأخذ فقط قيمًا محدَّدة عادة ما تكون أعدادًا صحيحة (أعداد كاملة)، وغالبًا ما تعرف بأرقام العد[١]، نذكر على سبيل المثال عدد الأشخاص في عربة ما من عربات مترو الأنفاق، أو عدد الأسهم المتداولة خلال اليوم الواحد، في هذه الحالات، ليس من المنطقي أن يكون عدد الركاب في العربة ٨٦,٣ أو أن يكون عدد الأسهم المتداولة ٥٨٥٧,٥، وأبسط مثال عن المتغيِّر المتقطع نجد متغيِّر *برنولي* (Bernoulli) أو المتغيِّر العشوائي الثنائي، والذي لا يمكن أن يأخذ سوى القيم ٠ أو ١. على سبيل المثال، إذا قمنا برمي قطعة نقود مرارًا وتكرارًا يمكننا الإشارة إلى صورة بـــ ٠ وإلى كتابة بـ ١.

١ , ٣ , ٥ الأعداد الأصلية، الترتيبية والاسمية

(Cardinal, ordinal and nominal numbers)

ثمة طريقة أخرى يمكن من خلالها تصنيف الأعداد حسب ما إذا كانت أعدادًا أصلية، ترتيبية أو اسمية، الأعداد *الأصلية* هي تلك الأعداد التي تكون فيها القيم العددية الفعلية التي يأخذها متغيِّر ما لها معنى، وحيث توجد مسافة متساوية بين القيم العددية، في المقابل لا يمكن تفسير الأعداد *الترتيبية* إلا بكونها أعدادًا تُعطي موضعًا أو ترتيبًا، وبالتالي بالنسبة للأعداد الأصلية يُعتبر العدد ١٢ مقياسًا 'أفضل مرتين' من الرقم ٦، ومن الأمثلة عن الأعداد الأصلية نذكر سعر سهم أو سعر مبنى، وكذلك عدد المساكن في أحد الشوارع، أما بالنسبة إلى الأعداد الترتيبية فيمكن أن ينظر إلى العدد ١٢ على أنه مقياس 'أفضل' من الرقم ٦، ولكن لا يمكن اعتباره أفضل مرتين منه، ومن الأمثلة عن الأعداد الترتيبية نجد مرتبة العدَّاء في السباق (على سبيل المثال، المركز الثاني أفضل من المركز الرابع، ولكن من غير المعقول القول إنه 'أفضل مرتين')، أو المستوى الذي تم الوصول إليه في لعبة كمبيوتر.

النوع الأخير من البيانات التي يمكن أن يصادفنا هو عندما لا يوجد مُطلقًا أيُّ ترتيب طبيعي للقيم، لذلك فإن العدد ١٢ يختلف ببساطة عن الرقم ٦، ولكن لا يمكن اعتباره بأي حال من الأحوال أفضل أو أسوأ منه، تُطرح مثل هذه البيانات غالبًا عندما تكون القيم العددية محدَّدة بشكل تعسُّفي، كأرقام الهاتف مثلًا، أو عند تعيين رموز للبيانات النوعية (على سبيل المثال، عند وصف البورصة التي يتم فيها تداول أسهم الولايات المتحدة، يمكن أن يُستخدم '١' للدلالة على بورصة نيويورك (NYSE)، '٢' للدلالة على بورصة نازداك (NASDAQ) و '٣' للدلالة على بورصة أميكس (AMEX))، تُسمى هذه المتغيِّرات أحيانًا بالمتغيِّرات الاسمية، وكما سيتضح من خلال الفصول اللاحقة يُمكن أن تتطلب المتغيِّرات الأصلية الترتيبية والاسمية أساليب مُختلفة للنمذجة، أو على الأقل مُعالجات مُختلفة.

---

(١) البيانات المقاسة بشكل مُتقطِّع ليست بالضرورة أعدادًا صحيحة، فعلى سبيل المثال، إلى أن أصبحت أعدادًا 'عشرية'، كانت أسعار الأصول المالية تحدَّد كأقرب عدد لـــ ١/ ١٦ أو ١/ ٣٢ من الدولار.

٤ , ١ العوائد في النمذجة الماليَّة

(Returns in financial modelling)

تُمثِّل السلاسل الزمنيَّة للأسعار نقطة البداية في العديد من المسائل التي تستأثر بالاهتمام في مجال الماليَّة، ونذكر على سبيل المثال أسعار أسهم فورد (Ford) المأخوذة كل يوم عند الساعة ٤ بعد الظهر ولـمدة ٢٠٠ يوم، لأسباب إحصائية عدَّة يُفضَّل عدم العمل مباشرة على سلاسل الأسعار، بحيث يتم عادة تحويل سلاسل الأسعار الخام إلى سلاسل من العوائد، بالإضافة إلى ذلك للعوائد ميزة إضافيَّة، وهي أنها دون وحدة، لذلك وعلى سبيل المثال، إذا كان العائد السنوي ١٠٪ فإن المستثمرين يعرفون أنهم سوف يتحصَّلون على ١١٠ £ عند استثمار ١٠٠ £، أو ١١٠٠ £ عند استثمار ١٠٠٠ £ وهكذا.

هناك طريقتان تستخدمان لحساب عوائد سلسلة من الأسعار، تتمثَّل في إنشاء العوائد البسيطة والعوائد المركبة المستمرة (Continuously Compounded Returns)، يُمكن الحصول على هذه العوائد على النحو التالي:

العوائد البسيطة

$$R_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \times 100\% \qquad (١،١)$$

العوائد المركبة المستمرة

$$r_t = 100\% \times \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \qquad (٢،١)$$

حيث يمثل R_t العائد البسيط في الزمن t، ويمثِّل r_t العائد المركب المستمر في الزمن t، p_t سعر الأصل في الزمن t و ln اللوغاريتم الطبيعي.

إذا كان الأصل قيد الدرس سهم أو محفظة من الأسهم فإن العائد الإجمالي المتحصَّل عليه هو مجموع أرباح رأس المال، وكل الأرباح الموزَّعة خلال فترة الاحتفاظ بالأسهم، ومع ذلك غالبًا ما يتجاهل الباحثون كل ما هو أرباح مُوزَّعة، يُعتبر هذا الأمر مؤسفًا، وسوف يؤدي إلى تقدير إجمالي العوائد التي سوف تعود إلى المستثمرين بأقل ممَّا هي عليه، من المحتمل أن يكون لذلك تأثير ضئيل إذا كانت فترات الاحتفاظ قصيرة جدًّا، لكن سوف يكون التأثير على العوائد المتراكمة شديدًا إذا كانت آفاق الاستثمار تمتد لعدة سنوات، كما أن تجاهُل الأرباح الموزَّعة سوف يكون له تأثير تشويهي للبيانات المقطعيَّة العرضيَّة لعوائد الأسهم، على سبيل المثال سوف يترتَّب على تجاهل توزيع الأرباح تفضيل الأسهم 'مُتنامية القيمة' بشكل خاطئ على أسهم الدخل (على سبيل المثال صناعات المنافع والصناعات الناضجة) التي تُدِرّ أرباحًا عالية.

من الممكن في المقابل تعديل السلاسل الزمنيَّة لأسعار الأسهم، بحيث تتم إضافة الأرباح الموزعة إلى رأس المال لتوليد *مُؤشر العائد الإجمالي*، إذا كان p_t يُمثِّل مُؤشر العائد الإجمالي، فإن العوائد التي تم توليدها باستخدام إحدى الصيغتين المذكورتين أعلاه تُوفِّر مقياسًا لإجمالي العائد الذي يُمكن أن يتحصَّل عليه حامل الأصل خلال الزمن t.

الإطار رقم (١,٣) لوغاريتم العوائد

(١) للوغاريتمات العوائد خاصية جيدة، وهي أنه يُمكن تفسيرها على أنها العوائد المركبة المستمرة، وبذلك لن يكون لتواتر تركيب العوائد أيّة أهميّة، وبالتالي يُمكن بسهولة أكبر مُقارنة عوائد مختلف الأصول.

(٢) يُمكن جمع العوائد المركبة المستمرة عبر الزمن، لنفترض على سبيل المثال أن المطلوب هو سلسلة العوائد الأسبوعية، وأنه تم حساب لوغاريتم العوائد اليومية لخمسة أيام، مُرقَّمة من ١ إلى ٥، وتمثّل عوائد أيام الاثنين إلى الجمعة، من الجائز بكل بساطة جمع العوائد اليومية الخمس للحصول على عائد لكامل الأسبوع:

عائد يوم الاثنين	$r_1 = \ln(p_1/p_0) = \ln p_1 - \ln p_0$
عائد يوم الثلاثاء	$r_2 = \ln(p_2/p_1) = \ln p_2 - \ln p_1$
عائد يوم الأربعاء	$r_3 = \ln(p_3/p_2) = \ln p_3 - \ln p_2$
عائد يوم الخميس	$r_4 = \ln(p_4/p_3) = \ln p_4 - \ln p_3$
عائد يوم الجمعة	$r_5 = \ln(p_5/p_4) = \ln p_5 - \ln p_4$
العائد خلال الأسوع	$\ln p_5 - \ln p_0 = \ln(p_5/p_0)$

تستخدم المؤلفات الأكاديمية الماليَّة عادة صيغة لوغاريتم العائد (والمعروف أيضًا بمناسيب لوغاريتم السعر بما أنها تمثّل نسبة سعر هذه الفترة إلى سعر الفترة السابقة)، يعرض الإطار رقم (١,٣) سببين رئيسين وراء ذلك الاستخدام.

غير أن هناك أيضًا عيبًا يشوب استخدام لوغاريتم العوائد، يُعتبر العائد البسيط على محفظة من الأصول، المتوسّط المرجّح (Weighted Average) (أو الموزون) للعوائد البسيطة على الأصول الفرديَّة:

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{it} \qquad (٣،١)$$

غير أن هذه المعادلة غير صالحة للاستخدام في حالة العوائد المركبة المستمرة، لذلك هذه العوائد لا يُمكن جمعها من خلال المحفظة، والسبب الرئيس وراء ذلك هو أن لوغاريتم المجموع لا يُساوي مجموع اللوغاريتمات، وذلك لأن عمليَّة أخذ اللوغاريتم تُعتبر تحويلًا غير خطِّيّ، لحساب عائد المحفظة في هذا السياق يجب أولًا تقدير قيمة المحفظة في كل فترة زمنية، ثم تحديد العوائد من القيم المجمَّعة للمحفظة، أو بدلًا من ذلك، إذا افترضنا أنه تم شراء الأصل في الزمن $t-K$ بالسعر p_{t-K} ومن ثم بيعه بعد K فترة بالسعر p_t، وبعد ذلك إذا قمنا بحساب العوائد البسيطة لكل فترة $R_t, R_{t+1}, \ldots, R_K$ فإن العائد الكلي لجميع الفترات K هو:

$$R_{Kt} = \frac{p_t - p_{t-K}}{p_{t-K}} = \frac{p_t}{p_{t-K}} - 1 = \left[\frac{p_t}{p_{t-1}} \times \frac{p_{t-1}}{p_{t-2}} \times \ldots \times \frac{p_{t-K+1}}{p_{t-K}}\right] - 1 = [(1+R_t)(1+R_{t-1})\ldots(1+R_{t-K+1})] - 1 \qquad (٤،١)$$

في الحالة القُصوى عند ارتفاع تكرارات مُعاينة البيانات، بحيث يتم قياس البيانات على فترات زمنيَّة أصغر شيئًا فشيئًا سوف تكون العوائد البسيطة والعوائد المركبة المستمرة مُتطابقة.

١ , ٤ , ١ السلاسل الحقيقيّة مُقابل السلاسل الاسميّة وتكميش السلاسل الاسميّة

(Real versus nominal series and deflating nominal series)

إذا أشار العنوان الرئيس لإحدى الصحف إلى أن 'أسعار المساكن سجّلت أسرع معدل للنمو عرفته على مدى أكثر من عقد، فمسكن عادي مُتكوّن من ٣ غرف نوم يُباع الآن بـــ ١٨٠,٠٠٠ £ في حين كان يُباع بـــ ١٢٠,٠٠٠ £ سنة ١٩٩٠'، فمن المهم أن تُدرك أنه من شبه المؤكد أن هذا الرقم بالقيمة *الاسميّة*، بعبارة أخرى، يُشير المقال إلى الأسعار الفعليّة للمساكن السائدة في تلك النقاط الزمنيّة، يميل المستوى العام للأسعار في مُعظم الاقتصاديات حول العالم إلى الارتفاع طوال الوقت تقريبًا، لذلك يتعيَّن علينا التأكد من أننا نُقارن بين الأسعار على أساس قابل للمقارنة، يُمكن أن نُفكّر أن جُزءًا من ارتفاع أسعار المساكن يُعْزَى إلى زيادة الطلب على المساكن، وجُزءًا يرجع ببساطة إلى ارتفاع جميع أسعار السلع والخدمات معًا، من المجدي إذًا أن نستطيع الفصل بين هذين التأثيرين والإجابة عن هذا السؤال: 'بكم ارتفعت أسعار المساكن بعد حذف تأثير التضخم العام؟'، أو بطريقة مُماثلة يُمكن أن نسأل:'كم تُساوي أسعار المساكن الآن لو قُمنا بقياس قيمتها على أساس سنة ١٩٩٠؟'، يمكننا القيام بذلك من خلال *امتصاص التضخم* من سلسلة أسعار المساكن الاسميّة لإنشاء سلسلة أسعار مساكن حقيقيّة، والتي تُسمَّى سلسلة *مُعدَّلة وفقًا للتضخم* أو سلسلة *بأسعار ثابتة*.

الجدول رقم (١ , ١) كيفيّة إنشاء سلسلة قيم حقيقيّة من خلال سلسلة قيم اسمية

السنة	أسعار المساكن الاسمية	مؤشر أسعار المستهلكين (عند مستويات ٢٠٠٤)	أسعار المساكن (عند مستويات ٢٠٠٤)	أسعار المساكن (عند مستويات ٢٠٠٣)
٢٠٠١	٨٣,٤٥٠	٩٧,٦	٨٥,٥٠٢	١٠٥,٦٨١
٢٠٠٢	٩٣,٢١٣	٩٨	٩٥,١٣٤	١١٧,٥٨٥
٢٠٠٣	١١٧,٩٠٥	٩٨,٧	١١٩,٤٥٨	١٤٧,٦٥٠
٢٠٠٤	١٣٤,٨٠٦	١٠٠	١٣٤,٨٠٦	١٦٦,٦٢٠
٢٠٠٥	١٥١,٧٥٧	١٠١,٣	١٤٩,٨١٠	١٨٥,١٦٥
٢٠٠٦	١٥٨,٤٧٨	١٠٢,١	١٥٥,٢١٨	١٩١,٨٥٠
٢٠٠٧	١٧٣,٢٢٥	١٠٦,٦	١٦٢,٥٠٠	٢٠٠,٨٥٠
٢٠٠٨	١٨٠,٤٧٣	١٠٩,٤	١٦٤,٩٦٦	١٦٥,٦٤٥
٢٠٠٩	١٥٠,٥٠١	١١٢,٣	١٣٤,٠١٧	١٧٣,١٤٧
٢٠١٠	١٦٣,٤٨١	١١٦,٧	١٤٠,٠٨٦	١٦٧,١٦٢
٢٠١١	١٦١,٢١١	١١٩,٢	١٣٥,٢٤٤	١٥٥,٤٧٢
٢٠١٢	١٦٢,٢٢٨	١٢١,١	١٣٣,٩٦٢	١٦٥,٥٧٧
٢٠١٣	١٦٢,٢٤٥	١٢٣,٦	١٣١,٢٦٦	١٦٢,٢٤٥

ملاحظات: جميع الأسعار بالجنيه الإسترليني؛ أخذت أسعار المساكن في شهر يناير من كل عام من ناشينوايد (Nationwide) (انظر: الملحق رقم ١ للاطلاع على هذا المصدر)، أرقام مؤشر أسعار المستهلكين للتوضيح فقط.

يُعتبر تكميش سلسلة ما أمرًا سهل المنال، فكل ما هو مطلوب (باستثناء السلسلة التي سيتم امتصاص التضخم منها) هو سلسلة *معامل انكماش الأسعار*، وهي سلسلة تقيس المستويات العامة للأسعار في الاقتصاد، نستخدم عادة سلاسل من قَبِيل مؤشر أسعار المستهلكين (Consumer Price Index (CPI))، مؤشر أسعار المنتج (Producer Price Index (PPI)) أو مكمش الأسعار الضمني للناتج المحلي الإجمالي (GDP Implicit Price Deflator)، هذا ويتعدَّى عرض المزيد من التفاصيل عن أنسب مؤشر عام للأسعار من حيث الاستخدام نطاقَ هذا الكتاب، ولكن يكفي القول إنه إذا كان اهتمام الباحث يتَّجه فقط نحو أخذ صورة عامة لا صورة دقيقة عن الأسعار الحقيقيَّة فإن اختيار مكمّش (Deflator) لن تكون له أهميَّة تُذكَر.

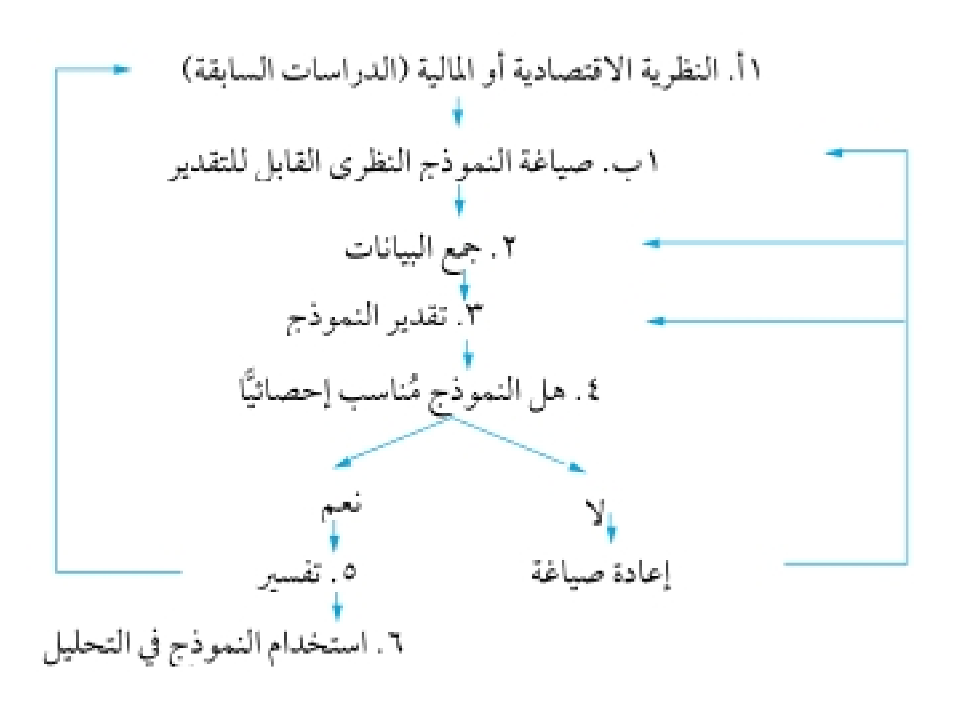
نتحصَّل على سلسلة الأسعار الحقيقيَّة من خلال أخذ السلسلة الاسمية وقسمتها على مؤشر انكماش الأسعار ثم ضربها في ١٠٠ (بافتراض أن المكمّش له قيمة أساس ١٠٠):

$$\text{السلسلة الحقيقية في الزمن } t = \frac{\text{السلسلة الاسمية في الزمن } t}{\text{المكمش في الزمن } t} \times ١٠٠ \qquad (١،٥)$$

من الجدير بالذكر أن الانكماش ليس سوى عمليَّة تخص السلاسل التي يتم قياس قيمها نقدًا، لذلك ليس من المنطقي امتصاص التضخُّم من سلسلة قائمة على الكمِّيَّات، كسلسلة أعداد الأسهم المتداولة مثلًا، أو من سلسلة نسب عاديَّة أو مئويَّة مثل معدل العائد على الأسهم.

مثال: تكميش أسعار المساكن

لنستخدم كمثال توضيحي سلسلة من متوسط أسعار المساكن في المملكة المتحدة تم قياسها سنويًّا بين ٢٠٠١ و ٢٠١٣، وهي سلسلة مأخوذة من قاعدة بيانات ناشينوايد (انظر: الملحق رقم ١ للمصدر كاملًا)، نجد هذه السلسلة في العمود ٢ من الجدول رقم (١،١).



الشكل رقم (١،١) الخطوات المتَّبعة لصياغة نموذج اقتصادي قياسي

هذا وتَرِد في العمود الثالث بعض الأرقام الخاصة بالمستوى العام للأسعار مُقاسًا بمؤشر أسعار المستهلكين، لنفترض أولًا أننا نرغب في تحويل الأرقام إلى أسعار (حقيقيَّة) ثابتة، باعتبار أن ٢٠٠٤ هي سنة 'الأساس' (أي أن قيمة مؤشر أسعار المستهلكين لهذه السنة تُساوي ١٠٠)، فإن أسهل طريقة للقيام بذلك تتمثَّل ببساطة في تقسيم كل سعر من أسعار المساكن عند الزمن t بمؤشر أسعار المستهلكين في الزمن t ثم ضربها في ١٠٠ كما في المعادلة رقم (١ ،٥)، وهذا من شأنه أن يعطي الأرقام الواردة في العمود ٤ من الجدول.

إذا أردنا تحويل أسعار المساكن إلى أرقام سنة معينة سوف نُطبِّق المعادلة رقم (١،٥)، لكن بدلًا من ١٠٠ سوف يكون لدينا قيمة مؤشر أسعار المستهلكين لتلك السنة، لنفترض أننا نرغب في صياغة الأسعار الاسمية للمساكن وفقًا لأسعار سنة ٢٠١٣ (وهي سنة تحظى بأهميَّة خاصَّة بما أنها المشاهدة الأخيرة في الجدول)، وبالتالي سوف تستند في الحساب على صيغة مُعدَّلة من المعادلة رقم (١،٥):

$$real\ series_t = \frac{nominal\ series_t}{CPI_t} CPI_{reference\ year} \quad (١،٦)$$

حيث يرمُز $CPI_{reference\ year}$ إلى مؤشر أسعار المستهلكين للسنة المرجعيَّة، فعلى سبيل المثال، للحصول على القيمة ١٠٥,٦٨١ المقابل للسنة ٢٠٠١ (أي أن t هو ٢٠٠١) وهي مُتوسط أسعار المساكن وفقًا لأسعار ٢٠١٣، يجب أن نأخذ القيمة الاسمية ٨٣,٤٥٠ وضربها في قيمة مؤشر أسعار المستهلكين للسنة المرجعيَّة (أي ١٢٣,٦) وقسمتها على قيمة مؤشر أسعار المستهلكين لسنة ٢٠٠١ (أي ٩٧,٦)، وبالتالي نتحصل على ١٠٥,٦٨١ = $\frac{٨٣,٤٥٠}{٩٧,٦}$ × ١٢٣,٦، إلخ.

٥ ,١الخطوات المتَّبعة في صياغة نموذج اقتصادي قياسي

(Steps involved in formulating an econometric model)

على الرغم من أن هناك بطبيعة الحال عدة طرق مُختلفة لبناء النماذج، إلَّا أنه يوجد نهج منطقي وسليم يتمثَّل في اتباع الخطوات الموضَّحة في الشكل رقم (١ ,١)، سوف نستعرض الآن ونشرح الخطوات المتبعة في عملية بناء النموذج، هذا وتَرِد تفاصيل إضافية عن كل خطوة من هذه الخطوات في الفصول اللاحقة من هذا الكتاب.

- الخطوة ١أ و١ب : بيان عام للمسألة المطروحة: تشمل هذه الخطوة عادة صياغة نموذج نظري أو فكرة من النظريَّة الماليَّة ترى وجوب ارتباط بين متغيِّرَيْن أو أكثر بطريقة معيَّنة، لا يُفترض أن يكون النموذج قادرًا على التقاط كل الظواهر الهامَّة للعالم الحقيقي بشكل كامل، وإنما ينبغي أن يُقدّم تقديرًا جيدًا بما يكفي ليكون نموذجا مُفيدًا للهدف قَيْد الدرس.
- الخطوة ٢: جمع البيانات ذات العلاقة بالنموذج: يُمكن أن تكون البيانات المطلوبة مُتاحة إلكترونيًّا عن طريق أحد مُقدِّمي المعلومات الماليَّة مثل رويترز (Reuters)، أو من خلال الإحصاءات الحكومية المنشورة، في المقابل يُمكن أن لا تُتاح البيانات المطلوبة سوى عن طريق استقصاء بعد توزيع مجموعة من الاستبيانات، أي بيانات أوَّلية.
- الخطوة ٣: اختيار طريقة تقدير مُناسبة للنموذج المقترح في الخطوة ١. على سبيل المثال، هل سيتم استخدام طريقة المعادلة الواحدة أم طريقة المعادلات المتعدِّدة؟

- الخطوة ٤: تقييم إحصائي للنموذج: ما هي الافتراضات المطلوبة لتقدير معلمات النموذج على النحو الأمثل؟ هل البيانات أو النموذج استوفت تلك الافتراضات؟ أو كذلك هل النموذج يصف البيانات بشكل مُناسب؟ إذا كانت الإجابة 'نعم' عندها ننتقل إلى الخطوة ٥، أمّا إذا كانت الإجابة 'لا'، فإننا نعود إلى الخطوات من ١ إلى ٣، ونقوم إمّا بإعادة صياغة النموذج أو بجمع المزيد من البيانات، أو اختيار تقنية تقدير مختلفة ذات متطلبات أقل صرامة.
- الخطوة ٥: تقييم النموذج من منظور نظري: هل أحجام وعلامات قيم المعلمات المقدَّرة تتماشى مع ما أشارت إليه النظريَّة أو الفكرة المذكورة في الخطوة ١؟ إذا كانت الإجابة 'نعم' عندها ننتقل إلى الخطوة ٦، أمّا إذا كانت الإجابة 'لا' فإننا نرجع مُجدَّدًا إلى الخطوات من ١ إلى ٣.
- الخطوة ٦: استخدام النموذج: عندما يكون الباحث راضيًا أخيرًا عن النموذج يمكنه عندئذ استخدامه لاختبار النظرية المشار إليها في الخطوة ١، أو لصياغة تنبؤات أو سبل عمل مُقترحة، يُمكن أن تخص هذه الأخيرة الفرد (على سبيل المثال، إذا ارتفع التضخم والناتج المحلي الإجمالي فإنه يتم شراء أسهم القطاع X)، أو أنها تكون بمثابة مُدخل لسياسات الحكومة (على سبيل المثال، تُسبِّب عمليات التداول المبرمجة تقلُّبًا مُفرطًا، وبالتالي يجب حظرها).

من المهم الإشارة إلى أن عملية بناء نموذج تجريبي قوي هي عملية تكراريَّة، وهي بالتأكيد ليست علمًا دقيقًا، هذا ويكون النموذج المفضَّل النهائي في أغلب الأحيان مُختلفًا جدًّا عن النموذج المقترح في بداية الأمر، وليس من الضروري أن يكون وحيدًا من نوعه، بمعنى أنه يُمكن لباحث آخر له نفس البيانات ونفس النظريَّة الأوَّلية أن يصل إلى توصيف نهائي مُختلف.

٦ , ١ بعض النقاط التي يجب مراعاتها عند قراءة مقالات في مجال الماليَّة التجريبي

(Points to consider when reading articles in empirical finance)

كما ذُكر سابقًا تتمثَّل إحدى الخصائص المميِّزة لهذا الكتاب مُقارنة بالكتب الأخرى في نفس المجال في استخدامه لأبحاث أكاديمية منشورة كأمثلة على استخدام التقنيات المختلفة، وقد اختيرت أوراق البحث التي تمت دراستها للعديد من الأسباب، قبل كل شيء تمثِّل هذه الأوراق (بحسب رأي الكاتب) تطبيقًا واضحًا ودقيقًا في مجال الماليَّة للتقنيات التي يُغطِّيها هذا الكتاب، يتعيَّن كذلك أن تكون هذه الأوراق منشورة في مجلة مُحكَّمة بمراجعة النظراء، وبالتالي فهي مُتاحة على نطاق واسع.

عندما كنت طالبًا كنت أعتقد أن البحث هو علم بحت، الآن وبعد أن اكتسبت خبرة عمليَّة عن الأبحاث التي قام بها الأكاديميون والمارسون أصبحت أُدرِك أن الأمر ليس كذلك، فهؤلاء الأكاديميون والمارسون يميلون إلى المبالغة في قوة نتائجهم وفي أهمية استنتاجاتهم، كما أن لديهم ميلًا إلى عدم الاكتراث باختبارات مدى مُلاءمة نماذجهم، وإلى التغاضي أو حذف أيَّة نتائج لا تتماشى مع المسألة التي يرغبون في إجرائها، لذلك من المهم عند دراسة أوراق بحث من الأدبيات الماليَّة الأكاديمية إلقاء نظرة جد ناقدة على البحث، كما لو أنك مُحكِّم طُلب منه التعليق على مدى مُلاءمة الدراسة لمجلة علمية، هذا وتَرِد في المربع رقم (٤،١) الأسئلة التي يجدر طرحها عند قراءة ورقة بحث، ضع هذه الأسئلة في البال عند قراءة مُلخصاتي للمقالات المستخدمة كأمثلة في هذا الكتاب، وإن كان مُمكنًا ابحث عن تلك المقالات واقرأها بالكامل لنفسك.

الإطار رقم (١ ,٤) النقاط التي يجب مراعاتها عند قراءة ورقة بحث منشورة

(١) هل تتضمَّن ورقة البحث تطوير نموذج نظري، أم أنها مجرد تقنية تبحث عن تطبيق، مما يجعل الدافع وراء المسألة برمَّتها دافعًا ضعيفًا؟

(٢) هل البيانات ذات 'نوعية جيِّدة'؟ هل هي من مصدر موثوق؟ هل حجم العيِّنة كبير بما فيه الكفاية لتقدير النموذج المطروح؟

(٣) هل تم تطبيق التقنيات بشكل صحيح؟ هل أُجرِيَت اختبارات عن الانتهاكات المحتملة لأيٍّ من الافتراضات الواردة في تقدير النموذج؟

(٤) هل تم تفسير النتائج بعقلانيَّة؟ هل قوة النتائج مُبالَغ فيها؟ هل النتائج التي تم التوصُّل إليها على أرض الواقع تعكس الأسئلة التي طرحها المؤلف (ين)؟ هل يمكن تكرار النتائج من قِبَل باحثين آخرين؟

(٥) هل تُعتبر الاستنتاجات المستخلصة مُناسبة بالنظر إلى النتائج، أو هل أهمية نتائج ورقة البحث مُبالَغ فيها؟

١ ,٧ ملاحظة عن الإحصاءات البايزيَّة مقابل الإحصاءات الكلاسيكية

(A note on Bayesian versus classical statistics)

كما هو الحال في مُعظم الكتب الأخرى تُمثِّل 'الإحصاءات الكلاسيكية' النهج الفلسفي المعتمد في بناء النماذج طوال هذا الكتاب، يَفترض الباحث في إطار النهج الكلاسيكي نظرية، ويُقدِّر نموذجًا لاختبار تلك النظرية، هذا ويتم إجراء اختبارات للنظرية باستخدام النموذج المقدَّر ضمن الإطار 'الكلاسيكي' لاختبار الفرضيات الذي تم تطويره في الفصل ٢ إلى الفصل٤، واستنادًا إلى النتائج التجريبية، إمَّا أن *تُؤيِّد* البيانات النظرية أو أنها *تدحضها*.

غير أن هناك نهجًا مُختلفًا تمامًا لبناء النماذج، وللتقدير والاستدلال، يُعرَف باسم الإحصاءات البايزيَّة (Bayesian Statistics)، في إطار النهج البايزي تعمل النظرية والنموذج التجريبي معًا بشكل أوثق، يبدأ الباحث بتقييم المعارف أو الافتراضات السائدة، وصياغتها في مجموعة من الاحتمالات، بعدها يتم دمج المدخلات السابقة مع البيانات المشاهدة من خلال دالة الإمكان (Likelihood Function)، ثم يتم تحديث الافتراضات والاحتمالات تبعًا لتقدير النموذج، مما يؤدي إلى مجموعة من *الاحتمالات البَعديَّة*، وبالتالي تحدَّث الاحتمالات تباعًا كلَّما توفَّر المزيد من البيانات، وعلى أبسط المستويات تُعرف الآليَّة الرئيسة لدمج المدخلات الأوليَّة مع دالة الإمكان بنظرية بايز (Bayes theorem).

وجد النهج البايزي للتقدير والاستدلال عددًا من التطبيقات الهامة والحديثة في الاقتصاد القياسي المالي، ولا سيما في إطار نمذجة التقلُّب (Volatility) (انظر: باوينز ولوبرانو (١٩٩٨) (Bauwens and Lubrano (1998)) أو فرونتوس وآخرون (٢٠٠٠)

(Vrontos et *al*. (2000)) والمراجع الواردة في هذه الأبحاث للاطلاع على بعض الأمثلة)، توزيع الأصول (انظر: على سبيل المثال هاندا وتيواري (٢٠٠٦) (Handa and Tiwari (2006)) وتقييم أداء المحافظ الاستثمارِيَّة (باكس وآخرون (٢٠٠١) (Baks *et al*. (2001))).

يُعتبر الإعداد البايزي جذابًا بشكل بديهي رغم ما ينتج عنه من رياضيات معقدة نوعًا ما، هذا ويُبْدِي العديد من الإحصائيين الكلاسيكيين عدم رضاهم عن المفهوم البايزي للاحتمالات القَبليَّة (المسُبقة) التي يتم تحديدها جُزئيًّا وفقًا لأحكام الباحث، وبالتالي إذا وضع الباحث احتمالات قَبليَّة صارمة جدًّا فإن هناك حاجة إلى قدر هائل من الأدلَّة لدحض فكرة ما، يتعارض ذلك مع الحالة الكلاسيكيَّة، حيث يُسمح عادة للبيانات وبحرِّية إمَّا تأييد النظرية أو دحضها بِغَضِّ النظر عن أحكام الباحث.

١,٨ مدخل إلى إفيوز
(An introduction to EViews)

يُعتبر عدد حزم البرامج المتاحة لنمذجة الاقتصاد القياسي كبيرًا، ومع مرور الزمن شهدت هذه الحزم تحسُّنًا من حيث اتساع التقنيات التي تُوفِّرها، وتقاربت كذلك من حيث ما هو متاح في كل حزمة، يمكن تصنيف البرامج بشكل مُفيد حسب ما إذا كانت هذه البرامج تفاعلية بالكامل (أي برامج مُوجَّهة بخيارات)، أو برامج مُوجَّهة بتعليمات (حيث يجب أن يكتب المستخدم برامج صغيرة)، أو مزيج من هذين الصنفين، الحزم الموجَّهة بخيارات، والتي تعتمد غالبًا على واجهة مُستخدم رسومية لميكروسوفت ويندوز، هي بالتأكيد الأسهل استخدامًا في الغالب بالنسبة للمستخدمين المبتدئين، وذلك لأنها تتطلَّب دراية بسيطة بتركيبة الحزمة، كما يُمكن عُمومًا تعديل القوائم فيها بكل بساطة، إفيوز هو عبارة عن حزمة برامج تنتمي إلى هذه الفئة.

من جهة أخرى غالبًا ما يشكو البعض من هذه الحزم نقص في المرونة، وذلك لأن قوائم الخيارات المتاحة تم تحديدها من قِبَل المطوِّرين، وبالتالي إذا أراد أحدنا بناء شيء أكثر تعقيدًا أو شيء مختلف تمامًا فإنه يضطر إلى النظر في حزم بديلة، ومع ذلك يمتلك إيفيوز لغة برمجة تستند إلى أوامر، بالإضافة إلى واجهة نقر وتأشير لكي تُتيح المرونة علاوة عن سهولة الاستخدام، هذا ونجد ثلاث مجلات شارك فيها هذا المؤلف، تتعلَّق بالفصل ٩ من هذا النص على وجه الخصوص، وهي بروكس (١٩٩٧) وبروكس وبورك وبرساند (٢٠٠١ و٢٠٠٣) (Brooks, Burke and Persand (2001,) 2003)، وعلى غرار الطبعات السابقة لهذا الكتاب سوف تُقدَّم عيِّنة من التعليمات والمخرجات عن الحزمة البرمجيَّة إفيوز، يُستخدم هذا البرنامج لأنه سهل الاستخدام، ولكونه برنامجًا مُقادًا بقوائم، وهو كافٍ لتقدير مُعظم النماذج المطلوبة لهذا الكتاب، يُعطي القسم التالي مُقدِّمة عن هذا البرنامج ويعرض خصائصه الرئيسة، وكيفية تنفيذ المهام الأساسية.

١,٨,١ إنجاز مهام بسيطة باستخدام إفيوز
(Accomplishing simple tasks using EViews)

إفيوز هو عبارة عن حزمة تفاعلية من برامج الاقتصاد القياسي سهلة الاستخدام، وتوفر الأدوات الأكثر استخدامًا في الاقتصاد القياسي العملي، يرتكز بناء إفيوز حول مفهوم الكائنات، لكل كائن نافذته الخاصَّة، قائمته الخاصَّة، إجراءه الخاص، وعرضه الخاص للبيانات، باستخدام القوائم يسهل الانتقال بين عرض جداول البيانات (Spreadsheet)، الرسوم البيانيَّة الخطِّيَّة والشريطيَّة، نتائج الانحدار، إلخ، ومن أهم خصائص إفيوز التي تجعل منه برنامجًا مُفيدًا لبناء النماذج وفرة اختبارات التشخيص (سوء التوصيف)

التي يتم حسابها تلقائيًّا، مما يجعل من الممكن اختبار ما إذا كان النموذج سليمًا أم لا من الناحية الاقتصاديَّة القياسيَّة، سوف تجد ضالَّتك في إفيوز من خلال استخدامك لمزيج من النوافذ، والأزرار، والقوائم، والقوائد الفرعيَّة، هذا وتتمثَّل الطريقة الجيِّدة للإلمام بإفيوز في الاطلاع على قوائمه الرئيسة من خلال الأمثلة الواردة في هذا الفصل والفصول اللاحقة.

يفترض هذا القسم أن القراء حصلوا على نسخة مُرخَّصة من إيفيوز ٨ (أحدث إصدار متوفِّر عند تأليف هذا الكتاب)، وحمَّلوها بنجاح على جهاز الحاسب، وفيما يلي وصف لحزمة برامج إفيوز إلى جانب تعليمات تُستخدم لإنجاز مهام عاديَّة والحصول على مخرجات العيِّنة، هذا وتظهر كل التعليمات التي يجب إدخالها، أو الأيقونات التي يجب النقر عليها **مكتوبة بالخط العريض** طوال هذا الكتاب، أمَّا الهدف من وراء الاستعراض الوارد في هذا الفصل والفصول اللاحقة فلا يتمثَّل في إظهار كامل وظائف الحزمة، وإنما لتمكين القراء من البدء بالتعامل مع هذه الحزمة سريعًا، وشرح كيفيَّة تطبيق التقنيات وتفسير النتائج، ولمزيد من التفاصيل يجب على القراء الاطلاع في المقام الأول على أدلة البرنامج، وهي الآن مُتاحة إلكترونيًّا مع البرنامج، وكذلك مُتاحة في نسخة ورقيَّة[٢]، كما نُشير إلى أن إفيوز ليس حساسًا لحالة الأحرف، وبالتالي لا يهم إذا كانت الأوامر مُدخلة بأحرف صغيرة أم بأحرف كبيرة.

فتح البرنامج

(Opening the software)

لتحميل إفيوز من ويندوز انقر فوق الزر **ابدأ**، ثم **كافة البرامج**، **EViews8** وأخيرًا **EViews8** مرة أخرى.

قراءة البيانات

(Reading in data)

يدعم إفيوز على حد سواء القراءة أو الكتابة في أنواع مختلفة من الملفات، بما في ذلك ملفات أسكي (نصوص) (ASCII)، ملفات مايكروسفت إكسل '.XLS' و '.XLSX' (القراءة من أي ورقة محفوظة في المصنف إكسل)، ملفات لوتس (Lotus) '.WKS1' و '.WKS3'. من السهل عادة العمل مُباشرة على ملفات إكسل كما هو الحال هنا طوال هذا الكتاب.

إنشاء ملف عمل واستيراد البيانات

(Creating a workfile and importing data)

تتمثَّل الخطوة الأولى عند فتح برنامج إفيوز في إنشاء ملف العمل الذي سوف يحتوي البيانات، للقيام بذلك حدِّد **New** (جديد) من القائمة **File** (ملف)، اختر بعد ذلك **Workfile**، سوف تظهر النافذة 'Workfile Create' (خلق ملف عمل) كما في لقطة الشاشة (Screenshot) رقم (١ , ١).

---

(٢) هناك نسخة من إفيوز ٧ مُوجَّهة للطلاب، وهي مُتاحة بتكلفة أقل بكثير من النسخة الكاملة، لكنَّها تتضمَّن قيودًا على عدد المشاهدات وعلى الأشياء التي يُمكن إدراجها في كل ملف عمل محفوظ.

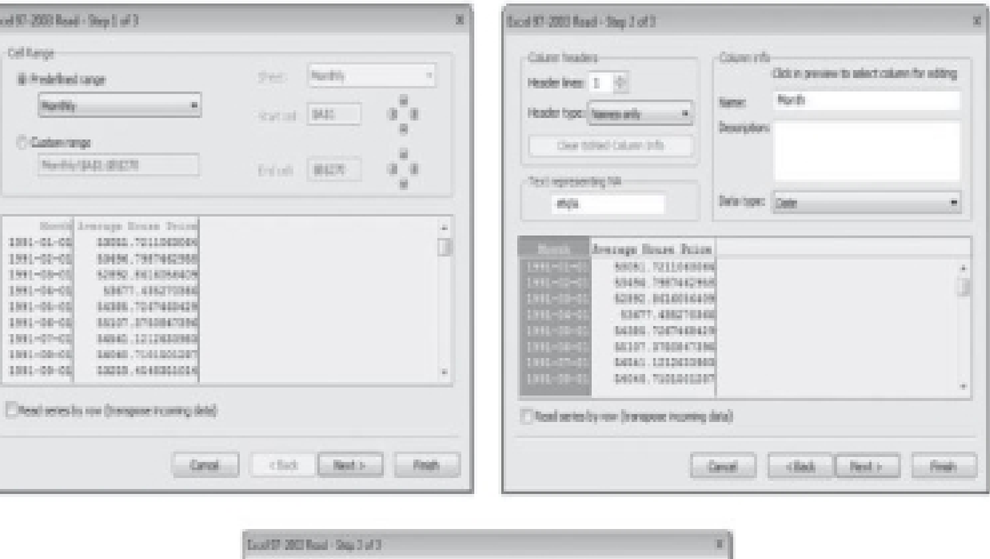
سوف نستخدم كمثال سلسلة زمنية لبيانات متوسط أسعار المساكن في المملكة المتحدة، تم الحصول على هذه السلسلة من قاعدة بيانات ناشينوايد، وهي سلسلة تضم ٢٦٩ مُشاهدة شهرية من يناير ١٩٩١ إلى مايو ٢٠١٣[٣]، ينبغي تحديد تكرار البيانات (Frequency of the data) (**شهري**)، وإدخال تاريخ البدء (**1991:1**) وتاريخ الانتهاء (**2013:05**)، انقر فوق **OK** (موافق)، وسوف يتم إنشاء ملف عمل دون اسم.

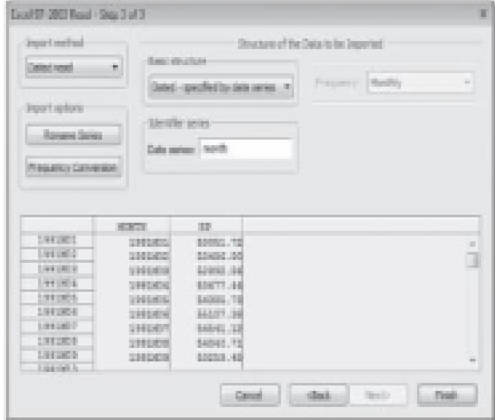
لقطة الشاشة رقم (١ , ١) **إنشاء ملف عمل.**

في الخانة 'Workfile structure type' نحتفظ بالخيار الافتراضي **Dated – regular frequency**. ثم في الخانة 'Date specification' (تحديد التاريخ) اخترْ **Monthly** (شهري). لاحظ أن صيغة إدخال التاريخ للبيانات الشهرية والربع سنوية هي على التوالي YYYY:M و YYYY:Q. بالنسبة للبيانات اليومية يجب عادة استخدام صيغة تاريخ الولايات المتحدة، وذلك بناءً على طريقة إعداد إفيوز: MM/DD/YYYY (على سبيل المثال، يُوافق ٠٣/ ٠١/ ١٩٩٩ الأول من مارس ١٩٩٩ وليس الثالث من يناير)، لذلك يجب توخّي الحذر هنا للتأكد من أن صيغة التاريخ المستخدمة هي الصيغة الصحيحة، اكتب على التوالي تواريخ البدء والانتهاء للعيّنة في المربعات كما يلي: **1991:01** و **2007:05**، انقر بعد ذلك فوق **OK**، تم إلى حدِّ الآن إنشاء ملف العمل، لاحظ أنه ظهر زوجان من التواريخ 'Range' و 'Sample': الأول هو نطاق التواريخ الواردة في ملف العمل، والثاني تاريخ عيّنة ملف العمل الحالي (في هذه الحالة نفس التاريخ المشار إليه أعلاه)، كما يظهر كذلك كائنان هما: C (وهو متّجه يضم معلمات أيٍّ من النماذج المقدَّرة) و RESID (سلسلة البواقي وهي سلسلة فارغة حاليًا)، انظر: الفصل ٣ لمناقشة هذه المفاهيم، هذا وسوف تحتوي جميع ملفات عمل إفيوز على هذين الكائنين اللذين يتم إنشاؤهما تلقائيًا.

---

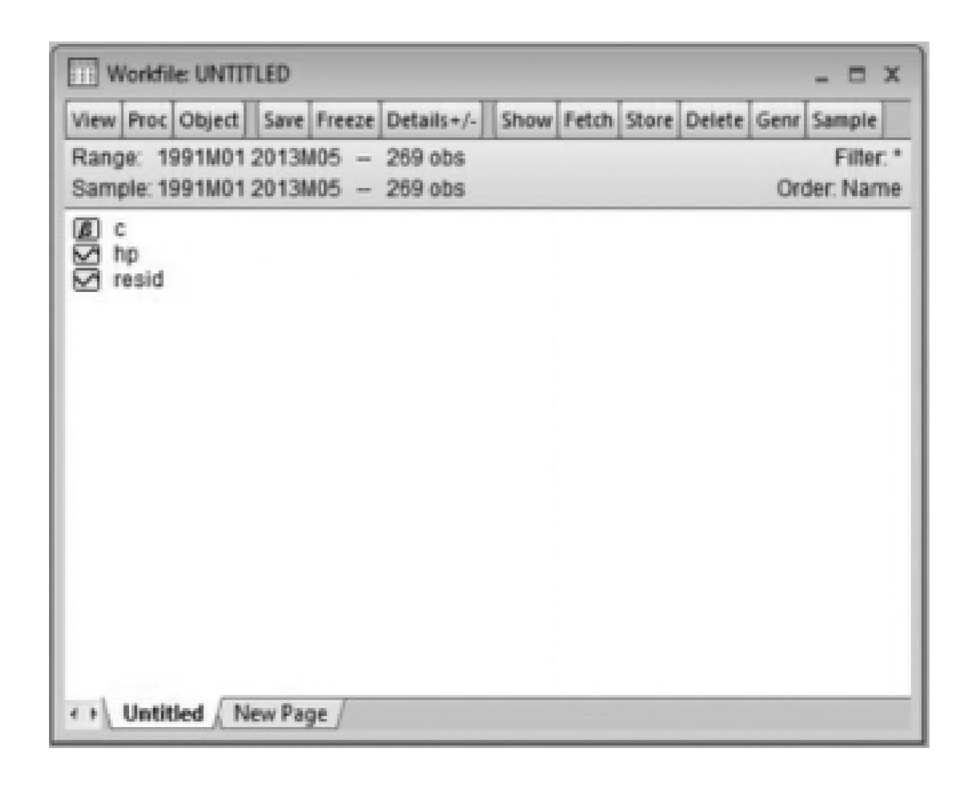
(٣) سوف يَرِد في الملحق رقم ١ وعلى موقع الويب المصاحب لهذا الكتاب وصف كامل لمصادر البيانات المستخدمة.





لقطة الشاشة رقم (١,٢) استيراد بيانات إكسل إلى ملف العمل – الشاشات من ١ إلى ٣.

الآن وقد تم إعداد ملف العمل يمكننا استيراد البيانات من ملف الإكسل UKHP.XLS، لذا من القائمة File حدِّد **Import** (استيراد) ثم **Import from File** (استيراد من ملف)، سوف يُطلب منك بعد ذلك تحديد المجلد واسم الملف، وبمجرد إيجاد المجلد أين تم تخزين الملف قُم بإدخال **UKHP.XLS** في المربع 'file name' (اسم الملف) وانقر فوق **Open** (فتح)، سوف تُصادف بعد ذلك سلسلة من ثلاث شاشات، حيث إنه من الممكن تعديل طريقة استيراد البيانات، ليس من الضروري في مُعظم الأحيان تغيير أيٍّ من الخيارات الافتراضية؛ لأن إفيوز يقوم بنظرة خاطفة داخل ملف البيانات لتحديد هيكل البيانات، تحديد ما إذا كان هناك صف رأس يحتوي على أسماء السلاسل، إلخ، هذا وتعرض اللوحات ١ إلى ٣ من لقطة الشاشة رقم (١,٢) هذه الشاشات الثلاث، في الشاشة الثالثة انقر فوق **Rename Series** (إعادة تسمية السلسلة)، وفي المربع الذي سوف يظهر، اكتب **AVERAGE-HOUSE-PRICE HP** وهذا سوف يُغيِّر اسم السلسلة إلى 'HP'، ممَّا يُسهِّل قليلًا التعامل مع هذه السلسلة!



لقطة الشاشة رقم (٣ , ١) ملف العمل المتضمن للبيانات التي تم تحميلها.

انقر فوق **Finish** (إنهاء)، وسوف يتم استيراد السلسلة، سوف تظهر السلسلة كأيقونة جديدة في نافذة ملف العمل كما في لقطة الشاشة رقم (٣ , ١)، لاحظ أن إفيوز وعلى نحو معقول لم يقم باستيراد عمود التواريخ على أنه متغيّر إضافي.

التحقق من البيانات

(Verifying the data)

انقر مرتين فوق الأيقونة الجديدة hp التي ظهرت، وهذا سوف يفتح نافذة للوحة جدولية داخل إفيوز تتضمّن القيم الشهرية لأسعار المساكن، تأكّد من أن ملف البيانات تم استيراده بشكل صحيح، وذلك بمراجعة بعض المشاهدات بطريقة عشوائيّة.

تتمثّل الخطوة التالية في حفظ ملف العمل: انقر فوق الزر **Save As** (حفظ) من القائمة **File** واختر **Save Active Workfile** (حفظ ملف العمل النشط)، وانقر فوق **OK**، سوف يُفتح مربع حوار للحفظ، يُطلَب منك إدخال اسم لملف العمل ومكان الحفظ، يجب إدخال XX (حيث يُمثّل XX الاسم الذي اخترته للملف)، ثم انقر فوق **OK**. سوف يقوم إفيوز بحفظ ملف العمل في المجلد المحدد باسم XX.wf1. هذا وقُمت بتسمية ملفي ukhp.wf1، سوف يتم مُطالبتك كذلك بتحديد ما إذا كان يجب حفظ البيانات الموجودة في الملف 'بدقة أحادية' أو 'بدقة مضاعفة'، ولأسباب لا تخفى عن أحد تُعتبر الدقة المضاعفة الأفضل ما لم يكن الملف كبيرًا جدًّا نتيجة لكميّة المتغيّرات والمشاهدات التي يحتويها (تتطلّب الدقّة الأحاديّة مساحة أقل)، إذًا انقر ببساطة فوق **OK**، هذا ويُمكن لاحقًا فتح ملف العمل المحفوظ من خلال تحديد ... File/Open/EViewsWorkfile من شريط القوائم.

التحويلات

(Transformations)

يمكن في إفيوز إنشاء المتغيّرات موضع اهتمامنا من خلال تحديد الزر *Genr* من شريط أدوات ملف العمل وكتابة الصيغ المناسبة، لنفترض على سبيل المثال أن لدينا سلسلة زمنيّة تسمّى Z، يُمكن تعديل هذه الأخيرة بالطرق التالية بهدف إنشاء المتغيّرات A، B، C، إلخ، سوف تُناقش المعلومات الأساسيّة الرياضيّة والتفسيرات البسيطة لهذه التحويلات بالتفصيل في الفصل التالي، بما في ذلك القوى (Powers)، اللوغاريتمات والأسس (Exponents)، نذكر الآن بعض التحويلات الشائعة:

القسمة	$A = Z/2$
الضرب	$B = Z * 2$
التربيع	$C = Z\hat{}2$
أخذ اللوغاريتم	$D = LOG(Z)$
أخذ الأس	$E = EXP(Z)$
إبطاء البيانات	$F = Z(-1)$
إنشاء لوغاريتم العوائد	$G = LOG(Z/Z(-1))$

هناك دوال أخرى يُمكن استخدامها في الصيغ مثل *abs*، *sin*، *cos*، إلخ، هذا ونُشير إلى أنه ليس هناك حاجة إلى تعليمات خاصة لهذه التحويلات، يكفي أن نكتب: 'المتغيّر الجديد = دالة في المتغيّر (ات) القديم (ة) '. سوف تظهر المتغيّرات في نفس نافذة ملف العمل مثلها مثل المتغيّرات الأصليّة (أي المستوردة).

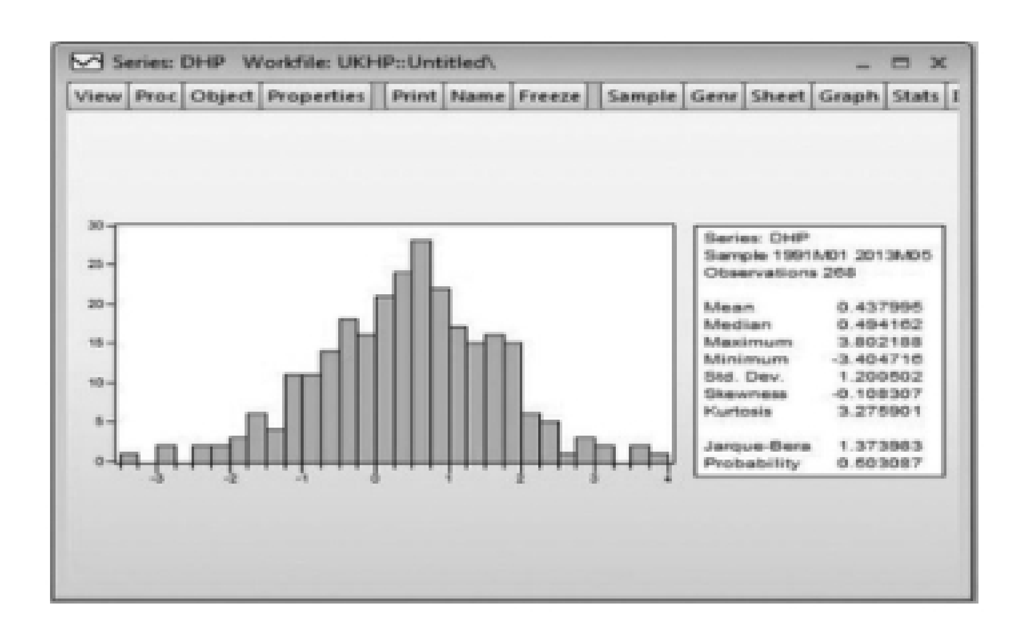
من المهم في حالتنا هذه حساب نسب التغيُّر المئويّة البسيطة في السلسلة، انقر فوق **Genr** ثم اكتب **DHP=100*(HP-HP(-1))/HP(-1)**. من الجدير بالملاحظة أن هذه السلسلة الجديدة، أي DHP، سوف تكون سلسلة نسب تغيُّر مئويّة شهريّة، ولن تكون سلسلة سنويّة.

حساب إحصاءات موجزة

(Computing summary statistics)

يُمكن الحصول على إحصاءات وصفية موجزة للسلسلة، وذلك بتحديد **Quick/Series Statistics/Histogram and Stats** وكتابة (**HDP**) في اسم المتغيّر، سوف تظهر في النافذة الصورة المعروضة في لقطة الشاشة رقم (٤،١).

وكما هو واضح يُشير المدرج التكراري إلى أن السلسلة لها ذيل عُلوي أطول قليلًا من ذيلها السُّفلي (تُشير إلى مقياس المحور السيني (X-axis))، وأنها تتركز بعد الصفر بقليل، كما يتم عرض جميع الإحصاءات الموجزة بما في ذلك المتوسّط، القيم الصغرى والعظمى، الانحراف المعياري، العزوم من الرتبة الأعلى، وكذلك اختبار مدى اعتدال توزيع السلسلة، سوف تُفسَّر هذه الإحصاءات في الفصول اللاحقة، كما يُمكن الحصول على إحصاءات وتحويلات مُفيدة أخرى بتحديد الأمر Quick/Series Statistics والتي سوف نتناولها أيضًا لاحقًا في هذا الكتاب.



لقطة الشاشة رقم (١, ٤) **إحصاءات موجزة لسلسلة.**

الرسوم البيانية (Plots)

يدعم إفيوز مجموعة واسعة من أنواع الرسوم البيانية بما في ذلك الرسوم البيانية الخطِّية، الرسوم البيانية الشريطيَّة، الدوائر المجزأة، رسوم بيانية خطية-شريطية مُختلطة، رسم النهايات الصغرى والكبرى، ورسم شكل الانتشار، هذا وتسمح مجموعة متنوعة من الخيارات للمستخدم بتحديد أنواع الخط واللون، وخصائص الحدود والعناوين، والتظليل، وتغيير قياس البيانات، بما في ذلك المقياس اللوغاريتمي والرسوم البيانية بمقياسين، كما تُدرج مفاتيح الرموز تلقائيًّا مع الرسوم البيانية (على الرغم أنه يُمكن حذفها إذا رغبنا في ذلك)، كما يُمكن إدراج الرسوم البيانية في تطبيقات أخرى من تطبيقات ويندوز باستخدام النسخ واللصق، أو عن طريق تصديرها بصيغة ويندوز ميتافايل (Windows metafiles).

من القائمة الرئيسة حدِّد **Quick/Graph** ثم اكتب اسم السلسلة التي ترغب في رسمها (اكتب **HP** لرسم مستوى أسعار المساكن)، ثم انقر فوق **OK**، سوف تظهر لك النافذة 'Graph Options' (خيارات الرسم البياني) أين تختار نوع الرسم البياني الذي تريده (خطِّي، شريطي، شكل الانتشار، دائري مجزَّأ، إلخ)، وكذلك التحكم في تنسيق ونمط الرسم البياني (هل ترغب على سبيل المثال في مفتاح الرموز، عناوين المحاور، إلخ). سوف يؤدي اختيار line and symbol graph (رسم بياني شريطي مع الرموز) إلى إنتاج لقطة الشاشة رقم (١, ٥).

من المفيد دائمًا رسم السلسلة محل العمل بيانيًّا لتكوين فكرة عن السمات المميَّزة للبيانات، من الواضح في حالتنا هذه أن أسعار المساكن ارتفعت بسُرعة لتصل إلى ذروتها في أكتوبر ٢٠٠٧ قبل أن تنخفض بشكل حاد حتى أوائل عام ٢٠٠٩، وبعدها شهدت الأسعار انتعاشًا جُزئيًّا، ومن الممكن بكل سهولة تحديد أيَّة قيمة من على الرسم البياني وتوقيتها، وذلك بتمرير الفأرة فوقها، هذا ويؤدي النقر المزدوج على الرسم البياني إلى الرجوع إلى قائمة خيارات الرسم البياني.



لقطة الشاشة رقم (١,٥) رسم بياني خطي.

كتمرين، حاوِلْ **أن ترسم بيانيًّا السلسلة DHP**؛ سوف ترى أن تقلُّب سلسلة نسب التغيُّر المئويَّة يجعل تفسير هذه الرسوم البيانيَّة عمليَّة صعبة، بالرغم من أن هذه الرسوم البيانيَّة تُمثِّل عادة شكل البيانات التي نشتغل عليها في الاقتصاد القياسي.

نتائج الطباعة

(Printing results)

يمكن في أي وقت طباعة النتائج من خلال تحديد الزر *Print* (طباعة) من شريط أدوات نافذة الكائن، سوف تتم طباعة محتويات النافذة المفتوحة بأكملها، كما يمكن نسخ الرسوم البيانية في الحافظة إذا رغبنا في ذلك من خلال النقر بزر الفأرة الأيمن فوق الرسم البياني واختيار *نسخ إلى الحافظة*.

حفظ نتائج البيانات وملف العمل

(Saving data results and workfile)

يُمكن تصدير البيانات التي تم إنشاؤها في إفيوز إلى تطبيقات أخرى من تطبيقات ويندوز مثل مايكروسفت إكسل، لذلك من القائمة الرئيسة حدِّد *File/Export/Write Text-Lotus-Excel*. سوف يُطلَب منك بعد ذلك تقديم اسم للملف الذي تم تصديره وتحديد المجلَّد المنـاسب، كما ستطلب منك النافذة التالية تحديد كل السلاسل التي تريد تصديرها، إضافة إلى تحديد فترة العيِّنة.

بافتراض أنه تم حفظ ملف العمل بعد عمليَّة استيراد مجموعة البيانات (على النحو المذكور أعلاه)، يُمكن حفظ الأعمال الإضافيَّة بكل بساطة، وذلك بتحديد *Save* من القائمة *File*، سوف يتم حفظ ملف العمل بما في ذلك جميع الكائنات التي بداخله؛ كالبيانات، الرسوم البيانية، المعادلات، وما إلى ذلك *طالما أُسند لها عنوان*، عند الخروج من البرنامج سوف تُفقد كل الكائنات غير المُعنونة.

أدوات الاقتصاد القياسي المتاحة في إفيوز

(Econometric tools available in EViews)

يصف الإطار رقم (٥ , ١) الوظائف المتوفرة في إفيوز، تبعًا لتنسيق أدلَّة المستخدم للإصدار ٨، مع الإشارة إلى المواد التي تمت مُناقشتها في هذا الكتاب بالخط المائل.

الإطار رقم (٥ , ١) الخصائص المميَّزة لإفيوز

ينقسم دليل المستخدم لبرنامج إفيوز إلى مجلدين، يحتوي المجلد الأول على أربعة أجزاء كما هو موضح أدناه، في حين يضم المجلد الثاني ستة أجزاء.

الجزء الأول (مقدمة)

- تحتوي الفصول من ١ إلى ٤ على مواد تمهيدية تصف أساسيات ويندوز وإفيوز، كيفية إنشاء ملفات العمل وكيفية التعامل مع الكائنات.
- يوثِّق الفصلان ٥ و٦ أساسيات العمل على البيانات، كما يُناقش الفصلان كيفية استيراد البيانات إلى إفيوز، استخدام إفيوز لمعالجة البيانات وإدارتها، وكذلك تصدير البيانات من إفيوز إلى ألواح جدولية، ملفات نصية وتطبيقات أخرى من تطبيقات ويندوز.
- تشرح الفصول من ٧ إلى ١٠ قاعدة بيانات إفيوز وغيرها من البيانات المتطورة وخصائص معالجة ملفات العمل.

الجزء الثاني (تحليل البيانات الأساسية)

- يشرح الفصل ١١ كائن السلسلة، تُعتبر السلاسل الوحدة الأساسية للبيانات في إفيوز، وهي الأساس لكل التحليلات أحاديَّة المتغيِّر، يوثق هذا الفصل الرسوم البيانيَّة الأساسيَّة، وخصائص تحليل البيانات المرتبطة بالسلاسل.
- يوثق الفصل ١٢ كائن المجموعة، المجموعات هي عبارة عن تجميع للسلاسل التي تشكل الأساس لعدد من الرسوم البيانية وتحاليل البيانات متعدِّدة المتغيِّرات.
- يقدِّم الفصلان ١٣ و ١٤ معلومات مُفصلة عن كيفيَّة إنتاج أنواع مختلفة من الرسوم البيانية.

الجزء الثالث (إضفاء طابع شخصي على المخرجات)

- تُواصل الفصول من ١٥ إلى ١٧ شرح كيفية إنشاء وتعديل الجداول والرسوم البيانية الأكثر تطورًا.

الجزء الرابع (توسعة نطاق إفيوز)

- يشرح الفصل ١٨ بالتفصيل كيفية كتابة البرامج باستخدام لغة برمجة إفيوز.

الجزء الخامس (التحليل الأساسي للمعادلة الواحدة)

- يعرض الفصل ١٩ أساسيـــات التقدير باستخدام المربعات الصغرى العاديَّة ((Ordinary Least Squares (OLS داخل إفيوز.
- يناقش الفصل ٢٠ أساليب التقدير باستخدام المربعات الصغرى المرجَّحة (Weighted Least Squares)، المربعات الصغرى ذات المرحلتين (Two-Stage Least Squares) والمربعات الصغرى غير الخطية (Non-Linear Least Squares).
- يغطي الفصل ٢١ نهج التعامل مع المعادلات الآنية (Simultaneous Equations) بما في ذلك المربعات الصغرى ذات المرحلتين (Two-Stage Least Squares).
- يشرح الفصل ٢٢ تقنيات انحدار المعادلة الواحدة لتحليل بيانات السلاسل الزمنية:اختبار الارتباط التسلسلي (serial correlation)، تقدير نموذج ARMA استخدام الإبطاء الموزَّع متعدد الحدود (Polynomial Distributed Lags) واختبارات جذر الوحدة لسلاسل زمنية غير ساكنة (Non-Stationary).
- يشرح الفصل ٢٣ أساسيات استخدام إفيوز للتنبؤ باستخدام المعادلات المقدرة.
- يشرح الفصل ٢٤ إجراءات اختبار التوصيف المتاحة في إفيوز.

الجزء السادس (تحليل متقدم للمعادلة الواحدة)

- يناقش الفصل ٢٥ تقدير النماذج ARCH و GARCH ويعرض أدوات إفيوز المستخدمة في نمذجة التباين الشرطي لمتغيِّر.
- يغطي الفصل ٢٦ نماذج المعادلة الواحدة للمتغيِّرات المتكاملة تكاملًا مشترَكًا.
- يوثق الفصل ٢٧ دوال إفيوز لتقدير نماذج المتغيِّر النوعي والمتغيِّر التابع المحدود، كما يوفر إفيوز برامج لتقدير البيانات الثنائيَّة أو المرتَّبة (مثل بروبيت (Probit) ولوجيت (Logit))، البيانات المحصورة أو المبتورة (مثل توبت (Tobit)، إلخ)، والبيانات ذات القيم الصحيحة (أعداد صحيحة).
- تناقش الفصول من ٢٨ إلى ٣١ مناهج نمذجة أكثر تعقيدًا للمعادلات الواحدة تتضمَّن التقدير الحصين (Robust Estimation) وتأخذ بعين الاعتبار الانقطاعات الهيكليَّة (Structural Breaks) وانحدارات تبديل النظام.
- يناقش الفصل ٣٢ موضوع تقدير الانحدارات الكميَّة (Quantile Regressions).
- يوضح الفصل ٣٣ كيفية التعامل مع موضوع لوغاريتم الإمكان، وكيفية حل المشاكل المرتبطة بالتقدير اللاخطيّ.

الجزء السابع (التحليل أحادي المتغيِّر المتقدم)

- يناقش الفصل ٣٤ مختلف التحليلات أحاديَّة المتغيِّر التي من الممكن إجراؤها، بما في ذلك اختبار جذر الوحدة، اختبار جذر الوحدة للبانل واستخدام اختيار BDS.

الجزء الثامن (تحليل المعادلات المتعددة)

- يشرح الفصلان ٣٥ و ٣٦ طرق تقدير نظم المعادلات بما في ذلك النموذج VAR والنموذج VEC.
- يعرض الفصل ٣٧ نماذج فضاء الحالة (State Space Models) وتقديرها باستخدام مرشح كالمان (Kalman Filter).
- يعرض الفصل ٣٨ مناقشة أكثر عموميَّة عن كيفيَّة إعداد وتقدير أنواع مختلفة من النماذج داخل إفيوز.

الجزء التاسع (البيانات المجمعة وبيانات البانل)

- يُقدِّم الفصل ٣٩ الأدوات المستخدمة في العمل على السلاسل الزمنية المجمعة، البيانات المقطعية العرضيَّة، وتقدير توصيفات المعادلات القياسية التي تأخذ بعين الاعتبار الهيكل المجمع للبيانات.
- يشرح الفصل ٤٠ كيفيَّة هيكلة مجموعة من البيانات وكيفيَّة تحليلها، في حين يُوسِّع الفصل ٤١ نطاق التحليل ليشمل تقدير نموذج الانحدار المدمج، أمَّا الفصل ٤٢ فيهتم بالتكامل المشترك للبانل، ويعرض الفصل ٤٣ مسائل أخرى عن بيانات البانل.

الجزء العاشر (التحليل متعدد المتغيِّرات المتقدم)

- يشرح الفصلان الأخيران من الدليل، أي الفصلان ٤٤ و ٤٥ كيفية إجراء التكامل المشترك والتحليل العاملي (Factor Analysis) في إفيوز.

٩ , ١ مواد إضافيَّة للقراءة

(Further reading)

- إفيوز ٨: دليل المستخدم ١ و ٢ – HIS Global (٢٠١٣)، إرفاين، كاليفورنيا.
- إفيوز ٨: مرجع الأوامر – HIS Global (٢٠١٣)، إرفاين، كاليفورنيا.
- ريتشارد ستارتز، إيضاحات بخصوص النسخة ٨ من إفيوز – HIS Global (٢٠١٣)، إرفاين، كاليفورنيا.

١٠ , ١ مُلخص للفصول المتبقية من هذا الكتاب

(Outline of the remainder of this book)

- الفصل ٢

يُغطي هذا الفصل التقنيات الرياضية والإحصائية الرئيسة التي يحتاج القراء إلى الإلمام بها ليتمكّنوا من الاستفادة المثلى من الأجزاء المتبقية من هذا الكتاب، يبدأ الفصل بمناقشة بسيطة للدوال، القوى، الأسس ولوغاريتمات الأعداد، يشرع الفصل بعد ذلك في شرح أساسيات التفاضل وجبر المصفوفات وتوضيحها من خلال بناء أوزان المحفظة المثلى، ثم ينتقل الفصل إلى عرض مقدمة عن الإحصاء الوصفي والتوزيعات الاحتماليَّة.

- الفصل ٣

يعرض هذا الفصل نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي واشتقاق وتفسير مقدَّر المربعات الصغرى العادية. كما يستعرض الفصل ويُفسِّر شروط أمثليَّة المربعات الصغرى العادية، هذا إلى جانب إنشاء ودراسة إطار اختبار الفرضيات في سياق النموذج الخطي، ومن الأمثلة المستخدمة نجد دراسة جينسن الكلاسيكية عن قياس أداء صناديق الاستثمار المشتركة واختبارات 'فرضيَّة رد الفعل المفرط' في إطار سوق الأوراق الماليَّة بالمملكة المتّحدة.

- الفصل ٤

يستمر هذا الفصل في استعراض وتطوير المواد المذكورة في الفصل ٣ من خلال تعميم النموذج ثنائي المتغيّرات إلى نموذج الانحدار متعدد المتغيّرات، أي نماذج تتضمَّن العديد من المتغيّرات، كما يعرض هذا الفصل إطار اختبار الفرضيات المتعدِّدة مع شرح مقاييس مدى تطابق النموذج مع البيانات، هذا وتشمل دراسات الحالة نمذجة قيم الإيجار وتطبيق لتحليل المكوِّنات الرئيسة (Principal Components Analysis) لنمذجة معدَّل الفائدة.

- الفصل ٥

يتناول الفصل ٥ موضوعًا مهمًّا، لكن غالبًا ما يتم تجاهله وهو اختبارات التشخيص، كما يتم في هذا الفصل شرح عواقب انتهاك افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي، إضافة إلى الخطوات التصحيحيَّة الوجيهة، كما يُناقش الفصل فلسفات بناء النماذج، مع الإشارة بشكل خاص إلى منهج التدرُّج من العام إلى الخاص، هذا وتشمل التطبيقات التي يغطيها هذا الفصل محدِّدات التصنيفات الائتمانيَّة السياديَّة.

- الفصل ٦

يعرض هذا الفصل مُقدمة عن نماذج السلاسل الزمنيَّة، بما في ذلك الدافع من ورائها، ووصف لخصائص البيانات الماليَّة التي من الممكن أو من غير الممكن التقاطها، يبدأ الفصل بعرض خصائص بعض النماذج القياسية للعمليَّات التصادفيَّة (التشويش الأبيض، نموذج المتوسط المتحرك، نموذج الانحدار الذاتي ونموذج ARMA المختلط)، ويستمر الفصل من خلال توضيح الطريقة التي يمكن من خلالها اختيار النموذج المناسب لمجموعة من البيانات الحقيقيَّة، كيفية تقدير النموذج، وكيفية التحقُّق من مدى مُلاءمة النموذج، كما تمَّت مُناقشة توليد التنبؤات من هذه النماذج، وكذلك المعايير التي تُمكِّن من تقييم هذه التنبؤات، تتضمَّن الأمثلة الواردة في هذا الفصل بناء نموذج أسعار المساكن في المملكة المتَّحدة، واختبارات فرضيات تعادل أسعار الفائدة المغطاة (Covered Interest Parity) والمكشوفة (Uncovered Interest Parity) لسعر الصرف.

- الفصل ٧

يُوسِّع هذا الفصل نطاق التحليل ليمتد من النماذج أحاديَّة المتغيِّر إلى النماذج متعدِّدة المتغيِّرات، تستمد النماذج متعدِّدة المتغيِّرات دوافعها من خلال شرح إمكانيَّة وجود علاقة سببيَّة ثنائية الاتجاه في العلاقات الماليَّة والتحيُّز في المعادلات الآنيَّة الذي ينتج في حالة تجاهلنا تلك العلاقات، كما يعرض الفصل تقنيات تقدير نماذج المعادلات الآنيَّة ويُغطِّي كذلك نماذج متَّجهات الانحدار الذاتي التي أصبحت تحظى بشعبية كبيرة في الأدب المالي التجريبي، هذا ويُوضِّح تفسير نماذج متَّجهات الانحدار الذاتي عن طريق اختبارات القيود المشتركة، اختبارات السببيَّة، الاستجابات النبضيَّة وتحليلات التباين، أمَّا الأمثلة ذات الصلة المُناقشة في هذا الفصل فنذكر العلاقة الآنيَّة بين هوامش الشراء والبيع (Bid-ask spreads) وحجم التداول في إطار تسعير الخيارات، وكذلك العلاقة بين عوائد الممتلكات ومتغيِّرات الاقتصاد الكلي.

- الفصل ٨

يناقش القسم الأول من هذا الفصل عمليَّات جذر الوحدة، ويقدم اختبارات عدم السكون للسلاسل الزمنيَّة، بعد ذلك تتم مُناقشة مفهوم واختبارات التكامل المشترك، وصياغة نماذج تصحيح الخطأ في كلٍّ من إطار المعادلة الواحدة لإنجل وجرانجر (Engle–Granger) والإطار متعدِّد المتغيِّرات لجوهانسن (Johansen). هذا وتشمل التطبيقات التي تمت دراستها في الفصل ٨ الأسواق الفورية والمستقبلية، اختبارات التكامل المشترك بين أسواق السندات الدوليَّة، اختبارات فرضية تعادل القوة الشرائية، واختبارات فرضية التوقعات للهيكل الزمني (Term Structure) لأسعار الفائدة.

- الفصل ٩

يغطي هذا الفصل موضوعًا هامًّا ألَا وهو نمذجة التقلُّب والارتباط والتنبؤ بهما، يبدأ هذا الفصل بمناقشة عامَّة لمسألة اللاخطيَّة (Non-Linearity) في السلاسل الزمنيَّة الماليَّة، كما تمت بعد ذلك مُناقشة فئة نماذج الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين (Autoregressive Conditionally Heteroscedasticity (ARCH)) والهدف من وراء هذه الصيغة، كما يعرض الفصل نماذج أخرى تتضمَّن امتدادات النموذج الأساسي، ومنها الصيغ GARCH، GARCH-M، EGARCH و GJR. تمت كذلك مُناقشة أمثلة عن العديد من التطبيقات، وبخاصَّة عوائد الأسهم، هذا وقد ورد وصف للنموذج GARCH متعدِّد المتغيِّرات ونموذج الارتباط الشرطي (Conditional Correlation Model) مع إعطاء تطبيقات عن تقدير مُعاملات بيتا الشرطية ونسب التحوُّط (Hedge) المتغيِّرة مع الزمن، وكذلك قياس المخاطر الماليَّة.

- الفصل ١٠

يُناقش هذا الفصل اختبار ونمذجة تحوُّلات النظام، أو تبدُّل سلوك السلاسل الماليَّة الذي من الممكن أن ينشأ نتيجة عدَّة أسباب من بينها التغيُّرات في سياسة الحكومات، تغيُّر شروط التداول أو الهيكل الجزئي للسوق. كما يعرض هذا الفصل نهج ماركوف لتبديل النظام للتعامل مع تحوُّلات النظام، بالإضافة إلى ذلك يُناقش الفصل الانحدار الذاتي ذا العتبات (Threshlod Autoregression)، بالإضافة إلى المسائل المتعلقة بتقدير هذه النماذج، ومن الأمثلة التي جاءت في هذا الفصل نذكر نمذجة أسعار الصرف ضمن بيئة تعويم موجَّه، نمذجة نسبة عائد السندات إلى الأسهم والتنبؤ بها، ونماذج حركات الفرق بين السعر الفوري (Spot Price) والسعر الآجل (Forward Price).

- الفصل ١١

يركِّز هذا الفصل على كيفية التعامل السليم مع البيانات الطولية (Longitudinal Data)، أي البيانات التي لها بُعدَيْن: مقطعي وزمـني، كما شرح الفصل وأوضح من خلال أمثلة عن المنافسة المصرفية (Banking Competition) في المملكة المتحدة واستقرار الائتمان في أوروبا الوسطى والشرقية، نماذج التأثيرات الثابتة ونماذج التأثيرات العشوائية، هذا وتم توضيح والتمييز بين النموذج بوحدات ذات تأثيرات ثابتة والنموذج بتأثيرات ثابتة زمنيًّا.

- الفصل ١٢

يشرح هذا الفصل نماذج مختلفة تتناسب مع الحالات التي يكون فيها المتغيِّر التابع متغيِّرًا غير مستمر، سوف يتعلم القراء كيفيَّة بناء وتقدير وتفسير مثل هذه النماذج، وكيفيَّة التمييز والاختيار من بين التوصيفات البديلة، هذا وتشمل الأمثلة الواردة في هذا الفصل فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل في إطار ماليَّة الشركات ونمذجة التصنيفات الائتمانيَّة غير المطلوبة.

- الفصل ١٣

يعرض هذا الفصل مقدمة عن استخدام المحاكاة في الاقتصاد القياسي وفي مجال الماليَّة، كما يرد في الفصل دوافع استخدام تكرار أَخْذ العيِّنات، والتمييز بين محاكاة مونت كارلو والبوتستراب (Bootstrap)، كما يُظهر للقارئ كيفيَّة إعداد المحاكاة، إضافة إلى تقديم أمثلة في إطار تسعير الخيارات وإدارة المخاطر الماليَّة لإثبات فائدة هذه التقنيات.

- الفصل ١٤

يقدِّم هذا الفصل اقتراحات تتعلق بإجراء مشروع بحث أو أطروحة في مجال الماليَّة التطبيقيَّة، ويعرض مصادر البيانات الماليَّة والاقتصادية المتاحة على شبكة الإنترنت وفي أماكن أخرى، هذا ويوصي الفصل بمعلومات وأدبيات هامَّة مُتاحة على شبكة الإنترنت بشأن البحوث في الأسواق الماليَّة والسلاسل الزمنيَّة الماليَّة، ويقترح الفصل أيضًا أفكارًا لِمَا يمكن أن يُشكِّل بنية جيِّدة لأطروحة حول هذا الموضوع، وكيفيَّة توليد أفكار لموضوع مُناسب، وما الشكل الذي يمكن أن يكون عليه التقرير، إضافة إلى بعض العراقيل الشائعة، كما يعرض الفصل أمثلة توضيحيَّة مُفصَّلة عن كيفيَّة إجراء دراسات الحدث، وعن كيفيَّة استخدام نهج فاما-فرنش.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- الأعداد الأصليَّة، الترتيبيَّة والاسميَّة
- الوسط الهندسي
- الالتواء والتفرطح
- التغاير والارتباط
- الاقتصاد القياسي المالي
- العوائد المركبة المستمرة
- السلاسل الزمنيَّة
- البيانات المقطعية العرضيَّة
- بيانات البانل (بيانات السلسلة الزمنية المقطعية)
- البيانات المجمعة
- البيانات المستمرَّة
- البيانات المتقطِّعة
- السلاسل الحقيقية والسلاسل الاسمية
- معامل الانكماش

أسئلة التعلُّم الذاتي:

(١) اشرح الفرق بين المصطلحات التالية:

(أ) البيانات المستمرة والبيانات المتقطعة.

(ب) البيانات الترتيبيَّة والبيانات الاسمية.

(ج) السلاسل الزمنيَّة وبيانات البانل.

(د) البيانات المشوَّشة والبيانات النقيَّة.

(هـ) العوائد البسيطة والعوائد المركبة المستمرة.

(و) السلاسل الاسمية والسلاسل الحقيقية.

(ز) الإحصاءات البايزيَّة والإحصاءات الكلاسيكية.

(٢) اعرض واشرح مسألة يُمكن تناولها باستخدام انحدار السلاسل الزمنيَّة، وثانية باستخدام الانحدارات المقطعيَّة وأخرى باستخدام بيانات البانل.

(٣) ما هي الملامح الرئيسة للسلاسل الزمنيَّة لعوائد الأصول؟

(٤) يُعطي الجدول التالي الأسعار السنوية لسند ما ولمؤشر أسعار المستهلكين المسجَّلة عند نهاية السنة:

السنة	قيمة السند	قيمة مؤشر أسعار المستهلكين
٢٠٠٦	٣٦٫٩	١٠٨٫٠
٢٠٠٧	٣٩٫٨	١١٠٫٣
٢٠٠٨	٤٢٫٤	١١٣٫٦
٢٠٠٩	٣٨٫١	١١٦٫١
٢٠١٠	٣٦٫٤	١١٨٫٤
٢٠١١	٣٩٫٢	١٢٠٫٩
٢٠١٢	٤٤٫٦	١٢٣٫٢
٢٠١٣	٤٥٫١	١٢٥٫٤

(أ) احسب العوائد البسيطة.

(ب) احسب العوائد المركبة المستمرة.

(ج) احسب أسعار السندات في كل سنة بأسعار سنة ٢٠١٣.

(د) احسب العوائد الحقيقية.

الفصل الثاني

أسس رياضية وإحصائية
Mathematical and Statistical Foundations

مخرجات التعلُّم

ستتعلم في هذا الفصل كيفية:

- العمل بالأسس، الأس للأساس الطبيعي e وباللوغاريتمات
- استخدام الرموز سيغما (Σ) و باي (Π)
- تطبيق قواعد بسيطة لتفاضل الدوال
- العمل بالمصفوفات
- حساب أثر المصفوفة، معكوسها وقيمها الذاتية
- إنشاء محفظة الحد الأدنى للتباين والمحفظة الكفوءة من حيث الموازنة بين العائد والخطر
- حساب إحصاءات موجزة لسلسلة بيانات
- التعامل مع التعابير باستخدام مؤثّرات التوقُّعات، التباين والتغاير

يُغطي الفصل الحالي الأساسيات الرياضية والإحصائية الأساسية التي لا غنى عنها لفهم بقية فصول الكتاب فهمًا جيِّدًا، هذا ويُمكن للذين لديهم خلفية مُسبقة في الجبر والإحصاء التمهيدي تخطّي هذا الفصل دون فقدان الاستمرارية بين الفصول، لكن نأمل أن تمثّل هذه المادة العلميَّة أيضًا تنشيطًا مفيدًا لمعلومات الذين درسوا الرياضيات منذ فترة طويلة!

١, ٢ الدوال (Functions)

١, ١, ٢الخطوط المستقيمة
(Straight lines)

يتمثَّل الهدف الأساسي للاقتصاد القياسي عادةً في بناء نموذج (Model)، الذي يُمكن اعتباره نسخة مبسَّطة للعلاقة الحقيقية بين مُتغيِّرين فأكثر، كما يُمكن وصف تلك *العلاقة بدالة*، وتُعرَّف الدالة ببساطة كتطبيق أو كعلاقة بين مُدخل أو مجموعة من

المدخـلات وبين مُخـرج، نرمـز عـادة للمتغيِّر المخرج بالحرف y والمتغيِّر المدخل بالحرف x، أما الدالـة فيُرمز إليها بالحرف f وتكون العلاقة بينهما على النحو التالي: $y = f(x)$. يُمكن أن تكون العلاقة بين y و x على شكل دالة خطِّيَّة، وفي هذه الحالة يكون الرسم البياني لتلك العلاقة على شكل خط مستقيم (Straight Line)، أمَّا في حالة وجود علاقة لاخطِّيَّة بين y و x فيكون الرسم البياني لتلك العلاقة على شكل مُنحنى، إذا كانت العلاقة بين y و x خطِّيَّة يُمكن كتابة معادلة الخط المستقيم كما يلي:

$$y = a + bx \quad (١،٢)$$

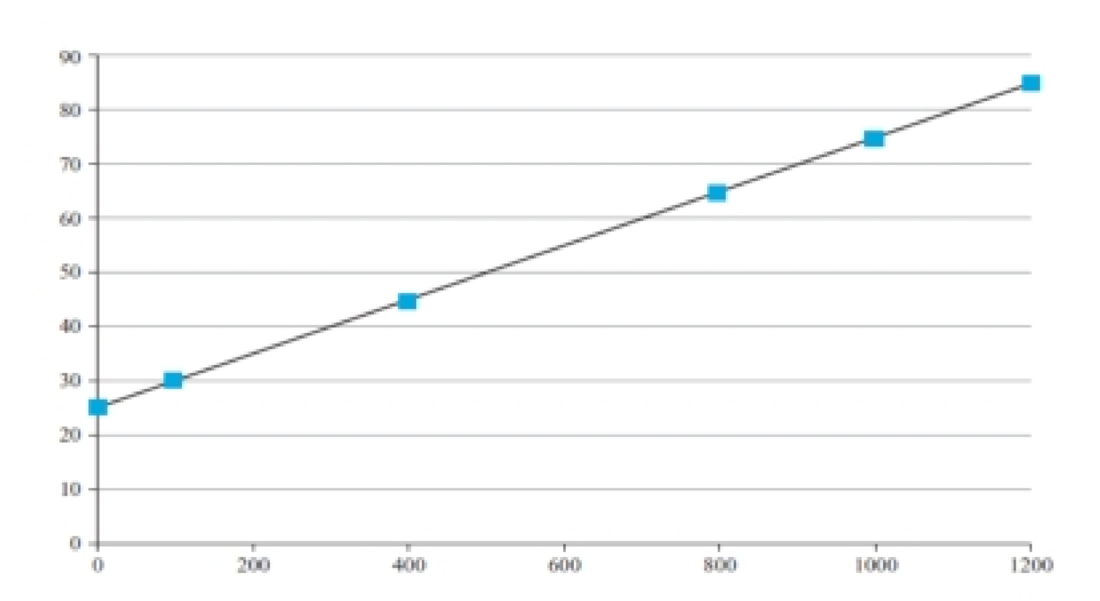
تُسمى y و x المتغيِّرات في حين تُسمى a و b المعلمات، تُعرف المعلمة a بالقاطع (المقطع) (Intercept) والمعلمة b بميل (Slope) أو انحدار (Gradient) الخط، كما يُعرف المقطع بأنه نقطة تقاطع الخط مع المحور الصادي (Y-axis)، أما الميل فيُعرف كقياس لدرجة انحدار الخط.

لتوضيح هذه النقطة نفترض أننا نحاول نمذجة العلاقة بين المعدَّل التراكمي (كنسبة مئوية) للطالب، ونرمز إليه بـ y، وعدد الساعات التي درسها طوال السنة الجامعية، ونرمز إليه بـ x. لنفترض أيضًا أن تلك العلاقة يُمكن صياغتها كدالة خطِّيَّة على النحو التالي: $y = 25 + 0.05x$. من الواضح أنه من غير الواقعي أن نعتبر أن العلاقة بين الدرجات المحصَّلة وعدد ساعات الدراسة تتبَع خطًّا مستقيمًا، لكن لنحافظ على هذا الافتراض في الوقت الحالي، إذًا بالاعتماد على المعادلة السابقة فإن قيمة مقطع الخط a تُساوي ٢٥، أما قيمة الميل b فتُساوي ٠,٠٥، لكن ماذا تعني هذه المعادلة؟ كإجابة عن هذا السؤال يُمكن القول بأنه يُتوقَّع من الطالب الذي لا يُخصِّص أي وقت للدراسة ($x = 0$) أن يتحصَّل على معدَّل تراكمي ٢٥٪، إضافةً إلى أن كل ساعة دراسة ترفع من معدَّله التراكمي بنسبة ٠,٠٥٪، بمعنى آخر: تؤدي ١٠٠ ساعة إضافية من الدراسة خلال السنة إلى زيادة بنسبة ٥٪ في المعدَّل التراكمي للطالب، يُمكن إحداث جدول يتضمَّن عدَّة قيم لـ x والقيم التي تُقابلها من y (الجدول رقم (١ , ٢))، ومن ثم القيام بالرسم البياني للمتغيِّرات y و x (الشكل رقم (١ , ٢)).

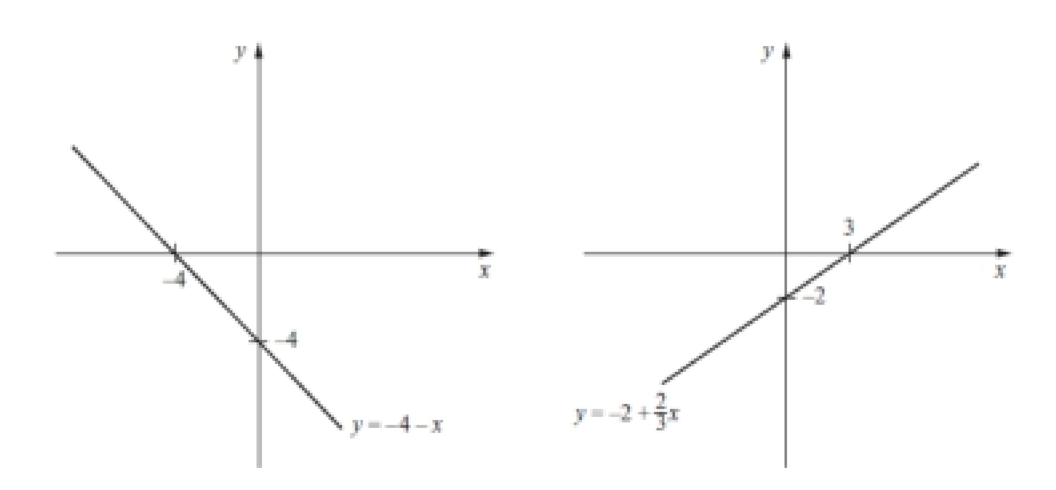
الجدول رقم (١ , ٢) عيِّنة من بيانات المعدَّل التراكمي وعدد ساعات

عدد ساعات الدراسة (x)	المعدل التراكمي (٪) (y)
٠	٢٥
١٠٠	٣٠
٤٠٠	٤٥
٨٠٠	٦٥
١٠٠٠	٧٥
١٢٠٠	٨٥

يُمكن أن نرى أن انحدار الخط مُوجب (أي أنه يميل صعودًا من اليسار إلى اليمين)، لكن بشكل عام من الممكن أيضًا في حالات أخرى أن يكون انحدار الخط صفرًا أو سالبًا، بالنسبة إلى الخط المستقيم، نلاحظ أن الميل يكون ثابتًا على طول الخط بأكمله، هذا ويُمكن حساب هذا الميل من الرسم البياني بأخذ أيَّة نقطتين من على الخط، وقسمة الفارق في قيمة y على الفارق في قيمة x بين هاتين النقطتين.



الشكل رقم (١ , ٢) رسم بياني لساعات الدراسة (x) مقابل المعدَّل التراكمي (y)

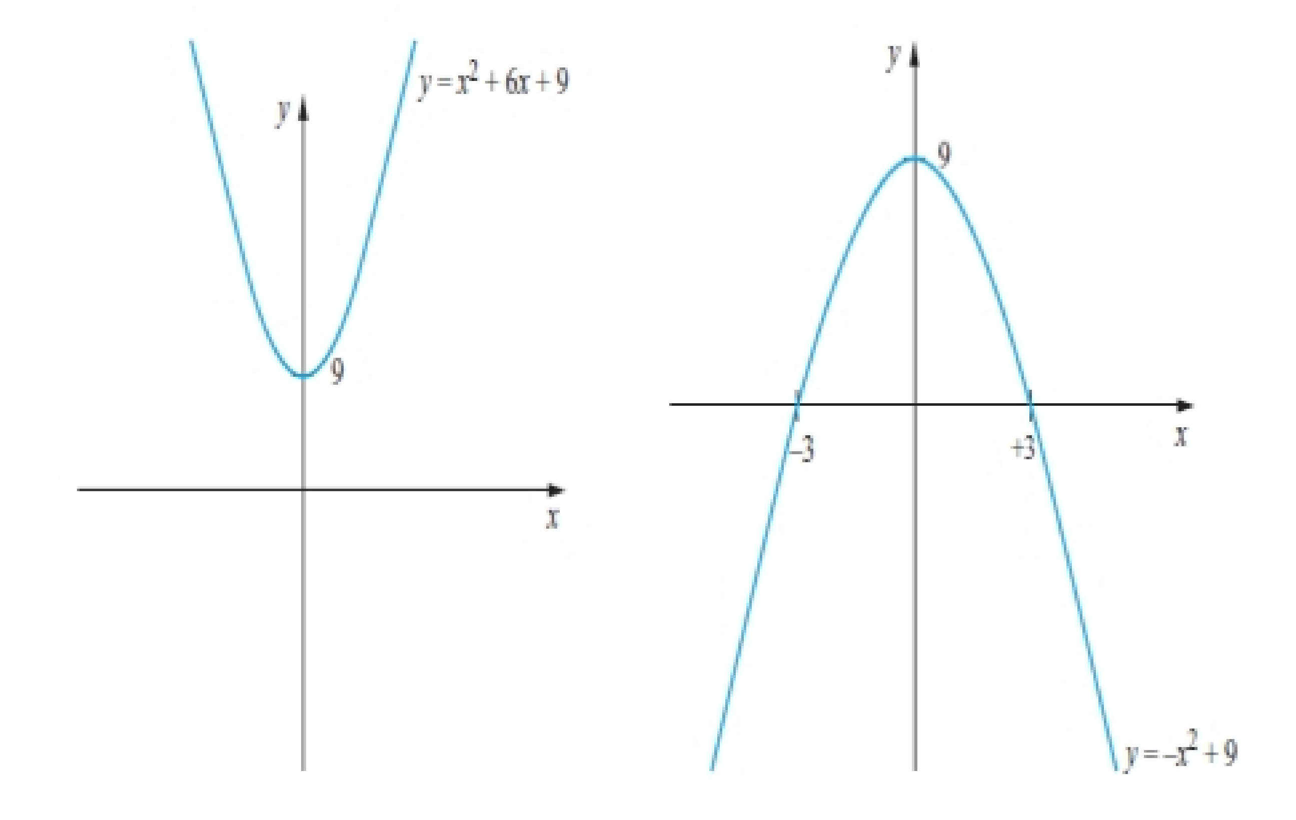


الشكل رقم (٢ , ٢) أمثلة لمختلف الرسوم البيانية للخط المستقيم

يتم استخدام الرمز دلتا Δ عمومًا للإشارة إلى التغيُّر في قيمة مُتغيِّر ما، على سبيل المثال، لنفترض أننا نريد أن نأخذ النقطتين التاليتين: $x = 100$، $y = 30$ و $x = 1000$، $y = 75$. يُمكن كتابة هاتين النقطتين باستعمال رمز الإحداثيات (x, y)، فتكون إحداثيات النقطة الأولى في هذا المثال (١٠٠ ، ٣٠) وإحداثيات النقطة الثانية (١٠٠٠ ، ٧٥).

كما يُمكن حساب ميل الخط كالآتي:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{75-30}{1000-100} = 0.05 \qquad (٢،٢)$$



الشكل رقم (٢,٣) أمثلة عن الدوال التربيعيّة.

وبالتالي أكَّدنا فعلًا أن ميل الخط يساوي ٠,٠٥ (بالرغم من أننا في هذه الحالة كنا نعرف مُسبقًا قيمة هذا الميل)، يعرض الشكل رقم (٢,٢) مثالين آخرين للرسوم البيانية للخطوط المستقيمة، من الممكن أن يكون انحدار الخط معدومًا أو سالبًا بدلًا من أن يكون موجبًا، إذا كان ميل الخط معدومًا فإن الرسم البياني في هذه الحالة يكون خطًّا مستقيًا مسطحًا (أفقيًّا)، إذا كان هناك تغيُّر مُحدَّد في قيمة x، Δx، وإذا أردنا حساب التغيُّر المقابل في قيمة y، نضرب ببساطة التغيُّر في قيمة x بقيمة الميل، أي: $\Delta y = b\Delta x$.

كنُقطة أخيرة، وكما ذكرنا آنفًا، تُسمى نقطة تقاطع الدالة مع المحور الصادي المقطع، أما نقطة تقاطع الدالة مع المحور السيني فتُسمى جذر الدالة، في المثال أعلاه، إذا أخذنا الدالة $y = 25 + 0.05x$، بعد مساواة y بصفر، وبإعادة ترتيب الدالة نجد أن الجذر $x = -500$، وبالتالي فإن معادلة الخط المستقيم يكون لديها جذر واحد (باستثناء الخط المستقيم الأفقي مثل $y = 4$).

٢,١,٢ الدوال التربيعيّة

(Quadratic functions)

غالبًا ما تكون الدالة الخطِّيَّة غير مرنة بما فيه الكفاية لتكون قادرة على تقديم وصفٍ دقيق للعلاقة بين مُتغيِّرَيْن، وبالتالي يُمكن استخدام الدالة التربيعية (Quadratic function) بدلًا من الدالة الخطِّيَّة، تُكتب الدالة التربيعية وفقًا للصيغة العامة التالية:

$$y = a + bx + cx^2 \qquad (٣،٢)$$

حيث يُمثِّل x و y مُجدَّدًا المتغيِّرات و a، b، c المعلمات التي تصف شكل الدالة، نُلاحظ أن الدالة الخطِّيَّة تحتوي على معلمتين اثنتين فقط (المقطع a والميل b)، في حين تحتوي الدالة التربيعية على ثلاث معلمات، وبالتالي فهي قادرة على التلاؤم أكثر مع مجموعة واسعة من العلاقات بين x و y . كما تُعتبر الدالة الخطِّية حالة خاصة من الدالة التربيعية في حالة كان $c = 0$. وكما في السابق، يُمثِّل a مقطع الدالة ويُحدِّد مكان تقاطعها مع المحور الصادي في حين تحدِّد المعلمات b و c شكل الدالة، كما يُمكن أن تكون المعادلات التربيعية إما على شكل U أو على شكل ∩، عندما تكون قيمة x كبيرة جدًّا (قيمة موجبة أو سالبة)، يُسيطر x^2 على سلوك y، وبالتالي تحدِّد المعلمة c الشكل الذي ستكون عليه الدالة، يعرض الشكل رقم (٢ ,٣) مثالين للدوال التربيعية، في الحالة الأولى قيمة المعلمة c مُوجبة، وبالتالي يكون المنحنى على الشكل U، أما في الحالة الثانية فقيمة المعلمة c سالبة، وبالتالي يكون المنحنى على الشكل ∩، يُناقش الإطار رقم (٢ ,١) خصائص جذور المعادلة التربيعية ويعرض كيفية حسابهم.

الإطار رقم (٢ ,١) جذور المعادلة التربيعية

- للمعادلة التربيعية جذران.
- يُمكن للجذور أن تكون متميِّزة (أي تختلف عن بعضها البعض)، أو أن تكون لها نفس القيمة (جذور متكرِّرة)، كما يُمكن لها أيضًا أن تكون أعدادًا حقيقيَّةً (مثل ١,٧، −٢,٣٥٧، ٤،...) أو *أعدادًا مركَّبةً* (Complex Numbers).
- يُمكن الحصول على الجذور، إما *بتحليل المعادلة إلى عوامل* (Factorization)، (تقليصها) أو باستعمال طريقة 'إكمال المربَّع' أو كذلك باستعمال القانون التالي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} \quad (٢،٤)$$

- إذا كان لدينا العلاقة التالية: $b^2 > 4ac$، فسيكون للدالة جذران فريدان من نوعهما وستقطع المحور السيني x في نقطتين مُختلفتين، أمَّا إذا كان $b^2 = 4ac$، فسيكون للدالة جذرين مُتساويين، وستقطع المحور السيني في نقطة واحدة، أخيرًا، إذا كان $b^2 < 4ac$، فسيكون للدالة جذران غير حقيقيين (جذران مركَّبان) (Complex Roots) ولن تقطع الدالة المحور السيني على الإطلاق، وإنما تكون دائمًا فوق هذا المحور.

مثال(٢ ,١) ....

أوجد جذور المعادلات التربيعية التالية:

(١) $y = x^2 + x - 6$

(٢) $y = 9x^2 + 6x + 1$

(٣) $y = x^2 - 3x + 1$

(٤) $y = x^2 - 4x$

الحل

سوف يتم حل المعادلات السابقة عن طريق مساواة كل واحدة منها بصفر، نستطيع عندئذ استخدام الصيغة التربيعية في المعادلة رقم (٤،٢) في كل حالة على الرغم من أنه يُمكن عادة حل المعادلة بطريقة أسرع إذا قمنا بتحليلها إلى عوامل.

(١) $x^2 + x - 6 = 0$: بتحليل هذه المعادلة إلى عوامل نجد أن $(x - 2)(x + 3) = 0$. وبالتالي فإن ٢ و −٣ هما جذور المعادلة، أي أنها قيمتا x اللتان تُساويان الدالة بصفر، بعبارة أخرى تقطع الدالة المحور السيني x في النقطة $x = 2$ والنقطة $x = -3$.

(٢) $9x^2 + 6x + 1 = 0$: بتحليل هذه المعادلة إلى عوامل نتحصَّل على المعادلة التالية: $(3x + 1)(3x + 1) = 0$ وبالتالي فإن $-\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{3}$ هما جذور المعادلة، يُعرَف هذا باسم الجذر المتكرر، ونظرًا لأن هذه المعادلة هي معادلة تربيعية، فهناك دائمًا جذران، ويكون الجذران في هذه الحالة متُساويين.

(٣) $x^2 - 3x + 1 = 0$: لا يُمكن تحليل هذه المعادلة إلى عوامل، وبالتالي يجب استخدام القانون (٤،٢) لإيجاد جذور المعادلة مع العلم أن $a = 1$ ،$b = -3$ و $c = 1$. في هذه الحالة تُمثّل القيم ٠,٣٨ و ٢,٦٢ جذور المعادلة.

(٤) $x^2 - 4x = 0$: بتحليل هذه المعادلة إلى عوامل نجد أن $x(x - 4) = 0$، وبالتالي فإن جذور المعادلة هي ٠ و ٤.

نلاحظ أن لكل معادلة من هذه المعادلات جذرين حقيقيين، في المقابل إذا كان لدينا مثل هذه المعادلة: $y = 3x^2 - 2x + 4$، وهي معادلة لا يُمكن تحليلها إلى عوامل، تكون جذور المعادلة جذورًا مركَّبةً؛ لأن $b^2 - 4ac < 0$ في الصيغة التربيعية.

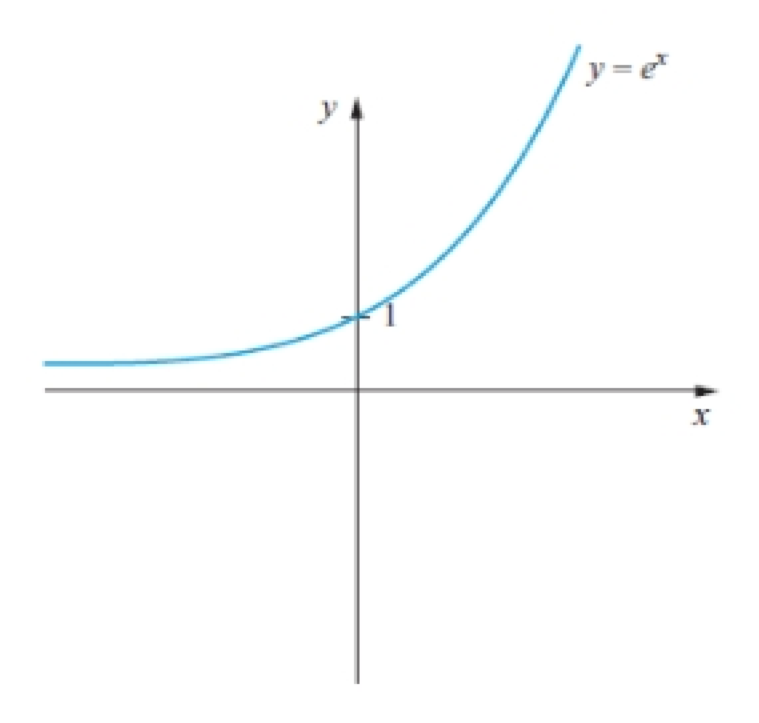
٢,١,٣ قوى الأرقام والمتغيِّرات

(Powers of numbers or of variables)

إنَّ رفع عدد أو مُتغيِّر ما إلى قوَّة فذلك يُعتبر ببساطة طريقة لكتابة الضرب المتكرِّر لهذا العدد أو المتغيِّر، فعلى سبيل المثال رفع x إلى القوَّة ٢ يعني تربيعه (أي $x^2 = x \times x$)، في حين رفع x إلى القوَّة ٣، يعني تكعيبه (أي $x^3 = x \times x \times x$) وما إلى ذلك، وتُسمى القيمة التي تُرفع إلى عدد أو مُتغيِّر *بالأس*، على سبيل المثال، بالنسبة إلى x^3، تُسمى القيمة ٣ الأس، يعرض الإطار رقم (٢,٢) بعض القواعد التي تُساعد على التعامل مع القوى وأُسُسِها.

الإطار رقم (٢ , ٢) التعامل مع القوى

- كل عدد أو مُتغيِّر مرفوع إلى الأس واحد يبقى ببساطة نفس العدد أو المتغيِّر، على سبيل المثال: $3^1 = 3$ ، $x^1 = x$ وهكذا.
- كل عدد أو مُتغيِّر مرفوع إلى الأس صفر يُساوي واحدًا، على سبيل المثال: $5^0 = 1$ ، $x^0 = 1$ ... باستثناء 0^0 غير مُعرَّفة (أي لا توجد).
- إذا كان الأس عددًا سالبًا فهذا يعني أننا نقسم واحدًا على هذا العدد، على سبيل المثال: $x^{-3} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x \times x \times x \times x^0}$.
- عند ضرب عددين أو أكثر ذات أساسات متساوية وأسس مختلفة فإن الناتج يكون نفس العدد مرفوعًا له مجموع الأسس، على سبيل المثال: $x^2 \times x^3 = x^2x^3 = x^{2+3} = x^5$.
- إذا كان هناك عدد مرفوع لأس والكل مرفوع لأس آخر فإن الناتج يكون نفس العدد مرفوعًا له ناتج ضرب الأسَّين، على سبيل المثال: $x^{2^3} = x^{2x3} = x^6$.
- عند قسمة قوى متساوية الأساسات، يكون أُس القوة لناتج القسمة مُساويًا لفرق أُسس المقسوم والمقسوم عليه، على سبيل المثال : $\frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x$.
- إذا قسمنا مُتغيِّرًا مرفوعًا له أُس بمتغيِّر ثانٍ مختلف عنه مرفوع له نفس الأس فإن النتيجة التالية تنطبق: $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$.
- إن رفع ناتج ضرب إلى أُسّ يكون مساويًا لناتج ضرب عوامله مرفوعة إلى نفس الأس، على سبيل المثال: $(x \times y)^3 = x^3 \times y^3$.
- من المهم الإشارة إلى أن الأس يُمكن أن يكون عددًا غير صحيح، على سبيل المثال يُستعمل الرمز $x^{\frac{1}{2}}$ للدلالة على جذر x ، ونكتب أحيانًا $\sqrt{x}$. وفي هذه الحالة ليس من السهل حساب القيمة يدويًّا (مثال $x^{0.76}$ ، $x^{-0.27}$ إلخ)، عمومًا: $x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$ ، $\sqrt[n]{x}$ الجذر النوني لـ x.



الشكل رقم (٤ , ٢) رسم بياني للدالة الأُسِّيَّة

٤ , ١ , ٢ الدالة الأسية

(The exponential function)

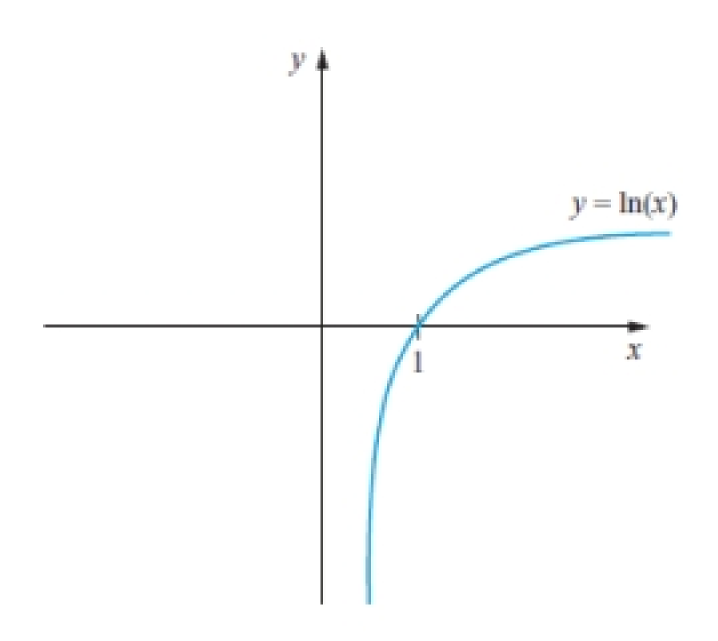
يُمكن أحيانًا *للدالة الأسيّة* (Exponential Function) أن تصف بشكل أفضل العلاقة بين مُتغيِّرَيْن، على سبيل المثال، عندما ترتفع قيمة مُتغيِّر (أو تنخفض) بمعدَّل يتناسب مع قيمته الحالية، تكون العلاقة بين المتغيِّرَيْن في هذه الحالة على النحو التالي: $y = e^x$ حيث يرمز e إلى القيمة ٢,٧١٨٢٨. تتميَّز هذه الدالة بالعديد من الخواص المهمة، بما في ذلك أن مُشتقة الدالة الأُسِّيَّة مُساوية للدالة ذاتها (انظر الفقرة ١،٢،٢ أدناه)، وبالتالي يكون ميل الدالة e^x في أي نقطة من نقاط المنحنى مساويًا لـ e^x. تتميَّز هذه الدالة أيضًا بأهميتها في حساب الزيادة في قيمة المبالغ الماليَّة التي تخضع للفائدة المركَّبة، كما لا يُمكن للدالة الأسية أن تكون سالبة، لذلك عندما تكون قيمة x سالبة تقترب قيمة y من الصفر ولكن تظل مُوجبة، أخيرًا تقطع الدالة الأُسِّيَّة المحور الصادي في النقطة واحد، ويتزايد ميل الدالة بوتيرة متزايدة من اليسار إلى اليمين، كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (٤ , ٢).

٥ , ١ , ٢ اللوغاريتمات

(Logarithms)

تم ابتكار اللوغاريتمات (Logarithms) لتبسيط العمليات الحسابيَّة المعقدة، بما أن الأسس يُمكن أن تضاف أو تُطرَح، وهو ما يُعَدُّ أمرًا أسهل من ضرب أو قسمة الأعداد الأصلية، وفي حين أن استعمال التحويلات اللوغاريتمية لتسهيل العمليات الحسابية لم يَعُدْ أمرًا ضروريًّا، لا يزال في المقابل للوغاريتمات استخدامات أخرى هامة في الجبر وفي تحليل البيانات، بالنسبة لهذا الأخير، هناك على الأقل ثلاثة أسباب تجعل من التحويلات اللوغاريتمية أمرًا مُفيدًا، أول هذه الأسباب هو أن استخدام التحويل اللوغاريتمي غالبا ما يُساعد على جَعْل تبايُن البيانات أكثر ثباتًا، وبالتالي التخلص من أكثر المشاكل الإحصائية شيوعًا، وهو مُشكل *اختلاف التباين*

(Heteroscedasticity) الذي سيناقش بالتفصيل في الفصل ٥. ثانيًا: يُمكن للتحويلات اللوغاريتمية أن تُساعد على جعل التوزيعات ذات الالتواء الموجب أقرب ما يكون إلى التوزيع الطبيعي. ثالثًا: يُمكن عند تطبيق اللوغاريتم على علاقة تضاعفيّة لاخطيّة بين المتغيّرات، الحصول على علاقة جمعيّة خطيّة بين هذه الأخيرة، ستتم مناقشة هذه المسائل بشيء من التفصيل في الفصل ٥.



الشكل رقم (٥ ,٢) رسم بياني للدالة اللوغاريتميّة

الإطار رقم (٣ ,٢) قوانين اللوغاريتمات

إذا كان لدينا مُتغيّران x و y، فيُمكن كتابة القوانين التالية:

- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$
- $\ln(y^c) = c\ln(y)$
- $\ln(1) = 0$
- $\ln(1/y) = \ln(1) - \ln(y) = -\ln(y)$
- $\ln(e^x) = e^{\ln(x)} = x$

للتعرف على كيفية عمل اللوغاريتم نأخذ العلاقة التالية: $2^3 = 8$. باستعمال اللوغاريتم يُمكننا كتابة هذه العلاقة كما يلي: $log_2 8 = 3$ أو بمعنى آخر 'لوغاريتم ٨ بالنسبة للأساس ٢ هو ٣'. وبالتالي يُمكننا القول بأن اللوغاريتم يُمكن تعريفه بأنه الأس الذي يجب رفعه للأساس للحصول على عدد ما، بصورة أعم، إذا كان $a^b = c$ فيُمكن أيضًا كتابة: $log_a c = b$. أما إذا رسمنا بيانيًا الدالة $y = log(x)$ فإنها سوف تقطع المحور السيني في النقطة واحد كما هو مُبيّن على الشكل رقم (٥ ,٢)، ويُمكن ملاحظة أن قيمة y تزيد عند تزايد قيمة x ولكن بنسبة أقل، وهذا تمامًا عكس الدالة الأسية؛ حيث إن قيمة y تكون أكثر تزايدًا عند تزايد قيمة x.

كما يُعرف اللوغاريتم الطبيعي بأنه لوغاريتم عدد ما عندما يكون الأساس هو العدد النيبيري e وهو اللوغاريتم الأكثر استخدامًا، والأكثر فائدة في الرياضيات من كل أنواع اللوغاريتمات الأخرى، ويُعرف لوغاريتم عدد ما بالنسبة للأساس e باللوغاريتم *الطبيعي* أو اللوغاريتم *النيبيري*، ويُرمز إليه على حد سواء بـ $\ln(y)$ أو بـ $\log(y)$. ويُعتبر اللوغاريتم الطبيعي عكس الأس، ولذلك تُسمى الدالة الأسية أحيانًا *بمقابل اللوغاريتم* (Antilog). يكون اللوغاريتم سالبًا إذا كان العدد أصغر من واحد، على سبيل المثال: $\ln(0.5) \approx -0.69$. كما لا يُمكن حساب لوغاريتم عدد سالب (لا يُمكن على سبيل المثال حساب $\ln(-0.6)$)، هذا وتوضِّح خواص الدوال اللوغاريتمية، أي 'قوانين اللوغاريتمات' طريقة العمل باللوغاريتمات، أو طريقة مُعالجة التعابير المستخدمة لها، تَرِد هذه الخواص في الإطار رقم (٢,٣).

٢,١,٦ الترميز سيغما

(Sigma notation)

يُمكن أن يكون استخدام *سيغما* (Sigma) أو مُؤشر الجمع مُفيدًا للغاية عند جمع عدة أعداد (أو مُشاهدات لمتغيِّرات)، ويُستعمل الرمز Σ للدلالة على 'عملية جمع كل العناصر التالية'، على سبيل المثال، $\Sigma(1 + 2 + 3) = 6$. أما في إطار جمع مُشاهدات مُتغيِّر ما، فمن الأجدى إضافة 'حدود' إلى عملية الجمع (مع العلم أنه يُمكن عدم كتابة هذه الحدود إذا كان المعنى واضحًا بدونها)، نستطيع إذًا على سبيل المثال كتابة $\sum_{i=1}^{4} x_i$ حيث يُسمى الرمز السفلي i الدليل، ١ الحد الأدنى و ٤ الحد الأعلى للجمع، ويعني ذلك جمع كل قيم x من x_1 إلى x_4.

كما يُمكن لأحد الحدَّيْن أو لكليهما أن يكون غير محدد، فنكتب على سبيل المثال $\sum_{i=1}^{n} x_i$ أي جمع كل القيم من x_1 إلى x_n أي $x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ أو أحيانًا نكتب ببساطة $\sum_i x_i$ للدلالة أيضًا على عملية الجمع على مدى كل قيم الرمز السفلي i. ومن الممكن أيضًا إنشاء عمليات جمع لمزيج من المتغيرات، على سبيل المثال $\sum_{i=1}^{n} x_i z_i$، حيث إن x_i و z_i يُمثِّلان مُتغيِّرين عشوائيين مُنفصلين.

كما نُشير إلى أنه من المهم أن نكون على بيِّنة من بعض خواص المؤشر سيغما (Sigma Operator). نذكر على سبيل المثال أن مجموع مُشاهدات مُتغيِّر x زائد مجموع مُشاهدات مُتغيِّر آخر z تعادل جمع المشاهدات الفردية لـ x و z معًا:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} z_i = \sum_{i=1}^{n} (x_i + z_i) \quad (٢،٥)$$

مجموع ضرب كل مُشاهدات مُتغيِّر x بعدد ثابت c مساوٍ لضرب مجموع مُشاهدات x بالثابت c:

$$\sum_{i=1}^{n} c x_i = c \sum_{i=1}^{n} x_i \quad (٢،٦)$$

لكن مجموع ضرب مُشاهدات مُتغيِّرين لا يُعادل ضرب مجموع مُشاهدات المتغيِّر الأول بمجموع مُشاهدات المتغيِّر الثاني:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i z_i \neq \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} z_i \quad (٢،٧)$$

يُمكن كتابة الجانب الأيسر للمُعادلة رقم (٢،٧) كما يلي:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i z_i = x_1 z_1 + x_2 z_2 + \cdots + x_n z_n \quad (٢،٨)$$

في حين أن الجانب الأيمن من المعادلة (٢، ٧) هو:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} z_i = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)(z_1 + z_2 + \cdots + z_n) \quad (٢،٩)$$

يُمكن مُلاحظة أن المعادلتين رقم (٢،٨) و (٢،٩) مُختلفتان؛ لأن المعادلة الثانية تحتوي على ضرب العديد من العناصر المتقاطعة مثل x_1z_2، x_3z_6، x_9z_2 إلخ في حين لا توجد هذه العناصر بالمعادلة الأولى.

إذا جمعنا عدد n من العناصر المتطابقة (أي نُضيف نفس العدد n مرة) فإننا نحصل على n أضعاف هذا العدد:

$$\sum_{i=1}^{n} x = x + x + \cdots + x = nx \quad (٢،١٠)$$

لنفترض الآن أننا نريد جمع n مُشاهدات السلسلة x_i حيث يُمثل x_i على سبيل المثال العوائد اليومية لسهم ما (وهي عوائد غير مُتساوية)، سوف نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n = n\bar{x} \quad (٢،١١)$$

من خلال تعريف الوسط الحسابي يكون مجموع كل المشاهدات مُساويًا لناتج ضرب عدد المشاهدات بالوسط الحسابي للسلسلة أي $\bar{x}$. كما نُلاحظ أن الفرق بين المعادلتين الأخيرتين يتمثَّل في أن المشاهدات x_i تختلف عن بعضها البعض في المعادلة رقم (٢،١١)، بينما في المعادلة رقم (٢،١٠) كل المشاهدات مُتساوية (وبالتالي فإن الرمز السُّفلي i ليس ضروريًّا).

نُشير أخيرًا إلى أنه من الممكن القيام بعدة عمليات جمع في آنٍ واحد، وفي أي ترتيب كان، فعلى سبيل المثال، يرمز:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij}$$

إلى مجموع قيم السلسلة على مدى كل من الرمز السُّفلي i والرمز السُّفلي j. كما يُمكن أيضًا جمع قيم السلسلة لكل قيمة من قيم الرمز السُّفلي i على مدى الرمز السُّفلي $j's$ أو العكس، عادة ما نبدأ بالجمع الداخلي (أي الجمع من j يساوي ١ إلى m) ثم وبشكل مُنفصل الجمع الخارجي (أي الجمع من i يساوي ١ إلى n).

٢، ١، ٧ الترميز باي

(Pi notation)

على غرار استخدام سيغما للدلالة على الجمع يُستخدم المؤشر پي للدلالة على الضرب المتكرر، على سبيل المثال، تعني المعادلة التالية:

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 x_2 \ldots x_n \quad (٢،١٢)$$

'ضرب كل عناصر x_i ببعضها البعض من الحد الأدنى ١ إلى الحد الأعلى n'. ويترتَّب عن ذلك أيضًا أن: $\prod_{i=1}^{n}(x_i) = c^n \prod_{i=1}^{n} x_i$.

٢ , ٢ حساب التفاضل

(Differential calculus)

يتم قياس تأثير *معدَّل تغيُّر مُتغيّر أول على معدَّل تغيُّر مُتغيّر ثاني* بواسطة المشتقة الرياضية (Mathematical Derivative)، إذا كانت العلاقة بين المتغيّرين على شكل مُنحنى فإن ميل المنحنى يُمثّل هذا المعدَّل، لنأخذ على سبيل المثال المتغيّر y والذي يرتبط بالمتغيّر x عن طريق الدالة f على النحو التالي: $y = f(x)$. يُمكن أن تُكتب مُشتقة المتغيّر y بالنسبة إلى المتغيّر x على النحو التالي:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$

وأحيانًا نكتب أيضًا: $f'(x)$. يقيس هذا المصطلح معدَّل التغيُّر الآني لـ y بالنسبة لتغيُّر x، أو بتعبير آخر، تأثير تغيُّر مُتناهي الصِّغر لـ x على y. ونُشير إلى أن الفرق بين الترميز Δy و dy هو أن الأول يرمز إلى تغيُّر في قيمة y أيًا كان حجم هذا التغيُّر، بينما يرمز الثاني إلى تغيُّر مُتناهي الصِّغَر في قيمة y.

١ , ٢ , ٢ أساسيات التفاضل

(Differentiation: the fundamentals)

يُمكن حصر القواعد الأساسية للتفاضل (Differenciation) كالآتي:

(١) تُساوي مُشتقة ثابت صفر:

على سبيل المثال، إذا كانت الدالة $y = 10$ فإن $\frac{dy}{dx} = 0$

وذلك لأن الدالة $y = 10$ تُرسم بيانيًا بخط أفقي مستقيم، وبالتالي فإن ميل الخط في هذه الحالة يكون مساويًا لصفر.

(٢) تُساوي مُشتقة الدالة الخطِّية ببساطة ميل الدالة:

على سبيل المثال، إذا كانت الدالة $y = 3x + 2$ فإن $\frac{dy}{dx} = 3$

لكن للدوال اللاخطِّيَّة انحدارات مُختلفة في كل نقطة على امتداد المنحنى، في الواقع يُساوي الانحدار في كل نقطة انحدار المماس في تلك النقطة (انظر الشكل رقم (٦ , ٢))، نُشير أيضًا إلى أن الانحدار يُساوي صفرًا عند نقطة تغيُّر اتجاه المنحنى من الموجب إلى السالب، أو من السالب إلى الموجب، وتُسمى هذه النقطة *بنقطة التحول* (Turning Point).

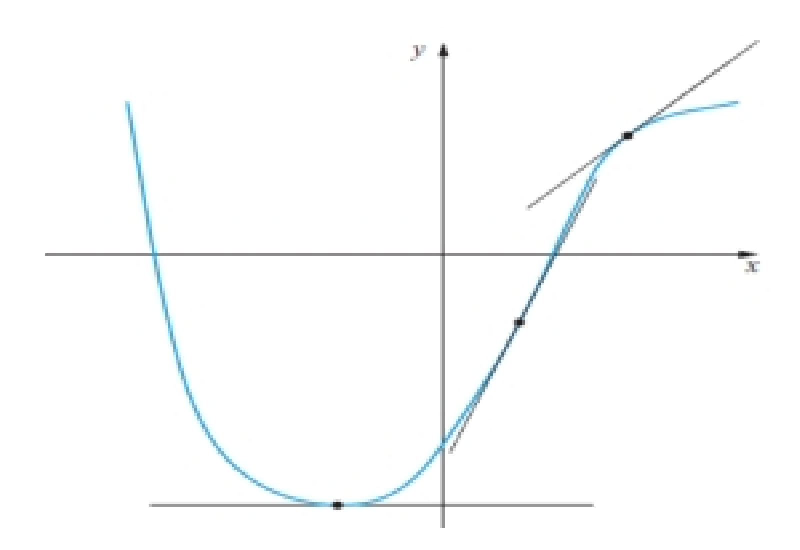
(٣) تكون مُشتقة دالة x ذات الأس n، أي: $y = cx^n$ مُساوية لـ:

$$\frac{dy}{dx} = cnx^{n-1}$$

مثال:

مُشتقة الدالة $y = 4x^3$ هي: $\frac{dy}{dx} = (4 \text{ x } 3)x^2 = 12x^2$

مُشتقة الدالة $y = \frac{3}{x} = 3x^{-1}$ هي: $\frac{dy}{dx} = (3\,x - 1)x^{-2} = -3x^{-2} = \frac{-3}{x^2}$



الشكل رقم (٦ , ٢) مماس المنحنى

(٤) تُساوي مُشتقة مجموع الدوال مجموع المشتقات الفردية لهذه الدوال، وعلى نحو مُماثل فإن مُشتقة طرح عدة دوال تُساوي طرح المشتقات الفردية لهذه الدوال، على سبيل المثال:

إذا كانت الدالة: $y = f(x) + g(x)$ فإن $\frac{dy}{dx} = f'(x) + g'(x)$

أما إذا كانت الدالة: $y = f(x) - g(x)$ فإن $\frac{dy}{dx} = f'(x) - g'(x)$

(٥) تكون مُشتقة لوغاريتم x مُساوية لـ $\frac{1}{x}$ أي:

$$\frac{d\big(log(x)\big)}{dx} = \frac{1}{x}$$

(٦) تكون مُشتقة لوغاريتم دالة مُساوية لمشتقة تلك الدالة مقسومة على الدالة نفسها:

$$\frac{d\Big(log\big(f(x)\big)\Big)}{dx} = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

على سبيل المثال، مُشتقة الدالة $log(x^3 + 2x - 1)$ هي $\frac{3x^2+2}{x^3+2x-1^0}$

(٧) تكون مُشتقة الدالة e^x مساوية لـ e^x. كما أن مُشتقة الدالة $e^{f(x)}$ هي $f'(x)e^{f(x)}$. على سبيل المثال، إذا كانت الدالة $y = e^{3x^2}$ فإن $\frac{dy}{dx} = 6xe^{3x^2}$.

٢ , ٢ , ٢ المشتقات من الرتب العليا

(Higher order derivatives)

إلى جانب المشتقة الأولى للدالة يُمكن أيضًا حساب المشتقة من الدرجة الثانية، المشتقة من الدرجة الثالثة ... إلى المشتقة النونية للدالة، يُرمز إلى المشتقة من الدرجة الثانية للدالة (عادة ما تُسمى بالمشتقة الثانية وهي أعلى درجة اشتقاق نحتاجها في هذا الكتاب) بالمعادلة التالية:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f''(x) = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx}$$

لحساب مُشتقة دالة من الدرجة الثانية نشتق ببساطة الدالة بالنسبة لـ x مرة أولى، ثم نعيد اشتقاق الناتج مرة ثانية، على سبيل المثال، لنفترض أن لدينا الدالة التالية:

$$y = 4x^5 + 3x^3 + 2x + 6$$

مُشتقة الدالة من الدرجة الأولى هي:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(4x^5 + 3x^3 + 2x + 6)}{dx} = f'(x) = 20x^4 + 9x^2 + 2$$

وبالتالي فإن مُشتقة الدالة من الدرجة الثانية هي:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f''(x) = \frac{d\left(\frac{d(4x^5 + 3x^3 + 2x + 6)}{dx}\right)}{dx} = \frac{d(20x^4 + 9x^2 + 2)}{dx} = 80x^3 + 18x$$

تُفسر مُشتقة الدالة من الدرجة الثانية على أنها انحدار 'انحدار الدالة' أي أنها معدَّل تغيُّر الانحدار.

ذكرنا سابقًا أن الانحدار يكون مُساويًا لصفر عند نقطة تحوُّل الدالة، كيف يُمكننا إذًا معرفة ما إذا كانت نقطة تحول مُعيَّنة قيمة عُظمى أو قيمة صُغرى؟ للإجابة عن هذا السؤال يجب النظر في المشتقة الثانية للدالة، عندما تبلغ الدالة قيمتها العُظمى تكون المشتقة الثانية للدالة سالبة، في حين عندما تبلغ الدالة قيمتها الصُّغرى تكون المشتقة الثانية للدالة موجبة.

لنأخذ على سبيل المثال الدالة التربيعية التالية: $y = 5x^2 + 3x - 6$. كما هو معلوم، بما أن علامة المتغيِّر التربيعي في المعادلة موجبة (بمعنى إنها تُساوي ٥+) فإن شكل المعادلة يكون على الشكل U بدلًا من الشكل ∩، وبالتالي سيكون للدالة قيمة صُغرى بدلًا من قيمة عُظمى، لنشرح هذه النقطة باستعمال التفاضل:

$$\frac{dy}{dx} = 10x + 3, \ \frac{d^2y}{dx^2} = 10$$

بما أن المشتقة الثانية للدالة مُوجبة يكون بالتالي للدالة قيمة صُغرى، لمعرفة أين تقع هذه القيمة الصُّغرى (أي إحداثيات القيمة الصغرى) يجب أولًا حساب المشتقة الأولى للدالة، ثم مُساواة هذه الأخيرة بصفر وحلها بالنسبة لـ x: $10x + 3 = 0$ وبالتالي: $x = -\frac{3}{10} = -0.3$. إذا كانت قيمة $x = -0.3$، لإيجاد ما يُعادلها من قيمة y، يجب استبدال x بـ -0.3 في الدالة الأصلية:

$$y = 5x^2 + 3x - 6 = 5 \times (-0.3)^2 + (3 \times -0.3) - 6 = -6.45$$

وبالتالي تكون إحداثيات القيمة الصغرى للدالة كالآتي: $(-0.3, -6.45)$.

٣,٢,٢ التفاضل الجزئي

(Partial differentiation)

عندما تكون الدالة y في مُتغيِّرين أو أكثر (على سبيل المثال $(y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$)، فإنه من المهم تحديد تأثير كل تغيُّر في قيمة أحد المتغيِّرات الفردية x على قيمة y. يُعرَف اشتقاق الدالة y بالنسبة إلى مُتغيِّر واحد فقط، مع إبقاء باقي المتغيِّرات ثابتة، *بالتفاضل الجزئي* (Partial Differentiation). عادة ما يُرمز إلى المشتقة الجزئية للدالة y بالنسبة إلى المتغيِّر x_1 بالرمز:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1}$$

نذكر أيضًا أن جميع قواعد التفاضل المذكورة أعلاه تنطبق أيضًا على التفاضل الجزئي، كما توجد مُشتقة جزئية (من الدرجة الأولى) لكل مُتغيِّر تُكتب على الجانب الأيمن للمعادلة، وتُحسَب المشتقة الجزئية لدالة في عدة مُتغيِّرات باشتقاق الدالة بالنسبة لأحد هذه المتغيِّرات مع إبقاء باقي المتغيِّرات الأخرى ثابتة، لتقديم مثال على ذلك لنفترض أن $y = 3x_1^3 + 4x_1 - 2x_2^4 + 2x_2^2$. تكون المشتقة الجزئية لـ y بالنسبة لـ x_1 كالآتي:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 9x_1^2 + 4$$

في حين أن المشتقة الجزئية لـ y بالنسبة لـ x_2 هي:

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = -8x_2^3 + 4x_2$$

وكما سنرى في الفصل الثالث يُقدِّم *مقدِّر المربعات الصغرى العادية* (Ordinary Least Squares (OLS)) صيغًا لقيم المعلمات التي تصغِّر مجموع مربعات البواقي (Residual Sum of Squares (RSS)) L حيث إن $L = \sum_t (y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t)^2$. هذا ويُمكن إيجاد الحد الأدنى لـ L (مجموع مربعات البواقي) بحساب التفاضل الجزئي للدالة بالنسبة لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ ثم نُساوي هذه المشتقات الجزئية بالصفر، وبالتالي يلعب التفاضل الجزئي دورًا رئيسًا في تحديد المنهج الرئيس لتقدير المعلمات في الاقتصاد القياسي. انظر الملحق رقم (١،٣) لإيضاح عملي لهذا التطبيق.

٢, ٢, ٤ التكامل

(Integration)

يُعتبر *التكامل* (Integration) عكس التفاضل، بحيث إذا حسبنا تكامل دالة ما وبعد ذلك نقوم باشتقاق الدالة الناتجة عن التكامل، نتحصَّل على الدالة الأصلية، كما نُذكِّر بأن المشتقات تعطي دوال تستعمل في حساب ميل المنحنى، في المقابل يُستخدم التكامل لحساب المساحة تحت المنحنى (بين نقطتين محددتين)، هذا ويتعدَّى عرض المزيد من التفاصيل عن قواعد التكامل نطاق هذا الكتاب لعدم الحاجة إلى هذه التقنيات الرياضية، لكن من المفيد أن نكون على دراية بالمفهوم العام للتكامل.

٢, ٣ المصفوفات

(Matrices)

قبل أن نتمكَّن من العمل بالمصفوفات نحتاج لتعريف بعض المصطلحات:

- *العدد القياسي* (أو الكمية القياسية) (Scalar)، هو ببساطة عدد مُفرد (وليس بالضرورة أن يكون هذا العدد صحيحًا، مثال ٣، -٥، ٥, ٠ كلها أعداد قياسية).
- *المتجه* (Vector) وهو عبارة عن مجموعة من الأعداد المصفوفة ذات بُعد واحد (يوجد بعض الأمثلة في الأسفل).
- المصفوفة (Matrix) هي تنظيم ذو بُعْدَيْنِ لمجموعة من الأعداد على هيئة صفوف وأعمدة، كما نحصل على حجم المصفوفة من خلال عدد صفوفها وعدد أعمدتها.

تُعتبر المصفوفات وسيلة مُفيدة ومهمة جدًّا في تنظيم مجموعة من البيانات معًا، الأمر الذي يجعل مُعالجة وتحويل هذه البيانات أكثر سهولة من التعامل مع كل عنصر من عناصر المصفوفة بشكل فردي، كما تُستعمل المصفوفات على نطاق واسع في الاقتصاد القياسي، وفي الماليَّة لحل نظم المعادلات الخطِّيَّة، لاشتقاق النتائج الرئيسة، وكذلك للتعبير عن الصيغ بطريقة مختصرة، ويُستخدم أحيانًا حرف مُحبر للدلالة على المتجّه أو المصفوفة (مثال **A**)، لكن لن نستخدم هذه الطريقة في هذا الكتاب، كما نأمل أن تكون الدلالة على العدد القياسي، المتجه أو المصفوفة واضحة من خلال السياق، أو أن يتم ذِكْر ذلك بوضوح، نعرض فيما يلي بعض الخصائص المفيدة للمصفوفات ونشرح كيفية العمل بها.

- يُشار إلى أبعاد المصفوفة بـ R x C، حيث يدل R على عدد صفوف المصفوفة و C على عدد أعمدتها.
- يُشار إلى كل عنصر من عناصر المصفوفة باستخدام رموز سُفلية، لنفترض على سبيل المثال أن المصفوفة M تتكون من صفين وأربعة أعمدة، يُرمز إلى العنصر الذي يوجد في تقاطع الصف الثاني مع العمود الثالث من هذه المصفوفة بـ m_{23}، وبصفة عامة نرمز بـ m_{ij} للعنصر الذي يوجد في تقاطع الصف i مع العمود j. وبالتالي تتكوَّن المصفوفة من الدرجة (أو من الرُّتبة) ٢ x ٤ من العناصر التالية:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \end{pmatrix}$$

- تُعرف المصفوفة التي تحتوي على صف واحد بأنها متَّجه صفِّيّ (Row Vector) والذي سيكون من الدرجة 1 x C، حيث يُمثِّل C عدد الأعمدة. مثال:

$$\begin{pmatrix} 2.7 & 3.0 & -1.5 & 0.3 \end{pmatrix}$$

- تُعرف المصفوفة التي تحتوي على عمود واحد بأنها متَّجه عمودي (Column Vector) والذي سيكون من الدرجة R x 1، حيث يُمثِّل R عدد الصفوف. مثال:

$$\begin{pmatrix} 1.3 \\ -0.1 \\ 0.0 \end{pmatrix}$$

- عندما يتساوى عدد صفوف المصفوفة بعدد أعمدتها ($R = C$) تُسمى المصفوفة *مصفوفة مُربعة* (Square matrix) كما في المصفوفة من الدرجة ٢ x ٢ التالية:

$$\begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 \\ -0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

- تُعرَف المصفوفة التي يكون جميع عناصرها صفرًا بالمصفوفة الصفرية (Zero Matrix). مثال:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- تُعتبر المصفوفة المتماثلة (Symmetric Matrix) نوعًا خاصًّا من المصفوفات المربعة، وهي مصفوفة مُتماثلة حول القطر الرئيس (يَمُرُّ خط القطر من الزاوية اليسرى العليا إلى الزاوية اليمنى السفلى للمصفوفة)، وبالتالي: $m_{ij} = m_{ji} \quad \forall \; i, j$. مثال:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & -3 & 6 & 9 \\ 4 & 6 & 2 & -8 \\ 7 & 9 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

- المصفوفة القطرية (Diagonal Matrix) هي مصفوفة مُربعة تكون كل عناصرها مُساوية لصفر ما عدا عناصر القطر الرئيس. مثال:

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- مصفوفة الوحدة (Identity Matrix)، ويُرمز إليها بـ I، هي مصفوفة تُساوي جميع عناصرها صفرًا، باستثناء تلك الواقعة على قطرها الرئيس والتي تُساوي كلها واحدًا، وتُعتبر مصفوفة الوحدة مصفوفة مُتماثلة (وبالتالي تكون أيضًا مُربعة). مثال:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- مصفوفة الوحدة هي أساسًا مصفوفة بمثابة العدد واحد، وبالتالي، عند ضرب أية مصفوفة في مصفوفة الوحدة من اليمين أو من اليسار فإن ناتج الضرب يكون نفس المصفوفة، وبالتالي لكل مصفوفة M نكتب:

$$M\,I = I\,M = M$$

١,٣,٢ عمليات على المصفوفات

(Operations with matrices)

لإجراء عمليات على المصفوفات (مثل الجمع، الطرح والضرب) يُشترط أن تكون تلك المصفوفات *متوافقة* (Conformable Matrices)، أما الدرجات اللازمة لتكون المصفوفات متوافقة فهذا يعتمد على نوع العملية.

- يُشترط في عمليات الجمع أو الطرح أن تكون المصفوفات من نفس الدرجة (أي أن يكون للمصفوفات نفس عدد الصفوف ونفس عدد الأعمدة) على أن يتم جمع العناصر المتناظرة جمعًا جبريًّا. مثال: إذا كان

$$B = \begin{pmatrix} 0.2 & -0.1 \\ 0 & 0.3 \end{pmatrix} \text{ و } A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 \\ -0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

فإن:

$$A + B = \begin{pmatrix} 0.3 + 0.2 & 0.6 - 0.1 \\ -0.1 + 0 & 0.7 + 0.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ -0.1 & 1.0 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 0.3 - 0.2 & 0.6 — 0.1 \\ -0.1 - 0 & 0.7 - 0.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.7 \\ -0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

- إذا ضربنا أو قسمنا مصفوفة بقيمة قياسية (عدد مفرد) نتج عن ذلك مصفوفة يتكوّن جميع عناصرها من عناصر المصفوفة الأولى مضروبة في هذا العدد. مثال:

$$2A = 2\begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 \\ -0.1 & 0.7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.2 \\ -0.2 & 1.4 \end{pmatrix}$$

- عمومًا، إذا كان لدينا مصفوفتان A و B من نفس الدرجة و c قيمة قياسية فإنه يُمكن استنتاج ما يلي:

$$A + B = B + A$$
$$A + 0 = 0 + A = A$$
$$c\,A = A\,c$$
$$c(A + B) = cA + cB$$
$$A0 = 0A = 0$$

- يتطلَّب ضرب مصفوفتين تساوي عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى مع عدد الصفوف في المصفوفة الثانية. كما يُعتبر ترتيب المصفوفات مهمًّا عند ضربها ببعض لأن عمومًا: $AB \neq BA$. من جهة أخرى يُمكن القول إن ناتج ضرب مصفوفتين يُساوي مصفوفة من الدرجة (عدد صفوف المصفوفة الأولى × عدد أعمدة المصفوفة الثانية)، على سبيل المثال، إذا كانت المصفوفة الأولى (٣× ٢) والمصفوفة الثانية (٢ × ٤) فإن مصفوفة ناتج الضرب تكون (٣ ×٤)، بمعنى آخر، عند تحديد درجة مصفوفة ناتج الضرب، وكأننا نلغي من المصفوفة الأولى عدد الأعمدة، ومن المصفوفة الثانية عدد الصفوف[١]، بتعميم هذا القانون نجد أن: $(a \text{ x } b) \text{ x } (b \text{ x } c) \text{ x } (c \text{ x } d) \text{ x } (d \text{ x } e) = (a \text{ x } e)$.
- ينتج عن ضرب مصفوفتين مصفوفةٌ كل عنصر من عناصرها هو ناتج ضرب عناصر كل صف في المصفوفة الأولى (السابقة) في عناصر العمود المقابل له في المصفوفة اللاحقة وتجمع، على سبيل المثال:

$$\underset{(3\,x\,2)}{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}} \underset{(2\,x\,4)}{\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 9 \\ 6 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}}$$

$$= \underset{(3\,x\,4)}{\begin{pmatrix} ((1x0)+(2x6)) & ((1x2)+(2x3)) & ((1x4)+(2x0)) & ((1x9)+(2x2)) \\ ((7x0)+(3x6)) & ((7x2)+(3x3)) & ((7x4)+(3x0)) & ((7x9)+(3x2)) \\ ((1x0)+(6x6)) & ((1x2)+(6x3)) & ((1x4)+(6x0)) & ((1x9)+(6x2)) \end{pmatrix}}$$

$$= \underset{(3\,x\,4)}{\begin{pmatrix} 12 & 8 & 4 & 13 \\ 18 & 23 & 28 & 69 \\ 36 & 20 & 4 & 21 \end{pmatrix}}$$

لا يُمكن عُمومًا قسمة مصفوفة بمصفوفة ثانية، يُمكن بدلًا من ذلك ضرب المصفوفة الأولى بمعكوس المصفوفة الثانية (انظر أدناه).

- منقول المصفوفة (Transpose of a Matrix)، ويُرمز إليه بـ A' أو A^T، هي المصفوفة الناتجة عن المصفوفة A، وذلك بِجَعْل أسطرها أعمدة وأعمدتها أسطرًا، على سبيل مثال:

إذا كان لدينا المصفوفة:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

فإن

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة A من الدرجة $\text{R x } C$ فإن منقول المصفوفة A' سيكون من الدرجة $C \text{ x } R$.

---

(١) بطبيعة الحال لا تُلغَى العناصر المكوِّنة للمصفوفة، وإنما تُعتبر هذه الطريقة مُجرد قانون بسيط لحساب درجة المصفوفة الناتجة عن عملية الضرب.

٢,٣,٢ رُتبة المصفوفة

(The rank of a matrix)

تُعرف رُتبة مصفوفة A (Rank of a Matrix) بأنها أكبر عدد مُمكن من الصفوف (أو الأعمدة) المستقلة خطيًّا الواردة في المصفوفة، على سبيل المثال:

$$rank\begin{pmatrix}3 & 4\\7 & 9\end{pmatrix} = 2$$

لأن كل الصفوف والأعمدة مُستقلة (خطيًّا) عن بعضها البعض، لكن:

$$rank\begin{pmatrix}3 & 6\\2 & 4\end{pmatrix} = 1$$

لأن العمود الثاني ليس مُستقلًّا عن العمود الأول (العمود الثاني هو ببساطة ضعف العمود الأول)، تُسمى المصفوفة التي تتساوى فيها الدرجة بالرُّتبة، كما في الحالة الأولى، *مصفوفة ذات رُتبة كاملة* (Matrix of Full Rank). أما إذا كانت رُتبة المصفوفة أقل من الرُّتبة الكاملة، فتسمى المصفوفة *مصفوفة ذات رُتبة غير كاملة* (Short Rank Matrix) أو *مصفوفة شاذة* (Singular Matrix)، كما نذكر أن هناك ثلاث نتائج مهمة تتعلق برُتبة المصفوفة، وهي:

- $Rank\ (A) = Rank\ (A')$
- $Rank\ (AB) \le \min\ \big(Rank\ (A)\ ,\ Rank\ (B)\big)$
- $Rank\ (A'A) = Rank\ (AA') = Rank\ (A)$

٢,٣,٣ معكوس المصفوفة

(The inverse of a matrix)

يُرمز إلى معكوس المصفوفة (Inverse of a Matrix) A بـ A^{-1}. ويُعرَّف معكوس المصفوفة بأنه المصفوفة التي إذا ضربناها بالمصفوفة الأصل يكون ناتج الضرب مصفوفة الوحدة، أي أن: $AA^{-1} = A^{-1}A = I$.

لا يُوجد معكوس المصفوفة إلَّا إذا كانت المصفوفة مُربعة وغير شاذة، أي إذا كانت مصفوفة ذات رُتبة كاملة، على سبيل المثال يُمكن حساب معكوس المصفوفة غير الشاذة من الدرجة ٢ x ٢، والمتكوِّنة من العناصر التالية:

$$\begin{pmatrix}a & b\\c & d\end{pmatrix}$$

باستخدام الصيغة التالية:

$$\frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix}d & -b\\-c & a\end{pmatrix}$$

يُعرف التعبير في مقام الكسر على يسار المصفوفة، أي $(ad - bc)$، بمحدِّد (Determinant) المصفوفة، وهو قيمة قياسية، إذا كان محدّد المصفوفة صفرًا فإن المصفوفة تكون مصفوفة شاذة، وبالتالي *مصفوفة ذات رُتبة غير كاملة*، وبالتالي لا يوجد معكوس للمصفوفة.

مثال(٢ , ٢)

إذا كانت لدينا المصفوفة التالية:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

فإن معكوس المصفوفة يكون:

$$\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & -1/8 \\ -1/2 & 1/4 \end{pmatrix}$$

كما سبق وذكرنا، إذا ضربنا المصفوفتين ببعضهما فإن ناتج الضرب سيكون مصفوفة الوحدة (وهي عملية مماثلة لـ $3 \times \frac{1}{3} = 1$)
(وهي عملية مُماثلة لـ):

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \times \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

كما هو مطلوب.

في هذا الكتاب لن يتم التطرق إلى حساب معكوس المصفوفة من الدرجة $N \times N$ والذي يُعتبر أكثر تعقيدًا عندما تكون $N >$

2. أما خواص معكوس المصفوفة فتشمل النقاط التالية:

- $I^{-1} = I$
- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A')^{-1} = (A^{-1})'$
- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

٤ , ٣ , ٢ أثر المصفوفة

(The trace of a matrix)

يُعرَف أثر المصفوفة (Trace of a Matrix) المُربعة بأنه مجموع عناصر قطرها الرئيس، على سبيل المثال، أثر المصفوفة:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

والذي يُرمز إليه بـ $Tr(A)$، هو ١٢=٩+٣.

نعرض الآن بعض الخواص الهامة لأثر المصفوفة، وهي كالآتي:

- $Tr(c\,A) = c\,Tr(A)$
- $Tr(A') = Tr(A)$
- $Tr(A + B) = Tr(A) + Tr(B)$
- $Tr(I_N) = N$

٥ , ٣ , ٢ القيم الذاتية للمصفوفة

(The eigenvalues of a matrix)

يُعتبر مفهوم القيم الذاتية (Eigenvalues) للمصفوفة مفهومًا ضروريًا لاختبار العلاقات على المدى الطويل (Long-run Relationships) بين السلاسل باستخدام ما يُعرف باختبار جوهانسن للتكامل المشترك (Johansen Cointegration Test) والذي سيتم التطرق إليه في الفصل ٨، نستعمل الآن الرمز Π للدلالة على مصفوفة مُربعة من الدرجة $p \times p$، الرمز c للدلالة على متجه غير صفري من الدرجة $p \times 1$ والرمز λ للدلالة على مجموعة من الأعداد القياسية، يُسمى λ الجذر أو مجموعة *الجذور المميَّزة* (Characteristic Roots) للمصفوفة Π إذا كان من الممكن أن نكتب المعادلة التالية:

$$\underset{1\times P}{\Pi}\ \underset{1\ \times P}{c} = \underset{P\times P}{\lambda\, c}$$

يُمكن أيضًا كتابة هذه المعادلة بطريقة أخرى على النحو التالي:

$$\Pi\, c = \lambda\, I_p\, c$$

حيث يرمز I_p إلى مصفوفة الوحدة، وبالتالي:

$$(\Pi - \lambda\, I_p)\, c = 0$$

لإيجاد حل غير صفري لهذا النظام من المعادلات، وبما أن $c \neq 0$ وذلك بحكم تعريفه، يجب أن تكون المصفوفة $(\Pi - \lambda\, I_p)$ مصفوفة شاذة (أو منفردة) (Singular) (أي أن مُحدد المصفوفة يُساوي صفرًا) أي:

$$|\Pi - \lambda\, I_p| = 0$$

لنأخذ على سبيل المثال المصفوفة Π من الدرجة ٢ x ٢ التالية:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

في هذه الحالة تكون المعادلة المميَّزة (Characteristic Equation) للمصفوفة على النحو التالي:

$$\begin{aligned} &|\Pi - \lambda\, I_p| \\ &= \left|\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right| = 0 \\ &= \begin{vmatrix} 5-\lambda & 1 \\ 2 & 4-\lambda \end{vmatrix} = (5-\lambda)(4-\lambda) - 2 = \lambda^2 - 9\lambda + 18 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن حلول المعادلة هي: $\lambda = 6$ و $\lambda = 3$. تُعرف الجذور المميَّزة أيضًا بالقيم الذاتية للمصفوفة، تكون المتجهات الذاتية (Eigenvectors) للمصفوفة عبارة عن القيم c المقابلة للقيم الذاتية، ومن أهم خواص القيم الذاتية لمصفوفة مُربعة A نذكر:

- يُعادل مجموع القيم الذاتية أثر المصفوفة.
- يُعادل ضرب القيم الذاتية ببعضها البعض مُحدد المصفوفة.
- يُساوي عدد القيم الذاتية غير الصفرية للمصفوفة رتبتها.

لمزيد من التوضيح للخاصِّية الأخيرة نأخذ على سبيل المثال المصفوفة التالية:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0.7 & 0.35 \end{bmatrix}$$

في هذه الحالة تكون المعادلة المميّزة للمصفوفة على النحو التالي:

$$\left| \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 \\ 0.7 & 0.35 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

وهذا يعني أن:

$$\begin{vmatrix} 0.5 - \lambda & 0.25 \\ 0.7 & 0.35 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

يُمكن أيضًا كتابة مُحدد المصفوفة كما يلي:

$$(0.5 - \lambda)(0.35 - \lambda) - (0.7 \text{ x } 0.25) = 0$$

أو:

$$0.175 - 0.85\lambda - 0.175\lambda^2 - 0.175 = 0$$

أو:

$$\lambda^2 - 0.85\lambda = 0$$

والتي يُمكن تحليلها إلى العوامل التالية: $\lambda(\lambda - 0.85) = 0$ وبالتالي فإن الجذور المميّزة للمصفوفة هي ٠ و ٠,٨٥. وبما أن أحد القيم الذاتية مُساوٍ لصفر فمن الواضح أن المصفوفة Π لن تكون من رُتبة كاملة، في الواقع نستطيع الوصول إلى هذا الاستنتاج بمجرد النظر إلى المصفوفة Π، بما أن العمود الثاني للمصفوفة هو تمامًا نصف الأول.

٦, ٣, ٢ نظرية المحفظة الماليّة وجَبْر المصفوفات

(Portfolio theory and matrix algebra)

من الأرجح أن التطبيق الأكثر أهمية لجبر المصفوفات في الماليّة يكمن في حل مسائل توزيع المحفظة الماليّة، وبالرغم من أن هذه المسائل يُمكن حلها بشكل مرضي تمامًا باستعمال الرمز سيغما بدلًا من جبر المصفوفات إلا أن استعمال هذا الأخير أدّى إلى تبسيط كبير للمعادلات الرياضية، وجعل من السهل حل مسائل توزيع المحفظة الماليّة عندما تتضمن هذه الأخيرة أكثر من أصلَيْنِ.

لا يُعتبر هذا الكتاب المكان المناسب لمعرفة المزيد عن نظرية المحفظة الماليّة في حد ذاتها (يُمكن الإشارة إلى القراء المهتمين بهذه النظرية إلى العديد من المراجع، ونذكر على سبيل المثال بودي، كين وماركوس (٢٠١١) ((2011) Bodie, Kane and Marcus) أو العديد من الكتب الماليّة الأخرى)، وإنما الغرض من هذه الفقرة هو شرح كيفية استخدام جبر المصفوفات بطريقة عملية.

للبدء نفترض أن لدينا محفظة ماليّة P مُتكونة من عدد N من الأسهم ويُرمز لأوزان هذه الأسهم داخل المحفظة الماليّة بـ $w_1, w_2, \ldots, w_N$ ، لنفترض أيضًا أن العوائد المتوقَّعة لهذه الأسهم تُكتب على الشكل التالي: $E(r_1),\ E(r_2), \ldots,\ E(r_N)$. يُمكن كتابة متجهات الأوزان w والعوائد المتوقعة $E(r)$، وهي متجهات من الدرجة $N \text{ x } 1$ كالتالي:

$$E(r) = \begin{pmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ \vdots \\ E(r_N) \end{pmatrix} w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix}$$

على سبيل المثال، يرمز w_3 إلى الوزن المرتبط بالسهم الثالث بينما يرمز $E(r_3)$ إلى العائد المتوقع على هذا السهم، ويُمكن حساب العائد المتوقع للمحفظة الماليَّة $E(r_p)$ بضرب منقول متَّجه العوائد المتوقَّعة بمتجه الأوزان، أي: $E(r)'w$.

نحتاج بعد ذلك إلى إنشاء ما يُسمَّى بمصفوفة التباين والتغاير للعوائد (Variance-Covariance Matrix)، والتي يُرمز إليها بـ V. يتضمن القطر الرئيس لهذه المصفوفة تبايُن عوائد أسهم المحفظة الماليَّة، بينما يُكتب التغاير بين هذه الأسهم خارج القطر الرئيس للمصفوفة، هذا ونُشير إلى أننا سوف نناقش في الفصل ٤ وعلى نطاق واسع مصفوفة التبايُن والتغاير في إطار معلمات نماذج الانحدار، يُمكن كتابة مصفوفة التباين والتغاير لعوائد الأسهم كما يلي:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \cdots & \sigma_{NN} \end{pmatrix}$$

تُمثِّل عناصر القطر الرئيس للمصفوفة V تبايُن عوائد الأسهم المكوِّنة للمحفظة الماليَّة، على سبيل المثال، يُمثِّل العنصر σ_{11} تبايُن عوائد السهم الأول، σ_{22} تبايُن عوائد السهم الثاني وهكذا. في حين تُمثِّل العناصر خارج القطر الرئيس للمصفوفة V تغايُر عوائد هذه الأسهم، على سبيل المثال يُمثِّل σ_{12} التغاير بين عوائد السهم الأول وعوائد السهم الثاني، σ_{58} التغايُر بين عوائد السهم الخامس وعوائد السهم الثامن وهكذا. كما يُمكن ملاحظة أن مصفوفة التباين والتغاير مُتماثلة حول القطر الرئيس؛ لأن $Cov(a,b) = Cov(b,a)$ حيث يُمثِّل a و b مُتغيِّرات عشوائية، وبالتالي فإنه من الممكن أن نكتب $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ وهكذا.

لإنشاء مصفوفة التبايُن والتغاير نحتاج أولًا إلى إعداد مصفوفة تحتوي على مُشاهدات العوائد الفعلية (وليس العوائد المتوقعة) لكل سهم، يُطرح منها بعد ذلك الوسط الحسابي $\overline{r_i}$ $(i = 1, \ldots, N)$ لكل سهم i من أسهم المحفظة الماليَّة، تُسمى هذه المصفوفة R وتُكتب على النحو التالي:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} - \overline{r_1} & r_{21} - \overline{r_2} & r_{31} - \overline{r_3} \cdots & r_{N1} - \overline{r_N} \\ r_{12} - \overline{r_1} & r_{22} - \overline{r_2} & r_{32} - \overline{r_3} \cdots & r_{N2} - \overline{r_N} \\ \vdots & & \vdots & \\ r_{1T} - \overline{r_1} & r_{2T} - \overline{r_2} & r_{3T} - \overline{r_3} \cdots & r_{NT} - \overline{r_N} \end{pmatrix}$$

بحيث يُمثِّل كل عمود في هذه المصفوفة انحرافات عوائد الأسهم الفردية عن وسطها الحسابي، في حين أن كل صف يُمثِّل مُشاهدات العوائد المعدَّلة وفق الوسط الحسابي لكل الأسهم في نقطة مُعينة من الزمن، عُمومًا يُقرأ كل عنصر من عناصر المصفوفة، أي r_{ij} ، بأنه مُشاهدة السهم i في الزمن j. يُمكن إذًا حساب مصفوفة التباين والتغايُر باستخدام المعادلة التالية: $V = (R'R)/(T-1)$ حيث يُمثِّل T العدد الإجمالي للمشاهدات الزمنية المتاحة لكل سلسلة.

لنفترض الآن أننا نُريد حساب تبايُن عوائد المحفظة الماليَّة P (وهو قيمة عددية) والذي نرمز إليه بـ V_P. نستعمل لذلك القانون التالي:

$$V_p = w' \, V \, w \qquad (١٣،٢)$$

للتحقُّق من درجة V_p، نُذكِّر أن المتَّجه w' من الدرجة $(1 \times N)$، المصفوفة V من الدرجة $(N \times N)$ والمتَّجه w من الدرجة $(N \times 1)$ وبالتالي يكون تبايُن عوائد المحفظة الماليَّة V_p من الدرجة $(1 \times N \times N \times N \times N \times 1)$ أي من الدرجة (١ x ١) على النحو المطلوب.

يُمكننا أيضًا تعريف مصفوفة ارتباط العوائد C، والتي تكتب على النحو التالي:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & 1 & C_{23} & \dots & C_{2N} \\ \vdots & & & \vdots & \\ C_{N1} & C_{N2} & C_{N3} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

تكون كل العناصر المكوِّنة للقطر الرئيس لمصفوفة ارتباط العوائد مُساوية لواحد (بما أن ارتباط أي مُتغيِّر مع نفسه يكون دائمًا مساويًا لواحد)، بينما تعطي بقيَة العناصر المكوِّنة للمصفوفة الارتباط بين كل زوج من عوائد المحفظة الماليَّة، على سبيل المثال، يرمز C_{35} إلى الارتباط بين عوائد السهم الثالث وعوائد السهم الخامس، كما نلاحظ مرة أخرى أن مصفوفة الارتباط، مثل مصفوفة التباين والتغاير، مُتماثلة حول القطر الرئيس، وهذا يعني على سبيل المثال أن $C_{31} = C_{13}$..إلخ أخيرًا، باستخدام مصفوفة الارتباط بدلًا من مصفوفة التباين والتغاير يُصبح تبايُن المحفظة الماليَّة الوارد في المعادلة رقم (١٣،٢) على النحو التالي:

$$V_p = w'\ SCSw \qquad (١٤،٢)$$

حيث يمثل C مصفوفة الارتباط، w متجه أوزان المحفظة و S مصفوفة قطرية يحتوي كل عنصر من عناصرها على الانحرافات المعيارية لعوائد المحفظة.

اختيار أوزان محفظة الحد الأدنى للتباين

(Minimum Variance Portfolio)

على الرغم من أنه من الناحية النظريَّة يُمكن للمستثمرين فعل الأفضل عن طريق اختيار المحفظة المثلى (Optimal Portfolio) من مُنحنى الحد الكفء (أو الحد الفعَّال) (Efficient Frontier)، إلَّا أنه عمليًّا غالبًا ما يكون أداء محفظة تصغير التباين جيِّدًا عند استخدامها على أسهم من خارج العيِّنة المكوِّنة للمحفظة، وبالتالي يجب علينا تحديد مجموعة الأوزان w التي تصغِّر تباين المحفظة V_p. باستعمال رموز المصفوفات يُمكننا كتابة:

$$\min_{w}\ w'\ V\ w$$

يجب أن نكون حذرين بعض الشيء، وبذلك بفرض على الأقل قيد بخصوص وُجوب استثمار كل الثروة في المحفظة (بمعنى آخر $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$)، ما عدا ذلك يُمكن حل مسألة التصغير ببساطة، وذلك بمساواة كل الأوزان بصفر، وبالتالي يكون التباين أيضًا

صفرًا. من جهة أخرى يُمكن كتابة قيد مساواة مجموع الأوزان بواحد باستعمال جبر المصفوفات كالتالي: $w'.\ 1_N = 1$ حيث يرمز 1_N إلى متّجه عمودي بطول N يُساوي كل عناصره واحد[٢].

يُمكن حل مسألة تصغير تباين عوائد المحفظة على النحو التالي:

$$w_{MVP} = \frac{1_N.V^{-1}}{1_N.V^{-1}.1'_N} \quad (٢،١٥)$$

حيث يرمز MVP إلى محفظة الحد الأدنى للتباين.

اختيار أوزان المحفظة المُثلى

(Selecting optimal portfolio weights)

لرسم مُنحنى الحد الكفء من حيث الموازنة بين العائد والخطر (Mean-Variance Efficient Frontier) يجب تكرار حل مسألة تصغير تباين المحفظة مرات عديدة، وفي كل مرة يجب أَخْذ قيمة جديدة للعائد المتوقع للمحفظة والذي يُرمز إليه بـ $\bar{R}$. على سبيل المثال نبدأ بـ ١ , ٠ كقيمة لـ $\bar{R}$ ثم نحسب أوزان المحفظة المصغَّرة لتباين المحفظة V_p. بعد ذلك نأخذ ٢ , ٠ كقيمة جديدة لـ $\bar{R}$ ونحسب من جديد أوزان المحفظة المصغَّرة لتباين المحفظة V_p وهكذا، وبالتالي يُمكن كتابة مسألة التصغير على النحو التالي:

$$\min_{w} w' V w$$ مع مراعاة القيود التالية: $w'.\ 1_N = 1$ و$E(r) = \bar{R}$

تُعرف هذه المسألة بـ*مسألة تخصيص المحفظة الماليّة لماركويتز* (Markowitz Portfolio Allocation Problem) ويُمكن حلها تحليليًا كما ورد أعلاه باستعمال جبر المصفوفات، إلى جانب القيود المذكورة سابقًا تدعو الحاجة أحيانًا إلى إضافة قيود أخرى على الأمثلية أو الاستمثال (Optimisation)، نريد على سبيل المثال إضافة قيد جديد على أوزان المحفظة الماليّة حيث لا يُسمَح باستثمار أكثر من ١٠٪ من مجموع الأموال في شراء أصل واحد، أو تقييد الأوزان بحيث تكون كلها أوزانًا مُوجبة (أي عمليات شراء أصول فقط دون السماح بالبيع المكشوف)، لا يُمكن في مثل هذه الحالات حل مسألة تخصيص المحفظة الماليّة لماركويتز باستخدام أسلوب تحليلي بحت، وإنما يجب استخدام إجراء عددي كاستخدام الدالة Solver في مايكروسوفت إكسل (Microsoft Excel) على سبيل المثال.

نُشير أيضًا إلى أنه من الممكن صياغة مسألة ماركويتز بطريقة ثانية مُختلفة تمامًا عن الطريقة الأولى، حيث يتم اختيار أوزان المحفظة الماليّة التي تُعظِّم عائد المحفظة الماليّة رهن مُستوى أقصى مُستهدف من التباين، نُعيد حل المسألة الأخيرة مرات عديدة، وفي كل مرة نأخذ قيمة جديدة لعائد المحفظة الماليّة، وبالتالي نتحصَّل في الأخير على رسم لمنحنى الحد الكفء، بعد ذلك، ولإيجاد نقطة التماس، وهي نقطة يلامس فيها الحد الكفء خط سوق رأس المال (Capital Market Line) يجب حل المسألة التالية: $\max_{w} \frac{w' E(r) - r_f}{(w' V w)^{1/2}}$ مع مراعاة القيد التالي: $w'.\ 1_N = 1$ إذا لم يكن هناك حاجة لفرض مزيد من القيود على الأوزان w، يُمكن ببساطة إيجاد أوزان المحفظة الماليّة المثلى عن طريق المعادلة التالية:

---

(٢) لاحظ أن المصفوفة $w'.\ 1_N$ من الدرجة 1×1 أي أن ناتج الضرب يكون قيمة قياسية.

$$w = \frac{V^{-1}[E(r)-r_f.\ 1_N]}{1'_N\ V^{-1}[E(r)-r_f.\ 1_N]} \qquad (١٦،٢)$$

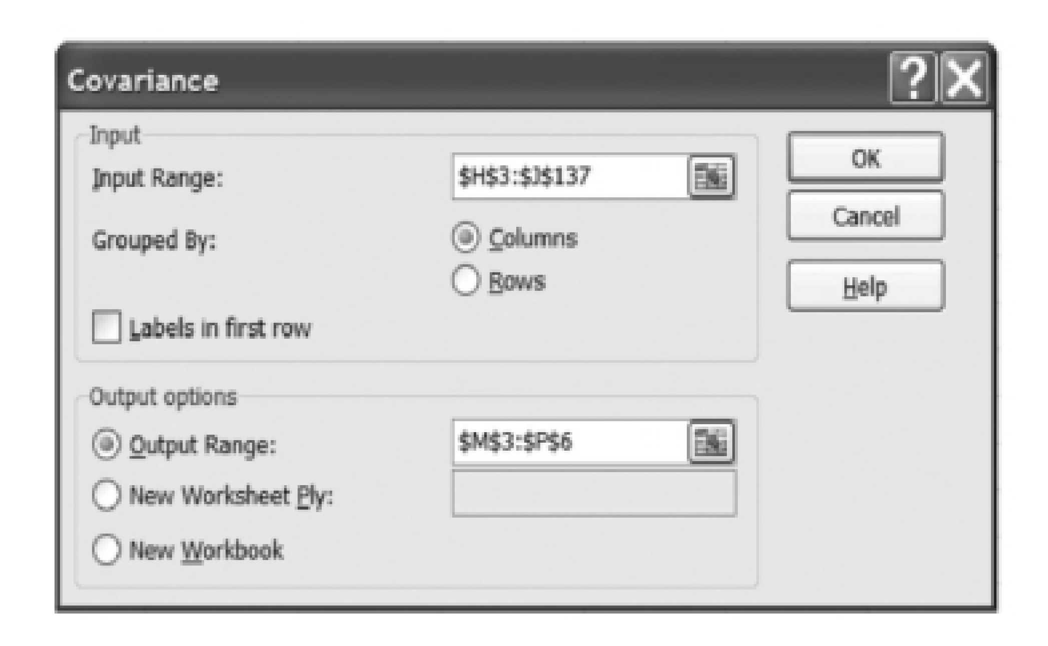
٢,٣,٧ رسم مُنحنى الحد الكفء من حيث الموازنة بين العائد والخطر داخل إكسل

(The mean-variance efficient frontier in Excel)

يصف هذا القسم كيفية بناء الحد الكفء ورسم خط سوق رأس المال باستخدام محفظة ماليَّة مُتكونة من ثلاثة أسهم، وذلك باستخدام مايكروسوفت إكسل، وعلى الرغم من أنه سيتم استخدام إفيوز لإنجاز الأعمال التطبيقية في بقيَّة فصول الكتاب، إلا أنه من الطبيعي جدًّا مُعالجة هذه الأنواع من المسائل داخل لوحة جدوليَّة معيارية، كما يُفترض أن يكون القُرَّاء على دراية بالدوال الأساسية لإكسل، ويُعتبر كتاب بننجي (٢٠١١) (Benninga (2011)) مرجعًا جيدًا للقراء الذين هم بحاجة إلى تذكير بهذه الدوال.

تتضمن اللوحة الجدولية 'efficient.xls' الناتج النهائي، أي رسم مُنحنى الحد الكفء، ورسم خط سوق رأس المال، ومع ذلك أقترح على القرّاء **البدء بفتح لوحة جدوليَّة فارغة، ثم نسخ كل البيانات الخام داخلها، ومن ثم إعادة تطبيق كل الصيغ الواردة في الورقة**، وذلك بهدف أخْذ فكرة أفضل عن كيفية إنجاز هذه الرسوم.

تتمثَّل الخطوة الأولى في حساب عوائد المحفظة، كما نعرض في العمود الثاني إلى العمود السادس من ورقة العمل 'efficient.xls' أسعار الأسهم وعائدات أذون الخزانة (T-bill)، وهي نفس البيانات التي ستستعمل في الفصل القادم لتقدير نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة (Capital Asset Pricing Model (CAPM))، كما نوضح أننا لا نحتاج في هذا التطبيق إلى مُؤشر S&P أو إلى سعر سهم أوراكل (Oracle) بما أن المحفظة الماليَّة، وكما ذكرنا سابقًا، مُتكوِّنة من ثلاثة أسهم فقط، تجدر الإشارة كذلك إلى أن كل التحليلات الواردة أدناه يُمكن بسهولة وبشكل حدسي تعميمها على حالات أخرى تكون فيها المحفظة الماليَّة مُتكوِّنة من عدد أكبر من الأصول.



لقطة الشاشة رقم (١ ,٢) إعداد مصفوفة التباين والتغاير داخل إكسل

وبما أن الهدف وراء هذا العمل هو إنشاء محفظة ماليَّة فإنه من الأفضل استعمال العوائد البسيطة بدلًا من العوائد المركَّبة المستمرة، لذلك نبدأ العمل **بإنشاء ثلاث سلاسل للعوائد البسيطة** للأسهم فورد (Ford)، جنرال إلكتريك (General Electric) ومايكروسوفت (Microsoft) في الأعمدة من H إلى J، وتُعَنْوَن هذه الأعمدة على التوالي 'FORDRET'، 'GERET' و 'MSOFTRET'، يحتوي العمود K من ورقة العمل على عوائد المحفظة الماليَّة المتكوِّنة من ثلاثة أسهم، وذلك حسب وزن كل سهم داخل المحفظة الماليَّة، لذلك نقوم في البداية باختيار قيم هذه الأوزان اعتباطيًّا، وتُكتَب في ثلاث خلايا مُختلفة في ورقة العمل، مع العلم أنه في مرحلة لاحقة سيتم حساب القيم المثلى لهذه الأوزان باستخدام الدالة Solver. **نكتب إذًا ٣٣, ٠، ٣٣, ٠ و ٣٤, ٠ على التوالي في الخلايا N12 إلى N14**.

يتم **حساب مجموع الأوزان** في الخليَّة N15 للتحقُّق من أن مجموعها مساوٍ لـ ١، أي وُجوب استثمار كل الأموال المتاحة للمستثمر في شراء الأسهم الثلاث المكوِّنة للمحفظة، بتوفُّر كل هذه المعطيات يُمكن الآن إنشاء سلسلة عوائد المحفظة الماليَّة (على أساس تَساوِي الأوزان) في العمود K **(ونسمي هذه السلسلة PORTRET)**، لذلك **نكتب** في الخليَّة K2 القانون التالي: **= H3 * $N$12 + I3 * $N$13 + J3 * $N$14**. **نقوم بعد ذلك بنسخ هذه الصيغة في الأسفل في العمود K إلى حدود الصف ١٣٧**.

تتمثَّل المرحلة التالية في بناء مصفوفة التباين والتغاير، والتي قُمنا بتسميتها V كما ورد أعلاه، لذلك **نتقر أولًا فوق Data من شريط القوائم، ثم نختار Data Analysis** ونحدِّد Covariance من قائمة الاختيارات، **تُدخل بعد ذلك البيانات المطلوبة في النافذة كما يظهر في لقطة الشاشة رقم (١ , ٢)** حيث نكتب $H$3:$J$137 في 'Input Range' و $M$3:$P$6 في 'Output Range' ثم ننقر فوق OK، **ننسخ بعد ذلك قيم التغاير** في الجزء الأيمن لأعلى المصفوفة، وتستبدل **Column 1**، **Column 2** و**Column 3 بأسماء الأسهم الثلاث في رؤوس الأعمدة والصفوف**.

نريد الآن حساب مُتوسط العوائد لكل سهم من الأسهم الفردية المكوِّنة للمحفظة (يحتوي القطر الرئيس لمصفوفة التباين والتغاير كما تعلم على تباين الأسهم)، للقيام بذلك **نكتب** في الخلايا M9 إلى O9 الصيغ التالية: **AVERAGE(H3: H137) =**، **= AVERAGE(I3: I137)** و **= AVERAGE(I3: I137)**.

نستطيع بعد ذلك تقديم إحصاءات موجزة (Summary Statistics) عن عوائد المحفظة الماليَّة، وذلك باستخدام عدَّة طرق مُختلفة، من بين هذه الطرق يُمكن استخدام جبر المصفوفات في إكسل لحساب الوسط الحسابي، التباين والانحراف المعياري لسلسلة العوائد مُباشرة من العمود K الذي يحتوي على العوائد الشهرية للمحفظة، على سبيل المثال، لحساب متوسط عوائد المحفظة **تُدخل في الخليَّة N18 الصيغة التالية**: **= MMULT(M9: O9, N12: N14)** وهذا يعني أننا نضرب متَّجه العوائد $(E(r)')$ في الخلايا M9 إلى O9 بمتَّجه الأوزان w في الخلايا N12 إلى N14.

نُريد في الخليَّة N19 صيغة تباين المحفظة الماليَّة، أي $w' V w$، والتي يُمكن حسابها داخل إكسل باستخدام الصيغة التالية: = **MMULT(MMULT(Q13: S13, N4: P6), N12: N14)**.

M	N	O	P	Q	R	S	T
مصفوفة التباين والتغاير V							
	FORD	GE	MSOFT				
FORD	293.02	62	42.9				
GE	61.55	67	25.79				
MSOFT	42.90	26	50.05				
	عوائد الأسهم						
1.31	0.24	0					
أوزان المحفظة W					منقول متجه الأوزان W'		
FORD	0.33			FORD	GE	MSOFT	
GE	0.33			0.3	0.33	0.34	
MSOFT	0.34						
	1.00	مجموع الأوزان>>>					
احصائيات المحفظة							
الوسط	0.64						
التباين	73.80						
الانحراف المعياري	8.59						

لقطة الشاشة رقم (٢,٢) اللوحة الجدولية المستخدمة في بناء الحد الكفء

عمليًا يجب أن نقوم بعملية الضرب على مرحلتين، نقوم في المرحلة الأولى بضرب منقول متَّجه الأوزان w' في الخلايا Q13 إلى S13 بمصفوفة التباين والتغاير V في الخلايا N4 إلى P6، في المرحلة الثانية، نضرب ناتج ضرب المرحلة الأولى بمتَّجه الأوزان w في الخلايا N12 إلى N14، أخيرًا **نحسب الانحراف المعياري لعوائد المحفظة الماليَّة في الخليَّة N19 وذلك بأخذ الجذر التربيعي للتباين في الخليَّة N18**.

لنأخذ الآن بعض الدقائق لفحص الإحصاءات الموجزة ومصفوفة التبايُن والتغاير، يُمكن القول في البداية إنه من الواضح أن السهم فورد هو من بعيد السهم الأكثر تباينًا، وذلك بتباين سنوي مساوٍ لـ ٢٣٩. في المقابل يُعتبر السهم مايكروسوفت السهمَ الأقل تباينًا من بين أسهم المحفظة، وذلك بتبايُن قدره ٥٠. كما يُمكن القول كذلك إن تباين المحفظة المُتَساوية الأوزان هو ٧٣,٨. من جهة أخرى نلاحظ أن السهم فورد لديه أعلى متوسط عائد، لدينا الآن كل العناصر الضرورية لبناء مُنحنى الحد الكفء من حيث الموازنة بين العائد والخطر، ويجب أن يكون الجانب الأيمن لورقة العمل مطابقًا للوحة البيانات في لقطة الشاشة رقم (٢,٢).

دعونا نحسب أولًا الحد الأدنى لتباين المحفظة، للقيام بذلك **ننقر فوق الخليَّة N19** التي تحتوي على قانون تباين المحفظة، **ننقر إذًا فوق علامة التبويب 'بيانات' (Data tab) ثم فوق Solver**، **يجب بعد ذلك إكمال حقول النافذة التي** ستظهر كما هو مُبيَّن في **لقطة الشاشة رقم (٢,٣)**، نريد إذًا تصغير الخليَّة $N$19 وذلك بتغيير الأوزان في الخلايا $N$12:$N$14 مع مراعاة قيد مجموع الأوزان مساوٍ لواحد ($N$15 = 1). **ننقر بعد ذلك فوق Solve**، وستظهر نافذة تعلِمنا بوجود حل لمسألة التصغير، **ننقر إذًا فوق OK**.

كما نلاحظ أن استخدام Solver لحل مسألة التصغير ليس ضروريًا؛ لأن هذه الأخيرة تضمَّنت قيدًا واحدًا، في المقابل عند إضافة قيود أخرى على مسألة تصغير تباين المحفظة، كالتقيُّد بأوزان مُوجبة أو أيَّة قيود أخرى على الأوزان، فإنه في هذه الحالة ليس بالإمكان حل هذه المسألة تحليليًّا، وبالتالي وجوب استعمال Solver. نُشير كذلك إلى أن الأوزان في الخلايا N12 إلى N14 تتغيَّر تلقائيًّا

بعد النقر فوق OK، وكذلك بالنسبة إلى الإحصاءات الموجزة في الخلايا N18 إلى N20. وهكذا فإن الأوزان التي تُصغِّر تباين المحفظة الماليّة تكون صفرًا بالنسبة إلى السهم فورد، ٣٧٪ لسهم جنرال إلكتريك و ٦٣٪ لسهم مايكروسوفت، تحقّق هذه الأوزان تباينًا شهريًا مساويًا لـ ٤١ (أي أن الانحراف المعياري مساوٍ لـ ٦,٤١٪) ومتوسط عائد شهري مساوٍ لـ ٠,٣٣٪.

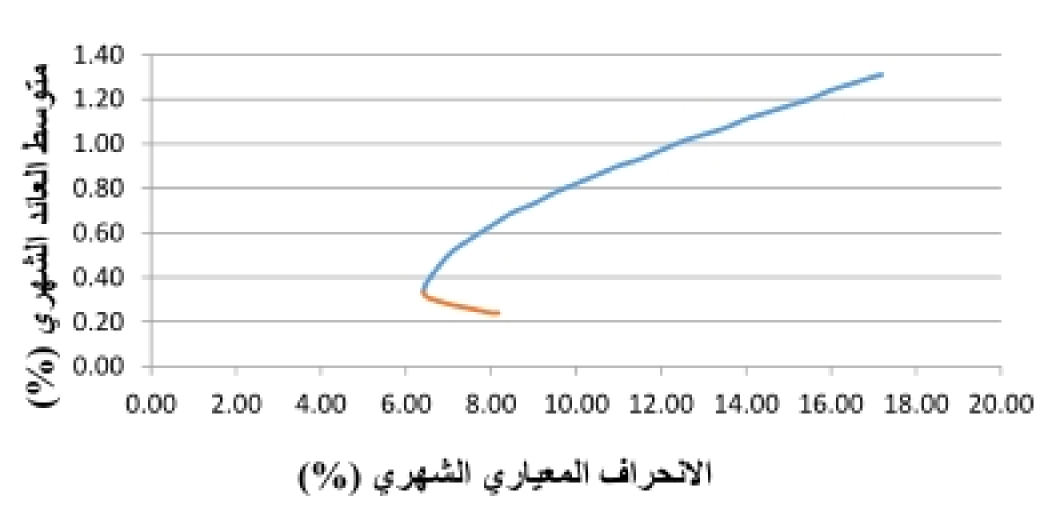
لقطة الشاشة رقم (٣,٢) إكمال نافذة **Solver**

يُمكن القول الآن إنه لدينا أول نقطة على مُنحنى الحد الكفء (أوّل نقطة على أقصى يسار المنحنى)، ونُعيد هذا الإجراء عدة مرات لإيجاد نقاط أخرى على المنحنى، نأخذ عدَّة قيم للتباين ثم نحسب الأوزان التي تعظِّم العائد وفق هذا التباين، **نحدِّد في الخلايا N25 إلى N40 القيم المُستهدفة للانحراف المعياري من ٦,٥ إلى ١٧، وذلك بإضافة ٠,٥ في كل مرة**، يتم اختيار هذه الأرقام بصفة اعتباطية، لكن كقاعدة عامة، للحصول على شكل جيِّد للحد الكفء يجب أن تكون القيمة القصوى للتباين (أي ١٧) حوالي ثلاثة أضعاف القيمة الدنيا (أي ٦,٥)، في مثالنا هذا لا يجب أَخْذ قيمة للانحراف المعياري أصغر من ٦,٤١؛ لأن هذه القيمة تُعتبر أصغر قيمة مُمكنة لتباين المحفظة الماليَّة المتكوِّنة من الأسهم الثلاث.

تنقر فوق الخليَّة N18 ثم نختار Solver من علامة التبويب 'بيانات'، نكتب بعد ذلك في نافذة Solver نفس بيانات لقطة الشاشة رقم (٣,٢) مع **اختيار Max** (لتعظيم العائد تحت قيد الانحراف المعياري) عوضًا عن Min **وإضافة القيد $N$20 = $N$25**، وبالتالي ستكون قيمة الانحراف المعياري مُساوية للقيمة التي نُريدها، أي القيمة ٦,٥ في الخليَّة N25. **ننقر بعد ذلك فوق Solve** لإيجاد الحل الجديد لمسألة تعظيم العائد، تُصبح أوزان الأسهم كالتالي: ٤٪ لسهم فورد، ٣٠٪ لسهم جنرال إلكتريك و ٦٦٪ لسهم مايكروسوفت، وبالتالي يكون العائد ٠,٣٨٪ والانحراف المعياري ٦,٥٪. **نعيد بعد ذلك نفس الخطوات السابقة مع تغيير قيمة**

الانحراف المعياري بين ٦,٥ و ١٧، وفي كل مرة نسجِّل قيمة العائد المقابل لقيمة الانحراف المعياري (يُمكن كذلك تسجيل قيم الأوزان). كما نُشير إلى أنه في حالة أردنا إيجاد محفظة بانحراف معياري مُساوٍ لـ **١٧,٥** فإن Solver لن يتمكَّن من إيجاد حل لمسألة تعظيم العائد؛ لأنه في هذه الحالة لا يوجد مزيج من الأسهم الثلاث يعطي هذه القيمة المرتفعة للانحراف المعياري، في الحقيقة تُمثِّل النقطة على أعلى يسار مُنحنى الحد الكفء أعلى قيمة لعائد المحفظة، وهي النقطة التي تمثِّل ١٠٠٪ من الاستثمار في السهم الأعلى عائدًا (أي السهم فورد في هذه الحالة).

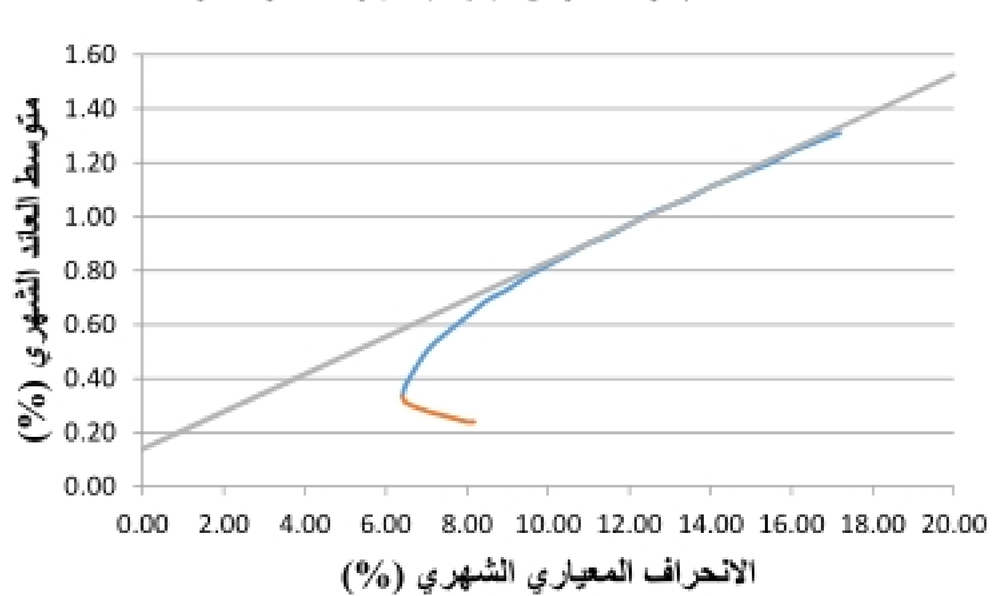
يُمكن الآن رسم مُنحنى الحد الكفء، وذلك بوضع قيم العائد على المحور الصادي، وقيم الانحراف المعياري على المحور السيني، إذا أردنا كذلك رسم الجزء السفلي لمنحنى مجموعة الفرص البديلة للاستثمار في المحفظة باعتبار العائد والخطر (أي الجزء السفلي الذي يمثِّل التفاف المنحنى على نفسه)، **يجب إعادة نفس الخطوات المذكورة أعلاه**، أي تحديد القيم ٦,٥، ٧،... كقيم للانحراف المعياري، لكن في هذه المرة **نبحث عن تصغير العائد المقابل عوضًا عن تعظيمه**، يكون العائد الأدنى مُساويًا لـ ٠,٢٤ عندما تكون ١٠٠٪ من استثمارات المحفظة في السهم جنرال إلكتريك، يَظهر رسم مُنحنى الحد الكفء كما في لقطة الشاشة رقم (٤,٢)، يتميز خط الحد الكفء بنوعٍ ما من الالتواء، ويرجع ذلك إلى أن نقاط الخط ليست قريبة من بعضها البعض بالقدر الكافي، في المقابل نُشير إلى أنه في صورة ما أخذنا قيمًا للانحراف المعياري من ٦,٥ إلى ١٧، وذلك بزيادة ٠,٢ عوضًا عن ٠,٥، فإن خط الحد الكفء سيكون أكثر سلاسة مما هو عليه في لقطة الشاشة رقم (٤,٢).



لقطة الشاشة رقم (٤,٢) الرسم البياني للحد الكفء

تتمثَّل الخطوة الأخيرة في إضافة خط سوق رأس المال (CML) إلى رسم مُنحنى الحد الكفء. للقيام بذلك، نحتاج إلى إيجاد نقطة التماس، وهي النقطة التي يتم من خلالها تعظيم نسبة شارب للمحفظة (Sharp Ratio Portfolio)، لذلك نحتاج في المرحلة الأولى إلى **حساب متوسط عوائد سلسلة أذون الخزانة** (يجب قسمة هذه العوائد على اثني عشر للحصول على معدَّل شهري، وذلك حتى يتسنى مُقارنتها مع عوائد الأسهم الشهرية) في الخليَّة N55.

نحسب بعد ذلك علاوة المخاطرة (Risk Premium) **في الخليَّة N56** وهي عبارة عن الفارق بين عائد المحفظة الخطرة (Risky Portfolio Return) ومعدَّل العائد الخالي من الخطر (Risk-Free Rate) أي الفارق بين **N18** و **N55**. أخيرًا نحسب نسبة **شارب في الخليَّة N57** وهي عبارة عن ناتج قسمة علاوة المخاطرة في N56 بالانحراف المعياري للمحفظة في N20. يُمكننا الآن استدعاء الدالة Solver **لتعظيم قيمة الخليَّة N57 تحت قيد مساواة مجموع الأوزان بواحد** (مع العلم أنه ليس هناك ضرورة لإضافة قيود أخرى).



لقطة الشاشة رقم (٥ ، ٢) الرسم البياني للحد الكفء وخط سوق رأس المال

يُمكن القول: إن نقطة التماس تتميَّز بمتوسط عائد شهري مساوٍ تمامًا لـ ١٪ (من قَبِيل الصدفة)، بانحراف معياري مُساوٍ لـ ٤١ ,١٢٪ وبالأوزان التالية: ٦٦٪، ٠٪ و ٣٤٪ للأسهم فورد، جنرال إلكتريك، ومايكروسوفت على التوالي، نحتاج بعد ذلك إلى **مجموعة من النقاط لرسم خط سوق رأس المال**، أوَّل هذه النقاط هي النقطة التي تقع على المحور الصادي، والتي يكون فيها الخطر صفرًا، والعائد مساويًا لمعدَّل العائد الخالي من الخطر (أي ١٤ ,٠٪ شهريًّا)، كما تأخذ نقطة التماس كنقطة ثانية لرسم خط سوق رأس المال، يُمكن بعد ذلك استعمال دالة الخط المستقيم التالية لتحديد بقية نقاط خط سوق رأس المال:

$$return = R_f + Sharp\ ratio\ x\ std\ dev$$

كل ما علينا القيام به هو **أخذ عينة من القيم للانحراف المعياري وحساب قيم العوائد المقابلة لها**، مع العلم أن $R_f = 0.14$ و $Sharp\ ratio = 0.0694$. تتضمن لقطة الشاشة رقم (٥ ، ٢) رسمًا مشتركًا لمجموعة الفرص للتباين الأدنى وخط سوق رأس المال.

٤ , ٢ الاحتمال والتوزيعات الاحتماليَّة

(Probability and probability distributions)

تُناقش هذه الفقرة وتعرض المصطلحات النظرية للوسط الحسابي (Mean) والتباين لمتغيِّر عشوائي، يُمكن تعريف *المتغيِّر العشوائي* (Random Variable) كمتغيِّر يأخذ أية قيمة من بين مجموعة قيم مُعيَّنة، وتحدَّد هذه القيمة على الأقل جزئيًّا عن طريق الصدفة، تُعتبر المتغيِّرات العشوائية بحكم طبيعتها مُتغيِّرات لا يُمكن التنبؤ بها إطلاقًا. من الأفضل كذلك اعتبار أغلب سلاسل البيانات في الاقتصاد والماليَّة مُتغيِّرات عشوائية على الرغم من إمكانية استنادها إلى هيكل يُمكن قياسه، وبالتالي لن تكون هذه الأخيرة سلاسل عشوائية بحتة، ومن المفيد غالبًا اعتبار هذه السلاسل على أنها تتكوَّن من جزء ثابت (وهو جزء يُمكننا نمذجته والتنبؤ به)، وجزء عشوائي بحت لا نستطيع التنبؤ به.

يُعرف وسط المتغيِّر العشوائي y أيضًا بأنه القيمة المتوقَّعة (Expected Value) للمتغيِّر، أي $E(y)$. كما تُستخدم خواص القيم المتوقعة على نطاق واسع في الاقتصاد القياسي، نعرض فيما يلي لبعض من تلك فيما يتعلَّق بالمتغيِّر العشوائي y:

- تُساوي القيمة المتوقَّعة لثابت (أو لمتغيِّر غير تصادفي (Non-Stochastic) قيمة الثابت، على سبيل المثال:

$$E(c) = c$$

- تُساوي القيمة المتوقَّعة لناتج ضرب ثابت بمتغيِّر عشوائي ضرب الثابت بالقيمة المتوقَّعة للمتغيِّر العشوائي: $E(c\,y) = c\,E(y)$. كما يُمكن أيضًا أن نُبيِّن أن: $E(c\,y + d) = (c\,E(y)) + d$ حيث إن d هو أيضًا ثابت.
- إذا كان لدينا مُتغيِّران عشوائيان مُستقلَّان y_1 و y_2 فيُمكن كتابة العلاقة التالية:

$$E(y_1\,y_2) = E(y_1)\,E(y_2)$$

غالبًا ما نرمز إلى تباين المتغيِّر العشوائي y بـ $Var(y)$. أمَّا خواص 'مؤثر التباين' أي $Var(.)$، فهي كالتالي:

- يكون تباين المتغيِّر العشوائي y كالتالي: $Var(y) = E[y - (y)]^2$.
- قيمة تباين ثابت هي صفر: $Var(c) = 0$.
- إذا كان لدينا ثابتان c و d فيُمكن كتابة المعادلة التالية: $Var(c\,y + d) = c^2 Var(y)$.
- إذا كان لدينا مُتغيِّران عشوائيان مُستقلَّان y_1 و y_2 فيُمكن كتابة العلاقة التالية:

$$Var(c\,y_1 + d\,y_2) = c^2 Var(y_1) + d^2 Var(y_2)$$

كما يُرمز إلى التغاير بين مُتغيِّرين عشوائيين y_1 و y_2 بـ $Cov(y_1, y_2)$. أمَّا خواص مؤثر التغاير فهي كالتالي:

$$Cov(y_1, y_2) = E\left[\left(y_1 - E(y_1)\right)\left(y_2 - E(y_2)\right)\right]$$

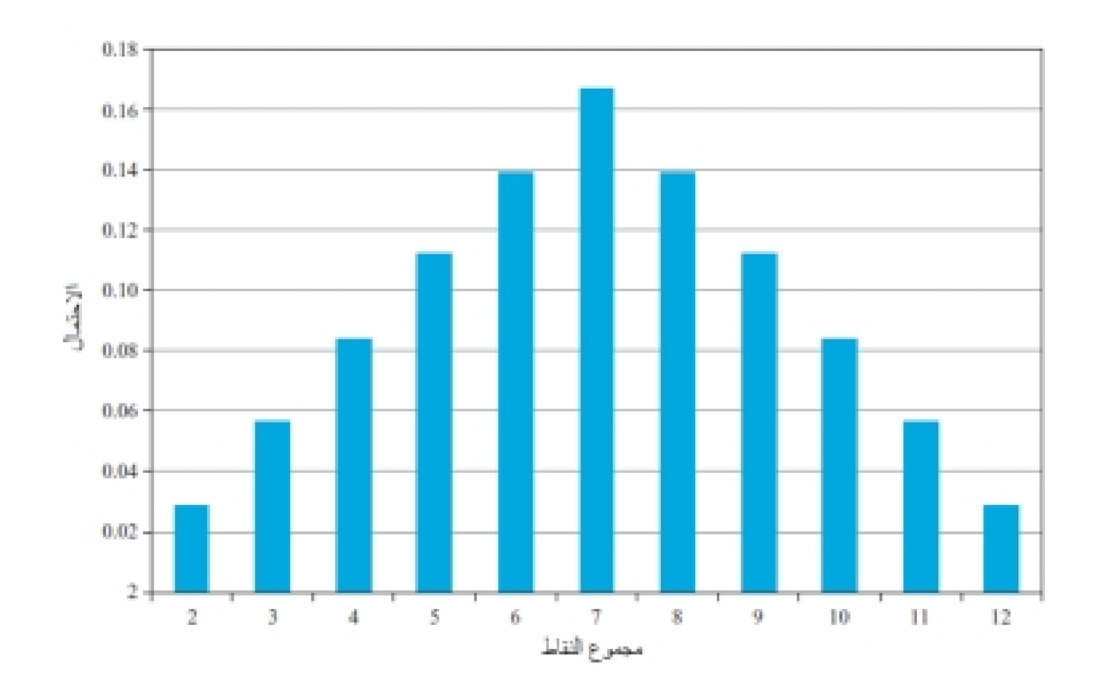
- إذا كان المتغيِّران العشوائيان y_1 و y_2 مستقلَّيْن فإن: $Cov(y_1, y_2) = 0$.
- إذا كان لدينا أربعة ثوابت c، d، e و f فيُمكن كتابة العلاقة التالية:

$$Cov(c + d y_1, e + f\,y_2) = d\,f\,Cov(y_1, y_2)$$

تأتي البيانات التي نستخدمها في بناء نماذج الاقتصاد القياسي إمَّا من واقع التجربة، أو أنها عادة ما تكون بيانات مرصودة من 'العالم الحقيقي'، غالبًا ما تأخذ نتائج تجربة ما بعض القيم المحددة، أي أنها مُتغيِّرات عشوائية مُنفصلة (Discrete Random

Variables)، على سبيل المثال، في تجربة إلقاء مُكعبيْ نرد يُمكن لمجموع نقاط وجهَيْهما أن يأخذ كل القيم بين اثنين (عندما يكون الوجه المحصَّل لكل مكعب مُساوٍ لواحد)، واثني عشر (عندما يكون الوجه المحصَّل لكل مكعب مُساويًا لستة)، يُمكننا بعد ذلك حساب احتمال كل قيمة من قيم المجموع، وتمثيلها برسم بياني، كما في الشكل رقم (٢,٧)، تُعرف مجموعة القيم الممكنة مع الاحتمالات المرتبطة بقيم المتغيِّر العشوائي *بدالة التوزيع الاحتمالي* (Probability Distribution Function). كما *يُعرَف الاحتمال* (Probability) بأنه قيمة تنحصر بين صفر وواحد، يكون الاحتمال صفرًا عند الاستحالة، وواحدًا في حالة اليقين، نلاحظ أيضًا أن مجموع الاحتمالات في الشكل رقم (٢,٧) يُساوي واحدًا كما هو الحال دائمًا.

أمَّا في الماليَّة فنتعامل في أغلب الأحيان مع المتغيِّرات المستمرَّة (أو المتَّصلة) (Continuous Variables) عوضًا عن المتغيِّرات المنفصلة (Discrete Variables)، وفي هذه الحالة يكون الرسم السابق رسمًا *لدالة الكثافة الاحتماليَّة* ((Probability Density Function, pdf))، هذا ويُعتبر التوزيع الطبيعي (Normal Distribution) أو التوزيع الجاوسي (Gaussian Distribution) (وهما مصطلحان مرادفان) من أكثر التوزيعات التي تُميِّز المتغيِّرات العشوائية. وكما سنرى في الفصل ٥ من السهل استخدام التوزيع الطبيعي نظرًا لأنه مُتماثل، كما تُمثِّل معرفة وسطه وتباينه المعلومات الوحيدة المطلوبة لتحديد مُواصفات هذا التوزيع بالكامل، يُعَدُّ التوزيع الطبيعي أيضًا توزيعًا مُفيدًا بشكل خاص، وذلك لأن العديد من السلاسل ذات الصبغة الطبيعية مثل سلاسل الأطوال، الأوزان، ونِسَب الذكاء لعيِّنة من الأشخاص تتبع التوزيع الطبيعي.



الشكل رقم (٢,٧) دالة التوزيع الاحتمالي لمجموع مُكعبَي النرد.

كما يتميَّز التوزيع الطبيعي بعدَّة خواص رياضية مُفيدة، على سبيل المثال، يُعطي كل تحويل خطي لمتغيِّر عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي مُتغيِّرًا ثانيًا يتبع نفس التوزيع، بمعنى آخر، إذا أخذنا مُتغيِّرًا عشوائيًّا ($y \sim N(\mu, \sigma^2)$، أي أن y يتبع التوزيع الطبيعي وسطه μ وتباينه σ^2، فإن: ($a + by \sim N(b\mu + a, b^2\sigma^2)$ حيث يُمثِّل a و b قيمتان قياسيتان، علاوة على ذلك تتبع أيضًا كل تركيبة خطيَّة (Linear Combination) لعدَّة مُتغيِّرات طبيعية مُستقلة التوزيع الطبيعي.

لنفترض الآن أن لدينا مُتغيِّرًا عشوائيًّا يتبع التوزيع الطبيعي، وسطه μ وتباينه σ^2. يُمكن كتابة دالة الكثافة الاحتماليَّة لهذا المتغيِّر على النحو التالي:

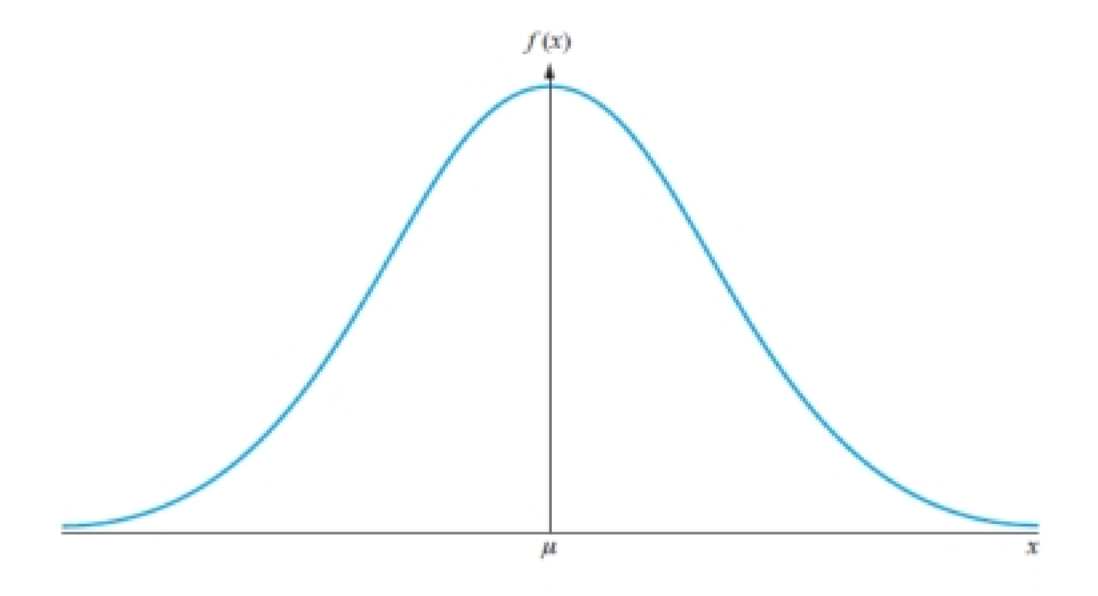
$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(y-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (١٧،٢)$$

بإدخال قيم y في المعادلة السابقة نتحصَّل على 'الشكل الجرسي' المعتاد للتوزيع الطبيعي كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (٢،٨).

من المتغيِّر العشوائي الطبيعي يُمكن الحصول على مُتغيِّر ثانٍ يُعرَف باسم المتغيِّر العشوائي الطبيعي المعياري (Standard Normally Distributed Random Variable)، وذلك بطرح الوسط من المتغيِّر العشوائي الطبيعي، وقسمة الناتج على الانحراف المعياري (الجذر التربيعي للتباين)، يُمكن كتابة المتغيِّر العشوائي الطبيعي المعياري كالتالي:

$$Z = \frac{y-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

كما نذكر أيضًا أنه عادة ما يكون العمل بالتوزيع الطبيعي في شكله الموحد معياريًّا أسهل.



الشكل رقم (٢،٨) دالة الكثافة الاحتماليَّة للتوزيع الطبيعي.

يُمكن استخدام دالة الكثافة الاحتماليَّة في إيجاد احتمال أن يقع المتغيِّر العشوائي في مجال معيَّن، على سبيل المثال، ما هو احتمال أن تكون قيمة y بين ٠,٢ و ٠,٣؟ للإجابة عن هذا السؤال يجب تعويض y بـ ٠,٢ ثم بـ ٠,٣ في المعادلة رقم (١٧،٢) وفي كل مرَّة حساب القيمة المقابلة من $f(y)$. يُعطي الفارق بين قيمتَيْ $f(y)$ قيمة الاحتمال الذي نبحث عنه.

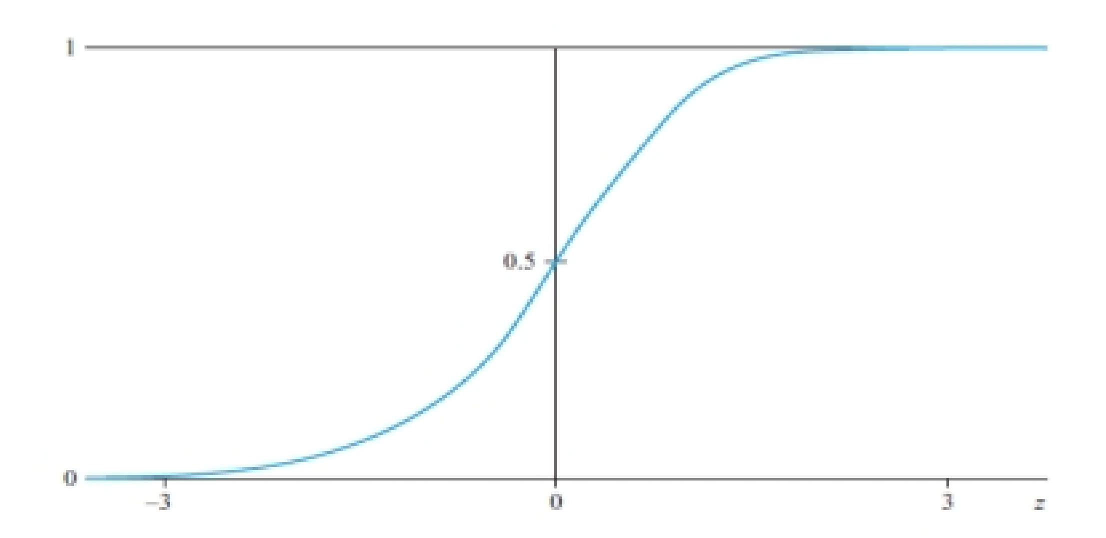
كما نُشير أيضًا إلى أن احتمال أن يكون المتغيِّر العشوائي المستمر مُساويًا *تمامًا* لعدد مُعيَّن هو دائمًا معدومًا، وذلك بحكم تعريفه، يرجع ذلك إلى أن المتغيِّرات العشوائية المستمرة يُمكن أن تأخذ أي قيمة، على سبيل المثال، يُمكن أن تأخذ ١ صحيح أو ٠,٩٩٩٩٩ أو ١,٠١ أو أيضًا ١,٠٠٠٠٠٠١ إلخ.

في كثير من الأحيان، عوضًا عن تحديد احتمال أن يقع المتغيِّر العشوائي بين قيمتين، نريد معرفة احتمال أن يكون المتغيِّر أقل (أو أكثر) من قيمة معيَّنة، على سبيل المثال، ما هو احتمال أن يكون المتغيِّر العشوائي أقل من ٠,٤؟ عمليًّا نريد معرفة احتمال أن يقع المتغيِّر

العشوائي بين $-\infty$ و ٠,٤ . نتحصَّل على هذه المعلومة من خلال *دالة التوزيع التراكمي* (Cumulative Density Function (cdf)) والتي يُرمز إليها بـ $F(y)$. وبالتالي يكون حساب احتمال أن تكون قيمة المتغيِّر العشوائي y أقل (أو تُساوي) بعض من قيمة معيَّنة لـ y ، y_0 تساوي دالة التوزيع التراكمي لـ y التي تم تقييمها حيث $y = y_0$:

$$P(y \leq y_0) = F(y_0)$$

يأخذ مُنحنى دالة التوزيع التراكمي لمتغيِّر عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي الشكل السِّيني (Sigmoid Shape) كما يظهر في الشكل رقم (٩ , ٢)، يعرض الجدول أ٢ , ١ في الملحق ٢ لهذا الكتاب ما يُعرف بالقيم الحرجة (Critical Values) للتوزيع الطبيعي، عمليًّا، إذا رسمنا قيم الصف الأوَّل للجدول أ٢ , ١، أي α، على المحور الصادي وقيم الصف الثاني Z_α على المحور السيني نتحصَّل على الرسم البياني لمنحنى دالة التوزيع التراكمي، بالنظر إلى هذا الجدول إذا كان $\alpha = 0.1$ فإن $Z_\alpha = 1.2816$ وبالتالي فإن ١٠٪ (أي ٠,١) من التوزيع الطبيعي يقع على يمين القيمة ١,٢٨١٦ . بمعنى آخر: يُمكن القول إنَّ احتمال أن يأخذ المتغيِّر العشوائي الطبيعي المعياري قيمة أكبر من ١,٢٨١٦ يساوي ١٠٪. وعلى نحو مماثل يُمكن القول إنَّ احتمال أن يأخذ المتغيِّر العشوائي الطبيعي المعياري قيمة أكبر من ٣,٠٩٠٢ يساوي ٠,١٪ (أي ٠,٠٠١). يتميَّز التوزيع الطبيعي المعياري -كما نعلم- بكونه توزيعًا مُتماثلًا (Symmetric) حول القيمة صفر، وبالتالي إذا كان $P(Z \geq 1.2816) = 0.1$ فإن $P(Z \leq 1.2816) = 0.1$. نُذكِّر أخيرًا أنه يوجد نوع آخر لجدول التوزيع الطبيعي، وهو جدول يُظهر عدد القيم لـ Z_α والقيم المقابلة لها من α. بمعنى آخر: إذا أخذنا قيمة محدَّدة لـ Z، على سبيل المثال ١,٥ ، فإن الجدول الأخير يُعطي احتمال أن يكون المتغيِّر العشوائي الطبيعي المعياري أكبر من هذه القيمة.



الشكل رقم (٩ , ٢) دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الطبيعي.

١ , ٤ , ٢ نظرية الحد المركزي
(Central Limit Theorem)

بحسب هذه النظرية، إذا سحبت العينة العشوائية التالية $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_N$ بحجم N مُشاهدة من مُجتمع موزَّع توزيعًا طبيعيًّا وسطه μ وتباينه σ^2 فإن متوسِّط العيِّنة $\bar{y}$ يتبع أيضًا التوزيع الطبيعي بوسط μ وتباين $\frac{\sigma^2}{N}$. في الحقيقة، هناك قاعدة هامة في الإحصاء

تُسمَّى بنظريَّة *الحد المركزي*، والتي تنص على أن توزيع عيِّنات من متوسط أي عيِّنة عشوائية من المشاهدات سوف تميل نحو التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مُساوٍ لوسط المجتمع u، بشرط أن يقترب حجم العيِّنة إلى اللانهاية، كما تُعتبر هذه النظرية نتيجة مهمَّة جدًّا في الإحصاء، وذلك لأنها تنصُّ على أن متوسِّط العيِّنة $\bar{y}$ سيتبع التوزيع الطبيعي حتى لو كانت المشاهدات الأصليَّة للعيِّنة $(y_1, y_2, \dots, y_N)$ لا تتبع هذا التوزيع، وهذا يعني أننا نستطيع استخدام التوزيع الطبيعي كنوع من المرجع عند اختبار الفرضيات الإحصائية، سيُناقش الفصل التالي هذه النقطة بمزيد من التفصيل.

٢ , ٤ , ٢ توزيعات إحصائية أخرى

(Other statistical distributions)

هناك العديد من التوزيعات الإحصائية، من بينها التوزيع ذو الحدين (Binomial Distribution)، توزيع بواسون (Poisson Distribution)، التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (Log-normal Distribution)، التوزيع الطبيعي، التوزيع الأسي (Exponential Distribution)، توزيع تي (t Distribution)، توزيع مربع كاي (Chi-squared Distribution)، وتوزيع إف (أو توزيع فيشر سنديكور) (F Distribution). ويتميَّز كل توزيع من هذه التوزيعات بدالة كثافة احتماليَّة خاصة به، وبما أن المتغيِّرات العشوائية تختلف من عيِّنة إلى أخرى فمن المهم إذًا أن نستخدم توزيعات مختلفة لنمذجة هذه المتغيِّرات العشوائية، كما نُشير إلى أن العديد من التوزيعات يرتبط بعضها البعض، ومعظمها (باستثناء التوزيع الطبيعي) له معلمة أو أكثر من درجات الحريَّة (Degrees of Freedom) التي تُحدد موقع التوزيع وشكله، على سبيل المثال، يُمكن الحصول على توزيع مربع كاي (يُرمز إليه بالرمز χ^2) بجمع مربعات المتغيِّرات العشوائية الطبيعية المستقلة، وبالتالي نستطيع القول إن ناتج جمع عدد n من مربعات المتغيِّرات الطبيعية المستقلة يتبع التوزيع χ^2 بدرجات حريَّة n. كما نشير أيضًا إلى أن توزيع مربع كاي، وبما أنه يتكوَّن من مجموع مربعات مُتغيِّرات، لا يُمكن أن يأخذ قيمًا سالبة، نذكر أخيرًا أنه، وعلى خلاف التوزيع الطبيعي، يتميَّز توزيع مربع كاي بعدم التماثل حول قيمته الوسطيَّة.

من جهة أخرى يُعتبر توزيع إف، الذي يتضمن معلمتَيْن من درجات الحريَّة، ناتج قسمة مُتغيِّر أوَّل يتبع توزيع مربع كاي على مُتغيِّر مستقل ثانٍ يتبع نفس التوزيع، كلاهما مقسوم على درجات حريته، لتوضيح ذلك لنفترض أن لدينا مُتغيِّرين مستقلين y_1 و y_2 يتبع كلاهما على التوالي توزيعَ مربع كاي بدرجات حرية n_1 و n_2: $y_1 \sim \chi^2(n_1)$ و $y_2 \sim \chi^2(n_2)$. تتبع نسبة هذين المتغيِّرين المستقلين توزيع إف بدرجات حريَّة (n_1, n_2):

$$\frac{y_1/n_1}{y_2/n_2} \sim F(n_1, n_2)$$

أخيرًا، يُعتبر التوزيع تي دون شك التوزيع الأكثر استخدامًا في الاقتصاد القياسي، ويُعتبر التوزيع الطبيعي حالة خاصَّة من هذا الأخير، نُشير كذلك إلى أنه يُمكن الحصول على التوزيع تي بقسمة مُتغيِّر عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري، Z، بالجذر التربيعي لمتغيِّر عشوائي مُستقل يتبع توزيع مُربع كاي، y_1، مقسومًا بدوره على درجات الحريَّة n_1:

$$\frac{Z}{\sqrt{y_1/n_1}} \sim t(n_1)$$

يتشابه توزيع تي (t) والتوزيع الطبيعي من حيث التماثل حول القيمة صفر، ويختلفان من حيث الشكل، بما أن الأول أكثر تسطحًا وأعرض من الثاني، ستتم مناقشة هذه النقطة بإسهاب ابتداء من الفصل الثالث.

٢,٥ الإحصاء الوصفي

(Descriptive Statistics)

من المفيد عند تحليل سلسلة تضم العديد من المشاهدات وَصْفُ أهم خصائص تلك السلسلة باستخدام عدد قليل من المقاييس، تُناقش هذه الفقرة أهم المقاييس الإحصائية الأكثر استعمالًا لوصف السلاسل الماليَّة والاقتصادية، والتي تُعرَف باسم *الإحصاءات الموجزة* (Summary Statistics) أو *الإحصاء الوصفي*، كما تُحسب مقاييس الإحصاء الوصفي استنادًا إلى عيِّنة من البيانات، من المهم قبل عرض أهم الإحصاءات الموجزة المستخدمة في تحليل البيانات الماليَّة تعريف مصطلحين، وهما *المجتمع الإحصائي* (Population) و*العيِّنة* (Sample) واللذان يتميَّزان بتعريف دقيق في الإحصاء (انظر الإطار رقم (٤ ,٢)).

١ ,٥ ,٢ مقاييس النزعة المركزية

(Measures of central tendency)

تُعرف القيمة المتوسِّطة لسلسلة بيانات أحيانًا *بمقياس الموضع* (Measure of Location) أو *بمقياس النزعة المركزية*، يُفترض عادة أن تقيس القيمة المتوسِّطة القيمة 'النموذجيَّة' للسلسلة، كما نُشير إلى أنه يوجد في الإحصاء العديد من الطرق الأخرى المستخدمة لحساب المتوسِّطات ويُعتبر الوسط الحسابي (Arithmetic Mean) (يُطلق عليه عادة 'الوسط') أبرز هذه الطرق وأكثرها شهرة، يُرمز بـ $\bar{r}_A$ للوسط الحسابي لسلسلة r_i تحتوي على عدد N من المشاهدات، يُمكن أن نحصل على قيمة الوسط الحسابي بطريقة بسيطة جدًا، وذلك بجمع كل قيم السلسلة وتقسيم الناتج على عدد المشاهدات:

$$\bar{r}_A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} r_i \qquad (١٨،٢)$$

كما يُعتبر *المنوال* (Mode) و*الوسيط* (Median) من بين المقاييس الأخرى المعتمدة لقياس متوسِّط السلسلة، يقيس المنوال القيمة الأكثر تكرارًا من بين قيم السلسلة، ويُنظر إليه أحيانًا كمقياس أكثر تمثيلًا للمتوسِّط من الوسط الحسابي، أمَّا الوسيط فيُعرَّف على أنَّه القيمة التي تقع في الوسط تمامًا لمجموعة من القيم مرتَّبة ترتيبًا تصاعديًّا[٣]، إذا كان عدد مُشاهدات السلسلة عددًا زوجيًّا فتوجد في هذه الحالة قيمتان للوسيط، على سبيل المثال، لنأخذ سلسلة متكونة من القيم التالية: {٣، ٧، ١١، ١٥، ٢٢، ٢٤}. في هذه الحالة يكون الوسيط ١١ و ١٥. أحيانًا نأخذ الوسط الحسابي لهاتين القيمتين لتحديد قيمة الوسيط: $\frac{(11+15)}{2} = 13$.

يتميَّز كل مقياس من مقاييس النزعة المركزيَّة المذكورة أعلاه بعدَّة مزايا، وكذلك بعدَّة عُيوب، يتميَّز الوسط الحسابي بكونه المقياس الأكثر استخدامًا عند الباحثين، إلا أن هذا المقياس يتأثر كثيرًا بالقيم المتطرفة (Extreme values) للبيانات، وبالتالي من الممكن ألَّا يكون الوسط الحسابي ممثِّلًا لمعظم البيانات، بخصوص المنوال، وبالرغم من أنه من أكثر المقاييس سهولة في تحديد قيمته، إلَّا أنه لا يتناسب مع البيانات المستمرة، أو مع الأعداد غير الصحيحة (مثل بيانات العوائد أو الدَّخل)، أو مع التوزيعات التي تضم قمَّتين فأكثر (تُعرَف على التوالي بالتوزيعات ثنائية المنوال وبالتوزيعات متعددة المنوال)، بالنسبة إلى الوسيط فيتميَّز بكونه غالبًا ما يُمثِّل جيِّدًا

---

(٣) هناك تعريف آخر للوسيط أكثر دقَّة من هذا التعريف، لكنه ليس ضروريًّا في هذا الفصل.

القيمة 'النموذجيّة' للبيانات، إلا أن عيبه يتمثّل في اعتماد حسابه على قيمة واحدة من قيم البيانات، وبالتالي إذا كان لدينا سلسلة تتكوّن من ١٠ قيم وضاعفنا القيم الثلاث الأكبر في هذه السلسلة فإن قيمة الوسيط لا تتغيّر.

الإطار رقم (٢, ٤) المجتمع الإحصائي والعيّنة

إذا كان لدينا مُتغيّران x و y، فيُمكن كتابة القوانين التالية:

- يُعرَّف المجتمع في الإحصاء على أنّه العدد الكلي للعناصر التي سيتم دراستها، على سبيل المثال، في سياق تحديد العلاقة بين خطر وعائد الأسهم في المملكة المتّحدة يكون المجتمع الإحصائي محل الدراسة متكوّنًا من جميع مُشاهدات السلاسل الزمنيّة للأسهم المتداولة في بورصة لندن (LSE).
- ينقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين: مجتمع محدود، ومجتمع غير محدود، في حين أن العينة هي جزء من العناصر المختارة من المجتمع الإحصائي، يكون المجتمع الإحصائي محدودًا إذا تكوّن من عدد محدود من العناصر، عمومًا إذا كانت كل العناصر المكوّنة للمجتمع الإحصائي غير متاحة، أو في حالة كان المجتمع الإحصائي يضم عددًا لامتناهيًا من العناصر التي يستحيل التعامل معها، في هذه الحالة يتم أخذ عيّنة من المجتمع الإحصائي وتحليلها إحصائيًا عوضًا عن دراسة المجتمع بأكمله.
- عادة ما تكون العيّنة عشوائية، كما يجب أيضًا أن تكون ممثّلة للمجتمع الذي استُخرجت منه، تُعرَّف العيّنة العشوائية كعملية اختيار عناصر البحث عن طريق إعطاء فرص متكافئة لجميع العناصر للتواجد داخل العيّنة.
- تتحصل على العيّنة الطبقية (Stratified Sample) عندما يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات أو شرائح، ويتم تحديد عدد مُشاهدات كل طبقة من طبقات العيّنة بما يتناسب مع حجمها في المجتمع.
- يُمثّل حجم العيّنة عدد المشاهدات المتوفّرة، ويُمكن كذلك أن يكون عدد العناصر الذي يحدّده الباحث لتقدير معلمات النموذج.

الوسط الهندسي

(Geometric Mean)

إلى جانب المقاييس التي ذكرناها سابقًا هناك مقياس آخر يُمكن استخدامه لتقدير متوسط السلسلة، وهو *الوسط الهندسي*، يُعرَف الوسط الهندسي لمجموعة N من القيم بأنه الجذر النوني لناتج ضرب هذه القيم ببعضها، بمعنى آخر: إذا كنا نريد حساب الوسط الهندسي لمجموعة متكونة من ٦ أرقام نضرب هذه الأرقام ببعضها البعض ثم نأخذ الجذر السادس لناتج الضرب (أي رفع الناتج إلى القوة $\frac{1}{6}$). في مجال الماليَّة نتعامل غالبًا مع سلاسل متكوّنة من عوائد أو من متغيِّرات مئوية بدلًا من سلاسل أسعار أو سلاسل قيم حقيقية، وبالتالي يُمكن أن تكون قيم هذه السلاسل سالبة، في هذه الحالة لا يُمكن حساب الوسط الهندسي لهذه السلاسل، وذلك لأنه لا يُمكن حساب الجذر النوني لقيم سالبة، لذلك في مثل هذه الحالات نستخدم طريقة أخرى مختلفة قليلًا عن الأولى لحساب الوسط الهندسي، في هذه الحالة لحساب الوسط الهندسي لسلسلة متكوّنة من N عائد نحوّل هذه العوائد إلى نِسَب (أي على المقياس (-١،١)) بدلًا من النسب المئوية (أي على المقياس (-١٠٠،١٠٠)) ثم نستخدم القانون التالي:

$$\overline{R_G} = [(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_N)]^{1/N} - 1 \qquad (١٩،٢)$$

ترمز السلسلة $r_1, r_2, \dots r_N$ إلى العوائد و$\overline{R_G}$ إلى قيمة الوسط الهندسي، وعليه لحساب الوسط الهندسي نضيف واحد إلى كل قيمة من قيم العوائد، ثم نضرب هذه القيم الجديدة ببعضها، ونرفع ناتج الضرب بالقوة$\frac{1}{N}$. أخيرًا نطرح من الناتج القيمة واحد، السؤال الذي يطرح نفسه الآن هو: ما هي الطريقة التي يتعيَّن علينا استخدامها لحساب المتوسط؟ الإجابة عن هذا السؤال هي 'كالعادة': يعتمد ذلك على نوع البيانات، تمنح العوائد الهندسية عائدًا ثابتًا للأصل أو للمحفظة يتعيَّن إيجاده ليتناسب مع الأداء الفعلي للأصل أو للمحفظة، ولا ينطبق ذلك على الوسط الحسابي، في هذا السياق استعمال الوسط الحسابي عوضًا عن الوسط الهندسي لن يؤدي في النهاية إلى القيمة الصحيحة للأصل أو للمحفظة.

كما يُمكن إثبات أن قيمة العائد الهندسي دائمًا ما تقل أو تُساوي قيمة العائد الحسابي، ولذلك يُعتبَر العائد الهندسي مؤشِّرًا متحيزًا للهبوط للأداء المستقبلي للأصل أو للمحفظة، وبالتالي إذا كان الهدف هو تلخيص الأداء الفعلي للأصل أو للمحفظة يكون الوسط الهندسي هو الأكثر ملاءمة من الوسط الحسابي، ولكن إذا كان الهدف هو توقُّع العوائد المستقبليَّة فإن الوسط الحسابي هو المستخدم في هذه الحالة، أخيرًا تجدر الإشارة إلى أن الوسط الهندسي يُعتبر بصورة جلية المقياس الأقل بديهية والأقل استعمالًا من الوسط الحسابي، لكنه في المقابل يتأثر بالقيم الشاذة المتطرفة أقل من تأثر الوسط الحسابي، نُشير أخيرًا إلى وجود علاقة تقريبية بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي على النحو التالي:

$$\overline{R_G} \approx \overline{r_A} - \frac{1}{2}\sigma^2 \qquad (٢٠،٢)$$

حيث يرمز $\overline{R_G}$ و $\overline{r_A}$ على التوالي إلى الوسط الهندسي والوسط الحسابي، ويرمز σ^2 إلى تباين سلسلة العوائد.

٢,٥,٢ مقاييس الانتشار أو التشتُّت

(Measures of spread)

عادة لا تكون القيمة المتوسطة للسلسلة كافية لوحدها لتقديم وصف جيِّد لسلسلة البيانات، وذلك لأنه على سبيل المثال يُمكن أن يكون لسلسلتين مختلفتين نفس الوسط، ولكنهما تختلفان فيما بينهما بمدى تشتُّت القيم حول القيمة المتوسطة، وبالتالي تظهر الحاجة إلى إيجاد مقاييس أخرى هامة تقيس درجة تشتُّت مفردات السلسلة عن بعضها البعض، في النظرية الماليَّة على سبيل المثال يُعتبر انتشار العوائد حول قيمتها المتوسطة من أكثر أنواع التشتت شهرة، كما يُعتبر الأصل الأكثر خطورة الأصل الذي يتميز بأكثر تشتُّت من بين كل الأصول الأخرى.

كما يُعتبر *المدى* (Range) من أبسط مقاييس التشتت، ويُعرَف المدى بأنه الفارق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة من بين مُشاهدات السلسلة، وبالرغم من أن للمدى بعض الاستخدامات إلا أنه يتميز بعدة عيوب أبرزها هو أن قيمته تتوقف فقط على معرفة قيمتين من قيم السلسلة، وهما القيمة الكبرى والقيمة الصغرى دون باقي القيم؛ إذ من الممكن أن تكون إحدى هاتين القيمتين قيمة متطرفة.

إلى جانب المدى يوجد مقياس ثانٍ للتشتُّت أكثر مصداقية، وإن كان لا يُستعمل على نطاق واسع من قِبَل المحلِّلين الكمِّيِّين، وهو مقياس *نصف المدى الربيعي* (Semi-Interquartile Range) والذي يُعرَف أيضًا باسم *الانحراف الربيعي* (Quartile Deviation)، يتطلَّب حساب قيمة نصف المدى الربيعي ترتيب البيانات أولًا، ومن ثمَّة تقسيمها إلى أربع مجموعات متُساوية من حيث عدد القيم التي تحتويها، تُسمى كل مجموعة من هذه المجموعات *بالربيع*(٤) (Quartile)، إذا رتَّبنا قِيَم سلسلة ما فالقيمة التي تقع في الوسط تمامًا تمثِّل الربيع الثاني (Second Quartile)، والذي يتساوى مع قيمة الوسيط، في المقابل لا يعتمد حساب نصف المدى الربيعي إلا على الربيع الأول (First Quartile) والربيع الثالث (Third Quartile)، يُمثل الربيع الأول القيمة التي ترتيبها ربع عدد مُشاهدات السلسلة، في حين يمثِّل الربيع الثالث القيمة التي ترتيبها ثلاثة أرباع عدد المشاهدات، وذلك بعد ترتيب قيم السلسلة تصاعديًا، ولحساب الربيعين الأول والثالث نستخدم القوانين التالية:

$$^{th}\text{ Value}\left(\frac{N+1}{4}\right) = Q_1 \qquad (٢١،٢)$$

و

$$^{th}\text{ Value}\frac{3}{4}(N+1) = Q_3 \qquad (٢٢،٢)$$

يُمثِّل الفرق بين الربيعين الأول والثالث قيمة نصف المدى الربيعي:

$$IQR = Q_3 - Q_1 \qquad (٢٣،٢)$$

غالبًا ما يُعتبر نصف المدى الربيعي أفضل من المدى في قياس التشتُّت، وذلك لأنه لا يتأثر كثيرًا بقيمة أو قيمتين متطرفتين شاذتين، والتي تكون بحكم تعريفها في نهاية السلسلة المُرَتَّبة تصاعديًا، ولكن من شوائب نصف المدى الربيعي أنه لا يعتمد على كل قيم السلسلة، وإنما يُحسَب من قيم وفقًا لموقعها بعد ترتيب البيانات، أي أنه يعتمد على الربيعَيْن الأول والثالث فقط، لذلك فإن هناك

(٤) نُشير إلى أن هناك عدة طرق مختلفة لحساب الربيعات، وقد تعطي كل واحدة منها قيمة مختلفة قليلاً عن بقية الطرق.

مقياسًا آخر للتشتُّت أكثر شيوعًا، وهو *التباين* والذي يُستخدم على نطاق واسع، تباين مجموعة من القيم هو عبارة عن متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، ويُحسب التباين باستخدام الصيغة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{N-1} \quad (٢٤،٢)$$

من بين المقاييس الأخرى للتشتُّت نجد أيضًا الانحراف المعياري، يُعتبر الانحراف المعياري الجذر التربيعي للتباين، ويحسب باستخدام الصيغة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{N-1}} \quad (٢٥،٢)$$

نُشير أيضًا إلى أننا نعتمد عند حساب التباين على مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي عوضًا عن الانحرافات في حد ذاتها؛ لضمان أن الانحرافات الموجبة والسالبة (على التوالي القيم الأكبر والأصغر من الوسط الحسابي) لا يُلغي كل منها الآخر.

عند مُقارنة التباين بالانحراف المعياري، ورغم أنه يوجد فارق ضئيل من حيث نسبة استعمالها، إلا أنه يُحبَّذ المقياس الأوَّل على الثاني، وذلك لأن له نفس وحدات المتغيِّر الذي تمَّ قياس تشتُّته، في حين تكون وحدات التباين تربيع عدد وحدات المتغيِّر، كما يتميَّز التباين والانحراف المعياري في كونهما يُلخِّصان كل معلومات السلسلة من خلال اعتبار كل القيم عند حساب هذين المقياسين، إلا أنَّهما يتأثَّران بالقيم الشاذَّة المتطرِّفة (لكن بدرجة أقل من المدى)، نذكر أيضًا أن الانحراف الربيعي يُعتبر مقياسًا مناسبًا للتشتت في حالة تم استخدام الوسيط كقيمة متوسِّطة للسلسلة، في المقابل يُعتبر التباين أو الانحراف المعياري أكثر تناسبًا لقياس التشتُّت إذا اعتمدنا الوسط الحسابي كمقياس للنزعة المركزيَّة.

قبل الانتقال إلى دراسة مقياس جديد من المهم شرح لماذا تضمَّن مقام الكسر في صيغ التباين والانحراف المعياري $(N-1)$ عوضًا عن عدد مُشاهدات السلسلة N. إن طرح واحد من عدد مُشاهدات السلسلة، والذي يُعرَف بأنه عمليَّة تصحيح لدرجات الحرِّيَّة، يُعتبر أمرًا ضروريًّا عند قياس التشتُّت حول قيمة الوسط الحسابي في حالة كان هذا الأخير قيمة مقدَّرة وليس قيمة حقيقيَّة، وبالتالي فإن المقاييس المذكورة أعلاه تُعرَف بتباين العيِّنة، وبالانحراف المعياري للعيِّنة، في المقابل إذا تم حساب التشتُّت لكل مُشاهدات مجتمع الدراسة، عوضًا عن مجرَّد عيِّنة منه، فلا حاجة لتصحيح درجات الحرِّيَّة في هذه الحالة، وبالتالي فإن مقام الكسر في صيغ التباين والانحراف المعياري يكون N عوضًا عن $(N-1)$.

إلى جانب المقاييس التي ذكرناها سابقًا هناك مقياس آخر للتشتُّت يُعرَف بمقياس التباين النصفي السالب (Negative Semi-Variance) والذي يُشتَقُّ منه مقياس الانحراف المعياري النصفي السالب (Negative Semi-Standard Deviation)، يَستعمل هذان المقياسان نفس صيغ التباين والانحراف المعياري، إلَّا أنهما يختلفان في طريقة حسابهما، حيث يختصر حساب هذين المقياسين على جمع انحرافات القيم التي تكون فقط أقل من الوسط الحسابي، أي $y_i < \bar{y}$، وبالتالي فإن العدد N في الصيغ يرمز إلى عدد هذه القيم، يكون استعمال مقياس التباين النصفي السالب مُجديًا في حالة كانت البيانات غير متماثلة حول القيمة المتوسِّطة (أي أن التوزيع ملتوٍ، كما سنرى في البند التالي)[٥].

---

(٥) يُمكن أيضاً تعريف مقياس التباين النصفي الموجب حيث يتم جمع انحرافات قيم السلسلة التي تكون فقط أكبر من الوسط الحسابي، أي $y_i > \bar{y}$.

المقياس الأخير الذي يُستعمل لقياس التشتُّت هو معامل الاختلاف (Coefficient of Variation) ويُرمز إليه بالرمز CV. يُعرف معامل الاختلاف على أنه ناتج قسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي، وتكون معادلته على النحو التالي:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{y}} \quad (٢٦،٢)$$

يُعتبر معامل الاختلاف مقياسًا مهمًّا عند مقارنة تشتُّت سلسلتين مختلفتين، في المقابل، وبما أن الانحراف المعياري مقياس يعتمد على وحدة البيانات، فإنه يصعب استخدامه لمقارنة تجانس مجموعات من البيانات المختلفة، وذلك لاختلاف الوحدة المستخدمة، على سبيل المثال، إذا أردنا مقارنة تشتُّت أسعار الإيجار الشهري لشقة في لندن مع أسعار الإيجار في ريدينج (Reading) باستخدام الانحراف المعياري فإن نتائج المقارنة ستكون مضلِّلة، وذلك لأن متوسِّط الإيجار الشهري لشقة في لندن أعلى بكثير من مثيله في ريدينج. بتطبيع (جعله طبيعيًا) (Normalising) الانحراف المعياري، يكون معامل الاختلاف مقياسًا عديم الوحدة (بلا أبعاد)، وبالتالي يُمكن استخدامه لمقارنة تشتُّت أسعار الإيجار في المثال السابق.

٣ , ٥ , ٢ العزوم من الرتبة الأعلى

(Higher Moments)

من الممكن القول إنه في حالة كانت مُشاهدات عيِّنة من البيانات تتبع التوزيع الطبيعي فإن الوسط والتباين يكفيان لتقديم وصف جيِّد لهذه السلسلة، بعبارة أخرى، يستحيل إيجاد توزيعين طبيعيين مختلفين لهما نفس قيمة الوسط والتباين، لكن معظم عيِّنات البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي، وبالتالي فإننا نحتاج إلى جانب الوسط والتباين ما يُعرف *بالعزوم من الرتبة الأعلى* للسلسلة لتوصيف البيانات بشكل أكثر دقَّة، كما يُعرَف الوسط والتباين بأنَّهما على التوالي العزم الأول والثاني للتوزيع في حين يُعرَف العزم الثالث والرابع (الموحَّد معياريًا) *بالالتواء* (Skewness) *والتفرطح* (Kurtosis) على التوالي.

يُحدِّد الالتواء شكل التوزيع، كما أنه يقيس إلى أي مدى يكون التوزيع غير متماثل حول قيمة متوسِّطه، عندما يكون توزيع البيانات متماثلًا وأحادي المنوال (أي أن لديه قمَّة واحدة لا غير) فإن الطرق الثلاث لحساب المتوسط (الوسط الحسابي، المنوال والوسيط) تتساوَى من حيث القيمة، أمَّا إذا كان التواء التوزيع موجب (أي أن مُنحنى التوزيع يتميَّز بذيل أطول إلى جهة اليمين، وتراكم معظم القيم على جهة اليسار)، فإن العلاقة بين المتوسِّطات الثلاث تكون على النحو التالي: المنوال < الوسيط < الوسط الحسابي، في المقابل إذا كان التواء التوزيع سالبًا (أي أن مُنحنى التوزيع يتميَّز بذيل أكبر إلى جهة اليسار وتراكم معظم القيم على جهة اليمين)، فإن العلاقة بين المتوسِّطات الثلاث تكون على النحو التالي: المنوال > الوسيط > الوسط الحسابي، نُشير في الأخير إلى أنه في حالة كانت السلسلة تتبَع التوزيع الطبيعي فإن قيمة الالتواء تكون معدومة (أي أن التوزيع يكون متماثلًا).

يقيس التفرطح غِلَظَ ذيول التوزيع، كما يُستعمل أيضًا لمعرفة كيفية تدبُّب السلسلة حول وسطها، ويتميَّز التوزيع الطبيعي بمعامل تفرطُح مساوٍ لثلاث، كما يُمكن تعريف معامل التفرطح الزائد بكونه الفارق بين معامل التفرطح والقيمة ثلاث، وبالتالي فإن التوزيع الطبيعي يتميَّز بقيمة معدومة لمعامل التفرطح الزائد، في هذه الحالة يُسمَّى التوزيع الطبيعي بالتوزيع ذي التفرطح المعتدل (Mesokurtic Distribution)، أخيرًا يُمكن حساب مقياسَي الالتواء والتفرطح للسلسلة y باستخدام المعادلات التالية:

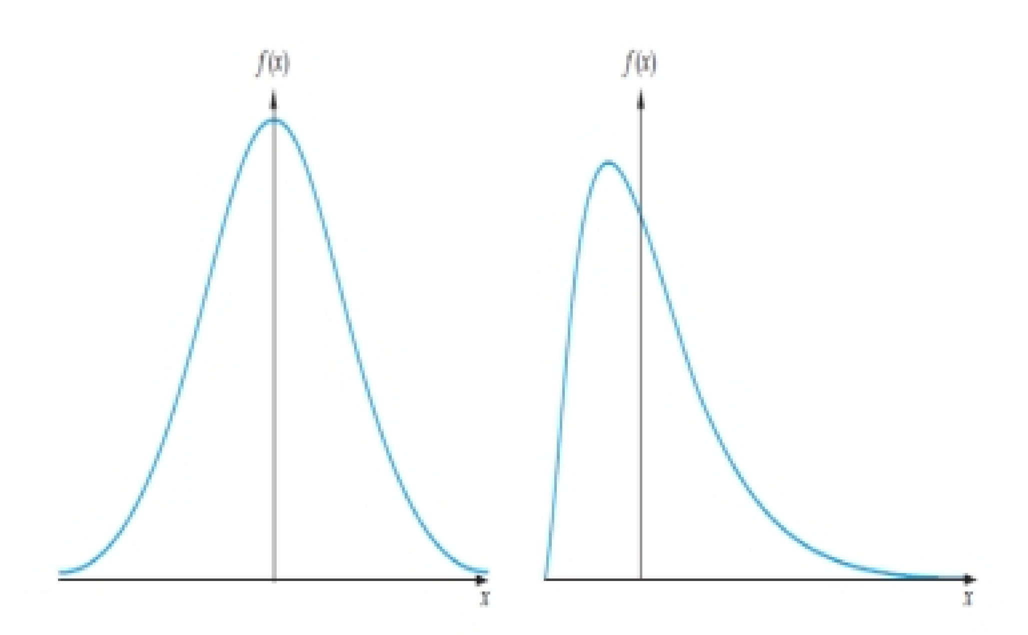
$$skew = \frac{\frac{1}{N-1}\sum(y_i-\bar{y})^3}{(\sigma^2)^{3/2}} \quad (٢٧،٢)$$

و

$$kurt = \frac{\frac{1}{N-1}\sum(y_i-\bar{y})^4}{(\sigma^2)^2} \quad (٢٨،٢)$$

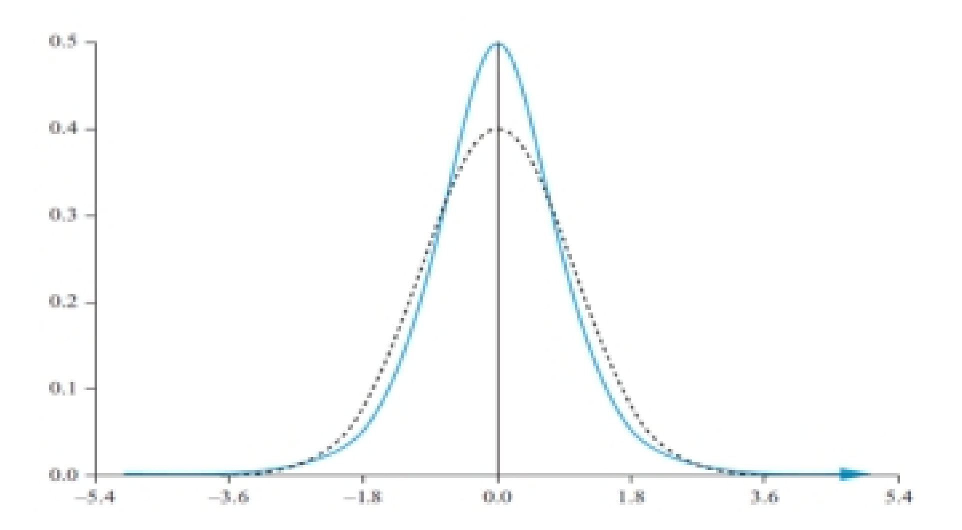
حيث يرمز σ^2 إلى تباين السلسلة و y_i إلى مُشاهدات السلسلة y. تكون قيمة تفرطُح التوزيع الطبيعي مساوية لثلاث والتفرطح الزائد $(kurt - 3)$ معدومًا[٦].

نقدِّم فيما يلي بعض الرسومات التوضيحية لتجسيم اختلاف توزيع سلسلة ما عن التوزيع الطبيعي، وذلك من خلال الأشكال رقم (١٠،٢) و(١١،٢)، يتميَّز التوزيع الطبيعي -وعلى خلاف التوزيع الملتوي- بكونه توزيعًا متماثلًا حول وسطه، في المقابل يتميَّز التوزيع الملتوي بذيل أطول من التوزيع الطبيعي، كما يتميَّز التوزيع المدبَّب (Leptokurtic Distribution) بذيول أكثر بدانة، وبكونه توزيعًا أكثر حدةً (أو أكثر تدببًا) حول الوسط بالمقارنة مع مُتغيِّر عشوائي طبيعي بنفس قيمة الوسط والتباين، في حين يتميَّز التوزيع المفرطح (Platykurtic Distribution) -بالمقارنة بالتوزيع الطبيعي- بكونه توزيعًا أقل حدةً (أو أقل تدبُّبًا) حول الوسط، بذيول أنحف ويتركَّز عدد أكبر من القيم على طرفي المنحنى، عمليًّا، يُعتبر التوزيع المدبَّب التوزيعَ الأنسب لوصف السلاسل الزمنيَّة الاقتصادية والعقارية، وكذلك لوصف بواقي نماذج السلاسل الزمنيَّة، يُظهر الشكل رقم (١٠ ,٢) رسمًا ثنائيًّا للتوزيع المدبَّب (الخط الغامق) والطبيعي (الخط الخافت)، نُشير أخيرًا إلى وجود اختبار منهجي للاعتدال، والذي سيتم تناوله وشرحه في الفصل الخامس لهذا الكتاب.



الشكل رقم (١٠ ,٢) التوزيع الطبيعي مُقابل التوزيع الملتوي.

(٦) هناك عدّة طرق لحساب الالتواء (والتفرطح) لسلسلة من المشاهدات. فإلى جانب الطريقة التي ذُكرت سابقاً والتي تُعرف بطريقة عزم معامل الالتواء، نجد طريقة حساب الالتواء من خلال حساب الفارق المعياري بين الوسط الحسابي والوسيط وكذلك من خلال حساب ربيعات السلسلة. وبالتالي يُؤثر هذا الاختلاف على حساب قيم كل من هذين المقياسين باستخدام الحزم البرمجيّة المختلفة. كما نشير أيضاً إلى أن بعض الحزم البرمجيّة تقوم بتصحيح درجات الحريّة عند حساب التباين والانحراف المعياري في حين أن البعض الآخر لا يقوم بذلك وبالتالي يكون مقام الكسر N عوضاً عن $N - 1$ في معادلات التباين والانحراف المعياري.



الشكل رقم (٢,١١) **التوزيع الطبيعي مُقابل التوزيع المدبَّب.**

Series: DHP Workfile: UKHP::Untitled\

View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Graph | Stats | Ident

	DHP
	DHP
Mean	0.437995
Median	0.494162
Maximum	3.802188
Minimum	-3.404716
Std. Dev.	1.200502
Skewness	-0.108307
Kurtosis	3.275901
Jarque-Bera	1.373983
Probability	0.503087
Sum	117.3827
Sum Sq. Dev.	384.8018
Observations	268

لقطة الشاشة رقم (٢,٦) **عيِّنة من الإحصاءات الموجزة في إفيوز.**

حساب الإحصاءات الموجزة في إفيوز

(Calculating summary statistics in EViews)

سنُعيد في هذه الفقرة استخدام نفس بيانات الفصل الأوَّل حول أسعار المساكن (تحديدًا النسبة المئوية للتغيُّر اللوغاريتمي لأسعار المساكن) لتجسيم كيفيَّة الحصول على الإحصاءات الموجزة لسلسلة من العوائد باستخدام إفيوز، لذلك **تُعيد فتح ورقة عمل إفيوز 'أسعار المساكن' ونقر فوق السلسلة DHP** لإظهار اللوحة الجدوليَّة، **ننقر بعد ذلك على القائمة View/Descriptive Statistics**

ثم نختار Tests/Stats Table للحصول على لقطة الشاشة رقم (٦ , ٢)، والتي تحتوي على بعض الإحصاءات الموجزة البسيطة، بالنظر إلى هذه المقاييس نلاحظ أن متوسط أسعار المساكن في حدود ٤٤ , ٠٪ شهريًا، في حين بلغت قيمة الوسيط أكثر بقليل من ذلك، أي ٤٩ , ٠٪. وكان أعلى ارتفاع للأسعار الشهرية ٣,٨ ٪، في حين كان أكبر انخفاض لها ٣,٤ ٪. نلاحظ أيضًا أن قيمة الانحراف المعياري للأسعار في حدود ١,٢ ٪، وهي قيمة منخفضة جدًا بالمقارنة مع الانحراف المعياري للأسهم (انظر الفصل التالي)، وهذا يعكس سلاسة أسعار المساكن مع مرور الزمن.

تتميَّز سلسلة العوائد أيضًا بالتواء سالب، وهذا يعني أن الذيل السفلي لتوزيع العوائد أطول قليلًا من ذيله العلوي، كما تتميَّز أيضًا بكونها سلسلة قليلة التفرطح، أي ذات ذيول أكثر بدانة من توزيع طبيعي له نفس قيمة الوسط والتباين، نجد أيضًا أن عدد مُشاهدات العوائد هو ٢٦٨ مُشاهدة، أخيرًا يُخبرنا إفيوز أيضًا عن إمكانية أن تُظهر سلسلة ما انحرافات جوهرية عن الحالة الطبيعيَّة، إلَّا أنه ليس هذا هو الحال في مثالنا هذا (يقدِّم الفصل الخامس شرحًا مُفصَّلًا لهذه النقطة).

في المقابل، إذا أردنا حساب إحصاءات أخرى أقل شهرة لسلسلة العوائد، ونذكر على سبيل المثال المدى الربيعي، معامل الاختلاف وما إلى ذلك من المقاييس، سيكون من الأسهل القيام بذلك باستخدام دوال يتمُّ إنشاؤها داخل إكسل، على سبيل المثال، للحصول على المدى الربيعي لسلسلة العوائد نحتاج أوَّلًا إلى **إنشاء عمود للعوائد**، ثم نستخدم مرَّتين الدَّالة QUARTILE لتحديد قيمة الربيع الأوَّل وقيمة الربيع الثالث، لذلك إذا كانت سلسلة العوائد في العمود C، نكتب ما يلي:

= QUARTILE(C3: C270, 3) − QUARTILE(C3: C270, 1)

بطريقة مماثلة يُمكن حساب معامل الاختلاف، وذلك بقسمة الانحراف المعياري لسلسلة العوائد على وسطها الحسابي، وذلك باستخدام الصيغة التالية:

= STDEV(C3: C270) / AVERAGE(C3: C270)

بحساب هذين المقياسين لسلسلة عوائد أسعار المساكن نجد:

$$CV = 2.78 \quad \text{و} \quad IQR = 0.685$$

٤ , ٥ , ٢ مقاييس الترابط

(Measures of Association)

تناولت المقاييس الإحصائية التي عرضناها إلى حد الآن كل سلسلة على حِدة، إلا أنه من المهم في أغلب الأحيان دراسة الروابط الممكنة بين المتغيِّرات، هناك نوعان من الإحصاءات الوصفية الأساسية التي تُستخدم لقياس العلاقات بين السلاسل: التغايُر والارتباط.

التغاير

(Covariance)

يُعتبر التغاير (Covariance) مقياسًا للاقتران الخطِّي (Linear Association) بين مُتغيِّرين، كما يُمثل الطريقة الأبسط والأكثر شيوعًا لحصر العلاقة بينهما، يقيس التغايُر ما إذا كان المتغيِّران يسلكان في المتوسِّط نفس الاتجاه (تغاير مُوجب)، اتجاهات معاكسة

(تغاير سالب)، أو أن ليس لهما أي اقتران (تغاير معدوم)، يُحسب التغاير بين سلسلتين x و y، ويُرمز إليه بالرمز $\sigma_{x,y}$، باستخدام الصيغة التالية:

$$\sigma_{x,y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(N-1)} \qquad (٢٩،٢)$$

الارتباط

(Correlation)

من بين نقاط الضعف الأساسية للتغاير كمقياس للترابط نذكر أنه يعتمد في قياسه على الانحرافات المعيارية للسلسلتين، وبالتالي يأخذ من وحدات $y \times x$. وبالتالي على سبيل المثال، إذا ضربنا كافة قيم السلسلة y بعشرة فإن قيمة التغايُر ستزيد بعشرة أضعاف، لكن في حقيقة الأمر هذا لا يعني تزايد الارتباط بين السلسلتين؛ لأنهما لن يكونا أكثر ارتباطًا بعد مضاعفة قيم y. يترتب عن ذلك إذًا أن القيمة العددية المعيَّنة للتغاير في حدِّ ذاتها ليس لها تفسير مفيد، وبالتالي فإن التغايُر ليس مفيدًا بشكل بارز، وعليه يُمكن اعتبار *الارتباط* (Correlation) نتيجة للتطبيع (Normalisation) أو للتوحيد المعياري (Standardisation) للتغاير، ونتيجة لذلك يكون الارتباط بدون وحدة، وتمتد قيمه على طول المجال (−١،١)، عندما تكون قيمة الارتباط ١ (١-)، فهذا يعني أن هناك علاقة طردية (عكسية) تامة بين السلسلتين، أخيرًا يُعرف مقياس الارتباط عادةً بمعامل الارتباط، ويُرمز إليه بالرمز $\rho_{x,y}$ ويُحسب باستعمال الصيغة التالية:

$$\rho_{x,y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(N-1)\sigma_x\sigma_y} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x\sigma_y} \qquad (٣٠،٢)$$

حيث يرمز σ_x و σ_y على التوالي إلى الانحراف المعياري للسلسلة x والانحراف المعياري للسلسلة y. كما يُعرَف معامل الارتباط بين مُتغيِّرَيْن بمعامل ارتباط جداء-عزم بيرسون (Pearson's Product Moment Correlation).

الروابط

(Copulas)

يُوفِّر التغاير والارتباط مقاييس بسيطة للاقتران بين السلاسل، كما يُعتبر هذان المقياسان محدودين جدًّا، وذلك لأنهما لا يقيسان إلا الترابط الخطِّي بين المتغيِّرات، وبالتالي فهما يُعتبران غير مرنين بما فيه الكفاية لتقديم وصف جيِّد للعلاقات بين السلاسل الماليَّة، على وجه الخصوص أدَّى ظهور أنواع جديدة من الأصول والهياكل الماليَّة إلى ظهور تبعيَّات بين المتغيِّرات أكثر فأكثر تعقيدًا، والتي لا يُمكن نمذجتها بشكل مُرْضٍ في هذا الإطار البسيط، تُوفِّر الروابط وسيلة جديدة لربط التوزيعات (الهامشية) الفردية للسلاسل معًا، ونمذجة توزيعها المشترك. ومن بين الميزات المهمَّة للروابط نجد أنه يُمكن تطبيقها لربط كل التوزيعات الهامشية المتاحة للسلاسل الفردية، ومن بين الروابط الأكثر استعمالًا نجد الروابط الجاوسية (Gaussian Copulas) وروابط كلايتون (Clayton Copulas) التي تُعتبر مفيدة بشكل خاص في نمذجة العلاقات بين ذيول السلاسل، وفي العديد من التطبيقات التي تهتم باختبار الإجهاد، وبتحليل المحاكاة، كما نُشير إلى أعمال كل من نيلسون (٢٠٠٦) (Nelson (2006)) وأمبراختس وآخرين (٢٠٠٣) (Embrechts et al. (2003)) حول تطبيقات الروابط في مجال الماليَّة وإدارة المخاطر.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- الدوال
- نقاط التحول
- الرمز سيغما
- المعادلة التربيعيَّة
- معكوس المصفوفة
- القيم الذاتية
- المتوسط
- الالتواء
- التغاير
- المجتمع الإحصائي
- الجذور
- المشتقات
- اللوغاريتم
- المصفوفة المتوافقة
- رتبة المصفوفة
- المتَّجهات الذاتية
- التباين
- التفرطح
- الارتباط
- العيِّنة

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) (أ) أوجد $f(0)$، $f(2)$، $f(-1)$، للدالة التالية: $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$

(ب) أوجد $f(0)$، $f(3)$، $f(a)$، $f(3 + a)$ للدالة التالية: $f(x) = 4x^2 + 2x - 3$

(ج) بالنظر إلى إجاباتك على الجزء السابق من السؤال وبشكل عام، هل أن: $f(a) + f(b) = f(a + b)$؟ اشرح ذلك.

(٢) بسِّط ما يلي قدر المستطاع:

(أ) $4x^5 \times 6x^3$

(ب) $3x^2 \times 4y^2 \times 8x^4 \times -2y^4$

(ج) $(4p^2q^3)^3$

(د) $\frac{6x^5}{3x^2}$

(هـ) $\frac{7y^2}{2y^5}$

(و) $\frac{3(xy)^3 \times 6(xz)^4}{2(xy)^2x^3}$

(ز) $\frac{(xy)^3}{x^3y^3}$

(ح) $(xy)^3 - x^3y^3$

(٣) حل ما يلي:

(أ) $125^{1/3}$

(ب) $64^{1/3}$

(ج) $64^{1/4}$

(د) $9^{3/2}$

(هـ) $9^{2/3}$

(و) $81^{1/2} + 64^{1/2} + 64^{1/3}$

(٤) اكتب كل ما يلي على شكل عدد أوَّلي مرفوع إلى أس:

(أ) 9

(ب) 625

(ج) 125^{-1}

(٥) حل المعادلات التالية:

(أ) $3x - 6 = 6x - 12$

(ب) $2x - 304x + 8 = x + 9 - 3x + 4$

(ج) $\frac{x+3}{2} = \frac{2x-6}{3}$

(٦) اكتب فيما يلي كل المفردات ثم احسبها:

(أ) $\sum_{j=1}^{3} j$ حيث إن $j = 4$

(ب) $\sum_{j=2}^{5}(j^2 + j + 3)$ حيث إن $j = -2$

(ج) $\sum_{i=1}^{n} x$ حيث إن $n = 4$ و $x = 3$

(د) $\prod_{j=1}^{3} x$ حيث إن $x = 2$

(ه) $\prod_{i=3}^{6} i$ حيث إن i= - o . 5

(٧) اكتب معادلة كل خط من الخطوط التالية:

(أ) الميل = ٣ والمقطع = -١

(ب) الميل =٢ والمقطع =٤

(ج) الميل = $\frac{١}{٢}$، ويقطع المحور الصادي عند القيمة ٣.

(د) الميل = $\frac{١}{٢}$، ويقطع المحور السيني عند القيمة ٣.

(ه) المقطع =٢ مرورًا بالنقطة (١،٣)

(و) الميل =٤ مرورًا بالنقطة (-٢،-٢)

(ز) الخط يمر من $y = 2,\ x = 4$ و $y = 6,\ x = -2$

(٨) اشتق الدوال التالية مرتين بالنسبة إلى x:

(أ) $y = 6x$

(ب) $y = 3x^2 + 2$

(ج) $y = 4x^3 + 10$

(د) $y = \frac{1}{x}$

(ه) $y = x$

(و) $y = 7$

(ز) $y = 6x^{-3} + \frac{6}{x^3}$

(ح) $y = 3\ ln\, x$

(ط) $y = ln(3x^2)$

(ي) $y = \frac{3x^4 - 6x^2 - x - 4}{x^3}$

(٩) أوجد المشتقة الجزئيَّة للدوال التالية بالنسبة إلى x ثم -وعلى حدة- بالنسبة إلى y :

(أ) $z = 10x^3 + 6y^2 - 7y$

(ب) $z = 10xy^2 - 6$

(ج) $z = 6x$

(د) $z = 4$

(١٠) حلِّل التعابير التالية إلى عوامل:

(أ) $x^2 - 7x - 8$

(ب) $5x - 2x^2$

(ج) $2x^2 - x - 3$

(د) $6 + 5x - 4x^2$

(ه) $54 - 15x - 25x^2$

(١١) اكتب المعادلات التالية على الصيغة اللوغاريتمية:

(أ) $5^3 = 125$

(ب) $11^2 = 121$

(ج) $6^4 = 1296$

(١٢) احسب ما يلي (دون استعمال آلة حاسبة):

(أ) $log_{10}\ 10000$

ب) $log_2 16$

ج) $log_{10} 0.01$

د) $log_5 125$

ه) $log_e e^2$

(١٣) اكتب ما يلي باستخدام القوى:

أ) $log_5 3125 = 5$

ب) $log_{49} 7 = \frac{1}{2}$

ج) $log_{0.5} 8 = -3$

(١٤) اكتب بأبسط ما يُمكن القيم التالية على شكل مجموع لوغاريتمات أعداد أولية:

أ) $log\, 60$

ب) $log\, 300$

(١٥) بسِّط ما يلي قدر المستطاع:

أ) $log\, 27 - log\, 9 + log\, 81$

ب) $log\, 8 - log\, 4 + log\, 32$

(١٦) حل المعادلات التالية:

أ) $log\, x^4 - log\, x^3 = log\, 5x - log\, 2x$

ب) $log(x-1) + log(x+1) = 2\, log(x+2)$

ج) $\log_{10} x = 4$

(١٧) قدِّر القيم التالية باستخدام ١ , ٢ كقيمة تقريبية لـ $\ln(8)$ (دون استعمال آلة حاسبة):

أ) $\ln(16)$

ب) $\ln(64)$

ج) $\ln(4)$

(١٨) حل ما يلي باستخدام اللوغاريتمات والآلة الحاسبة:

أ) $4^x = 6$

ب) $4^{2x} = 3$

ج) $3^{2x-1} = 8$

(١٩) أَوْجِد القيم الدنيا للدوال التالية، في كل حالة أذكر قيمة x التي تعطي القيمة الدنيا للدالة:

أ) $y = 6x^2 - 10x - 8$

ب) $y = (6x^2 - 10x - 8)^2$

(٢٠) أنشئ مثال لم يُذكر في الكتاب لإثبات أن بالنسبة لمصفوفتين متوافقتين A و B ، لدينا العلاقة التالية: $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(٢١) لنفترض أن لدينا المصفوفات الأربعة التالية:

$$B = \begin{bmatrix} -3 & -8 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}\ C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}\ D = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

(أ) ما هي أزواج المصفوفات التي يُمكن ضربها معًا؟ انجز عمليات الضرب لتلك الأزواج.

(ب) احسب: $2A$، $3B$، $\frac{1}{2}D$.

(ج) احسب: $Tr(A)$، $Tr(B)$، $Tr(A+B)$ ثم تحقّق من أن: $Tr(A) + Tr(B) = Tr(A+B)$

(د) ما هي رُتبة المصفوفة A.

(ه) أوجد القيم الذاتية للمصفوفة B.

(و) ما هي قيمة أثر مصفوفة الوحدة من الدرجة ١٢؟

(٢٢) (أ) اجمع $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$ مع $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$.

(ب) اطرح $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$ من $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$.

(ج) احسب معكوس المصفوفة $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$.

(د) هل يوجد معكوس للمصفوفة التالية؟ اشرح إجابتك.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(٢٣) قم بتفكيك التعابير بين القوسين قدر الإمكان:

(أ) $E(ax + by)$ حيث x و y مُتغيّران و a و b قيم قياسية.

(ب) $E(axy)$ حيث x و y مُتغيّرين مستقلين و a قيمة قياسية.

(ج) $E(axy)$ حيث x و y مُتغيِّران مترابطان و a قيمة قياسيَّة.

(د) اشرح الاختلاف بين دالة الكثافة الاحتماليَّة ودالة التوزيع التراكمي.

(ه) ما هي أشكال دالة الكثافة الاحتماليَّة ودالة التوزيع التراكمي لمتغيِّر عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي؟

(٢٤) ما هي نظرية النهاية المركزية ولماذا هي مهمة في الإحصاء؟

(٢٥) اشرح الاختلافات بين الوسط الحسابي، المنوال والوسيط، ما هو المقياس الأنجع لقياس القيمة المتوسطة ولماذا؟

(٢٦) ما هو مقياس النزعة المركزية الأنجع لحساب عوائد الأسهم: الوسط الحسابي أم الوسط الهندسي؟ اشرح إجابتك.

(٢٧) إذا كانت قيمة التغاير بين مُتغيّرين هي ٠,٩٩، هل يعني هذا وجود ارتباط قوي بين المتغيِّرين؟ اشرح إجابتك.

الفصل الثالث

نظرة عامة موجزة عن نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

A brief overview of the classical linear regression model

مخرجات التعلم

ستتعلم في هذا الفصل كيفية:

- اشتقاق صيغة المربعات الصغرى العادية لتقدير المعلمات وأخطائها المعيارية
- شرح الخواص المرغوبة التي ينبغي توفُّرها في المقدر الجيِّد
- مناقشة العوامل التي تؤثر في أحجام الأخطاء المعيارية
- اختبار الفرضيات باستخدام مناهج اختبار المعنوية وفترة الثقة
- تفسير القيم الاحتمالية
- تقدير نماذج الانحدار واختبار الفرضيات الأحادية (Single Hypotheses) باستخدام

١ , ٣ ما المقصود بنموذج الانحدار؟

(What is a regression model?)

من شبه المؤكَّد أن تحليل الانحدار يعتبر أهم أداة تحت تصرُّف المتخصصين في الاقتصاد القياسي، ولكن ماذا يعني تحليل الانحدار؟ بصفة عامة جدًّا يُمكن القول إن الانحدار يختص بوصف وتقييم *العلاقة بين متغيِّر ما ومتغيِّر أو مجموعة من المتغيِّرات الأخرى*، بشكل أكثر تحديدًا يُمكن وصف الانحدار بأنه محاولة لتفسير تحركات متغيِّر ما نتيجة تحركات متغيِّر أو مجموعة من المتغيِّرات الأخرى.

لتجسيم هذا التعريف نرمز بـy للمتغيِّر الذي نسعى من خلال الانحدار إلى شرح تغيُّراته وبـ $x_1, x_2, \dots, x_k$ للمتغيِّرات التي تُستعمل لتفسير تلك التغيُّرات، وبالتالي في هذه التركيبة البسيطة نسبيًّا يُمكن القول إن التغيُّرات في k متغيِّر (المتغيِّرات x) تسبب تغيُّرات في المتغيِّر y. كما نذكر أن هذا الفصل يقتصر على تقديم نموذج لشرح تغيُّرات متغيِّر واحد y (على الرغم من أنه سيتم لاحقًا الاستغناء عن هذا القيد في الفصل٧)، هناك العديد من الأسماء البديلة للمتغيِّرات x و y والتي سيتم استخدامها جميعًا وبشكل مترادف في هذا الكتاب (انظر الإطار رقم (١ , ٣)).

الإطار رقم (٣, ١) مسميات y والمتغيرات x في نماذج الانحدار

أسماء المتغيّر y	أسماء المتغيّرات x
• المتغيّر التابع	• المتغيّرات المستقلة
• المتغيّر المنحدر عليه (Regressand)	• المتغيّرات الانحدارية (Regressors)
• متغيّر معتمد	• المتغيّرات السببية
• المتغيّر المفسّر	• المتغيّرات المفسّرة (Explanatory variables)

٣, ٢ الانحدار مقابل الارتباط

(Regression versus correlation)

يقيس الارتباط بين متغيّرين، كما سبق ونُوقش في الفصل الثاني، درجة الترابط الخطي بين هذين المتغيّرين، إذا ذُكر أن المتغيّرين y و x مترابطان فهذا يعني حتمًا أنه يجب التعامل مع هذين المتغيّرين بطريقة مُتماثلة تمامًا، وبالتالي لا يعني ذلك أن تغيُّرات x قد تسبّب تغيُّرات في قيمة y أو حتى العكس، بدلًا من ذلك يُمكن ببساطة القول: إن هناك أدلَّة على وجود علاقة خطيَّة بين المتغيّرين، وبأن تلك التغيُّرات بينهما (y و x) في المتوسّط ترتبط بقيمة معامل الارتباط.

في المقابل، بالنسبة للانحدار، يتم التعامل مع المتغيّر التابع y والمتغيّر أو المتغيّرات المستقلة (المتغيّرات x) بطريقة مختلفة تمامًا، حيث يُفترض أن يكون المتغيّر y متغيّرًا عشوائيًا أو 'تصادفيًا'، وبالتالي يمتلك *توزيعًا احتماليًا*، أما بالنسبة للمتغيّرات x فيُفترض أن تكون قِيَمُها ثابتة (غير تصادفيَّة) في العيّنات المتكررة[١]، أخيرًا يُعتبر الانحدار أداة أكثر مرونة وأكثر قوة من الارتباط.

٣, ٣ الانحدار البسيط

(Simple regression)

لتبسيط التحليل نفترض في البداية أن المتغيّر y يعتمد على متغيّر واحد فقط، وهو المتغيّر x. في الفصل التالي سيتم رفع هذا القيد، وبالتالي سيكون هناك عدَّة متغيّرات مستقلَّة، من بين العلاقات التي يُمكن نمذجتها باستخدام نموذج الانحدار البسيط نذكر:

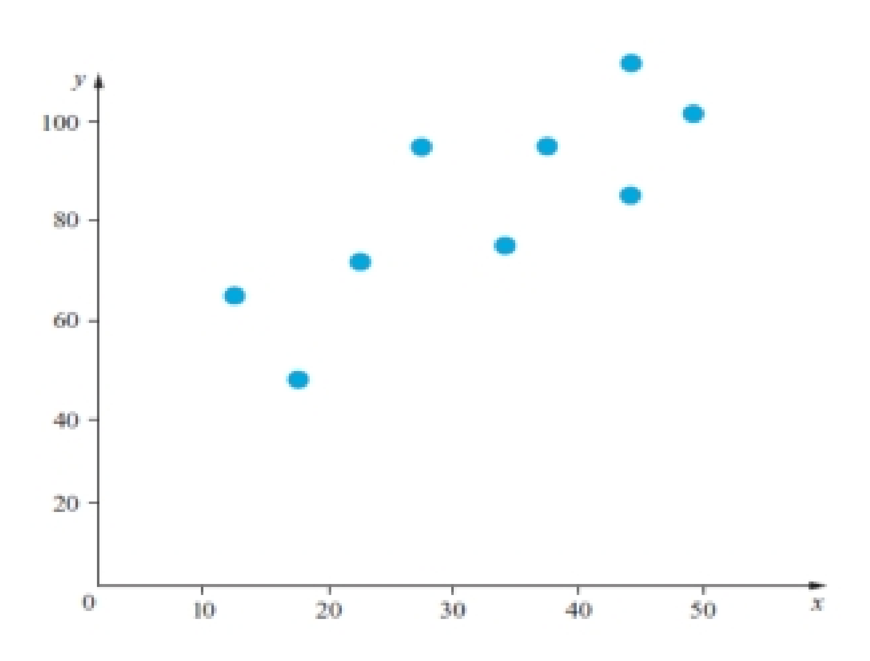
- كيفيَّة تفاوت عوائد الأصول حسب مستويات مخاطر السوق.
- قياس العلاقة الطويلة الأمد بين أسعار السهم والأرباح الموزَّعة.
- إنشاء نسبة التحوُّط (أو التغطية) المثلى (Optimal Hedge Ratio).

---

(١) يُعتبر إفتراض أن قيم المتغيّرات المستقلّة x هي قيم غير عشوائية هو إفتراض أقوى من المطلوب. ستُناقش هذه المسألة بمزيد من التفصيل في الفصل ٥.

لنفترض الآن أن الباحث يعتبر أن هناك علاقة بين المتغيِّرين y و x، وإضافة إلى ذلك وحسب النظريَّة الماليَّة، فإن كل زيادة في قيمة x تؤدي إلى زيادة في قيمة y. في هذه الحالة من المفترض القيام في مرحلة أولى باختبار ما إذا كان هناك بالفعل ارتباط بين المتغيِّرين، وذلك برسم انتشار (Scatter Plot) هذين المتغيِّرين، لنفترض أن الشكل رقم (١ , ٣) يُقدِّم نتيجة لهذا الرَّسم البياني.

في هذه الحالة يبدو أن هناك علاقة خطية طرديَّة تقريبية بين المتغيِّرين x و y وهو ما يعني أن الزيادات في قيمة x عادة ما ترافقها زيادات في قيمة y، وأن هذه العلاقة يمكن تمثيلها بخط مُستقيم، كما تُشير إلى أنه من الممكن رسم الخط الذي يتناسب



الشكل رقم (١ , ٣) رسم انتشار المتغيِّرين x و y

مع البيانات يدويًّا، يُمكن بعد ذلك قياس مقطع وميل هذا الخط تقريبيًّا من خلال هذا الرسم البياني، لكن من الناحية العملية من المرجَّح أن تكون مثل هذه الطريقة شاقة وغير دقيقة.

لذلك سيكون من المهم تحديد إلى أي مدى يُمكن وصف تلك العلاقة بين المتغيِّرات عن طريق معادلة يُمكن تقديرها باستخدام إجراء واضح المعالم، من الممكن استخدام المعادلة العامة للخط المستقيم للحصول على الخط الذي "يُناسب" البيانات على النحو الأفضل:

$$y = \alpha + \beta x \quad (١،٣)$$

يسعى الباحث عندئذ إلى إيجاد قيم المعلمات أو المعاملات α و β التي من شأنها أن تجعل من الخط المستقيم أقرب ما يكون إلى جميع نقاط البيانات مجتمعة.

ومع ذلك تُعتبر هذه المعادلة ($y = \alpha + \beta x$) مُعادلة صحيحة، وعلى افتراض أن هذه الأخيرة هي المعادلة المناسبة للبيانات، بعد حساب قيم α و β وبمعرفة قيمة المتغيِّر x سيكون من الممكن يقينًا تحديد القيمة التي سيكون عليها المتغيِّر y. لنتخيَّل نموذجًا يستطيع يقينًا تحديد قيمة متغيِّر ما بمجرَّد معرفة قيمة متغيِّر آخر!

من الواضح أن هذا النموذج غير واقعي، لكن إحصائيًا يمكن القول إن هذا يتطابق مع الحالة التي يكون فيها النموذج ملائمًا تمامًا للبيانات، أو بمعنى آخر عندما تكون جميع نقاط البيانات على الخط المستقيم تمامًا، من جهة أخرى لجعل نموذج الانحدار البسيط أكثر واقعيَّة يجب إضافة حد اضطراب عشوائي (Random Disturbance) يُرمز إليه بـ u، إلى المعادلة السابقة لتُصبح:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \qquad (٢،٣)$$

حيث يرمز الرمز السُّفلي $t(= 1,2,3, ...)$ إلى رقم المشاهدة، أخيرًا يُمكن للاضطراب العشوائي أن يلتقط عددًا من الميزات (انظر الإطار رقم (٢ , ٣)).

السؤال الذي يُطرح الآن هو: كيف يتمُّ تحديد القيم المناسبة للمعلمات α و β؟ عمليًا يتم اختبار قيم α و β التي تُمكِّن من تصغير المسافات (الرأسيَّة) بين نقاط البيانات والخط المجهز (بحيث يُلائم الخط قدر الإمكان البيانات)، وبالتالي يتم اختبار المعلمات التي من شأنها أن تقلِّل سويًا المسافات (الرأسيَّة) بين نقاط البيانات والخط المركَّب، ويُمكن القيام بذلك عن طريق 'التقدير التقريبي العيني' للبيانات، ثم نقوم بالرسم البياني للانتشار لكل مجموعة من المتغيِّرات x و y ونُضيف على هذا الأخير رسمًا يدويًا للخط الذي يناسب بشكل جيد البيانات (انظر الشكل رقم (٢ , ٣)).

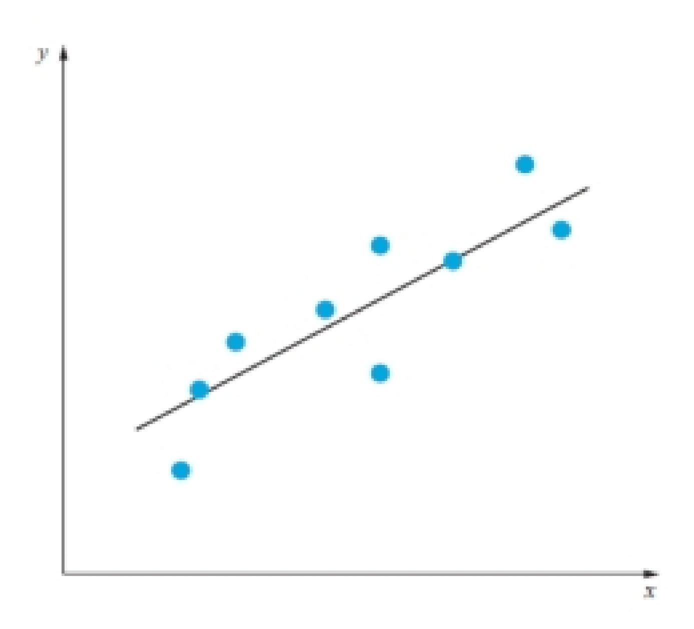
الإطار رقم (٢ , ٣) أسباب إدراج حد الاضطراب

- حتى في الحالة العامة أين نجد أكثر من متغيِّر مُفسِّر في معادلة الانحدار فإنه قد يُمكن حذف بعض محدِّدات y_t من النموذج، يمكن على سبيل المثال أن ينتج ذلك بسبب وجود عدد كبير من المتغيِّرات التي تؤثر في y_t والتي لا يُمكن حصرها في نموذج واحد، أو لأن بعض محددات y_t قد تكون غير قابلة للرصد أو غير قابلة للقياس.
- قد تكون هناك أخطاء في الطريقة التي تم بها قياس y_t والتي لا يُمكن نمذجتها.
- وجود تأثيرات خارجية عشوائية على y_t لا يُمكن نمذجتها، على سبيل المثال يمكن لهجوم إرهابي، لإعصار، أو لعطل في جهاز الكمبيوتر أن يؤثر على جميع عائدات الأصول الماليَّة بطريقة لا يُمكن حصرها في نموذج، ولا يُمكن أيضًا التنبؤ بها بشكل دقيق، على نحو مماثل، يُقِرُّ العديد من الباحثين أن السلوك البشري هو سلوك عشوائي وغير متوقَّع!

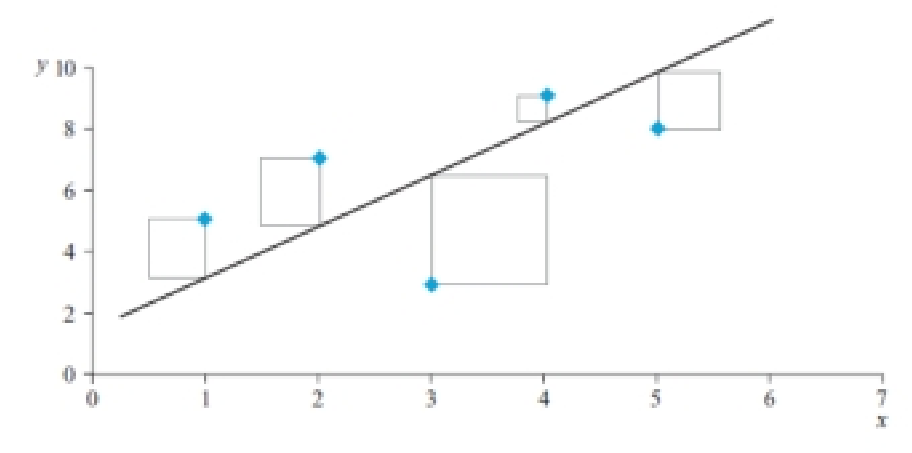
نلاحظ أنه عادة ما يتم تصغير *الانحرافات الرأسيَّة* بدلًا من الانحرافات الأفقيَّة، أو بدلًا من تلك العموديَّة للخط المستقيم، يكون ذلك كنتيجة لافتراض أن x ثابت في العينات المتكررة بحيث تصبح المسألة مسألة تحديد النموذج المناسب لـ y بالنظر إلى (أو شريطة) القيم المشاهدة للمتغيِّر المستقل x.

يُعتبر إجراء التقدير التقريبي العيني (Eye-Belling Procedure) مقبولًا إذا كنا بحاجة فقط إلى نتائج إرشاديَّة، لكن تُعتبر هذه الطريقة بطبيعة الحال طريقة غير دقيقة وشاقَّة، في المقابل تُعتبر طريقة المربَّعات الصغرى العادية الطريقة الأكثر استخدامًا لتوفيق (Fit) (أفضل) خط مستقيم لعيِّنة المشاهدات، تُشكِّل هذه الأخيرة العمود الفقري لتقدير نماذج الاقتصاد القياسي، والتي ستناقَش بالتفصيل في هذا الفصل وفي الفصول اللاحقة.

كما نجد طريقتين تقديريتين بديلتين لطريقة المربَّعات الصغرى العادية (لتحديد القيم المناسبة للمعاملات α و β) وهما طريقة العزوم (Method of Moments) وطريقة الإمكان الأعظم (Method of Maximum Likelihood). من الطريقة الأولى اشتقَّ هانسن (١٩٨٢) ((Hansen (1982)) طريقة أخرى شائعة الاستعمال، وتُعرف بطريقة العزوم المعمَّمة (Generalised Method of Moments) لكنَّها خارج نطاق هذا الكتاب، أمَّا بالنسبة إلى طريقة الإمكان الأعظم فتُعتبر طريقة كثيرة الاستعمال في العديد من البحوث، وستُناقش بمزيد من التفصيل في الفصل ٩.

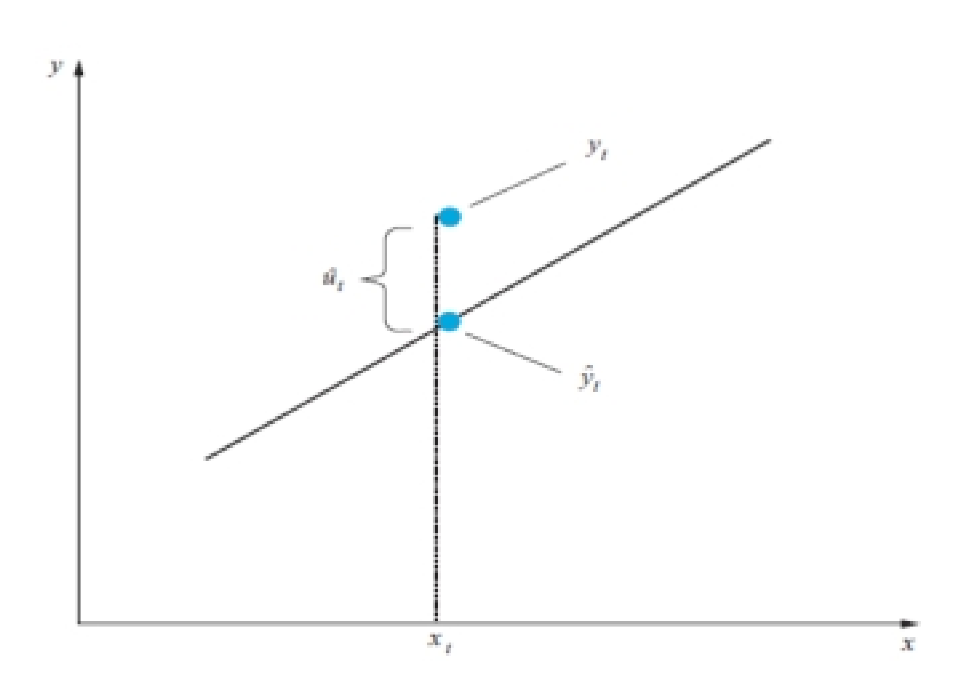


الشكل رقم (٣,٢) رسم انتشار المتغيِّرين مع خط أفضل توفيق مُختار بالعين



الشكل رقم (٣,٣) طريقة المربعات الصغرى العاديَّة لتوفيق الخط للبيانات عن طريق تصغير مجموع مربع البواقي

لنفترض الآن وبهدف تبسيط شرح ما سبق أنه لدينا عيِّنة متكوِّنة من خمس مشاهدات، تقتضي طريقة المربَّعات الصغرى العادية احتساب المسافات الرأسيَّة بين نقاط الانتشار والخط المستقيم، ثم تربيع هذه المسافات، ومن ثم تصغير المجموع الكلي لمساحات المربَّعات (وبالتالي المسمّى 'المربَّعات الصغرى') كما هو موضَّح في الشكل رقم (٣, ٣)، بمعنى آخر، تتمثَّل هذه الطريقة في تصغير مساحات المربَّعات المرسومة من النقاط إلى الخط.



الشكل رقم (٣, ٤) رسم لمشاهدة واحدة إلى جانب خط أفضل توفيق، الباقي والقيمة المقدَّرة

بلغة الترميز، نستخدم الرَّمز y_t للدلالة على نقطة البيانات الفعليَّة للمشاهدة رقم t في حين نستخدم الرَّمز $\hat{y}_t$ للدلالة على القيمة المقدَّرة من خط الانحدار، بمعنى آخر: لكل قيمة معلومة من قيم المتغيِّر x، تمثِّل $\hat{y}_t$ قيمة y_t التي تنبَّأ بها النموذج، كما نُشير إلى أننا نضع الرمز (ˆ) على المعلمات أو على المتغيِّرات، وذلك للدلالة على أنَّها قيم قام النموذج بتقديرها، أخيرًا نرمز إلى الباقي (Residual) بالرمز $\hat{u}_t$ والذي يُعتبر الفارق بين القيمة الفعليَّة لـ y والقيمة المتحصَّل عليها من النموذج لهذه النقطة من البيانات أي $(y_t - \hat{y}_t)$. كما يعرض الشكل رقم (٣, ٤) الباقي بالنسبة لمشاهدة واحدة t.

كل ما نقوم به هو تصغير مجموع مربعات البواقي $\hat{u}_t^2$. ويكمُن السبب من وراء تصغير مجموع مربع المسافات، عوضًا عن إيجاد -على سبيل المثال- مجموع $\hat{u}_t$ الأقرب إلى الصفر، في كون أنه في الحالة الأخيرة ستقع بعض نقاط الانتشار أعلى الخط المستقيم، في حين سيقع باقي النقاط أسفل هذا الخط، وبالتالي ستتضمن عمليَّة الجمع في الحالة الأخيرة قيمًا مُوجبة عندما تكون النقطة فوق الخط، وأخرى سالبة عندما تكون النقطة أسفل الخط، وهو ما ينتج عنه أن جزءًا كبيرًا من هذه القيم الموجبة والسالبة سيُلغي بعضها البعض، ويعني هذا أنه يُمكن توفيق أي خط مستقيم للبيانات طالما أن مجموع الانحرافات الموجبة يُساوي مجموع الانحرافات السالبة، وفي هذه الحالة يُمكن القول إنه لن يكون هناك قيم وحيدة للمعلمات المقدرة.

في الواقع كل خط مستقيم يمر بنقاط وسط البيانات (أي يمر من $\bar{x}$ و $\bar{y}$) يجعل من مجموع $\hat{u}_t$ مساوٍ لصفر، ومع ذلك يضمن استخدام مربع المسافات أن تكون كل الانحرافات المستخدمة في عملية الجمع مُوجبة، وبالتالي لا يُلغي بعضها البعض.

وهكذا يرجع تصغير مجموع مربع المسافات إلى تصغير $(\hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2 + \hat{u}_3^2 + \hat{u}_4^2 + \hat{u}_5^2)$ أو تصغير:

$$\sum_{t=1}^{5} \hat{u}_t^2$$

تُعرف عمليَّة الجمع هذه بمجموع *مربعات البواقي* (RSS) أو بمجموع البواقي المربعة، لكن ماذا يعني $\hat{u}_t$؟ كما سبق وذكرنا، يُعتبر $\hat{u}_t$ انحراف النقطة الفعلية عن الخط أي $y_t - \hat{y}_t$. وبالتالي تصغير $\sum_t \hat{u}_t^2$ يُساوي تصغير $\sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2$.

نستخدم على التوالي الرموز $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ للدلالة على قيم α و β الناتجة عن تصغير مجموع مربعات البواقي، وبالتالي تكون معادلة الخط المستقيم المُعَدّ للبيانات على النحو التالي: $\hat{y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_t$. دعنا نرمز إلى مجموع مربعات البواقي بـ L والذي يُعرف بدالة الخسارة (Loss Function)، وبجمع كافة المشاهدات، على سبيل المثال بداية من $t = 1$ إلى T، تُكتب مُعادلة دالة الخسارة على النحو التالي:

$$L = \sum_{t=1}^{T} (y_t - \hat{y}_t)^2 = \sum_{t=1}^{T} \left(y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t\right)^2 \qquad (٣،٣)$$

حيث يرمز T إلى عدد مشاهدات السلسلة، يتم تصغير L بالنسبة لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ وذلك لإيجاد قيم α و β والتي تجعل مجموع مربعات البواقي أصغر قيمة ممكنة، وبالتالي إيجاد الخط الأقرب إلى البيانات، لذلك يتم حساب تفاضل L بالنسبة لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ ومُساواة المشتقات الأولى بصفر، كما يعرض مُلحق هذا الفصل اشتقاق مقدَّرات المربعات الصغرى العادية، تُقدم المعادلات التالية مقدرات معاملات الميل والمقطع:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_t y_t - T\bar{x}\bar{y}}{\sum x_t^2 - T\bar{x}^2} \qquad (٤،٣)$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \qquad (٥،٣)$$

تُشير المعادلتان رقم (٤،٣) و (٥،٣) إلى أنه بتحديد سلسلة مشاهدات x_t و y_t يكون من الممكن دائمًا حساب قيم المعلمتَيْن $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ الأفضل تناسبًا لسلسلة البيانات، كما تُعتبر المعادلة رقم (٤،٣) الصيغة الأسهل لحساب القيمة المقدَّرة للميل، والتي يُمكن كذلك كتابتها بطريقة أكثر بداهة، كما يلي:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sum (x_t - \bar{x})^2} \qquad (٦،٣)$$

ويُعادل هذا قسمة تغاير العيِّنة بين x و y بتباين العيّنة x.

نُؤكد مجددًا أن طريقة إيجاد القيمة الأمثل تُعرف بطريقة المربعات الصغرى العادية، ومن الجدير بالذكر أيضًا أنه يتَّضح من خلال معادلة $\hat{\alpha}$، أن خط الانحدار سيمر من وسط المشاهدات، أي من النقطة $(\bar{x}، \bar{y})$ التي تقع على هذا الخط.

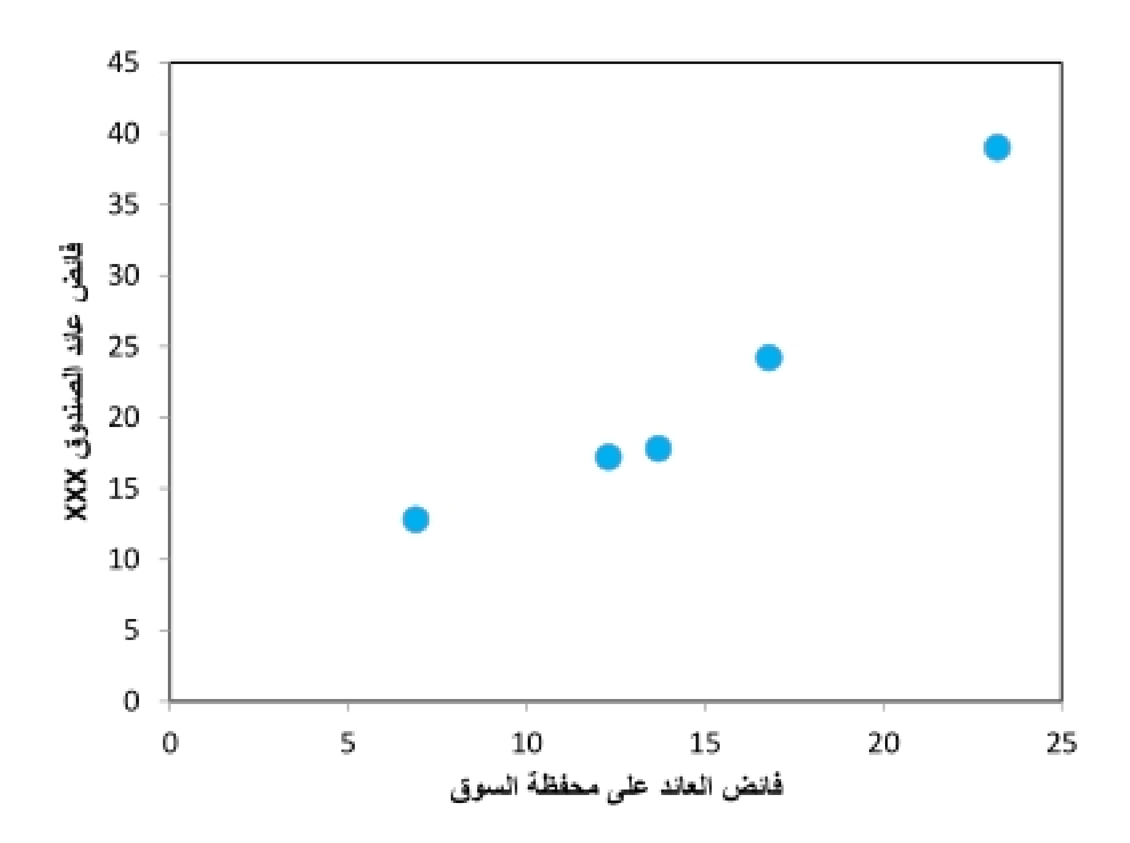
مثال (١ , ٣)

لنفترض أننا قُمنا بتجميع البيانات التالية حول فائض العوائد (Excess Returns) على المحفظة الاستثمارِيَّة لمديرة الصندوق (الصندوق XXX) وفائض العوائد على مُؤشر السوق كما يظهر في الجدول رقم (١ , ٣).

لمديرة الصندوق حدس بأن بيتا (Beta) (في إطار نموذج تسعير الأصول الرأسمالية (CAPM)) الصندوق XXX موجبة، وبالتالي تريد إيجاد العلاقة التي قد تبدو بين x وy بالنظر إلى البيانات. تتمثَّل المرحلة الأولى مُجدَّدًا في رسم انتشار المتغيِّرين (الشكل رقم (٣,٥)).

الجدول رقم (٣,١) عيِّنة بيانات الصندوق XXX لتحفيز طريقة تقدير المربعات الصغرى

السنة t	فائض عائد الصندوق $XXX = r_{XXX,t} - rf_t$	فائض عائد مؤشر السوق $= rm_t - rf_t$
١	١٧,٨	١٣,٧
٢	٣٩,٠	٢٣,٢
٣	١٢,٨	٦,٩
٤	٢٤,٢	١٦,٨
٥	١٧,٢	١٢,٣



الشكل رقم (٣,٥) رسم انتشار فائض عائد الصندوق XXX مُقابل فائض عوائد محفظة السوق.

يبدو بشكل واضح أن هناك علاقة إيجابية شبه خطية بين x و y على الرغم من أنه ليس هناك الكثير من البيانات التي يستند عليها هذا الاستنتاج! يؤدي تعويض قيم المشاهدات الخمس في الصيغ رقم (٤،٣) و (٥،٣) إلى إيجاد القيم المقدَّرة $\hat{\alpha} = -1.74$ و $\hat{\beta} = 1.64$. وبالتالي تكون معادلة الخط المقدَّر على النحو التالي:

$$\hat{y} = -1.74 + 1.64x_t \qquad (٧،٣)$$

حيث يُمثِّل x_t فائض عائد محفظة السوق على معدل العائد الخالي من الخطر (أي $rm - rf$) أو ما يُعرف بعلاوة مخاطرة السوق (Market Risk Premium).

---

١ , ٣ , ٣ فيما تستخدم $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$؟

(What are $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ used for?)

ربما تكون أفضل إجابة عن هذا السؤال من خلال طرحِ سؤال آخر: إذا أخبرتك المحلِّلة الماليَّة أنها تتوقَّع أن يدرَّ السوق خلال السنة المقبلة عائدًا أعلى بنسبة ٢٠ ٪ من معدَّل العائد الخالي من الخطر ماذا كنت تتوقَّع أن يكون العائد على الصندوق XXX؟

تكون القيمة المتوقَّعة لـ y مساوية لـ – ١,٧٤ + ١,٦٤× قيمة x، وبتعويض x بـ ٢٠ في المعادلة رقم (٧،٣) نتحصَّل على:

$$\hat{y} = -1.74 + 1.64 \text{ x } 20 = 31.06 \qquad (٨،٣)$$

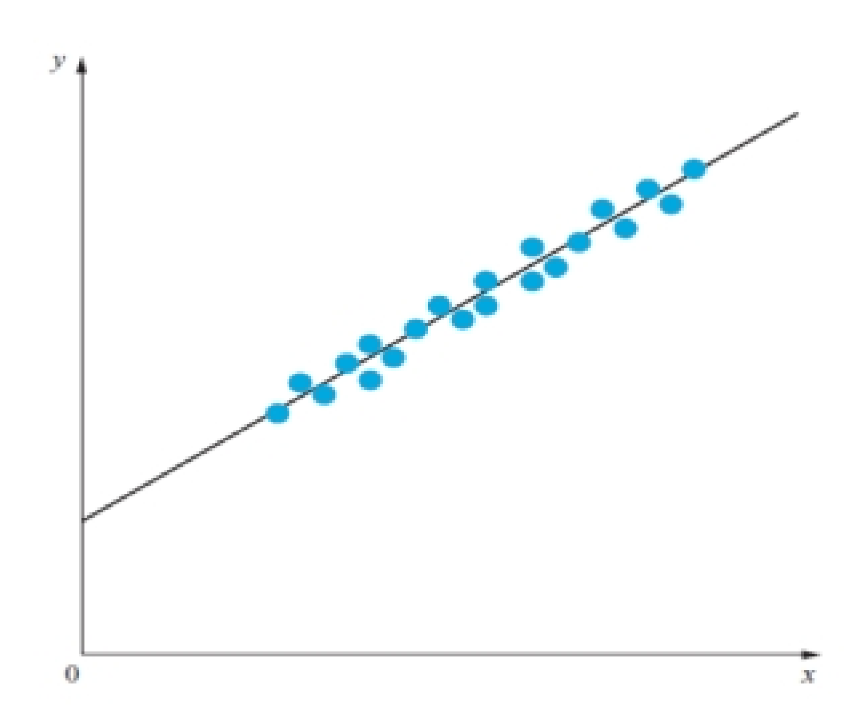
وهكذا، بتحديد علاوة متوقَّعة لمخاطرة السوق بـ ٢٠٪، ونظرًا لمستوى المخاطرة يُتوقَّع أن يحقِّق الصندوق XXX فائضًا على معدَّل العائد الخالي من الخطر يُقارب ٣١ ٪. في هذا الإطار بيتا الانحدار تُعتبر أيضًا بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، ولذلك تكون القيمة المقدَّرة لبيتا الصندوق XXX مساوية لـ ١,٦٤ ممَّا يدل على أن هذا الصندوق محفوف نوعًا ما بالمخاطر، في هذه الحالة، ومع هذه القيم لمعاملات المربعات الصغرى العادية، يبلغ الحد الأدنى لمجموع مربعات البواقي ٣٠,٣٣.

رغم أنه قد يكون بديهيًّا إلَّا أنه من الجدير الإشارة إلى أنه لا يُنصح بإجراء تحليل الانحدار باستخدام ٥ مشاهدات فحسب! وبالتالي يُمكن النظر إلى هذه النتائج المقدمة على أنها دلالية، ولغاية توضيح التقنية (تقنية التقدير بالمربعات الصغرى العادية) لا غير، كما يعرض الفصل ٥ مزيدًا من المناقشات حول أحجام العينات المناسبة لتحليل الانحدار.

يُمكن تفسير القيمة ١,٦٤ وهي القيمة المقدَّرة للمعلمة β بالقول إنه 'إذا زادت قيمة x بمقدار وحدة واحدة، فيتوقع أن تزيد y بـ ١,٦٤ وحدة، وذلك مع افتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها، بطبيعة الحال إذا كانت قيمة $\hat{\beta}$ سالبة فإن كل ارتفاع في قيمة x سوف يُؤدي في المتوسط إلى انخفاض في قيمة y. أما بالنسبة إلى $\hat{\alpha}$، أي القيمة المقدَّرة لمعامل المقطع فتُفسَّر على أنها القيمة التي سيتخذها المتغيِّر التابع y عندما يتخذ المتغيِّر المستقل x القيمة صفر، تُشير 'الوحدات' هنا إلى وحدات قياس x_t و y_t. لذلك لنفترض على سبيل المثال أن $\hat{\beta} =$ ١,٦٤، وأنه تم قياس x بالنسبة المئوية وقياس y بآلاف الدولارات الأمريكية، إذًا يُمكن القول إنه عند ارتفاع قيمة x بـ ١ ٪ فإنه يتوقع في المتوسط أن ترتفع قيمة y بـ ١,٦٤ ألف $ (أي ١٦٤٠ $).

كما نُشير إلى أن تغيير مقياس y أو مقياس x لن يؤدي إلى تغيير في النتائج ككل، حيث إن القيم المقدَّرة للمعامل ستتغيَّر بفعل عامل مُوازنة (Off-setting Factor) وذلك لترك العلاقة الإجماليَّة بين y و x ثابتة (انظر قوجاراتي (٢٠٠٣) (Gujarati (2003))، ص ١٦٩-١٧٣ للإثبات)، وهكذا إذا كانت وحدات قياس y هي مئات الدولارات عوضًا عن آلاف الدولارات، ومع افتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها، فإن القيمة المقدَّرة لمعامل الميل ستكون ٤ , ١٦، بحيث إن الزيادة في x بنسبة ١ ٪ ستُؤدي إلى زيادة في قيمة y بـ ٤ , ١٦ مئة $ (أو ١٦٤٠ $) وهي نفس النتيجة السابقة، كما نذكر أن جميع الخواص الأخرى لمقدِّر المربعات الصغرى العادية المناقشة أدناه هي أيضًا ثابتة ولا تتأثر بتغير قياس البيانات.

نُشير هنا إلى وجوب توخِّي الحيطة بخصوص مصداقيَّة (Reliability) القيم المقدَّرة للحد الثابت، على الرَّغم من أن التفسير الدقيق للمقطع هو في الواقع كما سبق وذكرنا، إلَّا أنه عمليًا وفي أغلب الحالات لا تحتوي العيِّنة على قيم لـ x قريبة من الصفر، في مثل هذه الحالات تكون القيم المقدَّرة للمقطع غير موثوق بها، على سبيل المثال، لنعتبر الشكل رقم (٦ , ٣) الذي يُظهر حالة عدم وجود نقاط انتشار قريبة من المحور الصادي.



الشكل رقم (٦ , ٣) عدم وجود مُشاهدات قريبة من المحور الصادي.

في مثل هذه الحالات لا يُمكن أن نتوقع الحصول على قيم مُقدَّرة حصينة (Robust Estimates) لقيمة y عندما تكون قيمة x صفرًا، كما أن جميع المعلومات الواردة في العيِّنة تتعلَّق بالحالة التي يكون فيها x أكبر بكثير من الصفر.

كما ينبغي أيضًا توخِّي الحذر عند القيام بتنبؤات لقيم y باستخدام قيم لـ x تكون بعيدة كثيرًا عن مدى قيم العيِّنة، في المثال (١ , ٣) تُشير البيانات المتاحة إلى أن قيم x تتراوح بين ٧٪ و ٢٣٪. لذلك فمن المحبَّذ أن لا يُستخدم هذا النموذج لتحديد فائض العائد المتوقَّع للصندوق إذا كان فائض العائد المتوقَّع للسوق في حدود ١٪ أو ٣٠٪ أو أيضًا -٥٪ (أي توقّع هبوط السوق).

٤ , ٣ بعض المصطلحات الأخرى

(Some further terminology)

١ , ٤ , ٣عملية توليد البيانات، دالة انحدار المجتمع ودالة انحدار العينة

The data generating process, the population regression)

(function and the sample regression function

تمثِّل دالة انحدار المجتمع (Population Regression Function (PRF)) وصفًا للنموذج الذي يُعتقد أنه يولد البيانات الفعلية، وبأنها تمثِّل *العلاقة الفعليَّة بين المتغيِّرات*. كما تُعرف هذه الدالة أيضًا بأنها عمليَّة توليد البيانات (Data Generating Process(DGP)) تُجسِّد دالة انحدار المجتمع القيم الحقيقيَّة لـ α و β ويُعبَّر عنها كالآتي:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \qquad (٩،٣)$$

نُلاحظ أن هذه المعادلة تحتوي على حد اضطراب (Disturbance Term)، لذلك حتى لو أُتيح لنا كل مُشاهدات مُجتمع x و y فإنه عمومًا ليس بالإمكان الحصول على توافُق مثالي بين الخط والبيانات، بالرغم من أن بعض الكُتب تُميِّز بين دالة انحدار المجتمع (العلاقة الحقيقية الكامنة بين y و x) وبين عمليَّة توليد البيانات (عمليَّة تصف كيف يتم الحصول على المشاهدات الحقيقيَّة لـ y)، إلَّا أنه في هذا الكتاب سيتم استخدام هذين المصطلحين بشكل مُترادف.

أما دالة انحدار العيِّنة (Sample Regression Function (SRF)) فتُمثِّل العلاقة التي تم تقديرها باستخدام مُشاهدات العيِّنة، وتُكتب غالبًا كالآتي:

$$\hat{y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_t \qquad (١٠،٣)$$

لاحظ أنه لا يوجد حد خطأ أو حد بواقي في المعادلة رقم (١٠،٣)، كل ما يُمكن قوله من خلال هذه المعادلة هو أنه عند ضرب قيمة محددة لـ x بـ $\hat{\beta}$، وبإضافة $\hat{\alpha}$ سوف نتحصل على القيمة المتوقعة لـ y والتي يُرمز إليها بالرمز $\hat{y}$. من الممكن أيضا كتابة:

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_t + \hat{u}_t \qquad (١١،٣)$$

تقسم المعادلة رقم (١١،٣) القيمة المشاهدة لـ y إلى عنصرين: القيمة المتحصَّل عليها من النموذج وحد البواقي.

هذا وتُستخدم دالة انحدار العيِّنة للاستدلال على القيم المحتملة لدالة انحدار المجتمع، ويعني ذلك أنه تم إنشاء القيم المقدَّرة ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) لعيِّنة البيانات التي بحوزتنا، لكن ما يهم حقيقة هي العلاقة بين x و y. بمعنى آخر: ما نريد حقًّا هو دالة انحدار المجتمع، لكن كل ما يُمكن الحصول عليه هو دالة انحدار العيِّنة، لذلك وعلى ضوء القيم المحسوبة لـ ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$)، فإن ما يمكن قوله هو ما مدى احتمال أن تأخذ المعلمات المماثلة للمجتمع لقيم معيَّنة.

٢ , ٤ , ٣ الخطّية والأشكال الممكنة لدالة الانحدار

(Linearity and possible forms for the regression function)

لكي نستطيع استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية يجب أن يكون النموذج خطّيًا، وذلك يعني أنه في الحالة البسيطة لمتغيّرين اثنين يجب أن تكون العلاقة بين x و y قابلة أن يُعبَّر عنها بيانيًّا باستخدام خط مستقيم. يجب أن يكون النموذج على وجه التحديد خطّيًّا في المعلمات ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$)، لكن لا يعني ذلك بالضرورة أن يكون النموذج خطّيًّا في المتغيّرات (y و x)، كما يُقصد بالعبارة 'خطّي في المعلمات' أنه لا يجب ضرب أو قسمة أو تربيع أو تكعيب ...إلخ المعلمات.

بالنسبة إلى النماذج اللاخطّية في المتغيّرات فإنه غالبًا ما يُمكن تحويلها إلى نماذج خطّية، وذلك بتطبيق تحويل أو معالجة مناسبة عليها، نستعرض على سبيل المثال النموذج الأسّيّ التالي:

$$Y_t = AX_t^{\beta} e^{u_t} \qquad (١٢،٣)$$

بعد القيام بالتحويل اللوغاريتمي لكلا الجانبين للمعادلة، وبتطبيق قوانين اللوغاريتمات وإعادة ترتيب الجانب الأيمن للمعادلة نتحصل على:

$$\ln Y_t = \ln(A) + \beta \ln X_t + u_t \qquad (١٣،٣)$$

حيث يُمثّل A و β المعلمات التي يجب تقديرها، لنأخذ الآن $\alpha = \ln(A)$، $y_t = \ln Y_t$ و $x_t = \ln X_t$:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \qquad (١٤،٣)$$

يُعرف هذا النموذج بنموذج *الانحدار الأسّي* (Exponential Regression Model) وذلك لأن Y يتغير وفقًا لدالة أُسّيَّة (قوّة) في X. في حقيقة الأمر، عند صياغة معادلة الانحدار على 'صيغة لوغاريتمية مزدوجة' (DoubleLogarithmicForm)، أي التحويل اللوغاريتمي الطبيعي لكلٍّ من المتغيّر التابع والمتغيّر المستقل فإن القيم المقدَّرة للمعامل تفسَّر بأنها مرونات (Elasticities) (أي أنها تغيُّرات الوحدات على المقياس اللوغاريتمي)، وهكذا يتم تفسير القيمة المقدَّرة ١ , ٢ لـ $\hat{\beta}$ في المعادلة رقم (١٣،٣) أو في المعادلة رقم (١٤،٣) بالقول إن 'الارتفاع في قيمة X بنسبة ١٪ سوف يؤدي في المتوسط -وبافتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها - إلى ارتفاع في قيمة Y بنسبة ١ , ٢٪'. وعلى العكس من ذلك، إذا تم اعتبار مستوى المتغيّرات y و x (على سبيل المثال المعادلة رقم (٩،٣)) عوضًا عن الصِّيغة اللوغاريتمية فإن المعاملات تدل على تغيُّرات بمقدار وحدة كما هو موضَّح أعلاه.

على نحو مماثل إذا كانت النظرية تُشير إلى أن x ينبغي أن يرتبط عكسيًّا بـ y وفقًا لنموذج على الشكل التالي:

$$y_t = \alpha + \frac{\beta}{x_t} + u_t \qquad (١٥،٣)$$

فإنه من الممكن تقدير هذا النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، وذلك بتحديد:

$$z_t = \frac{1}{x_t}$$

وانحدار y على ثابت والمتغيِّر z. من الواضح إذًا أنه من المدهش أنه يمكن تقدير مجموعة متنوعة من النماذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، وذلك من خلال القيام بالتحويلات المناسبة على المتغيِّرات، من ناحية أخرى هناك بعض النماذج التي تُعتبر جوهريًّا لاخطية، على سبيل المثال:

$$y_t = \alpha + \beta x_t^{\gamma} + u_t \qquad (١٦،٣)$$

لا يُمكن تقدير مثل هذه النماذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، وإنما يُمكن تقديرها باستخدام طريقة تقدير غير خطية (انظر الفصل ٩).

٣ , ٤ , ٣ مقدَّر أم قيمة مُقدَّرة؟

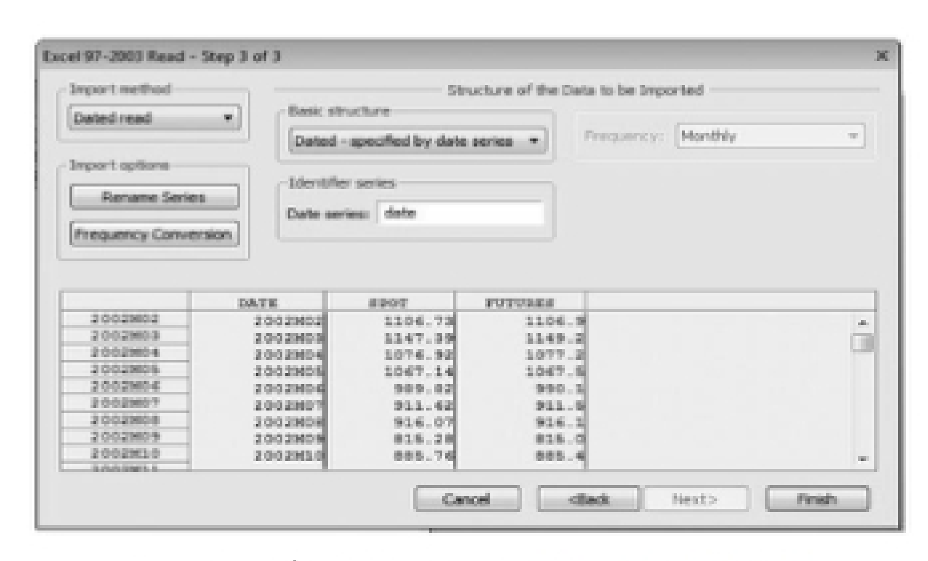
(Estimator or estimate?)

تُعتبر المقدَّرات صيغًا تُستخدم *لحساب العاملات*، نذكر على سبيل المثال الصيغ الواردة سابقًا في المعادلات رقم (٤،٣) و (٥،٣) في حين أن القيم المقدَّرة في المقابل *تُعتبر القيم العددية الفعلية للمعاملات* والتي تم الحصول عليها من العينة.

٣ , ٥ الانحدار الخطي البسيط في إفيوز: تقدير نسبة التحوُّط المثلى

(Simple linear regression in EViews – estimation of an optimal hedge ratio)

يُوضح هذا القسم كيفية إجراء الانحدار ثنائي المتغيِّرات (Bivariate Regression) باستخدام إفيوز، لذلك نأخذ المثال التالي أين يرغب مستثمر ما في تغطية مركز طويل على المؤشر S&P 500 (أو الأسهم المكوّنة له)، وذلك باستخدام مركز قصير في العقود المستقبليّة، تفترض العديد من الدراسات الأكاديمية أن الهدف من التحوُّط هو تقليص تبايُن عوائد المحفظة المغطاة، في مثل هذه الحالة سوف تكون نسبة التحوُّط المناسِبة (عدد وحدات الأصول المستقبلية للبيع لكل وحدة من الأصل الفوري المحتفظ به) القيمة المقدَّرة



لقطة الشاشة رقم (٣ , ١) كيفية استعراض البيانات المؤرَّخة داخل إفيوز

للميل (أي β) في نموذج الانحدار حيث تمثّل السلسلة الزمنية للعوائد الفورية المتغيّر التابع وسلسلة العوائد المستقبلية المتغيّر المستقل[٢].

سيتم إجراء هذا الانحدار باستخدام الملف 'SandPhedge.xls' والذي يحتوي على العوائد الشهرية للمؤشر S&P 500 (في العمود ٢) و S&P 500 المستقبليّة (في العمود ٣)، طبقًا لما تم توضيحه في الفصل ١، تتمثّل الخطوة الأولى في فتح ملف عمل بحجم مناسب، لذلك **افتح إفيوز**، وانقر على **File/New/Workfile** ثم اختر **Dated – regular frequency** ثم بيانات دورية **شهرية**، تاريخ البدء هو **٢٠٠٢:٠٢** وتاريخ الانتهاء هو **٢٠١٣:٠٤**، قُم إذًا باستيراد الملف إكسل بالنقر على **File/Import** ثم **استيراد من ملف**، كما في المثال السابق للفصل ١، لا يحتوي العمود الأول إلَّا على التواريخ التي لسنا بحاجة إلى تخزينها، لذلك انقر مرَّتين على **التالي**، ستظهر بعد ذلك شاشة أخرى، كما في لقطة الشاشة رقم (٣,١) تدعوك لاتخاذ قرار بشأن كيفية التعامل مع التواريخ: من الممكن إمّا قراءة التواريخ من الملف، أو استخدام مدى التاريخ المحدَّد عند إعداد ملف العمل، وبما أنه لا يوجد بيانات ناقصة، فإن كلتا الحالتين سوف تُعطي نفس النتيجة، وذلك بمجرد النقر على إنهاء، ستظهر الآن السلسلتان المستوردتان ككائنات في ملف العمل (لم يتم استيراد عمود التواريخ)، ويُمكن التحقُّق من بيانات هاتين السلسلتين من خلال فحص عشوائي لزوج من المدخلات، ومقارنته مع بيانات الملف إكسل الأصلي.

تتمثّل الخطوة الأولى في التحليل في تحويل مستويات السلسلتين إلى عوائد مئوية، ونذكر أنه من الشائع في البحوث الأكاديمية استخدام العوائد المركبة المستمرة عوضًا عن العوائد البسيطة، للقيام بذلك (أي إعداد العوائد المركبة المستمرة) انقر على **Genr**، وفي مربَّع الحوار 'Enter Eqution' ادخل: ($rfutures = 100 * dlog(futures)$). ثم انقر مرَّة ثانية على **Genr** وقُم بنفس الشيء للسلسلة الفورية: ($rsopt = 100 * dlog(spot)$). لا تنسَ **حفظ ملف العمل** بتسميته 'تحوُّط' وسيُضيف إفيوز اللاحقة 'wf1.' للدلالة على أنه ملف عمل إفيوز، استمر في إعادة حفظ الملف على فترات مُنتظمة؛ لضمان عدم فقدان العمل.

قبل الشروع في تقدير الانحدار وبعد أن استوردنا أكثر من سلسلة يُمكننا دراسة عدد من الإحصاءات الوصفية إلى جانب مقاييس الارتباط بين هذه السلاسل، على سبيل المثال، انقر على **Quick** ثم **Group Statistics** ومن هناك سترون أنه من الممكن حساب التغايرات، الارتباطات بين السلاسل، وعدد من المقاييس الأخرى التي سيتم استعراضها لاحقًا في الكتاب، انقر في الوقت الراهن على **إحصاءات وصفية**، ثم على **عيّنة مُشتركة**[٣]. داخل مربع الحوار الذي سيظهر اكتب **rspot rfutures** ثم انقر فوق **OK**، نعرض بعض الإحصاءات الموجزة عن السلاسل الفورية والمستقبليّة، كما يظهر في لقطة الشاشة رقم (٣,٢)، وهي وكما هو متوقع إحصاءات متشابهة إلى حد كبير بين السلسلتين.

---

(٢) انظر الفصل ٩ لمناقشة مفصلة عن سبب اعتبار هذه النسبة كنسبة التحوُّط المناسبة.

(٣) سوف تُستخدم 'العيّنة المشتركة' فقط الجزء المتاح من العيّنة لجميع السلاسل المحدَّدة في حين ستُستخدم 'العيّنة الفردية' كل المشاهدات المتاحة لكل سلسلة فردية، في مثالنا هذا عدد المشاهدات متساويًا لكلتا السلسلتين، وبالتالي يُعطي هذان الخياران نتائج متطابقة.

Group: UNTITLED Workfile: SANDPHEDGE::Untitled\

	RSPOT	RFUTURES
Mean	0.273926	0.271309
Median	1.101731	1.024841
Maximum	10.06554	10.39119
Minimum	-18.38397	-18.80256
Std. Dev.	4.591529	4.548128
Skewness	-0.911104	-0.927525
Kurtosis	4.740733	4.878594
Jarque-Bera	35.45749	38.91766
Probability	0.000000	0.000000
Sum	36.70615	36.35534
Sum Sq. Dev.	2803.925	2751.167
Observations	134	134

لقطة الشاشة رقم (٣,٢) إحصاءات موجزة للسلاسل الفورية والمستقبلية.

لاحظ أن عدد المشاهدات تقلّص من ١٣٥ مُشاهدة لمستويات السلاسل إلى ١٣٤ مُشاهدة عند حساب العائدات (بما أننا 'فقدنا' مشاهدة واحدة عند إنشاء القيمة $t-1$ للأسعار في صيغة العوائد)، إذا أردت حفظ الإحصاءات الموجزة فيجب تسميتها، وذلك بالنقر فوق **Name** ثم قم باختيار اسم لها، على سبيل المثال**Descstats**. كما يُمكن أيضًا استخدام الاسم الافتراضي 'group01'، انقر بعد ذلك فوق **OK**.

يُمكننا الآن الشروع في تقدير الانحدار، هناك عدة طرق للقيام بذلك، لكن تتمثَّل الطريقة الأسهل في تحديد **Quick**، ومن ثم اختيار **Estimate Equation**، سوف يظهر لك بعد ذلك مربع حوار، عند تعبئته سوف يبدو مثل ما هو عليه في لقطة الشاشة رقم (٣,٣). في نافذة 'توصيف المعادلة' قم بإدراج قائمة المتغيِّرات التي سوف يتم استخدامها، ويُكتب المتغيِّر التابع (y) أوّلًا، ثم الثابت (c)، أي نكتب **rspot c rfutures**، لاحظ أنه كان من الممكن أن نكتب ما سبق على شكل معادلة كما يلي: rspot = c(1) + c(2) * rfutures، لكن يُعتبر ذلك أكثر تعقيدًا.

Equation Estimation

Specification | Options

Equation specification

Dependent variable followed by list of regressors including ARMA and PDL terms, OR an explicit equation like Y=c(1)+c(2)*X.

rspot c rfutures

Estimation settings

Method: LS - Least Squares (NLS and ARMA)

Sample: 2002M02 2013M04

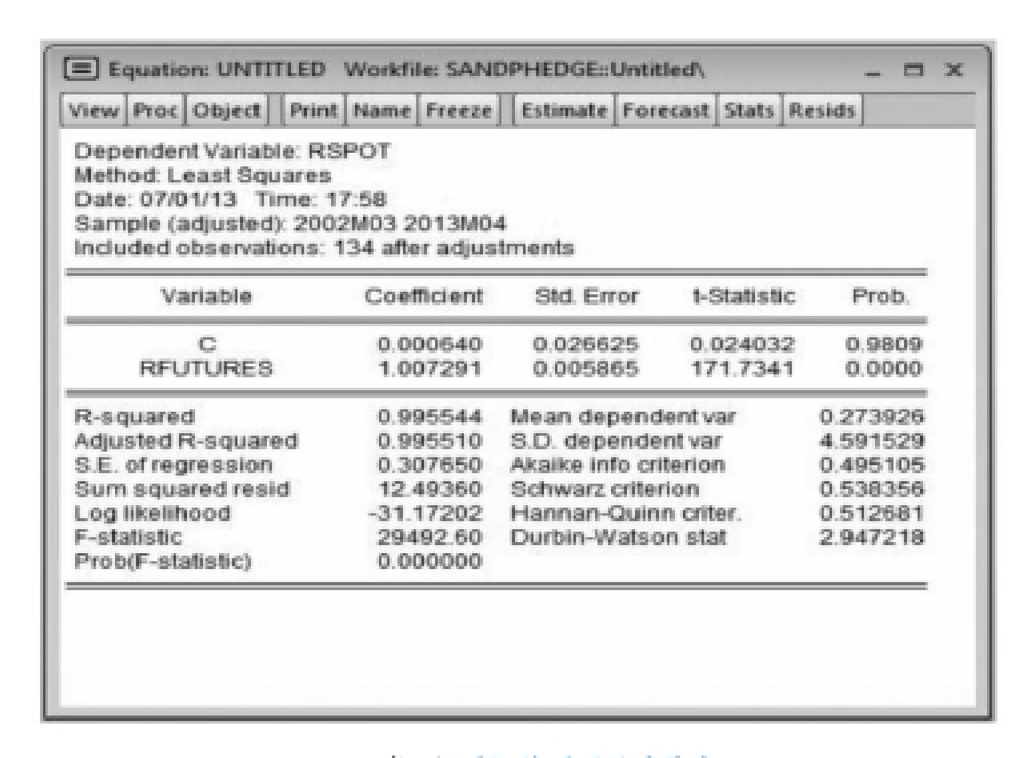
OK | Cancel

لقطة الشاشة رقم (٣,٣) نافذة تقدير المعادلة.

في مربع 'إعدادات التقدير' نجد أن طريقة المربعات الصغرى العادية هي طريقة التقدير الافتراضية، ونجد أيضًا أن العيِّنة الافتراضية هي العيِّنة بأكملها، وهذه الإعدادات لا تحتاج إلى تعديل، انقر فوق **OK**، وسوف تظهر نتائج الانحدار كما في لقطة الشاشة رقم (٣, ٤).

نجد أن القيم المقدَّرة لمعلمات المقطع ($\hat{\alpha}$) والميل ($\hat{\beta}$) هي على التوالي ٠,٠٠٠٦٤ و١,٠٠٧. قم بتسمية نتائج الانحدار **returnreg**، وسوف تظهر الآن على أنها كائن جديد في القائمة، من بين نتائج الانحدار نجد أيضًا عددًا كبيرًا من الإحصاءات الأخرى، هذا وسوف يتم مناقشة الغرض من هذه الإحصاءات وتفسيرها لاحقًا في هذا الفصل، وفي الفصول اللاحقة.

نقوم الآن بتقدير الانحدار لمستويات السلاسل بدلًا من العائدات (أي إجراء انحدار السلسلة الفورية على ثابت وعلى السلسلة المستقبليّة)، وفحص القيم المقدَّرة للمعلمات، تقيس معلمة ميل الانحدار لسلسلة العوائد المقدرة أعلاه نسبة التحوُّط المثلى كما تقيس العلاقة بين السلسلتين على المدى القصير، وفي المقابل يُمكن تفسير معلمة الميل في نموذج الانحدار بين المؤشرات الخام الفورية والمستقبليّة (أو لوغاريتم السلسلة الفورية ولوغاريتم السلسلة المستقبليّة) على أنها مقياس للعلاقة بينهما على المدى الطويل، سوف تناقَش مسألة المدى البعيد والقصير بالتفصيل في الفصل ٥.



Equation: UNTITLED Workfile: SANDPHEDGE::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: RSPOT
Method: Least Squares
Date: 07/01/13 Time: 17:58
Sample (adjusted): 2002M03 2013M04
Included observations: 134 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000640	0.026625	0.024032	0.9809
RFUTURES	1.007291	0.005865	171.7341	0.0000

R-squared	0.995544	Mean dependent var	0.273926
Adjusted R-squared	0.995510	S.D. dependent var	4.591529
S.E. of regression	0.307650	Akaike info criterion	0.495105
Sum squared resid	12.49360	Schwarz criterion	0.538356
Log likelihood	-31.17202	Hannan-Quinn criter.	0.512681
F-statistic	29492.60	Durbin-Watson stat	2.947218
Prob(F-statistic)	0.000000		

لقطة الشاشة رقم (٣, ٤) نتائج التقدير.

أما الآن انقر فوق **Quick/Estimate Equation** ثم أَدْخِل المتغيِّرات **spot c futures** في مربع حوار توصيف المعادلة، انقر فوق **OK**، ثم **قم بتسمية نتائج الانحدار 'levelreg'**، تكون القيمة المقدَّرة للمقطع ($\hat{\alpha}$) في هذا الانحدار ٥,٤٩٤٣، والقيمة المقدَّرة للميل ($\hat{\beta}$) ٠,٩٩٥٦. كما يُمكن اعتبار المقطع لتقريب تكلفة الاحتفاظ (Cost of Carry)، بينما وكما هو متوقَّع تكون العلاقة بين الأسعار الفورية والمستقبليّة على المدى الطويل تقريبًا ١:١، انظر الفصل ٩ لمزيد من المناقشة حول تقدير وتفسير هذا التوازن، أخيرًا انقر فوق الزر **Save** لحفظ ملف العمل بأكمله.

٣,٦ الافتراضات التي يقوم عليها نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

(The assumptions underlying the classical linear regression model)

يُعرف النموذج $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$ الذي تناولناه سابقًا بالإضافة إلى الافتراضات المذكورة في الأسفل بنموذج *الانحدار الخطي الكلاسيكي* (Classical Linear Regression Model, CLRM)، كما تُشير إلى أنه من الممكن مُشاهدة بيانات x_t، لكن بما أن y_t يعتمد أيضًا على u_t، فمن الضروري أن نكون دقيقين حول كيفية توليد u_t. عادة ما تتعلق مجموعة الافتراضات المذكورة في الإطار رقم (٣,٣) بحدود الخطأ غير المُشاهَد أو حد الاضطراب $u_t s$. كما ينبغي مُلاحظة عدم وجود افتراضات للأخطاء المشاهدة أي بواقي النموذج المقدَّرة.

الإطار رقم (٣,٣) الافتراضات المتعلِّقة بحدود الاضطراب وتفسيرها

	الترميز التقني	التفسير
(١)	$E(u_t) = 0$	للأخطاء وسط يساوي صفرًا
(٢)	$var(u_t) = \sigma^2 < \infty$	تباين الأخطاء ثابت ومتناهٍ لكل قيم x_t
(٣)	$cov(u_i, x_j) = 0$	الأخطاء مستقلة خطيًّا عن بعضها البعض
(٤)	$cov(u_t, x_t) = 0$	ليست هناك علاقة بين الخطأ والمتغيِّر المقابل x
(٥)	$u_t \sim N(0, \sigma^2)$	أي أن u_t يتبع التوزيع الطبيعي

طالما تحقق الافتراض١، فيُمكن كتابة الافتراض ٤ بطريقة مُماثلة على النحو التالي: $E(x_t u_t) = 0$. تُشير كلتا الصيغتين إلى أن المتغيِّر الانحداري *مُعامد* (أي غير مُرتبط) لحد الخطأ، نذكر كذلك أن الافتراض البديل للافتراض ٤، وهو افتراض أقوى قليلًا، يتمثَّل في أن x_t *غير تصادُفي* أو ثابت في العيِّنات المتكرِّرة، وذلك يعني أنه لا يوجد تغيُّر معاينة في x_t وأن قيمته يتم تحديدها خارج النموذج.

يُعتبر الافتراض الخامس ضروريًّا لإجراء استدلالات سليمة لمعلمات المجتمع (α و β الحقيقية) من خلال معلمات العيِّنة ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) المقدَّرة باستخدام كمية محدودة من البيانات.

٣,٧ خواص مقدر المربعات الصغرى العادية

(Properties of the OLS estimator)

إذا تحقَّقت الافتراضات ١ إلى ٤ سيكون للمقدَّرات $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ المتحصَّل عليها عن طريق المربعات الصغرى العادية عدد من الخواص المرغوبة، والتي تُعرف باسم أفضل المقدَّرات الخطِّية غير المتحيِّزة (Best Linear Unbiased Estimators, (BLUE))، لكن إلى ماذا ترمز هذه الأوائلية؟

- 'المقدَّر' $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ هي مقدَّرات القيم الحقيقيَّة لـ α و β.

- 'خطّي' $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ هي مقدّرات خطّية، وهذا يعني أن صيغ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ هي تراكيب خطّية لمتغيِّرات عشوائية (في هذه الحالة y).
- 'غير متحيِّزة' في المتوسّط تكون القيم الفعلية لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ مساوية لقيمها الحقيقيّة.
- 'أفضل' يعني أن $\hat{\beta}$ مقدَّر المربعات الصغرى العادية يتميَّز بأصغر تبايُن من بين فئة كل المقدَّرات الخطِّية غير المُتحيِّزة، تُثبت نظرية جاوس–ماركوف (Gauss–Markov Theorem) أن مقدَّر المربعات الصغرى العادية هو الأفضل، وذلك من خلال فحص مقدَّر بديل تعسُّفي خطي وغير متحيِّز، وبيَّنت أنه في جميع الحالات لا يُمكن لهذا البديل أن يكون له تباين أصغر من تباين مقدَّر المربعات الصغرى العادية.

في ظل الافتراضات ١ إلى ٤ المذكورة أعلاه يُمكن أن نبيِّن أن مقدَّر المربعات الصغرى العادية لديه خواص مرغوبة تتمثَّل في أنه متَّسق (Consistent)، غير متحيِّز (Unbiased) وكفء (Efficient)، تم أعلاه مُناقشة عدم التحيُّز (Unbiasedness) والكفاءة (Efficiency) في حين يُعتبر الاتساق خاصّية مرغوبة إضافيَّة، سيتم الآن مُناقشة هذه الخواص الثلاث كل بدورها.

٣,٧,١ الاتساق
(Consistency)

تُعتبر مقدَّرات المربَّعات الصغرى $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ مقدَّرات متَّسقة، كما يُمكن التعبير عن اتساق $\hat{\beta}$ بطريقة جبريَّة (مع تعديلات جليَّة بالنسبة لـ $\hat{\alpha}$) كالآتي:

$$\lim_{T \to \infty} \Pr\left[|\hat{\beta} - \beta| > \delta\right] = 0 \quad \forall\ \delta > 0 \qquad (٣،١٧)$$

تُعتبر هذه الطريقة طريقة فنّية تُفيد بأن احتمال أن يكون انحراف $\hat{\beta}$ عن قيمته الحقيقيَّة أكبر من المسافة المحـدَّدة التعسُّفيَّة δ يميـل إلى الصفر كلما مال حجم العيِّنة إلى ما لانهاية، وذلك لكل القيم الموجبة لـ δ. بالتالي يُعتبر $\hat{\beta}$ حد الاحتمال لـ β. في النهاية (Limit) (أي لعدد لامتناهٍ من المشاهدات)، يكون احتمال اختلاف المقدَّر عن القيمة الحقيقية صفرًا، بمعنى آخر: تتقارب التقديرات من قيمها الحقيقيَّة كلما زاد حجم العيِّنة إلى ما لانهاية. يُعتبر الاتساق إذًا خاصيَّة للعيِّنات الكبيرة أو خاصِّية مقاربة (Asymptotic Property)، أمَّا إذا كان المقدَّر غير متَّسق وحتى لو كان بحوزتنا كميَّة لامتناهية من البيانات فلا يُمكن أن نكون على يقين بأن القيمة المقدَّرة للمعلمة سوف تكون قريبة من قيمتها الحقيقية، وبالتالي يُعتبر الاتساق أحيانًا الخاصّية الأكثر أهمّية للمقدَّر، يُمكن أيضًا القول بأن الافتراضات التالية $E(x_t u_t) = 0$ و $E(u_t) = 0$ تُعتبر كافية لاستخلاص اتساق مقدَّر المربعات الصغرى العادية.

٣,٧,٢ عدم التحيُّز
(Unbiasedness)

تُعتبر القيم المقدَّرة بالمربعات الصغرى لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ غير مُتحيِّزة، أي أن:

$$E(\hat{\alpha}) = \alpha \qquad (٣،١٨)$$

و

$$E(\hat{\beta}) = \beta \qquad (٣،١٩)$$

وبالتالي فإن القيم المقدَّرة للمعاملات تكون في المتوسّط مُساوية لقيمها الحقيقيَّة، بمعنى آخر، ليس هناك تقدير مُفرط (Overestimation) أو تقدير ناقص (Underestimation) مُنتظم للمُعاملات الحقيقيَّة، لإثبات ذلك يقتضي الأمر كذلك افتراض أن $cov(u_t, x_t) = 0$. يُعتبر عدم التحيُّز بشكل واضح شرطًا أقوى من الاتساق بما أنه يتماشى مع العيِّنات الصغيرة، بالإضافة إلى العينات الكبيرة (أي لجميع أحجام العينات)، من الواضح أيضًا أن المقدَّر المتَّسق يُمكن أن يكون متحيِّزًا في العيِّنات الصغيرة، لكن هل أن جميع المقدَّرات غير المتحيِّزة هي أيضًا متَّسقة؟ في الواقع يكون الجواب بالنفي، سوف يكون المقدَّر غير المتحيِّز أيضًا متَّسقًا إذا انخفض تبايُنه كلما زاد حجم العينة.

٣,٧,٣ الكفاءة

(Efficiency)

يُقال: إن المقدَّر $\hat{\beta}$ للمعلمة β كفء إذا لم يُوجد مقدَّر آخر لديه تبايُن أصغر، بشكل عام، إذا كان المقدَّر فعَّالًا فإنه سيُقلِّل من احتمال ابتعاده كثيرًا عن القيمة الحقيقيَّة لـ β. بعبارة أخرى: إذا كان المقدَّر هو 'الأفضل' فإن عدم اليقين المرتبط بالتقدير سيكون عند حده الأدنى لفئة المقدَّرات الخطِّية غير المتحيِّزة، كما يُعبَّر عن ذلك بطريقة فنِّية بالقول إنه سيكون للمقدَّر الكفء توزيع احتمالي مشتت بشكل ضيق حول القيمة الحقيقيَّة.

٣,٨ الدقة والأخطاء المعيارية

(Precision and standard errors)

تُعتبر كل مجموعة من القيم المقدَّرة للانحدار $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ خاصَّة بالعيِّنة التي استُعملت في التقدير، بعبارة أخرى، إذا قُمنا باختيار عيِّنة مختلفة من البيانات من داخل المجتمع فإن نقاط البيانات (أي x_t و y_t) ستكون مُختلفة، وهذا من شأنه أن يُؤدي إلى قيم مُختلفة لتقديرات المربعات الصغرى العادية. تُذكِّر بأن مقدَّرات المربعات الصغرى العادية ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$) ترد في المعادلات رقم (٤،٣) و (٥،٣)، من المحبَّذ أيضًا أخذ فكرة عن مدى 'جودة' هذه القيم المقدَّرة لـ α و β، أي مدى موثوقيَّة أو دقَّة (Precision) المقدَّرات ($\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$). وبالتالي فمن المفيد معرفة ما إذا كان يُمكن الثِّقة بالقيم المقدَّرة، وما إذا كان من المحتمل أن تختلف هذه الأخيرة كثيرًا من عيِّنة إلى أخرى ضمن المجتمع المحدَّد، يُمكن كذلك أخذ فكرة حول تغيُّرية المعاينة (Sampling Variability)، وبالتالي عن دقَّة القيم المقدَّرة باستخدام عيِّنة البيانات المتاحة فحسب، نتحصَّل على هذا التقدير من خلال خطأه المعياري، باعتبار الفرضيات ١ إلى ٤ السابقة، يُمكن أن نبيِّن أن المقدَّرات الصحيحة للأخطاء المعياريَّة تكون كالآتي:

$$SE(\hat{\alpha}) = s\sqrt{\frac{\sum x_t^2}{T\sum(x_t-\bar{x})^2}} = s\sqrt{\frac{\sum x_t^2}{T\left((\sum x_t^2)-T\bar{x}^2\right)}} \quad (٢٠،٣)$$

(٢١،٣)

$$SE(\hat{\beta}) = s\sqrt{\frac{1}{\sum(x_t-\bar{x})^2}} = s\sqrt{\frac{1}{\sum x_t^2-T\bar{x}^2}}$$

حيث يُمثِّل s تقدير الانحراف المعياري للبواقي (انظر أدناه)، كما نُشير إلى أن هذه الصيغ اسْتُمِدَّت من مُلحق هذا الفصل.

ومن الجدير بالذِّكر الإشارة إلى أن الأخطاء المعيارية لا تُعطي سوى مُؤشر عام عن الدِّقة المحتملة لمعلمات الانحدار، لكنها لا تُظهر مدى دقة مجموعة معينة من القيم المقدَّرة للمعاملات، إذا كانت الأخطاء المعيارية صغيرة فهذا يدل على أنه في المتوسط، من المرجَّح أن تكون المعاملات دقيقة، ولكنها لا تدل على مدى دقَّة هذه المقدَّرات لهذه العيِّنة المحدَّدة، وبالتالي تُعطي الأخطاء المعيارية مقياسًا لدرجة عدم اليقين

(Degree of Uncertainty) في القيم المقدَّرة للمعاملات يُمكن ملاحظة أن هذه الأخطاء هي دالة في المشاهدات الفعلية للمتغيِّر المفسّر x، في حجم العينة T، وكذلك في عنصر آخر s. يُمثِّل هذا الأخير القيمة المقدَّرة لتبايُن حد الاضطراب، عادة ما يرمز σ^2 إلى التباين الحقيقي لحد الاضطراب، السؤال الذي يُطرَح الآن هو كيف يُمكن الحصول على القيمة المقدَّرة لـ σ^2؟

٣, ٨, ١ تقدير تبايُن حد الخطأ (σ^2)

(Estimating the variance of the error term(σ^2))

من الإحصاءات الأساسيَّة تُقدِّم المعادلة التالية تبايُن المتغيِّر العشوائي u_t كالآتي:

$$var(u_t) = E[(u_t) - E(u_t)]^2 \tag{٣، ٢٢}$$

ينص الافتراض ١ لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي أن القيمة المتوقَّعة أو القيمة المتوسطة للخطأ هي صفر، في هذه الحالة تُختزل المعادلة رقم (٣،٢٢) أعلاه فيما يلي:

$$var(u_t) = E[u_t^2] \tag{٣، ٢٣}$$

لذلك فإن المطلوب هو تقدير القيمة المتوسِّطة لـ u_t^2 والتي يمكن أن تحسب على النحو التالي:

$$s^2 = \frac{1}{T}\sum u_t^2 \tag{٣، ٢٤}$$

تُعتبر المعادلة رقم (٣, ٢٤) للأسف غير قابلة للتطبيق، وذلك لأنها عبارة عن سلسلة من اضطرابات المجتمع التي لا يُمكن مُشاهدتها، وبالتالي فإن نظير u_t في العيِّنة، أي $\hat{u}_t$، هو المستخدم:

$$s^2 = \frac{1}{T}\sum \hat{u}_t^2 \tag{٣، ٢٥}$$

لكن يُعتبر هذا المقدَّر مقدَّرًا متحيِّزًا لـ σ^2. تُقدِّم المعادلة التالية مقدَّرًا غير متحيِّز، s^2، بدلًا من المقدَّر السابق:

$$s^2 = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{T-2} \tag{٣، ٢٦}$$

حيث يُمثِّل $\sum \hat{u}_t^2$ مجموع مربعات البواقي، كما يُمكن استنتاج صيغة الخطأ المعياري، وذلك بأخذ الجذر التربيعي للمُعادلة رقم (٣،٢٦):

$$s = \sqrt{\frac{\sum \hat{u}_t^2}{T-2}} \tag{٣، ٢٧}$$

يُعرف s أيضًا *بالخطأ المعياري للانحدار* أو بالخطأ المعياري للقيمة المقدَّرة، كما يُستخدم أحيانًا كقياس عام لتطابق (أو تناسب) مُعادلة الانحدار، وبافتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها كلما كانت هذه القيمة أصغر كلما كان توافق الخط أقرب إلى البيانات الفعليَّة.

٣, ٨, ٢ بعض التعليقات على مقدرات الخطأ المعياري

(Some comments on the standard error estimators)

من الممكن بطبيعة الحال اشتقاق صيغ للأخطاء المعيارية للقيم المقدَّرة للمعاملات باستخدام بعض المفاهيم الجبرية الأساسيَّة، وهو ما تُرِك إلى مُلحق هذا الفصل، نعرض الآن الحدس العام من وراء احتواء صيغ الأخطاء المعيارية، المقدَّمة في المعادلات رقم (٣،

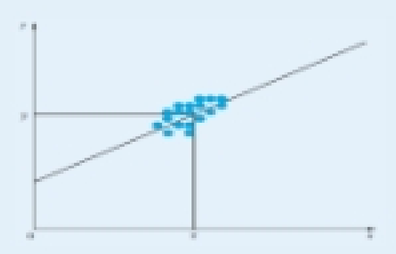
٢٠) و (٢١،٣)، على الحدود التي جاءت فيها، وكذلك على الشكل الذي اتخذته، يتبع العرض المقدَّم في الإطار رقم (٣ , ٤) بصورة عامَّة العرض المقدَّم من طرف هيل، غريفيث وجودج (١٩٩٧) ((Hill, Griffiths and Judge (1997)، والذي يعتبره هذا الكاتب العرض الأوضح.

الإطار رقم (٣ , ٤) مقدرات الأخطاء

(١) كلما زاد حجم العينة T كلما كانت معاملات الأخطاء المعيارية أقل، يظهر T بشكل واضح في $SE(\hat{\alpha})$ وضمنيًّا في $SE(\hat{\beta})$. يظهر T بشكل ضمني لأن المجموع $\sum(x_t - \bar{x})^2$ يكون من $t = 1$ إلى T. والسبب وراء ذلك هو أنه ببساطة -على الأقل حتى الآن- من المفترض أن كل مُشاهدة في السلسلة تُمثِّل جزءًا من المعلومات المفيدة التي يُمكن استخدامها للمُساعدة في تحديد القيم المقدَّرة للمعاملات، وبالتالي كلما كان حجم العيِّنة أكبر كلما زادت المعلومات المستخدمة في تقدير المعلمات، وبالتالي زادت الثقة الموضوعة في هذه القيم المقدَّرة.

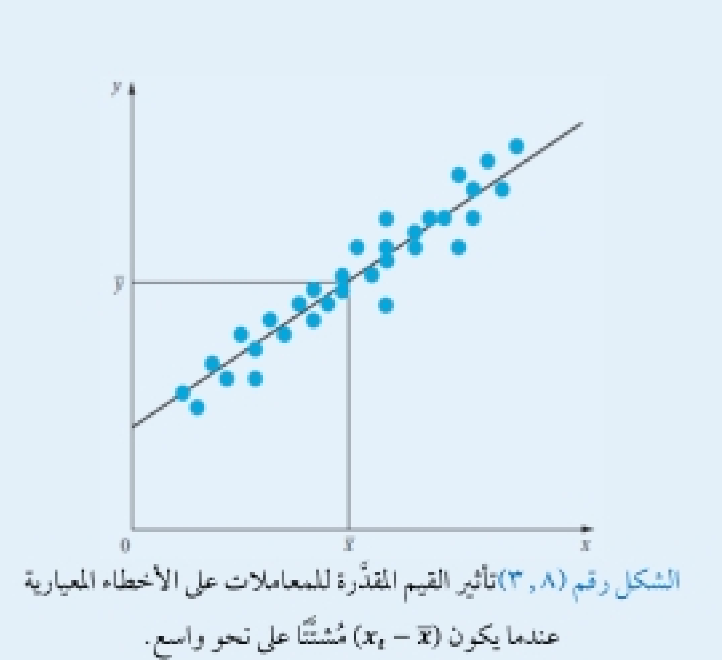
(٢) يعتمد كُل من $SE(\hat{\alpha})$ و $SE(\hat{\beta})$ على s^2 (أو s)، هذا ونُذكِّر مما سبق أن s^2 هو القيمة المقدَّرة لتباين الخطأ، كلما زاد هذا المقدار كلما كانت البواقي أكثر تشتتًا، وبالتالي زاد عدم اليقين في النموذج، إذا كان s^2 كبيرًا تكون نقاط البيانات إجمالًا بعيدة كثيرًا عن الخط.

(٣) يظهر مجموع مربعات x_t في كلا الصيغتين من خلال متوسطه بما أن $\sum(x_t - \bar{x})^2$ يظهر في مقامات الصيغ، كلما زاد مجموع المربعات كلما قلَّت تباينات المعاملات، لنستعرض الآن ماذا يحدث في صورة كان $\sum(x_t - \bar{x})^2$ صغيرًا أو كبيرًا، على التوالي كما في الأشكال رقم (٧،٣) و (٨،٣).



الشكل رقم (٣ , ٧) تأثير القيم المقدَّرة للمعاملات على الأخطاء المعيارية عندما يكون $(x_t - \bar{x})$ مُشتَّتًا على نحو محدود.

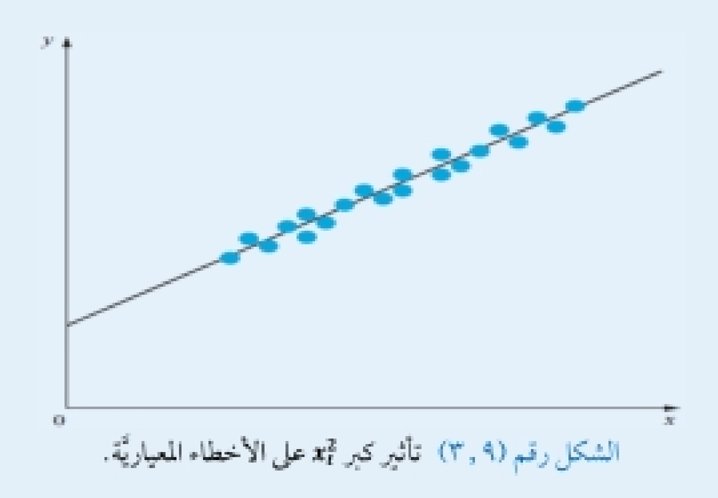
إن البيانات في الشكل رقم (٧،٣) قريبة من بعضها البعض بحيث يكون $\sum(x_t - \bar{x})^2$ ضئيلًا، في هذه الحالة الأولى من الصعب الجزم بمكان رسم الخط، من ناحية أخرى تتشتَّت النقاط في الشكل رقم (٨،٣) على نحو واسع على جزء كبير من الخط بحيث يُمكن في هذه الحالة منح أكثر ثقة في القيم المقدَّرة.



الشكل رقم (٣,٨) تأثير القيم المقدَّرة للمعاملات على الأخطاء المعيارية عندما يكون $(x_t - \bar{x})$ مُشتتًا على نحو واسع.

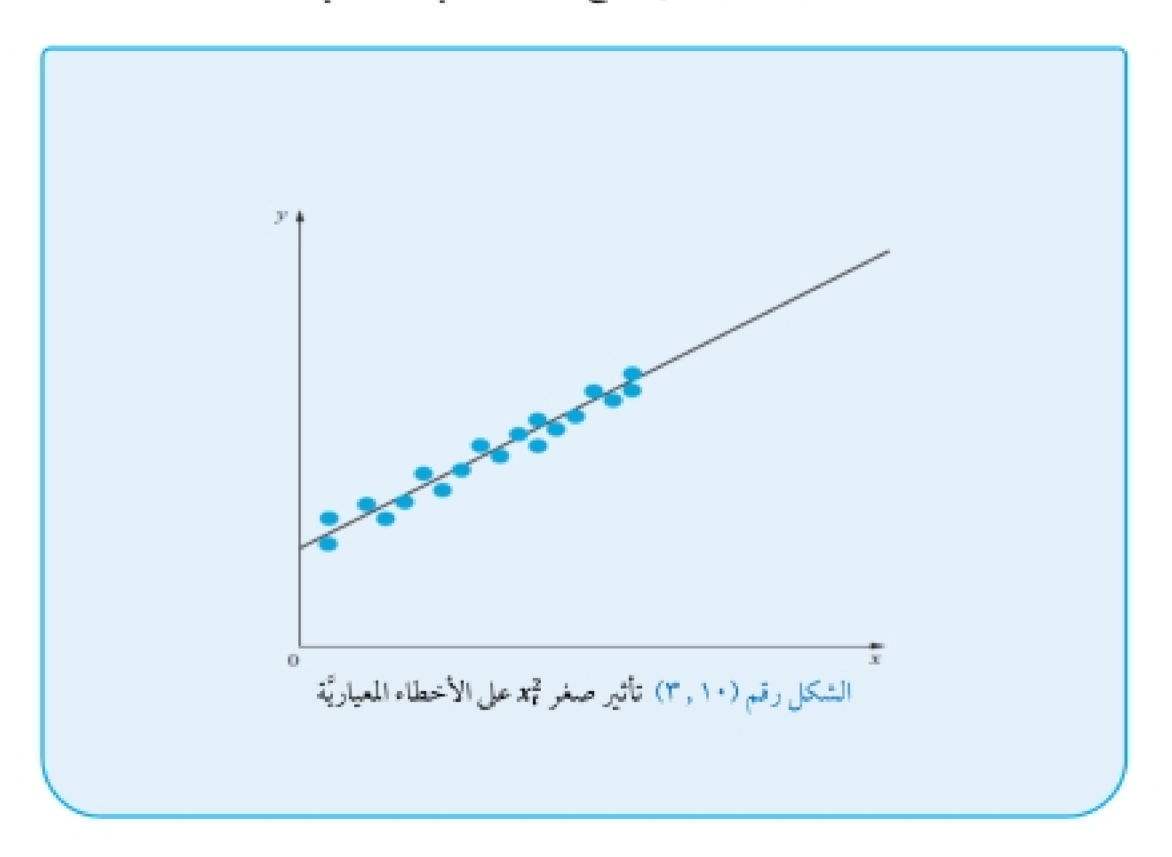
(٤) يُؤثر الحد $\sum x_t^2$ على الخطأ المعياري للمقطع، ولا يُؤثر على الخطأ المعياري للميل، يكمن السبب وراء ذلك في أن $\sum x_t^2$ يقيس إلى أي مدى تكون النقاط بعيدة عن المحور الصادي، لنأخذ الآن في الاعتبار الأشكال رقم (٩،٣) و (١٠،٣).

في الشكل رقم (٩،٣) تنتشر كل النقاط بعيدًا عن المحور الصادي، مما يجعل الأمر أكثر صعوبة في الحصول على تقدير دقيق لنقطة تقاطع الخط المقدَّر مع المحور الصادي (المقطع).



الشكل رقم (٣,٩) تأثير كبر x_t^2 على الأخطاء المعياريَّة.

أمَّا في الشكل رقم (١٠،٣) فتعتبر جميع النقاط قريبة من المحور الصادي، وبالتالي سيكون من الأسهل تحديد أين يقطع الخط فعليًّا المحور، لاحظ أن هذه الطريقة تُستعمل فقط في الحالة التي تكون فيها كل قيم x_t موجبة!



الشكل رقم (٣,١٠) تأثير صغر x_t^2 على الأخطاء المعياريَّة

مثال(٣,٢)

لنفترض أنه تم حساب البيانات التالية من خلال انحدار y على متغيِّر واحد x وثابت وعلى مدى اثنين وعشرين مُشاهدة:

$\sum x_t y_t = 830102, \ T = 22, \ \bar{x} = 416.5, \ \bar{y} = 86.65$

$$\sum x_t^2 = 3919654, RSS = 130.6$$

أوجد القيم المناسبة للقيم المقدَّرة للمعاملات ولأخطائها المعياريَّة.

يُمكن ببساطة الإجابة عن هذا السؤال، وذلك من خلال توصيل الأرقام المناسبة في الصيغ المذكورة أعلاه، تكون النتائج كالآتي:

$$\hat{\beta} = \frac{830102 - (22 \times 416.5 \times 86.65)}{3919654 - 22 \times (416.5)^2} = 0.35$$

$$\hat{\alpha} = 86.65 - 0.35 \times 416.5 = -59.12$$

تُكتب دالة انحدار العيِّنة كما يلي:

$$\hat{y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_t$$

$$\hat{y}_t = -59.12 + 0.35 x_t$$

لنمُر الآن إلى حساب الأخطاء المعيارية؛ من الضروري الحصول على القيمة المقدَّرة لتبايُن الخطأ s:

$$SE(\text{regression}), s = \sqrt{\frac{\sum \hat{u}_t^2}{T-2}} = \sqrt{\frac{130.6}{20}} = 2.55$$

$$SE(\hat{\alpha}) = 2.55 \times \sqrt{\frac{3919654}{22\ x\ (3919654 - 22 \times\ 416.5^2)}} = 3.35$$

$$SE(\hat{\beta}) = 2.55 \times \sqrt{\frac{1}{3919654 - 22 \times 416.5^2}} = 0.0079$$

وبحساب الأخطاء المعيارية تُكتب النتائج على النحو التالي:

$$\underset{}{\hat{y}_t} = \underset{(3.35)}{-59.12} + \underset{(0.0079)}{0.35}\ x_t \qquad (٣، ٢٨)$$

عادة ما يتم وضع القيم المقدَّرة للأخطاء المعيارية بين قوسين تحت القيم المقدَّرة للمعاملات ذات الصلة.

٣, ٩ مدخل إلى الاستدلال الإحصائي
(An introduction to statistical inference)

تُشير النظرية الماليَّة في الكثير من الأحيان إلى أن بعض المعاملات يجب أن تأخذ إمَّا قيمًا معيَّنة أو قيمًا داخل نطاق معيَّن، لذلك فمن المهم تحديد ما إذا تم تأييد العلاقات المتوقَّعة للنظريَّة الماليَّة أم لا، وذلك من خلال البيانات التي بين أيدينا، وبما أنه تم الحصول على القيم المقدَّرة لـ α و β من العيِّنة فإنه ليس لهذه القيم أية أهميَّة خاصة، أمَّا قيم المجتمع التي تصف العلاقة الحقيقية بين المتغيِّرات فتكون ذات أهميَّة أكبر لكنها لا تتوفر أبدًا، بدلًا من ذلك يتم إجراء الاستدلالات المتعلِّقة بالقيم المرجّحة للمُجتمع من معلمات الانحدار التي تمَّ تقديرها من خلال بيانات العيِّنة التي بحوزتنا، نهدف إثر القيام بذلك إلى تحديد ما إذا كانت الفروق بين القيم المقدَّرة للمعاملات التي تم الحصول عليها فعليًّا، والتوقعات الناتجة عن النظريَّة الماليَّة بعيدة جدًّا عن بعضها البعض بالمعنى الإحصائي.

مثال (٣, ٣)

لنفترض أنه تم حساب نتائج الانحدار التالية:

$$\hat{y}_t = \underset{(14.38)}{20.3} + \underset{(0.2561)}{0.5091}\ x_t \qquad (٣، ٢٩)$$

يُمثِّل $\hat{\beta} = 0.5091$ القيمة المقدَّرة المفردة (نقطة) لمعلمة المجتمع المجهولة β. وكما سبق وذكرنا، يتم قياس ثبات التقدير النقطي (Point Estimate) بالخطأ المعياري للمعامل، يُمكن أيضًا استخدام المعلومات الواردة من معامل أو معاملات العيِّنة، ومن الأخطاء المعيارية لهذه الأخيرة لاستخلاص استدلالات حول معلمات المجتمع، لذلك إذا كانت القيمة المقدَّرة لمعامل الميل $\hat{\beta} = 0.5091$ فمن الواضح أن هذا العدد من المرجَّح أن يختلف إلى حد ما من عيِّنة إلى أخرى، رُبما يكون من المهم، كذلك الإجابة عن هذا السؤال: 'هل من المقبول على ضوء هذه القيمة المقدَّرة أن تأخذ معلمة المجتمع الحقيقيَّة β القيمة ٠,٥؟ هل من المقبول أن تكون β مُساوية لــ ١؟' إلخ. يُمكن الحصول على إجابات لكل هذه الأسئلة من خلال اختبار الفرضيات (Hypothesis Testing).

١ , ٩ , ٣ اختبار الفرضيات: بعض المفاهيم

(Hypothesis testing: some concepts)

في إطار اختبار الفرضيَّات هناك دائمًا فرضيتان مُتلازمتان تُعرفان بفرضيَّة *العدم* (Null Hypothesis) (يُرمز إليها بـ H_0 أو أحيانًا H_N) و*الفرضية البديلة* (Alternative Hypothesis) (يُرمز إليها بـ H_1 أوأحيانًا H_A). تُعتبر فرضيَّة العدم العبارة أو الفرضيَّة الإحصائيَّة التي يتم في الواقع اختبارها في حين تُمثِّل الفرضيَّة البديلة النتائج المهمَّة المتبقِّية.

لنفترض على سبيل المثال أن لدينا نتائج الانحدار المذكورة أعلاه، من المهم إذًا اختبار فرضيَّة أن القيمة الحقيقيَّة لـ β هي في الحقيقة ٥ , ٠. في هذه الحالة سوف يتم استخدام الترميز التالي:

$$H_0 : \beta = 0.5$$
$$H_1 : \beta \neq 0.5$$

هذا ينص على أنه يتم اختبار فرضية أن القيمة الحقيقيَّة وغير المعروفة لـβ يُمكن أن تكون ٥ , ٠ضد الفرضية البديلة، حيثβ مختلفة عن ٥ , ٠. يُعرف هذا الاختبار باختبار ذي طرفين (Two-Sided Test) وذلك لأن كلتا النتيجتين $0.5 < \beta$ و $\beta < 0.5$ تندرج ضمن الفرضية البديلة، تتوفر أحيانًا بعض المعلومات المسبقة والتي تُشير على سبيل المثال إلى أنه من المحتمل أن يكون $\beta < 0.5$ بدلًا من $0.5 < \beta$. في هذه الحالة لم يَعُد $0.5 < \beta$ يهمنا، وبالتالي سيتم إجراء اختبار ذي طرف واحد (One-Sided Test):

$$\mathrm{H}_0 : \beta = 0.5$$
$$\mathrm{H}_1 : \beta > 0.5$$

في هـــذا الاختبار يتم اختبار فرضية العدم المتمثِّلة في أن القيمـــة الحقيقيـــة لـ β تساوي ٥ , ٠ ضد الفرضيـــة البديلة من طرف واحد β أكبر من ٥ , ٠.

من الممكن من ناحية أخرى تصور حالة توفُّر معلومات مُسبقة تفيد أنه من المحتمل أن يكون $0.5 > \beta$، على سبيل المثال، لنفترض أن أحد البنوك الاستثمارية اشترت برنامجًا جديدًا لإدارة المخاطر، والذي يهدف إلى تتبُّع أفضل للمخاطر الكامنة في دفاتر متداوليها، وبأن β يُمثِّل مقياسًا للمخاطر، سبق وأن أخذ القيمة ٥ , ٠. من الواضح إذًا أنه من غير المنطقي توقُّع ارتفاع المخاطرة، وبالتالي ليس من المهم اعتبار $0.5 < \beta$ الذي يُمثِّل الزيادة في المخاطرة، في هذه الحالة يتعين تحديد الفرضية العدم والفرضية البديلة كالآتي:

$$\mathrm{H}_0 : \beta = 0.5$$
$$\mathrm{H}_1 : \beta < 0.5$$

ينبغي أن تتأتى هذه المعلومات المسبقة من النظرية الماليَّة للمسألة قيد الدراسة (النظر)، وليس من فحص القيمة المقدَّرة للمعامل، نلاحظ أيضًا أن هناك دائمًا مُساواة في ظل فرضية العدم، لذلك وعلى سبيل المثال لا يُمكن اعتبار $0.5 < \beta$ كفرضية عدم.

هناك طريقتان لإجراء اختبار الفرضيات وهما: منهج *اختبار المعنوية* (ويُسمَّى أيضا اختبار الدلالة) (Test of Significance) ومنهج *فترة الثقة* (Confidence Interval). ترتكز كلتا الطريقتين على المقارنة بين القيمة المقدَّرة للمعامل، وقيمة هذا الأخير تحت فرضية العدم، بشكل عام، إذا كانت القيمة المقدرة بعيدة جدًّا عن القيمة المفترضة يُرجَّح رفض فرضيَّة العدم، أما إذا كانت القيمة تحت فرضيَّة العدم قريبة من القيمة المقدرة، عندها تكون هذه الفرضيَّة أقل عرضة للرفض، لنعتبر على سبيل المثال أن

$\hat{\beta} = 0.5091$ كما في السابق، في هذه الحالة تكون فرضية أن القيمة الحقيقية لـ β هي ٥ الأرجح للرفض من فرضية أن القيمة الحقيقية لـβ هي ٥ , ٠. المطلوب الآن هو إيجاد قاعدة قرار إحصائية تسمح باختبار منهجي لمثل هذه الفرضيات.

٣ , ٩ , ٢ التوزيع الاحتمالي لمقدرات المربعات الصغرى

(The probability distribution of the least squares estimators)

بهدف اختبار الفرضيات يجب استخدام الافتراض ٥ لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي، وهو أن $u_t \sim N(0, \sigma^2)$ أي أنه يتم توزيع حد الخطأ توزيعًا طبيعيًّا، كما يُعتبر التوزيع الطبيعي توزيعًا سهل الاستخدام لكونه يتضمن معلمتين (متوسط التوزيع وتباينه)، وهذا سيجعل من الجبر المستخدم في الاستدلال الإحصائي أبسط بكثير مما لو كان الأمر خلاف ذلك، وبما أن y_t يعتمد جزئيًّا على u_t فيُمكن القول إنه إذا كان u_t موزعًا طبيعيًّا فإن y_t سيكون أيضًا موزعًا طبيعيًّا، إضافة إلى ذلك وبما أن مُقدرات المربعات الصغرى تُعتبر تركيبة خطية لمتغيِّرات عشوائية، أي أن $\hat{\beta} = \sum w_t y_t$، حيث w_t هي الأوزان الفعلية، وبما أن المجموع المرجح لمتغيِّرات عشوائية طبيعية يتبع أيضًا التوزيع الطبيعي فيُمكن القول إن القيم المقدرة للمعاملات ستكون أيضًا موزعة طبيعيًّا:

$$\hat{\alpha} \sim N(\alpha, var(\hat{\alpha})) \quad \text{و} \quad \hat{\beta} \sim N\left(\beta, var(\hat{\beta})\right)$$

السُّؤال الذي يُطرح الآن هو هل ستظل تقديرات المعاملات تتبع التوزيع الطبيعي إذا كانت الأخطاء لا تتبع التوزيع الطبيعي؟ بإيجاز فإن الإجابة تكون عادةً 'نعم' شريطة أن تتحقَّق بقية افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي، ويكون حجم العينة كذلك كبيرًا بما فيه الكفاية، كما نُشير إلى أن الفصل ٥ يعرض مزيدًا من النقاش حول مسألة عدم الاعتدال وكيفية اختبارها وعواقبها.

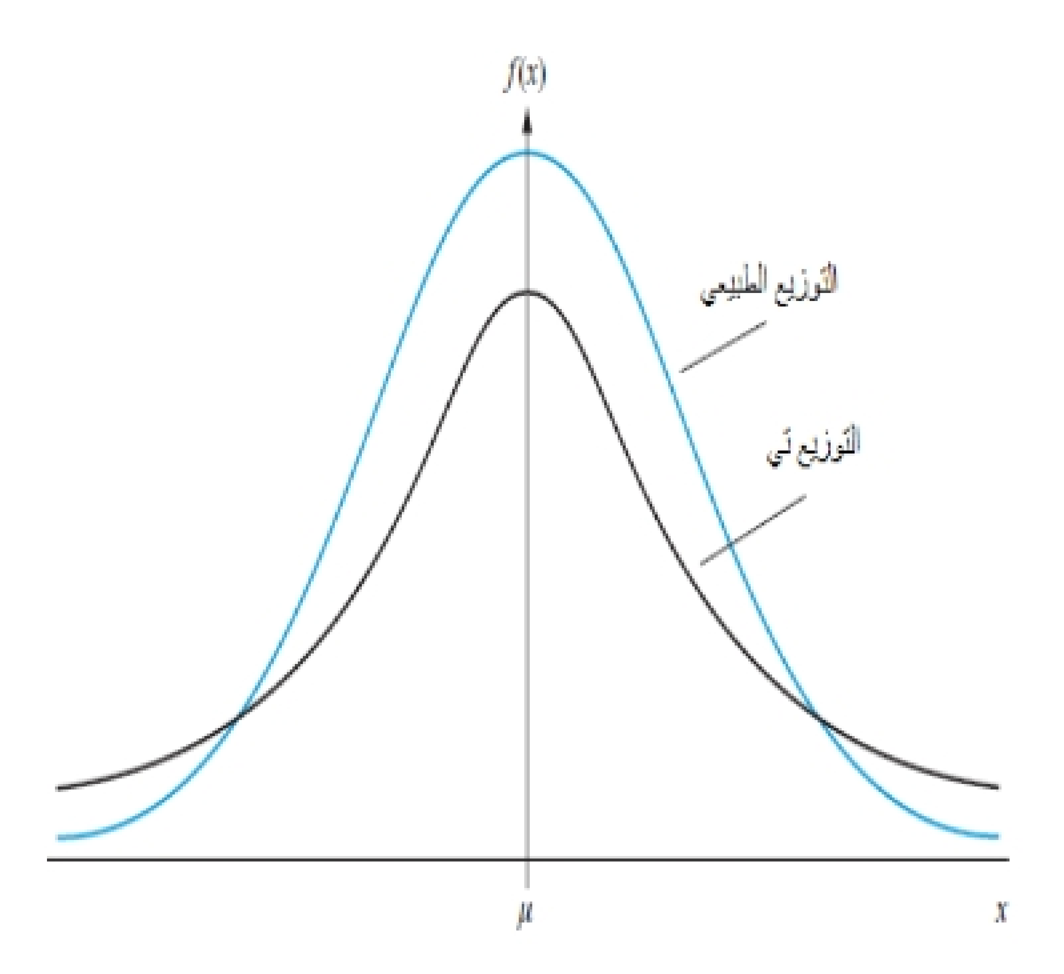
هذا يُمكن إنشاء متغيِّرات طبيعية معيارية من خلال $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ وذلك بطرح المتوسِّط، ثم قسمة الناتج على الجذر التربيعي للتباين:

$$\frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{var(\hat{\beta})}} \sim N(0,1) \quad \text{و} \quad \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{\sqrt{var(\hat{\alpha})}} \sim N(0,1)$$

تُمثِّل الجذور التربيعية لتباين المعاملات الأخطاء المعيارية، للأسف لا يُمكن أبدًا معرفة الأخطاء المعيارية للقيم الحقيقيَّة لمعاملات دالة انحدار المجتمع، كل ما هو مُتاح لنا هو معاملات العيِّنة، أي الأخطاء المعيارية المحسوبة للقيم المقدَّرة للمعاملات أي $SE(\hat{\alpha})$ و $SE(\hat{\beta})$[٤].

---

(٤) تُعتبر $SE(\hat{\alpha})$ و $SE(\hat{\beta})$ تحديدًا الأخطاء المعياريَّة المقدَّرة والمشروطة بالقيم المقدَّرة للمعاملات، وبالتالي يجب الإشارة إليها بـ $SE(\hat{\alpha})$ و $SE(\hat{\beta})$، لكن سيتم التخلي هنا عن القبَّعة العلويَّة، وبالتالي ينبغي أن يكون المعنى واضحًا من خلال السياق.



الشكل رقم (٣,١١) التوزيع تي مُقابل التوزيع الطبيعي

بتعويض القيم الحقيقيَّة للأخطاء المعياريَّة بتلك المقدَّرة للعيِّنة نكون قد أحدثنا مصدرًا آخر من عدم اليقين، وهذا يعنى أيضًا أن الإحصاءات الموحَّدة معياريا تتبع توزيع تي بـ $(T-2)$ درجات حرِّية (مُعرَّفة في الأسفل) بدلًا من التوزيع الطبيعي، وبالتالي:

$$\frac{\hat{\beta}-\beta}{SE(\hat{\beta})} \sim t_{T-2} \quad \text{و} \quad \frac{\hat{\alpha}-\alpha}{SE(\hat{\alpha})} \sim t_{T-2}$$

لم تُثبَت هذه النتيجة رسميًّا هنا، لكن لإثبات هذه الأخيرة انظر هيل، غريفيث وجودج (١٩٩٧، ص ص ٨٨-٩٠).

٣,٩,٣ ملاحظة عن التوزيع تي والتوزيع الطبيعي

(A note on the t and the normal distributions)

تم عرض دالة الكثافة الاحتماليَّة للتوزيع الطبيعي في الشكل رقم (٣,٨) بشكلها 'الجرسي' المميَّز، وبتماثلها حول المتوسِّط (وهو صفر بالنسبة إلى التوزيع الطبيعي المعياري)، كما يُمكن تعديل أي متغيِّر بحيث يكون معدَّله معدومًا وتباينه الوحدة، وذلك بطرح الوسط من المتغيِّر، وقسمة الناتج على انحرافه المعياري، ونذكر كذلك أن هناك علاقة مُحدَّدة بين التوزيع تي والتوزيع الطبيعي المعياري، لكن يتميَّز التوزيع الأول بمعلمة أخرى وهي درجات حرِّيته.

السُّؤال الذي يُطرح الآن هو: كيف يبدو التوزيع تي؟ يبدو التوزيع تي مُشابهًا للتوزيع الطبيعي، غير أن ذيوله أكثر سماكة وقمَّة أقل حول المتوسِّط كما هو مبيَّن في الشكل رقم (٣,١١).

ترد في الجدول رقم (٣,٢) بعض الأمثلة عن مئينات (Percentiles) التوزيع الطبيعي والتوزيع تي المأخوذة من الجداول الإحصائيَّة، تُصبح هذه المئينات قيمًا حرجة عندما تُستخدم في سياق اختبار الفرضيَّات، كما نُشير إلى أن القيم الواردة في الجدول رقم (٣,٢) هي القيم الحرجة المناسبة للاختبار من طرف واحد، ولمستوى معنويَّة (Significance Level) مُحدَّد.

الجدول رقم (٣,٢) القيم الحرجة للتوزيع الطبيعي مقابل القيم الحرجة للتوزيع تي

مستوى المعنويَّة (٪)	$N(0,1)$	t_{40}	t_4
٥٠	٠	٠	٠
٥	١.٦٤	١.٦٨	٢.١٣
٢.٥	١.٩٦	٢.٠٢	٢.٧٨
٠,٥	٢,٥٧	٢,٧٠	٤,٦٠

يُمكن أن نرى أنه عند ارتفاع درجات الحرِّية للتوزيع تي من ٤ إلى ٤٠ تنخفض القيم الحرجة إلى حد كبير، يكون ذلك مُمثَّلًا في الشكل رقم (٣,١١) بزيادة تدريجيَّة في قمَّة التوزيع عند الوسط، وبانخفاض في غلظة ذيول التوزيع عندما تزيد درجات الحرِّية، في النهاية يُعتبر التوزيع تي بعدد لامُتناهٍ من درجات الحرِّية توزيعًا طبيعيًّا معياريًّا، أي أن $t_\infty = N(0,1)$، لذلك يُمكن اعتبار التوزيع الطبيعي حالة خاصَّة من التوزيع تي.

لنضع مسألة النهاية t_∞ هذه جانبًا، تكون القيم المطلقة للقيم الحرجة للتوزيع تي أكبر من تلك القيم للتوزيع الطبيعي المعياري، ينجُم ذلك بسبب الزيادة في عدم اليقين المرتبط بحالة وُجوب تقدير تباين الخطأ، عند استخدام التوزيع تي لرفض فرضيَّة العدم يجب أن تكون القيمة المطلقة للإحصاءة أكبر مما يجب أن تكون عليه عند اعتبار التوزيع الطبيعي.

في نطاق تحليل الانحدار نجد منهجين رئيسين لاختبار الفرضيات، وهما: منهج اختبار المعنويَّة، ومنهج فترة الثقة. لننظر الآن في هذه المناهج كلٌّ على حدة.

٣,٩,٤ منهج اختبار المعنويَّة

(The test of significance approach)

لنفترض أن لدينا مُعادلة الانحدار التالية: $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$ حيث $t = 1,2,\dots,T$. يعرض الإطار رقم (٣,٥) الخُطوات المتَّبعة لإجراء اختبار المعنويَّة.

تتطلَّب الخطوات ٢ إلى ٧ مزيدًا من التعليق، في الخطوة ٢ تتم مُقارنة القيمة المقدَّرة لـ β بالقيمة التي تخضع للاختبار تحت فرضيَّة العدم، لكن هذا الفارق بين القيمتين 'مُطبع' (Normalised) أو مُقاس بالخطأ المعياري للقيمة المقدَّرة للمعامل، كما نذكر أن الخطأ المعياري يقيس ما مدى الثقة في القيمة المقدَّرة للمعامل التي تم الحُصول عليها في المرحلة الأولى، إذا كان هذا الخطأ المعياري

صغيرًا فإن قيمة إحصاءة الاختبار (Test Statistic) ستكون كبيرة مُقارنة مع الحالة التي يكون فيها الخطأ المعياري كبيرًا، في حالة كان الخطأ المعياري صغيرًا لا يحتاج الأمر أن تختلف القيمة المقدَّرة كثيرًا عن القيمة المفترضة لرفض فرضيَّة العدم، كما نذكر أنه في ظل الافتراضات الخمس لنموذج الانحدار الخطي البسيط تضمن القسمة بالانحراف المعياري أن إحصاءة الاختبار تتبع توزيعًا مُجدولًا.

يُمكن أن تُفسَّر درجات الحرِّية في هذا السياق بكونها عدد المعلومات الإضافيَّة التي تتجاوز الحد الأدنى المطلوب، إذا تم تقدير معلمتين (α و β أي على التوالي مقطع وميل الخط)، فهذه الحالة تتطلب مشاهدتين كحد أدنى لتوفيق هذا الخط إلى البيانات، عندما يتزايد عدد درجات الحريَّة فإن القيم الحرجة في الجداول تنخفض بالقيمة المطلقة، وذلك نظرًا لأنه يُمكننا أن نكون أكثر ثقة في النتائج وأقل حذرًا.

الإطار رقم (٣,٥) إجراء اختبار المعنويَّة

(١) تقدير $\hat{\alpha}$، $\hat{\beta}$ و $SE(\hat{\alpha})$، $SE(\hat{\beta})$ بالطريقة المعتادة.

(٢) حساب إحصاءة الاختبار باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{\hat{\beta}-\beta^*}{SE(\hat{\beta})} \tag{٣٠،٣}$$

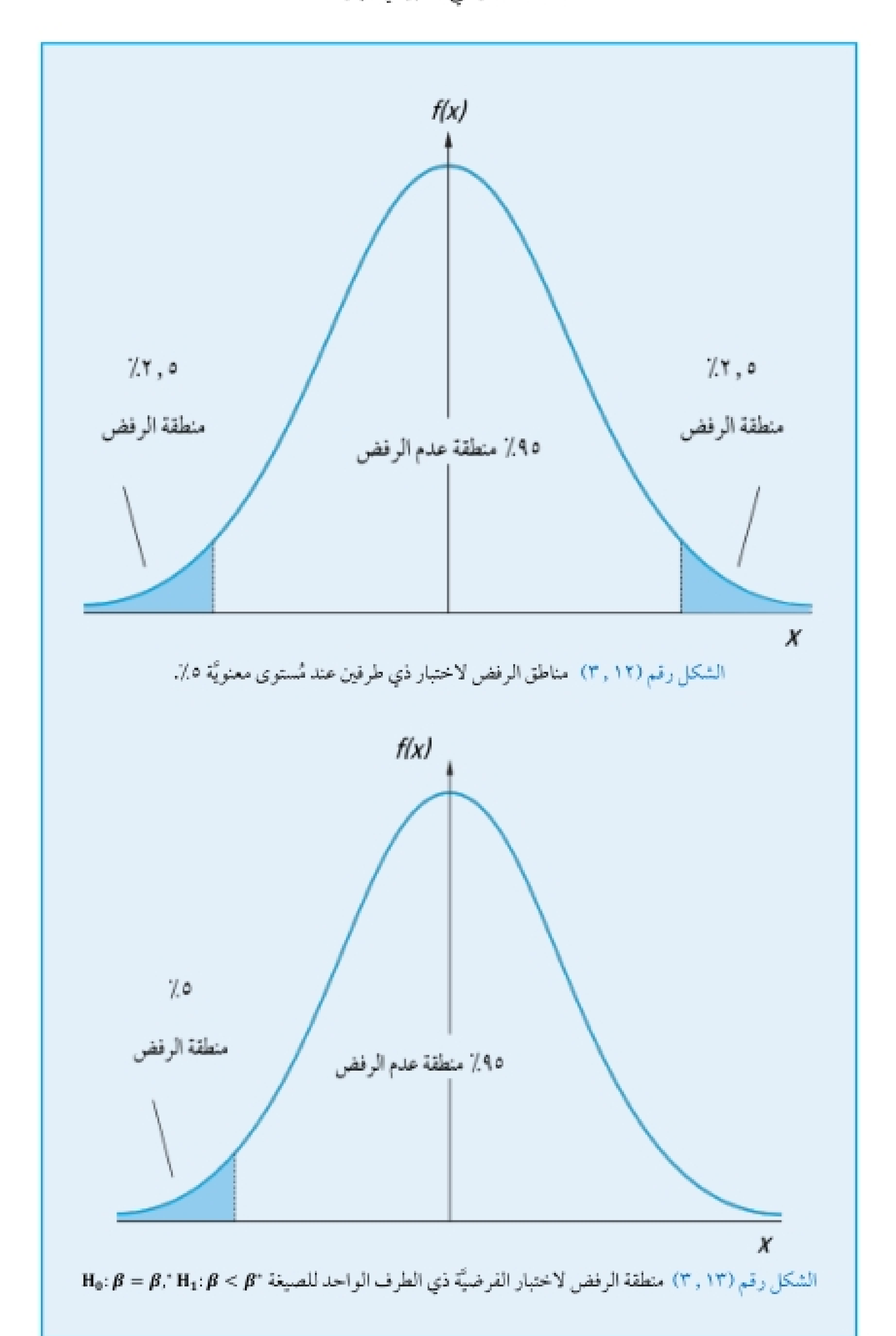
حيث يُمثِّل β^* قيمة β تحت فرضيَّة العدم، تكون فرضيَّة العدم $H_0: \beta = \beta^*$ في حين أن الفرضيَّة البديلة هي $H_1: \beta \neq \beta^*$ (لاختبار ذو طرفين).

(٣) نحتاج إلى توزيع جدولي لمقارنة إحصاءة الاختبار المقدَّرة، من الممكن إثبات أن إحصاءة الاختبار المتحصَّل عليها بهذه الطريقة تتبع التوزيع تي بـ ($T-2$) درجات حرِّية.

(٤) اختيار مُستوى معنويَّة والذي يُرمز إليه عادة بـ α (ليس بمعامل مقطع الانحدار)، من المعتاد كذلك استخدام مُستوى معنويَّة مساوي لـ ٥٪.

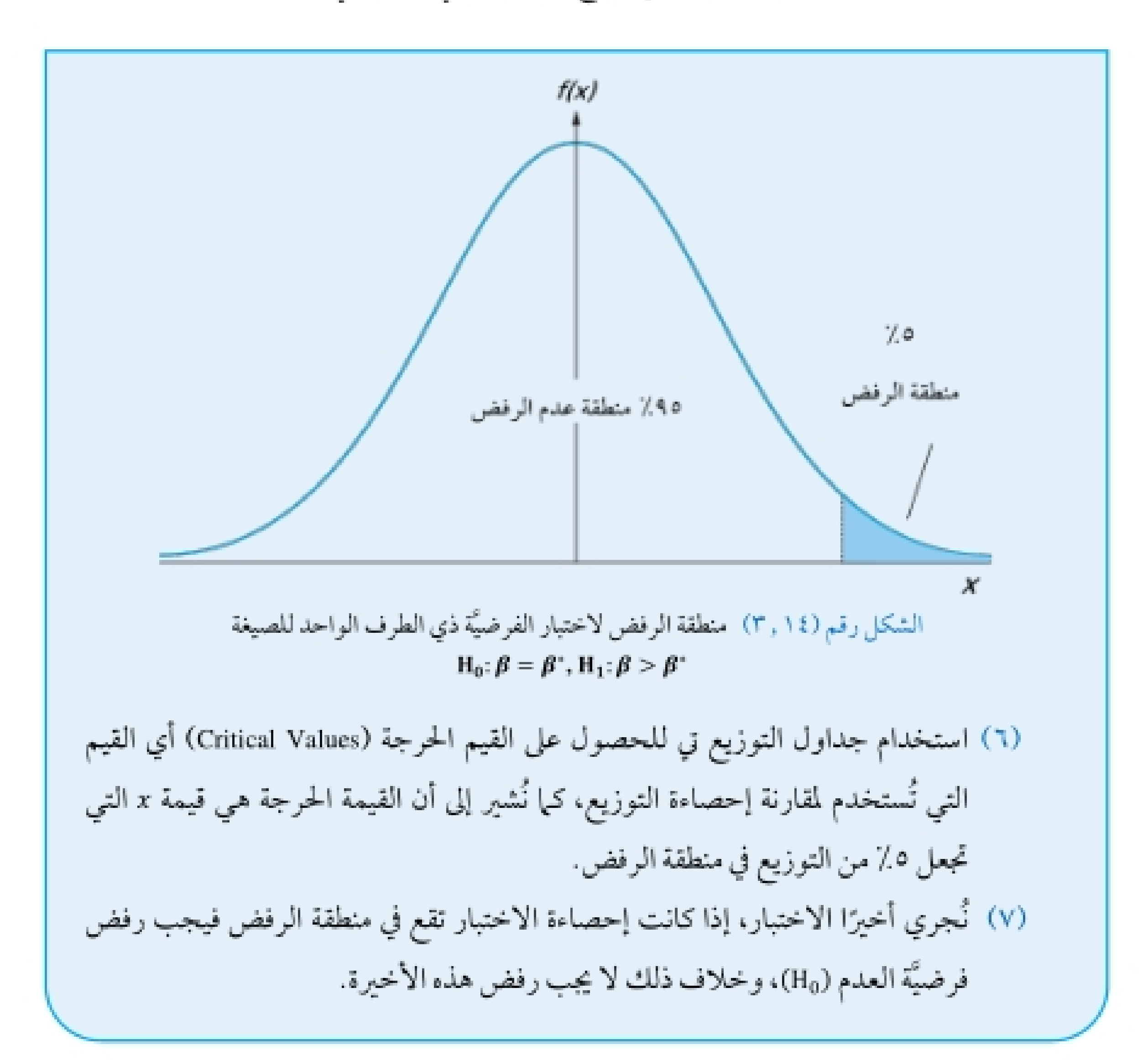
(٥) لمستوى معنويَّة مُعيَّن يُمكن تحديد *منطقة الرفض* (Rejection Region) و*منطقة عدم الرفض* (Non-Rejection Region). إذا إستخدمنا مُستوى معنويَّة ٥٪ فهذا يعني أن ٥٪ من التوزيع الإجمالي (أي ٥٪ من المساحة تحت المنحني) سيُمثِّل منطقة الرفض، يُمكن لمنطقة الرفض إمَّا أن تُقسم إلى نصفين (بالنسبة إلى الاختبار ذي طرفين) أو أن تقع على جانب واحد من جوانب المحور الصادي كما هو الحال بالنسبة إلى الاختبار ذي طرف واحد.

بالنسبة إلى الاختبار ذي طرفين تُقسم منطقة الرفض بالتساوي بين ذيل التوزيع كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (١٢،٣)، أمَّا بالنسبة إلى اختبار ذي الطرف الواحد فتقع منطقة الرفض ٥ ٪ عند ذيل واحد للتوزيع فقط كما هو مبيَّن في الأشكال رقم (١٣،٣) و (١٤،٣) حيث يتم على التوالي اختبار الفرضيات البديلة 'أقل من' و 'أكبر من'.



الشكل رقم (٣,١٢) مناطق الرفض لاختبار ذي طرفين عند مُستوى معنويَّة ٥٪.

الشكل رقم (٣,١٣) منطقة الرفض لاختبار الفرضيَّة ذي الطرف الواحد للصيغة $H_0: \beta = \beta^*, H_1: \beta < \beta^*$



الشكل رقم (٣,١٤) منطقة الرفض لاختبار الفرضيَّة ذي الطرف الواحد للصيغة
$H_0: \beta = \beta^*, H_1: \beta > \beta^*$

(٦) استخدام جداول التوزيع تي للحصول على القيم الحرجة (Critical Values) أي القيم التي تُستخدم لمقارنة إحصاءة التوزيع، كما نُشير إلى أن القيمة الحرجة هي قيمة *x* التي تجعل ٥٪ من التوزيع في منطقة الرفض.

(٧) نُجري أخيرًا الاختبار، إذا كانت إحصاءة الاختبار تقع في منطقة الرفض فيجب رفض فرضيَّة العدم (H_0)، وخلاف ذلك لا يجب رفض هذه الأخيرة.

كما يُسمى مُستوى المعنويَّة في بعض الأحيان حجم/*الاختبار* (Size of the Test) (نُشير إلى أن ذلك مُختلف تمامًا عن حجم العيِّنة)، وبأنه يُحدِّد منطقة رفض فرضيَّة العدم تحت الاختبار من عدمه، كما نُذكِّر أن التوزيعات في الأشكال رقم (٣,١٣) إلى (٣,١٥) هي توزيعات لمتغيِّر عشوائي. هذا ويُمكن لمتغيِّر عشوائي أن يأخذ أحيانًا وبمحض الصُّدفة قِيَمًا مُتطرِّفة (قيم كبيرة موجبة أو سالبة). يعني مُستوى المعنويَّة ٥٪ على وجه التحديد أنه يُتوقَّع بنسبة ٥٪ من المرَّات الحُصول على نتيجة لا تقل تطرُّفًا عن هذه النسبة، ويكون ذلك نتيجة بحتة للصُّدفة، لتقديم مثال على ذلك، إذا كانت القيمة الحرجة عند مُستوى ٥٪ للاختبار من طرف واحد تُساوي ١,٦٨ فذلك يدُل على أنه يُتوقَّع أن تكون إحصاءة الاختبار أكبر من تلك القيمة في ٥٪ من المرَّات عن طريق الصُّدفة وحدها، ليس هناك شيء سحري بخصوص هذا الاختبار، فكل ما يجب فعله هو تحديد قيمة فصل عشوائية لإحصاءة الاختبار تحدِّد ما إذا كانت فرضيَّة العدم ستُرفض أم لا، كما نذكر أننا نستخدم عادة النسبة ٥٪ كحجم للاختبار، لكن نستخدم كذلك ١٠٪ و ١٪.

ومع ذلك قد نصطدم بمشكلة مُحتملة إثر استخدام حجم اختبار ثابت (على سبيل المثال ٥٪)، تتمثَّل هذه المشكلة في أنه إذا كان حجم العيِّنة كبيرًا بما فيه الكفاية فإنه يُمكن رفض أيَّة فرضيَّة عدم، تُعتبر هذه النُّقطة مُثيرة للقلق بشكل خاص في مجال الماليَّة، حيث تتوفَّر في بعض الأحيان عشرات الآلاف من المشاهدات، ما يحدث هو أنه تنخفض الأخطاء المعياريَّة كلما زاد حجم العيِّنة، ممَّا يؤدي إلى ارتفاع في كل قيم إحصاءات الاختبار تي (t-test)، كما نُشير إلى أنه كثيرًا ما تتغاضى الأعمال التجريبية عن هذه المسألة، لكن اقترح بعض علماء الاقتصاد القياسي أنه ينبغي استخدام حجم اختبار أقل (على سبيل المثال ١٪) للعيِّنات الكبيرة (لمناقشة هذه المسألة انظر على سبيل المثال ليمر (١٩٨٧) (Leamer (1987))).

كما نُشير إلى أنه -وباستخدام مُصطلحات اختبار الفرضيات- نقول: إمَّا رفض أو عدم رفض فرضيَّة العدم، وأنه من الخطأ القول إنه إذا لم يتم رفض فرضيَّة العدم فإنها تكون فرضيَّة 'مقبولة' (بالرغم أن هذا الخطأ شائع عمليًّا)، أحد الأسباب التي تجعل من غير المعقول القول إن فرضيَّة العدم 'مقبولة' هو أنه من المستحيل معرفة ما إذا كانت هذه الفرضيَّة بالفعل صحيحة أم لا! في أية حالة كانت، يُمكن عدم رفض العديد من فرضيات العدم، لنفترض على سبيل المثال أنه يتم اختبار الفرضيتين $\beta = 0.5$ و $\beta = 1$ بشكل مُنفصل مُقابل فرضيات بديلة ذات طرفين، وأنه لم يتم رفض كلتا الفرضيتين، من الواضح إذًا أنه من غير المنطقي القول إن الفرضيَّة $H_0 : \beta = 0.5$ مقبولة، وأن الفرضيَّة $H_0 : \beta = 1$: هي أيضًا فرضيَّة مقبولة بما أن القيمة الحقيقيَّة ل β لا يُمكن أن تكون في آنٍ واحد ٠,٥ و١ . تتمثَّل خلاصة القول إذًا في أنه يُمكن لفرضيَّة العدم إمَّا أن تُرفض أولًا تُرفض، ويكون ذلك على أساس الأدلَّة المتاحة.

٥,٩,٣ منهج فترة الثقة لاختبار الفرضيات (الإطار رقم (٣,٦))

(The confidence interval approach to hypothesis testing (box 3.6))

لتقديم مثال عن استخدام منهج فترة الثقة، من الممكن تقدير معلمة، β مثلًا، ولتكن ٠,٩٣ وفترة ثقة ٩٥٪، ولتكن (٠,٧٧ ، ١,٠٩)، ذلك يعني أنه في العديد من العيِّنات المتكرِّرة ستكون القيمة الحقيقيَّة لـ β محصورة داخل هذه الفترة في ٩٥٪ من المرَّات، كما يتم تقدير فترات الثقة، في كل الحالات تقريبًا، على شكل ذي طرفين بالرغم أنه يُمكن نظريًّا إنشاء فترات ثقة بطرف واحد، كما نذكر أن استخدام فترة ثقة ٩٥٪ يُعادل استخدام مُستوى ٥٪ في اختبار المعنويَّة.

الإطار رقم (٣,٦) إجراء اختبار الفرضيات باستخدام فترات الثقة

(١) حساب $\hat{\alpha}$، $\hat{\beta}$ و $SE(\hat{\alpha})$، $SE(\hat{\beta})$ كما في السابق.

(٢) اختبار مُستوى معنوية α (وليكن مرة أخرى ٥٪)، يُعادل هذا الاختبار فترة ثقة مُساوية لـ $100 * (1 -)$ أي أن:
مُستوى معنويَّة٥٪ =فترة ثقة ٩٥٪

(٣) استخدام جداول تي لإيجاد القيمة الحرجة المناسبة والتي تتميَّز مُحدَّدًا بـ$(T - 2)$ درجات حرِّية.

(٤) تكون فترة الثقة لـ β كالآتي:

$$\left(\hat{\beta} - t_{crit}.SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + t_{crit}.SE(\hat{\beta})\right)$$

نُشير إلى أن النقطة في الوسط (.) تُستخدم أحيانًا عوضًا عن العلامة (×) وذلك للدلالة على ضرب كميَّتين معًا.

(٥) إجراء الاختبار: إذا كانت القيمة المقترضة لـ β (أي β^*) تقع خارج فترة الثقة فإنه يتم في هذه الحالة رفض فرضيَّة العدم $\beta = \beta^*$. خلاف ذلك لا يتم رفض هذه الفرضيَّة.

٦, ٩, ٣ مناهج اختبار المعنويَّة وفترة الثقة تعطي دائمًا نفس النتائج

(The test of significance and confidence interval

approaches alwaysgive the same conclusion)

ضمن منهج اختبار المعنويَّة لن يتم رفض فرضيَّة العدم $\beta = \beta^*$ إذا كانت إحصاءة الاختبار تقع داخل منطقة عدم الرَّفض أي إذا تحقَّق الشرط التالي:

$$-t_{crit} \leq \frac{\hat{\beta} - \beta^*}{SE(\hat{\beta})} \leq +t_{crit}$$

بإعادة ترتيب المتباينة، لن يتم رفض فرضيَّة العدم إذا:

$$-t_{crit}.SE(\hat{\beta}) \leq \hat{\beta} - \beta^* \leq +t_{crit}.SE(\hat{\beta})$$

أي يجب عدم رفض هذه الفرضيَّة إذا:

$$\hat{\beta} - t_{crit}.SE(\hat{\beta}) \leq \beta^* \leq \hat{\beta} + t_{crit}.SE(\hat{\beta})$$

الإطار رقم (٣, ٧) مُقارنة بين مناهج إختبار المعنويّة وفترة

منهج إختبار المعنويّة	منهج فترة الثقة
$test\ stat = \frac{\hat{\beta} - \beta^*}{SE(\hat{\beta})} = \frac{0.5091 - 1}{0.2561} = -1.917$	إيجاد $t_{crit} = t_{20;5\%} = \pm 2.086$
إيجاد $t_{crit} = t_{20;5\%} = \pm 2.086$	$\hat{\beta} \pm t_{crit}.SE(\hat{\beta}) = 0.5091 \pm 2.086\ .\ 0.2561 = (-0.0251, 1.0433)$
لا نرفض H_0 لأن إحصاءة الإختبار تقع ضمن منطقة عدم الرَّفض	لا نرفض H_0 لأن ١ يقع ضمن فترة الثقة

لكن ذلك يُمثِّل مُجرَّد قاعدة لعدم رفض فرضيَّة العدم في إطار منهج فترة الثقة، إذًا لمستوى مُعيَّن من المعنويَّة، تُقدِّم مناهج اختبار المعنويَّة وفترة الثقة في كل الحالات نفس النتائج، لذلك يُعتبر إحدى هذه المناهج الاختباريَّة مُجرَّد ترتيب جبري للمنهج الآخر.

مثال(٣, ٤) ....

بالنظر إلى النتائج السابقة للانحدار:

$$\underset{}{\hat{y}_t} = \underset{(14.38)}{20.3} + \underset{(0.2561)}{0.5091}\, x_t \quad , \quad T = 22 \qquad (٣١،٣)$$

وباستخدام كل من منهج اختبار المعنويَّة ومنهج فترة الثقة، اختبر الفرضيَّة $\beta = 1$ مُقابل فرضية بديلة ذات طرفين.

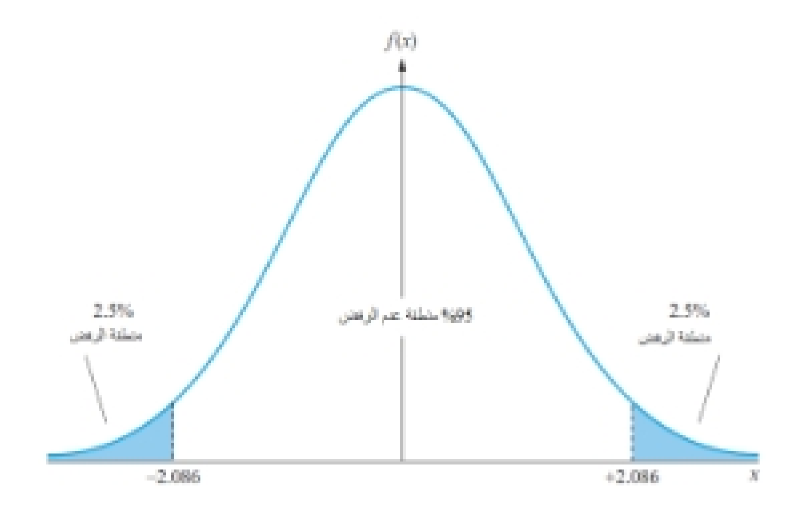
يُمكن أن تكون هذه الفرضيَّة ذات أهمِّية؛ إذ إن معامل الوحدة لمتغيِّر تابع يدل على علاقة ١:١ بين حركات x وحركات y.

تكون فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة على التوالي كالآتي:

$$H_0: \beta = 1$$
$$H_1: \beta \neq 1$$

يعرض الإطار رقم (٣,٧) نتائج الاختبار وفقًا لكل منهج.

نصوغ الآن وعلى التوالي ملاحظتين؛ أوّلًا: نتحصَّل على القيمة الحرجة للتوزيع تي المطلوبة بأخذ درجات حرِّية مُساوي لعشرين درجة وعند مُستوى معنويَّة ٥٪. ويعني ذلك أن ٥٪ من التوزيع سيكون في منطقة الرَّفض. وبما أن هذا الاختبار يُعتبر اختبارًا ذا طرفين فإنه ينبغي لكل ذيل أن يتضمَّن ٢,٥٪من التوزيع، من خلال خاصِّيَّة تماثل التوزيع تي حول الصفر فإن القيم الحرجة للذيلين الأعلى والأسفل تكون قيمًا مُتساوية في المقدار لكنَّها مُتعاكسة في الإشارة، كما يظهر في الشكل رقم (٣,١٥).



الشكل رقم (٣,١٥) القيم الحرجة ومناطق الرَّفض لـ $t_{20;5\%}$.

ماذا لو أراد الباحث بدلًا من ذلك اختبار $H_0: \beta = 0$ أو $H_0: \beta = 2$؟ لاختبار هذه الفرضيات باستخدام منهج اختبار المعنويَّة لا بُد من إعادة إنشاء إحصاءة الاختبار في كلتا الحالتين، على الرَّغم من أن القيمة الحرجة ستكون ثابتة في الحالتين، من ناحية أخرى، إذا استخدمنا منهج فترة الثقة فلن يتطلب الأمر أي عمل إضافي، وذلك لأن هذا المنهج يسمح باختبار عدد لامُتناهٍ من الفرضيات، لنفترض على سبيل المثال أن الباحث يُريد اختبار:

$$H_0: \beta = 0$$

مُقابل:

$$H_1: \beta \neq 0$$

و

$$H_0: \beta = 2$$

مُقابل

$$H_1: \beta \neq 2$$

في الحالة الأولى لن يتم رفض فرضيَّة العدم (أي $\beta = 0$) بما أن ٠ يقع داخل فترة الثقة بمُستوى ٩٥٪. بنفس الحُجَّة، ستُرفض فرضيَّة العدم الثانية (أي $\beta = 2$) وذلك لأن القيمة ٢ تقع خارج فترة الثقة المقدَّرة.

من جهة أخرى نُلاحظ أن هذا الكتاب لم يتطرَّق حتى الآن سوى لنتائج في ظل حجم اختبار مُساوٍ لـ ٥٪. في الحالات الحدِّية (على سبيل المثال $H_0: \beta = 1$ وتكون قيمة إحصاءة الاختبار قريبة من القيمة الحرجة)، من الممكن الحُصول على إجابة مُختلفة تمامًا إذا تم استخدام حجم اختبار مُختلف، وعند اعتبار أن منهج المعنويَّة أفضل من إنشاء فترة ثقة.

لنفترض الآن على سبيل المثال أنه سيتم استخدام حجم اختبار ١٠٪ لاختبار فرضيَّة العدم في المثال (٤،٣). باستخدام منهج اختبار المعنويَّة تكون إحصاءة الاختبار كما في السابق مُساوية لـ:

$$\frac{\hat{\beta} - \beta^*}{SE(\hat{\beta})} = \frac{0.5091 - 1}{0.2561} = -1.917$$

الشيء الوحيد المتغيِّر هو القيمة الحرجة ت، باعتبار المستوى ١٠٪ (بحيث يتم وضع ٥٪ من إجمالي التوزيع في كل ذيل من ذيل التوزيع لهذا الاختبار ذي طرفين)، تكون القيمة الحرجة المطلوبة هي $t_{20;10\%} = \pm 1.725$. في هذه الحالة، وبما أن إحصاءة الاختبار تقع ضمن منطقة الرَّفض، فإنه سيتم رفض H_0. يجب إعادة تقدير الفترة نفسها لكي نستخدم اختبارًا بمُستوى ١٠٪ ضمن منهج فترة الثقة، وذلك لأن القيمة الحرجة تندرج ضمن حساب فترة الثقة.

كما نذكر أن منهج اختبار المعنويَّة ومنهج فترة الثقة يتميَّز كلاهما بمزايا نسبيَّة؛ إذ إن اختبار عدد من الفرضيات المختلفة يُعتبر أمرًا أسهل في إطار منهج فترة الثقة، في حين تكون دراسة تأثير حجم الاختبار على الاستنتاج أسهل في إطار منهج اختبار المعنويَّة.

لذلك يجب توخِّي الحذر عند التركيز على اتِّخاذ القرارات في سياق الحالات الحدِّية (أي الحالات التي يتم فيها فقط رفض أو عدم رفض فرضية العدم)، في هذه الحالة فإن الاستنتاج المناسب الذي يُمكن استخلاصه هو أن النتائج تُعتبر هامشيَّة، وأنه لا يُمكن إجراء بطريقة أو بأخرى، أي استدلال حصين (قوي)، وبالتالي ينبغي إجراء تحليل تجريبي مُعمَّق يشمل إجراء تحليل حساسيَّة النتائج (SensitivityAnalysis) لتحديد ما إذا كان استخدام أحجام اختبار مُختلفة سيؤدي أم لا إلى تغيُّر في النتائج، كما تجدر الإشارة مرَّة أخرى إلى أنه من الشائع استخدام ١٠٪، ٥٪ و ١٪ كأحجام للاختبار، إذا كان الاستنتاج (أي 'رفض' أو 'عدم الرفض') ثابت لا يتغيَّر بتغيُّر حجم الاختبار، فيُمكن أن نكون أكثر ثقة بأن الاستنتاجات مُناسبة، في المقابل إذا كانت نتائج الاختبار تتغيَّر نوعيًّا بتغيُّر حجم الاختبار فإن الاستنتاج هو أنه بطريقة أو بأخرى لا يوجد استنتاج!

من الجدير بالذكر أيضًا أنه إذا تم رفض فرضيَّة العدم عند استخدام مُستوى معنويَّة ١٪ فإنه سيتم كذلك رفض هذه الفرضيَّة تلقائيًّا عند المستوى ٥٪، بحيث لا تكون هناك حاجة لتوضيح الحالة الأخيرة. كما يُقدِّم دوجيرتي (١٩٩٢، ص ١٠٠) (Dougherty (1992, p. 100)) قياسًا على ذلك باستخدامه مثالًا عن القفز العالي، إذا كان لاعب القفز العالي يستطيع اجتياز مترين، فمن البديهي أن يستطيع تخطي ٥ ,١ متر، على نحو مُماثل، بما أن مُستوى المعنويَّة ١٪ يُعتبر حاجزًا أعلى من مُستوى المعنويَّة ٥٪، إذا لم يتم رفض فرضيَّة العدم عند المستوى ٥٪ فإنه آليًّا لن يتم رفض هذه الأخيرة عند كل مُستوى أعلى من المعنويَّة (على سبيل المثال ١٪) في هذه الحالة إذا كان لاعب القفز لا يستطيع اجتياز ٥ ,١ متر فإنه من المستحيل أن يكون قادرًا على اجتياز مترين.

٣,٩,٧ بعض المصطلحات الإضافيَّة

(Some more terminology)

إذا تم رفض فرضيَّة العدم عند المستوى ٥٪، فيُمكن القول إن نتيجة الاختبار 'معنوية إحصائيًّا' (Statistically Significant). في المقابل إذا لم يتم رفض فرضيَّة العدم، نقول بأن نتيجة الاختبار 'غير معنويَّة' (Not Signifiant) أو 'لامعنويَّة' (Insignificant). أخيرًا، إذا تم رفض فرضيَّة العدم عند المستوى ١٪ فيُطلق على هذه النتيجة تسمية 'المعنويَّة الإحصائية العالية' (Highly Statistically Significant).

كما نُشير إلى أنه يُمكن لنتيجة معنوية إحصائيًّا أن تكون غير معنوية عمليًّا، على سبيل المثال، في إطار انحدار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، إذا كان بيتا المقدَّر للسهم يُساوي ١,٠٥ وكانت فرضيَّة العدم $\beta = 1$ مرفوضة فإن هذه النتيجة تكون معنويَّة إحصائيًّا، لكن قد لا تكون للزيادة الطفيفة في قيمة بيتا أي تأثير على اختيار المستثمر بخصوص شراء السهم من عدمه، في هذه الحالة يُمكن القول إن نتيجة الاختبار معنويَّة إحصائيًّا لكنها في المقابل غير معنوية من الناحية الماليَّة أو العمليَّة.

الجدول رقم (٣,٣) تصنيف أخطاء إختبار الفرضيات والإستنتاجات الصحيحة

		الحقيقة	
		H_0 صحيحة	H_0 خاطئة
نتيجة الإختبار	معنوية (رفض H_0)	خطأ من النوع الأول = α	√
	غير معنوية (عدم رفض H_0)	√	خطأ من النوع الثاني = β

٣,٩,٨ تصنيف الأخطاء التي يُمكن ارتكابها باستخدام اختبارات الفرضيَّات

(Classifying the errors that can be made using hypothesis tests)

يتم عادة رفض H_0 إذا كانت إحصاءة الاختبار معنويَّة إحصائيًّا عند مُستوى معنويَّة محدَّد، هناك نوعان من الأخطاء المحتملة التي يُمكن ارتكابها:

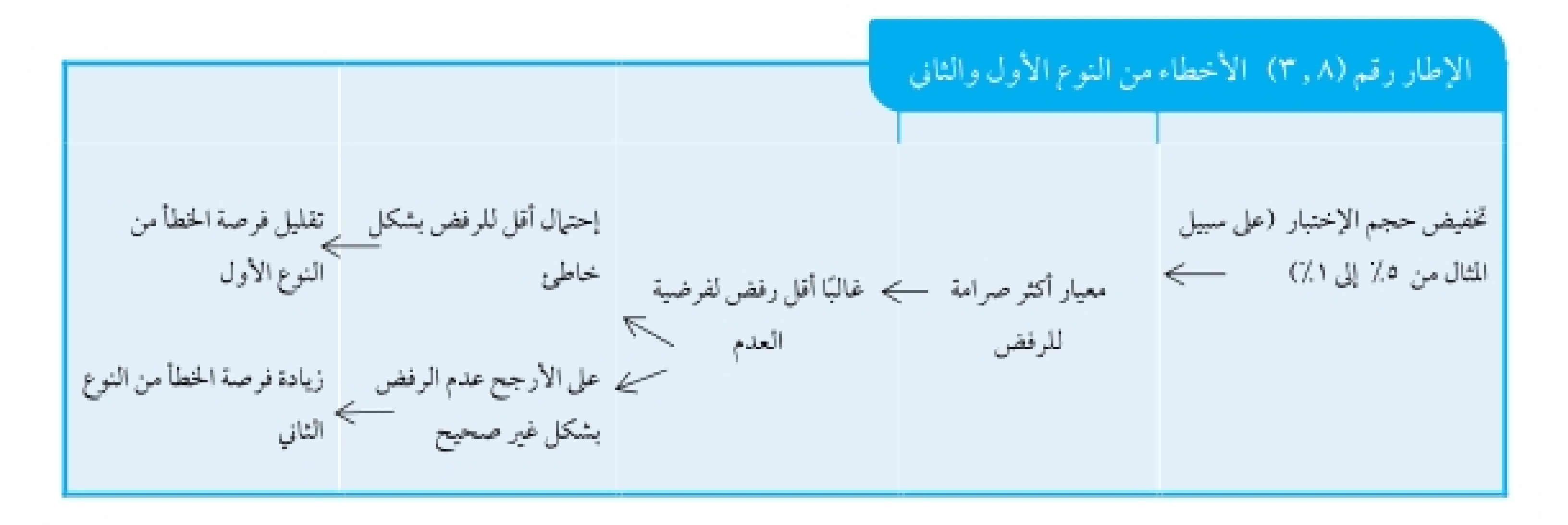
(١) رفض H_0 بينما هي في الواقع صحيحة؛ ويُسمَّى هذا الخطأ *بالخطأ من النوع الأوَّل* (Type I Error).

(٢) عدم رفض H_0 بينما هي في الواقع خاطئة؛ ويُسمَّى هذا الخطأ *بالخطأ من النوع الثاني* (Type II Error).

يُمكن تلخيص السيناريوهات المحتملة في الجدول رقم (٣,٣)، احتمال الخطأ من النوع الأوَّل هو ببساطة α أي مُستوى المعنويَّة، أو كذلك حجم الاختبار، لفهم هذه النقطة نُذكِّر أوَّلًا ما المقصود بـ "المعنويَّة" عند المستوى ٥٪: يُتوقَّع بنسبة ٥٪ الحصول على نتيجة تُساوي أو تزيد تطرُّفًا تلك التي تحدث عن طريق الصُّدفة البحتة، أو بمعنى آخر، هناك فقط احتمال ٥٪ أن يتم رفض فرضيَّة العدم هذه في حين أنها في الحقيقة صحيحة.

كما نُشير إلى أنه ليس هناك أي فُرصة للحصول على أشياء مجانيَّة (أي ربح بدون تكلفة)! السُّؤال الذي يُطرح الآن هو: ماذا يحدث في صورة تخفيض حجم الاختبار (على سبيل المثال من ٥٪ إلى ١٪)؟ في هذه الحالة ستنخفض احتمالات القيام بخطأ من النوع الأوَّل... وهذا من شأنه أن يُخفِّض في احتمال رفض فرضيَّة العدم، وبالتالي زيادة احتمال الخطأ من النوع الثاني، يعرض الإطار رقم (٣,٨) هذين الأثرين المتناقضين لتخفيض حجم الاختبار.

هناك إذًا دائمًا مُقايضة مُباشرة (أو تبادل تعويضي مباشر) بين الخطأ من النوع الأوَّل والخطأ من النوع الثاني عند اختيار مُستوى معنويَّة، ويتمثَّل السبيل الوحيد في تقليل كلا الخطــأين في زيادة حجم العيِّنة، أو كذلك في اختيار عيِّنة أكثر تباينًا، وبالتالي زيادة كميَّة المعلومـات التي تستند إليها نتائج اختبار الفرضيَّات، عمليًّا، وفي حدود مُستوى مُعيَّن، عادة ما تُعتبر الأخطاء من النوع الأوَّل أكثر خطورة، وبالتالي عادة ما يتم اختيار حجم اختبار صغير (تُعتبر ٥٪ أو ١٪ الأحجام الأكثر شيوعًا).



يُعتبر احتمال الخطأ من النوع الأوَّل احتمالًا لرفض فرضية عدم صحيحة بشكل خاطئ، وهو أيضًا حجم الاختبار، كما يُمثِّل مُصطلح *قوَّة الاختبار* (Power of a Test) مُصطلحًا هامًّا في هذا المجال حيث تُعرَّف بأنها احتمال رفض (بشكل سليم) فرضيَّة عدم غير صحيحة، كما تُعرَّف قوَّة الاختبار أيضًا بأنها تُساوي واحدًا ناقص احتمال الخطأ من النوع الثاني.

يكون الاختبار الأمثل هو ذاك الاختبار الذي يتطابق فيه حجم الاختبار الفعلي مع حجمه الاسمي، والذي يتميَّز كذلك بأعلى مُستوى مُمكن من القوَّة، إن مثل هذا الاختبار يعني على سبيل المثال أن استخدام مُستوى معنويَّة ٥٪ من شأنه أن يُؤدي إلى رفض فرضيَّة العدم في ٥٪ من المرات فقط، وعن طريق الصدفة وحدها، وبأنه سيتم رفض فرضية العدم غير الصحيحة بما يُقارب ١٠٠٪ من المرات.

٣,١٠ نوع خاص من اختبار الفرضيات: نسبة تي

(A special type of hypothesis test: the t -ratio)

تذكّر أنه في إطار منهج اختبار المعنويّة تكون صيغة اختبار الفرضيات لمعلمة الميل والتي تستخدم الاختبار تي كالآتي:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{\hat{\beta}-\beta^*}{SE(\hat{\beta})} \quad (٣٢،٣)$$

مع إجراء بعض التعديلات الواضحة لاختبار فرضية حول المقطع، إذا كان لدينا الاختبار التالي:

$$H_0: \beta = 0$$
$$H_1: \beta \neq 0$$

أي اختبار فرضيّة أن معلمة المجتمع تساوي صفرًا ضد فرضيّة بديلة ذات طرفين، فهذا الاختبار يُعرف باختبار نسبة تي، وبما أن $\beta^* = 0$ فإن الصيغة في المعادلة رقم (٣٢,٣) تُختزل كما يلي:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})} \quad (٣٣،٣)$$

وبالتالي تُعرف نسبة المعامل على انحرافه المعياري *بنسبة تي أو إحصاءة تي* (t-statistic).

مثال (٣,٥) ....

لنفترض أننا قُمنا بحساب القيم المقدَّرة للمقطع والميل (على التوالي ١,١٠ و -١٩,٨٨) وكذلك الأخطاء المعياريَّة المقابلة لهذه القيم (وهي على التوالي ١,٣٥ و ١,٩٨)، نقدِّم الآن النسب تي المرتبطة بكل من المقطع والميل كالآتي:

	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
المعامل	١,١٠	-١٩,٨٨
الخطأ المعياري	١,٣٥	١,٩٨
نسبة تي	٠,٨١	-١٠,٠٤

نُشير إلى أنه في حالة كان المعامل سالبًا فإن النسبة تي ستكون كذلك سالبة، لاختبار فرضيات العدم $\alpha = 0$ و $\beta = 0$ (كل على حدة)، تتم مُقارنة إحصاءات الاختبار بالقيمة الحرجة من التوزيع تي، في هذه الحالة يكون عدد درجات الحريَّة $(T-k,)$ مُساويًا لـ ١٥-٢ =١٣. أمَّا القيمة الحرجة عند مُستوى ٥٪ لهذا الاختبار ذي الطرفين (تذكَّر، ٢,٥٪ عند كل ذيل بالنسبة لاختبار بمُستوى ٥٪) فهي مُساوية لـ ٢,١٦٠ في حين أن القيمة الحرجة عند المستوى ١٪ (٠,٥ في كل ذيل) هي ٣,٠١. على ضوء هذه النسب تي وهذه القيم الحرجة، هل سيتم رفض فرضيات العدم التالية؟

$H_0: \alpha = 0?$ (لا)

$H_0: \beta = 0?$ (نعم)

إذا تم رفض H_0 فإننا نقول: إن إحصاءة الاختبار معنويَّة، في المقابل إذا كان المتغيِّر غير 'معنوي' فهذا يعني أنه بالرغم من أن القيمة المقدَّرة للمعامل ليست تمامًا صفرًا (على سبيل المثال ١,١٠ في المثال أعلاه) إلَّا أن المعامل لا يُمكن إحصائيًّا تمييزه عن صفر،

إذا وضعنا في المعادلة المقدَّرة صفرًا عوضًا عن القيمة المقدَّرة، فإن ذلك يُفسّر بأنه مهما تغيَّرت قيمة المتغيِّر المفسّر فإن المتغيِّر التابع لا يتأثَّر بذلك، يُفسَّر ذلك على أساس أن المتغيِّر لا يُساعد على تفسير تغيُّرات y وبالتالي يُمكن إزالته من مُعادلة الانحدار، على سبيل المثال، إذا كانت النسبة تي المقترنة بـ x تُساوي -١٫٠٤ بدلًا من -١٠٫٠٤ (على افتراض أن الخطأ المعياري يبقى كما هو) فإن المتغيِّر سيُصنف على أساس متغيِّر غير معنوي (أي لا يختلف إحصائيًّا عن الصفر)، ويُعتبر المقطع العنصر الوحيد غير المعنوي في الانحدار السابق، كما نذكر أن هناك أسبابًا إحصائيَّة وجيهة للاحتفاظ دائمًا بالثابت حتى ولو لم يكن معنويًّا، انظر الفصل ٥.

وتجدر الإشارة إلى أنه بالنسبة إلى درجات الحرية التي تفوق تقريبًا ٢٥ درجة وعند مُستوى ٥٪، تُقارب القيمة الحرجة في الطرفين القيمة ±٢. لذلك وكقاعدة عامَّة (أي كدليل تقريبي) فإن فرضيَّة العدم تُرفض إذا كانت القيمة المطلقة للإحصاءة تي تفوق ٢.

يضع بعض المؤلفين النسب تي بين قوسين، تحت المعاملات المقدَّرة المقابلة، عوضًا عن الأخطاء المعياريَّة، وبالتالي نحتاج في كل تطبيق أن نتأكد أي من المصطلحين تم استخدامه، وكذلك ذكر ذلك بوضوح عند عرض نتائج التقدير، نُتابع الآن دراسَتَيْ حالة في مجال الماليَّة تشمل تقدير نماذج الانحدار الخطي ثنائي المتغيِّرات وبناء وتفسير النسب تي.

الجدول رقم (٣،٤) إحصاءات موجزة عن نتائج الإنحدار المقدرة لـ

البند	القيم المتوسطة	القيم الوسطية	القيم القصوى	
			الدنيا	العليا
$\hat{\alpha}$	٠٫٠١١-	٠٫٠٠٩-	٠٫٠٨٠-	٠٫٠٥٨
$\hat{\beta}$	٠٫٨٤٠	٠٫٨٤٨	٠٫٢١٩	١٫٤٠٥
حجم العينة	١٧	١٩	١٠	٢٠

المصدر: جنسن (١٩٦٨) ((Jensen (1968)). أُعيد نشره بترخيص من بلاكويل للنشر (Blackwell Publishers).

٣٫١١ مثال لاختبار تي بسيط لنظرية في مجال الماليَّة
هل يُمكن أن تتغلَّب صناديق الاستثمار المشتركة الأمريكية على السوق؟

(An example of a simple t-test of a theory in finance:

can US mutual fundsbeat the market?)

يُعتبر جنسن (١٩٦٨) ((Jensen (1968)) أوَّل من قام باختبار أداء صناديق الاستثمار المشتركة بطريقة منهجيَّة، وعلى وجه الخصوص فحص ما إذا كان من الممكن 'التغلُّب على السوق'، للقيام بذلك استخدم جنسن عيِّنة من العوائد السنويَّة للمحافظ الاستثماريَّة لـ ١١٥ صندوقًا استثماريًّا مُشتركًا خلال الفترة ١٩٤٥-١٩٦٤، كما خضع كل صندوق إلى انحدار سلاسل زمنيَّة على الشكل التالي:

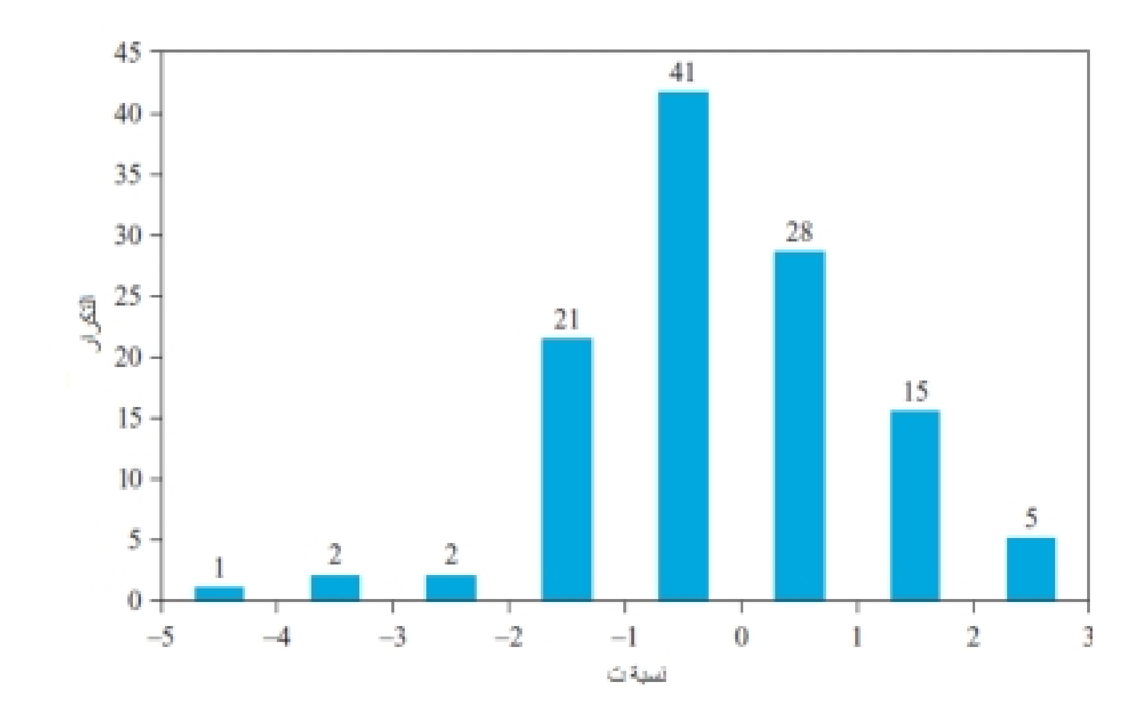
$$R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + \beta_j(R_{mt} - R_{ft}) + u_{jt} \quad (٣٫٣٤)$$

حيث يُمثِّل R_{jt} عائد المحفظة الاستثمارِيَّة j في الزمن t، R_{ft}: عائد المتغيِّر البديل (Proxy) الخالي من الخطر (سندات حكوميَّة لسنة واحدة)، R_{mt} هو عائد المتغيِّر الوكيل عن محفظة السُّوق، u_{jt} هو حد الخطأ وتُمثِّل α_j، β_j المعلمات التي سيتم تقديرها، كما تُعتبر معنويَّة α_j القيمة المهمَّة في هذه المعادلة، وذلك لأن هذه المعلمة تحدِّد ما إذا كان الصندوق يتفوَّق في الأداء على مُؤشِّر السوق أو يقل

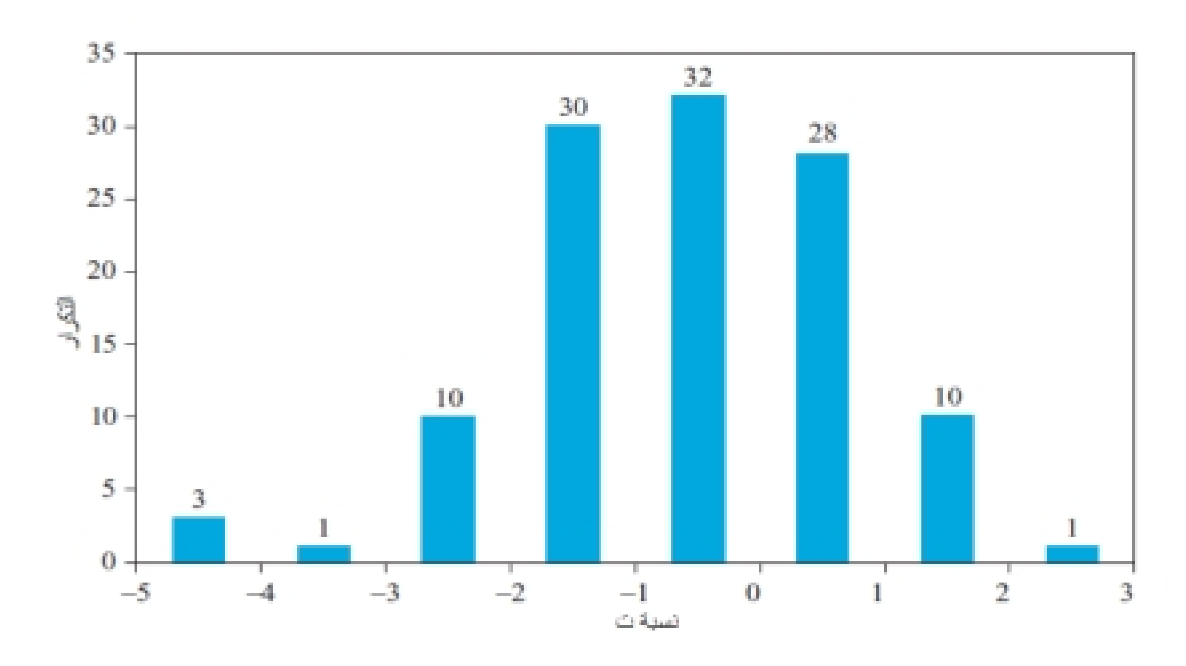
أداءً منه، وهكذا تكون فرضيَّة العدم كالآتي: $H_0: \alpha_j = 0$. إذا كان المعامل α_j لصندوق مُعيَّن موجب ومعنوي فهذا يوحي بأن الصندوق قادر على كسب عائدات هامَّة غير عادية تزيد عن العائد المطلوب للسوق عند مُستوى مُعيَّن من المخاطرة. أصبح هذا المعامل يُعرف بعد ذلك باسم 'ألفا جنسن' (Jensen's Alpha)، كما نعرض في الجدول رقم (٣,٤) بعض الإحصاءات الموجزة لنتائج الانحدار المقدَّرة للمُعادلة (٣,٣٤) والتي تشمل ١١٥ صندوقًا.

كما هو مُبيَّن في الجدول رقم (٣,٤)، يُعتبر الصندوق المتوسِّط (يُعرَّف هذا الصندوق إمَّا بالوسط أو بالوسيط) غير قادر على 'التغلُّب على السوق'، مُسجِّلًا ألفا (Alpha) سالبًا في كلتا الحالتين، ومع ذلك فإن هناك بعض الصناديق التي تمكَّنت من تحقيق نتائج أفضل ممَّا كان مُتوقَّعًا نظرًا إلى مُستوى مُخاطرتها، أمَّا الأفضل من بين هذه الصناديق فيُقدِّم ألفا مُساويًا لـ ٠,٠٥٨. ومن المثير للاهتمام أيضًا أن القيمة المقدَّرة لبيتا الصندوق المتوسِّط في حدود ٠,٨٥ مُشيرة إلى أنه في إطار نموذج تسعير الأصول الرَّأسماليَّة، مُعظم الصناديق أقل مُخاطرة من مُؤشِّر السوق، قد تُعزى هذه النتيجة إلى أن الصناديق تستثمر في أغلب الأحيان في أسهم الشركات الكبرى (المستحقَّة) (أو أسهم الدرجة الأولى) (Blue Chip Stocks) بدلًا من أسهم الشركات الصغيرة.

نتحصَّل على أفضل طريقة مرئيَّة لعرض النتائج برسم عدد صناديق الاستثمار المشتركة في كل فئة من فئات النسبة تي للمعامل ألفا حيث يعرض الشكل رقم (٣,١٦) والشكل رقم (٣,١٧) على التوالي إجمالي تكاليف المعاملات (Transactions Costs) وصافي تكاليف المعاملات.



الشكل رقم (٣,١٦) التوزيع التكراري للنسب تي لألفا صناديق الاستثمار المشتركة (إجمالي تكاليف المعاملات)



الشكل رقم (٣,١٧) التوزيع التكراري للنسب تي لألفا صناديق الاستثمار المشتركة (صافي تكاليف المعاملات)

تكون القيمة الحرجة المناسبة لإجراء اختبار ذي طرفين لـ $\alpha_j = 0$ تقريبًا ٣,١٠ (على افتراض أن عشرين سنة من البيانات السنويَّة تؤدي إلى ثماني عشرة درجة حريَّة)، وكما يتَّضح هناك فقط خمسة صناديق تتميَّز بنسب تي مقدَّرة تفوق٢، وبالتالي من المفترض أن تكون هذه الصناديق قادرة على التفوُّق أداءً على السوق قبل الأخذ بعين الاعتبار تكاليف المعاملات، ومن المثير للاهتمام أيضًا أن خمس شركات كان أداؤها بشكل ملحوظ أقل من أداء السوق حيث لم تتجاوز النسب تي لهذه الأخيرة –٢.

الجدول رقم (٣,٥) إحصاءات موجزة عن عوائد صناديق حصص الإستثمار للفترة يناير١٩٧٩– مايو٢٠٠٠

	الوسط (٪)	الحد الأدنى (٪)	الحد الأعلى (٪)	الوسيط (٪)
متوسط العائد الشهري ١٩٧٩ –٢٠٠٠	١,٠	٠,٦	١,٤	١,٠
الإنحراف المعياري للعائد عبر الزمن	٥,١	٤,٣	٦,٩	٥,٠

عندما تؤخذ تكاليف المعاملات في الاعتبار (الشكل رقم (٣,١٧)) فإن صندوقًا واحدًا فقط من أصل ١١٥ صندوقًا قادر على التفوُّق من حيث أدائه وبشكل ملحوظ على السوق، في حين أن ١٤ صندوقًا تقل أداءً بشكل ملحوظ عن أداء السوق، ونظرًا لأن الحجم الاسمي للاختبار من طرفين المستخدم هو ٥٪ فيُتوقَّع أن صندوقين أو ثلاثة 'ستتغلَّب بشكل ملحوظ على السوق' بمحض الصدفة لا غير، وبذلك نخلص إلى أنه –خلال فترة دراسة العيِّنة– يبدو أن مديري صناديق الاستثمار المشتركة في الولايات المتَّحدة غير قادرين على توليد عوائد إيجابيَّة غير طبيعيَّة بصفة مُنتظمة.

٣,١٢ هل يُمكن لمديري صناديق حِصَص الاستثمار في المملكة المتَّحدة التغلُّب على السوق؟

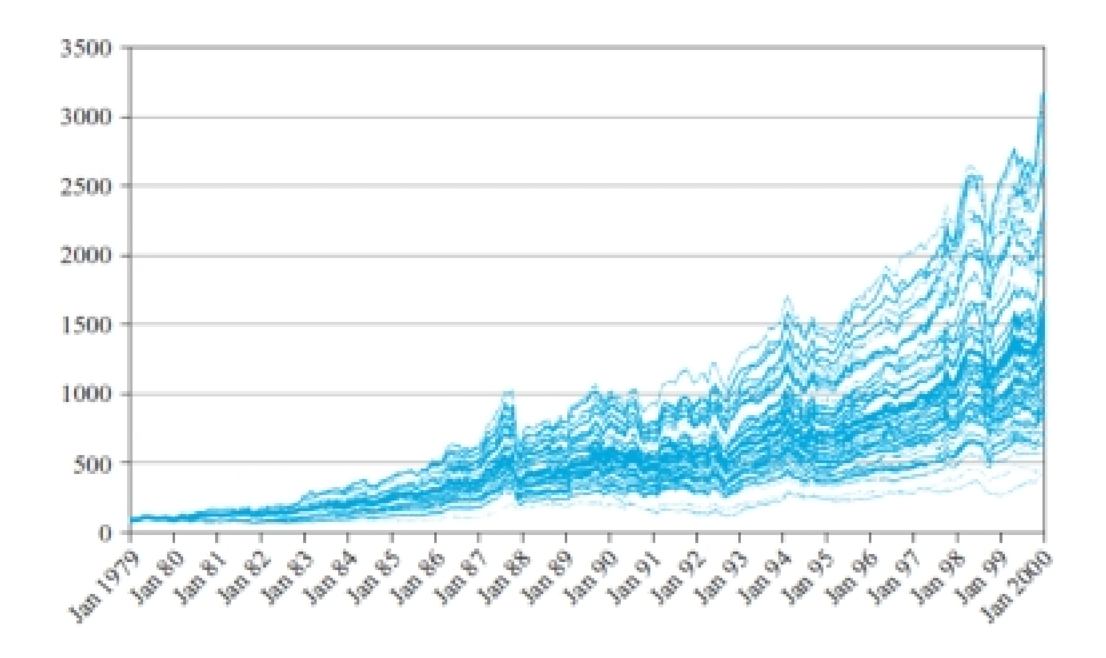
(Can UK unit trust managers beat the market?)

لعبت دراسة جنسن دورًا رئيسًا في تقديم طريقة عمليَّة لإجراء اختبارات لأداء مُديري الصناديق، ومع ذلك تعرَّضت هذه الدراسة لانتقادات، وذلك لعدَّة أسباب، واحد من أهم هذه الأسباب في إطار هذا الكتاب هو أنه لم يُستخدم سوى عشرة إلى عشرين مُشاهدة في كل انحدار، ويُعتبر هذا العدد من المشاهدات فعلاً غير كافٍ لنظريَّة المقاربة (Asymptotic Theory) التي يرتكز عليها إجراء الاختبار، حتى يتم الاستشهاد بها على نحوٍ صحيح.

سنقوم الآن بتقدير اختبار بديل لاختبار جنسن في إطار سوق المملكة المتَّحدة، وذلك من خلال اعتبار العوائد الشهريَّة لستة وسبعين سهمًا لصناديق حصص الاستثمار، تُغطي البيانات الفترة ما بين يناير ١٩٧٩ ومايو ٢٠٠٠ (٢٥٧ مُشاهدة لكل صندوق)، كما تُعرض بعض الإحصاءات الموجزة عن الصناديق في الجدول رقم (٣,٥).

الجدول رقم (٣,٦) نتائج إنحدار نموذج تسعير الأصول الرأسمالية لعوائد صناديق حصص الإستثمار، يناير ١٩٧٩ – مايو ٢٠٠٠

القيمة المقدرة لـ	الوسط	الحد الأدنى	الحد الأعلى	الوسيط
α (٪)	-٠,٠٢	-٠,٥٤	٠,٣٣	-٠,٠٣
β	٠,٩١	٠,٥٦	١,٠٩	٠,٩١
نسبة تي للمعامل α	-٠,٠٧	-٢,٤٤	٣,١١	-٠,٢٥



الشكل رقم (٣,١٨) أداء صناديق حصص الاستثمار في المملكة المتَّحدة، ١٩٧٩ – ٢٠٠٠

من هذه الإحصاءات الموجزة نستنتج أن مُتوسِّط العائد المركَّب المستمر يُعادل ١٪ شهريًّا، في حين أن الخاصِّية الأكثر إثارة للاهتمام هي الاختلاف الكبير في أداء الصناديق، يدُر الصندوق الأسوء أداءً مُتوسِّط عائد يُقدَّر بـ ٠,٦٪شهريًّا خلال فترة العشرين سنة في حين أن أفضل صندوق يدر مُتوسِّط عائد في حدود ١,٤٪ شهريًّا، كما يظهر هذا التغيُّر في الشكل رقم (٣,١٨) والذي يرسُم عبر الزمن استثمار قيمة ١٠٠ £ في كل صندوق خلال شهر يناير ١٩٧٩.

طُبِّق انحدار للصيغة (٣٤،٣) على بيانات المملكة البريطانيَّة؛ نعرض موجزًا للنتائج في الجدول رقم (٣,٦). هناك عدد من الخصائص لنتائج الانحدار التي تستحق مزيدًا من التعليقات؛ أوّلًا: تتميَّز مُعظم الصناديق بيتا مُحدَّدًا ببيتا مقدَّر أقل من واحد، وربما هذا يدل على أنه تاريخيًّا يتجنَّب مُديرو الصناديق المخاطرةَ، أو أنَّهم يستثمرون بشكل غير مُتكافئ في الشركات الرياديَّة في القطاعات الناضجة (Mature Sectors). ثانيًا: باعتبار إجمالي تكاليف المعاملات يُمكن القول إن تسعة صناديق من بين الستة والسبعين صُندوقًا التي تُكوِّن العيِّنة تتفوَّق أداءً على السوق بشكل ملحوظ، وذلك من خلال تحقيق ألفا موجب ومعنوي، في حين حقَّقت سبعة صناديق معاملات ألفا سالبة ومعنويَّة، كما تُشير إلى أن الصُّندوق المتوسِّط (يُقاس 'المتوسِّط' إمَّا بالوسط الحسابي أو بالوسيط) غير قادرٍ على كسب أي فائض عائد على المعدَّل المطلوب نظرًا لمستوى مُخاطرته.

٣,١٣ فرضيَّة رد الفعل المفرط وسوق الأوراق الماليَّة في المملكة المتَّحدة

(The overreaction hypothesis and the UK stock market)

٣,١٣,١ الدافع (Motivation)

أظهرت دراستان قام بهما دي بوند وثالر (١٩٨٥، ١٩٨٧) ((Thaler DeBondt and(1985, 1987) أن الأسهم التي تُعاني ضعفًا في الأداء على مدى ثلاث إلى خمس سنوات تميل بعد ذلك إلى التفوُّق على الأسهم التي كانت تتميَّز سابقًا بأداء أفضل.

الإطار رقم (٣,٩) أسباب ردود الفعل المفرطة لسوق الأسهم

(١) إن *تأثير رد الفعل المفرط* (Overreaction Effect) هو مجرد مظهر من مظاهر تأثير الحجم (Size Effect) ، يُعتبر تأثير الحجم بمثابة ميل الشركات الصغيرة إلى توليد عوائد تكون في المتوسِّط، أعلى من عوائد الشركات الكبيرة، لا يعتقد دي بوند وثالر أن ذلك يُعتبر تفسيرًا كافيًا، لكن زروين (١٩٩٠) ((Zarowin (1990) وجد أن أخذ حجم الشركة في الاعتبار لا يُخفِّض من العائد المستقبلي للخاسرين.

(٢) إن تغيُّر اتجاه الثروة يعكس التغيُّرات في توازن العوائد المطلوبة، من المُرجح أنه بالنسبة إلى الخاسرين يكون بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسمالية أعلى بكثير، وهذا من شأنه أن يعكس تصوُّرات المستثمرين بأنَّهم أكثر عُرضة للمُخاطرة، يُمكن للمُعاملات بيتا بطبيعة الحال أن تتغيَّر مع الزمن، وبالتالي فإن كل انخفاض كبير في أسعار أسهم الشركات (الخاسرة) المحسوسة، وبالتالي سيكون مُعدَّل العائد المطلوب على الأسهم الخاسرة أكبر، وكذلك أداؤهم اللاحق سيكون أفضل، كما نذكر أن بول وكوثري (١٩٨٩) (Ball and Kothari (1989)) وجدا أن معاملات بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة للأسهم الخاسرة أعلى بكثير من تلك للأسهم الرابحة.

يدل ذلك على أنه في المتوسّط تُصبح الأسهم 'الخاسرة' من حيث أداؤها في نهاية المطاف أسهمًا 'رابحة'، والعكس بالعكس، الآن سوف يقوم هذا الفصل بفحص ورقة بحث لكلير وتوماس (١٩٩٥) (Clare and Thomas (1995)) اللذين أجريا دراسة مُماثلة استخدمًا فيها العوائد الشهريّة للأسهم في المملكة المتّحدة خلال الفترة من يناير ١٩٥٥ إلى ١٩٩٠ (ستة وثلاثين سنة)، وتشمل جميع الشركات المتداولة في بورصة لندن.

يبدو للوهلة الأولى أن هذه الظاهرة تتعارض مع فرضيّة كفاءة السوق (Efficient Market Hypothesis)، الأمر الذي أدى بكلير وتوماس إلى اقتراح تفسيرين لذلك (انظر الإطار رقم (٣,٩)). من جهة أخرى توصّل زروين (١٩٩٠) إلى أن ٨٠٪ من العوائد الإضافيّة للمحافظ الاستشاريّة الممتلكة من الخاسرين تؤول إلى المستمرين خلال شهر يناير، لذلك يبدو أن مُعظم 'التأثير المفرط' يحدث في بداية السنة التقويميّة.

٣ , ١٣ , ٢ المنهجيّة

(Methodology)

أخذ كلير وتوماس عيّنة عشوائيّة مُكوّنة من ١٠٠٠ شركة، ولكل شركة تم حساب فائض العائد الشهري للسهم على السوق خلال فترات تضم اثني عشر شهرًا، أربعة وعشرين شهرًا، وستة وثلاثين شهرًا لكل سهم i:

$$U_{it} = R_{it} - R_{mt}\ t = 1, \dots, n; \qquad i = 1, \dots, 1000; \quad n = 12, 24 \text{ أو } 36 \tag{٣،٣٥}$$

الإطار رقم (٣ , ١٠) تحديد درجة أداء الأسهم وتشكيل المحافظ

المحفظة الاستشاريّة	*تحديد درجة الأداء*
المحفظة الاستشاريّة ١	٢٠٪ من الشركات الأفضل أداءً
المحفظة الاستشاريّة ٢	٢٠٪ من الشركات التالية
المحفظة الاستشاريّة ٣	٢٠٪ من الشركات التالية
المحفظة الاستشاريّة ٤	٢٠٪ من الشركات التالية
المحفظة الاستشاريّة ٥	٢٠٪ من الشركات الأسوأ أداءً

الإطار رقم (٣ , ١١) مُراقبة المحافظ الاستشاريّة

تقدير $\bar{R}_i$ للسنة ١

مُراقبة المحافظ الاستشاريّة للسنة ٢

تقدير $\bar{R}_i$ للسنة ٣

⋮

مُراقبة المحافظ الاستشاريّة للسنة ٣٦

نحسب بعد ذلك مُتوسِّط العائد الشهري على كل سهم i خلال الفترات المتكوِّنة من اثني عشر شهرًا، أربعة وعشرين شهر، وستة وثلاثين شهرًا:

$$\bar{R}_i = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} U_{it} \qquad (٣٦،٣)$$

تُرتب الأسهم بعد ذلك حسب مُتوسِّط العائد؛ من أعلى عائد إلى أدنى عائد، تُشكِّل من هذه الأسهم بعد ذلك خمس محافظ استثماريَّة، ثم نحسب العوائد بافتراض أوزان مُتساوية للأسهم في كل محفظة استثماريَّة، (الإطار رقم (٣,١٠)).

نستخدم نفس طول العيِّنة n لمراقبة أداء كل محفظة استثماريَّة، وبالتالي على سبيل المثال، إذا كانت فترة تكوين المحفظة الاستثماريَّة هي: سنة، سنتان، أو ثلاث سنوات، فإن الفترة اللاحقة لمتابعة المحفظة الاستثماريَّة ومُراقبتها ستكون على التوالي: سنة، سنتان، أو ثلاث سنوات، ثم يلي ذلك فترة أخرى لتكوين المحفظة الاستثماريَّة، وهكذا حتى يتم استنفاد فترة العيِّنة، لكن كم سيكون هناك من عيِّنة بطول n؟ كون n إمَّا سنة أو سنتين أو ثلاث سنوات، لنفترض في البداية أن n يُساوي سنة، تكون عندئذ الطريقة المتَّبعة على النحو المبيَّن في الإطار رقم (٣,١١).

إذا كان $n = 1$، في هذه الحالة هناك ثماني عشرة فترة مُشاهدة مُستقلَّة (غير مُتداخلة)، وكذلك ثماني عشرة فترة مُتابعة مُستقلَّة، وبطريقة مُماثلة تُوفِّر $n = 2$ تسع فترات مُستقلة، في حين تُتيح $n = 3$ ست فترات مُستقلة، نرمز إلى مُتوسِّط العائد الشهري للمحافظ الاستثماريَّة الرابحة والمحافظ الاستثماريَّة الخاسرة (أعلى ٢٠٪ وأدنى ٢٠٪ من الشركات في فترة تشكيل المحفظة الاستثماريَّة) خلال الفترات ١٨، ٩ أو ٦، بـ $\bar{R}_p^W$ و $\bar{R}_{pt}^L$، على التوالي. كما نُعرِّف الفارق بين هذين المتوسِّطين كالآتي: $\bar{R}_{Dt} = \bar{R}_{pt}^L - \bar{R}_{pt}^W$.

الجدول رقم (٣,٧) هل هناك تأثير رد فعل مُفرط في سوق الأوراق المالية في المملكة المتَّحدة؟

	$n = 12$	$n = 24$	$n = 36$
المجموعة أ: جميع الأشهر			
العائد على المحفظة الإستثماريَّة الخاسرة	٠,٠٠٣٣	٠,٠٠١١	٠,٠١٢٩
العائد على المحفظة الإستثماريَّة الرابحة	٠,٠٠٣٦	٠,٠٠٠٣-	٠,٠١١٥
الفارق الضمني للعائد السنوي	٪٠,٣٧-	٪١,٦٨	٪١,٥٦
معامل المعادلة (٣٧،٣): $\hat{\alpha}_1$	٠,٠٠٠٣١- (٠,٢٩)	**٠,٠٠١٤ (٢,٠١)	٠,٠٠١٣ (١,٥٥)
معامل المعادلة (٣٨،٣): $\hat{\alpha}_2$	٠,٠٠٠٣٤- (٠,٣٠-)	**٠,٠٠١٤٧ (٢,٠١)	*٠,٠٠١٣ (١,٤١)
معامل المعادلة (٣٨،٣): $\hat{\beta}$	-٠,٠٢٢ (٠,٢٥-)	٠,٠١٠ (٠,٢١)	٠,٠٠٢٥- (٠,٠٦-)
المجموعة ب: جميع الأشهر بإستثناء يناير			
معامل المعادلة (٣٧،٣): $\hat{\alpha}_1$	٠,٠٠٠٧- (٠,٧٢-)	*٠,٠٠١٢ (١,٦٣)	٠,٠٠٠٩ (١,٠٥)

مُلاحظات: النسب تي بين قوسين؛ يرمز * و ** إلى المعنويَّة عند المستويات ٥٪ و ١٠٪ على التوالي.

المصدر: كلير وتوماس (١٩٩٥)، أُعيد نشره بترخيص من بلاكويل للنشر.

أوَّل انحدار يتعيَّن إجراؤه هو انحدار فائض عائد المحافظ الخاسرة على المحافظ الرابحة على ثابت لا غير:

$$\bar{R}_{Dt} = \alpha_1 + \eta_t \quad (٣،٣٧)$$

حيث يُمثِّل η_t حد الخطأ، يتمثَّل الاختبار في معرفة ما إذا كان α_1 معنويًّا وموجبًا، لكن ذلك لا يُمثِّل شرطًا كافيًا لتأكيد تأثير رد الفعل المفرط؛ لأن هذا الأخير يُمكن أن يحدُث بسبب العوائد المرتفعة المطلوبة للأسهم الخاسرة، بسبب كون هذه الأخيرة صارت أكثر مُخاطرة، يتمثَّل الحل حسب كلير وتوماس (١٩٩٥) في أخْذ فوارق المخاطرة في الاعتبار، وذلك بإدراج علاوة مُخاطرة السوق في نموذج الانحدار:

$$\bar{R}_{Dt} = \alpha_2 + \beta(R_{mt} - R_{ft}) + \eta_t \quad (٣،٣٨)$$

حيث يُمثِّل R_{mt} العائد على كل أسهم الفاينَنشيال تايمز (FTA all-share) و R_{ft} العائد على أذون الخزانة الحكوميَّة لثلاثة أشهر في المملكة المتَّحدة، نعرض في الجدول رقم (٣ , ٧) نتائج كل انحدار من هذين الانحدارين.

كما يتبيَّن من خلال مُقارنة العوائد على الأسهم الرابحة والعوائد على الأسهم الخاسرة في أوَّل صفَّين من الجدول رقم (٣ , ٧)، أن الفترة المتكوِّنة من اثني عشر شهرًا تُعتبر فترة غير طويلة بما فيه الكفاية لتتحوَّل الأسهم من أسهم خاسرة إلى أسهم رابحة، في المقابل من خلال مُتابعة الأسهم لمدة سنتين ولمدَّة ثلاث سنوات تحوَّلت هذه الأخيرة من أسهم خاسرة إلى أسهم رابحة، يُترجم ذلك بالقول إنه في المتوسِّط يفوق عائد الأسهم الخاسرة عائد الأسهم الرابحة بنسبة ١,٦٨٪ في أفق سنتين، وبنسبة ١,٥٦٪ في أفق ثلاث سنوات، لنُذكِّر الآن أن القيمة المقدَّرة للمعامل في نموذج انحدار متغيِّر على ثابت فقط تُساوي القيمة المتوسِّطة لهذا المتغيِّر، كما يُمكن أن نرى أيضًا أن المعاملات المقدَّرة للحدود الثابتة تُساوي تمامًا الفارق بين العائد على الأسهم الخاسرة والعائد على الأسهم الرابحة، هذا المعامل معنوي إحصائيًّا في أفق سنتين، ومعنوي هامشيًّا في أفق ثلاث سنوات.

أمَّا في اختبار الانحدار الثاني فيُمثِّل β الفارق بين بيتا السوق للمحافظ الاستثماريَّة الرابحة والمحافظ الاستثماريَّة الخاسرة، كل القيم المقدَّرة لبيتا ليست حتى قريبة من أن تكون معنويَّة، وبالتالي فإن إدراج المخاطرة لا يُؤدي إلى أي اختلاف فعلي لقيم المعاملات، ولا حتى على معنويَّة حدود المقطع.

تؤدي إزالة عوائد شهر يناير من العيِّنات إلى تخفيض درجة الأداء الجيِّد اللاحق للمحافظ الاستثماريَّة الخاسرة، وكذلك إلى التخفيض إلى حد ما في معنويَّة $\hat{\alpha}_1$. نستنتج من ذلك إذًا أن جزءًا فقط من ظاهرة رد الفعل المفرط يحدث خلال شهر يناير، انتقل كلير وتوماس بعد ذلك إلى دراسة ما إذا كان رد الفعل المفرط مُرتبطًا بحجم الشركات أم لا، حتى وإن لم يتم عرض النتائج هنا.

٣ , ١٣ , ٣ الاستنتاجات

(Conclusions)

تتمثَّل الاستنتاجات الرئيسة لدراسة كلير وتوماس في النقاط التالية:

(١) يبدو أن هناك أدلَّة على ردود فعل مفرطة في عوائد أسهم المملكة المتَّحدة، كما هو الشأن في الدراسات الأمريكيَّة السابقة.

(٢) هذه الردود المفرطة للفعل ليست لها علاقة ببيتا نموذج تسعير الأصول الرَّأسماليَّة.

(٣) تميل الأسهم الخاسرة التي تصير بعد ذلك رابحة إلى أن تكون قليلة حتى أن مُعظم رد الفعل المفرط في المملكة المتَّحدة يُمكن أن يُنسب إلى تأثير الحجم.

٣,١٤ مُستوى المعنويَّة المضبوط

(The exact significance level)

يُعرف مُستوى المعنويَّة المضبوط (Exact Significance Level) أيضًا باسم القيمة بي (p-value) وهو يُعطي *مُستوى المعنويَّة الحدِّية* (Marginal Significance Level) أين نكون مُحايدين أمام رفض فرضيَّة العدم من عدمه، إذا كانت القيمة المطلقة لإحصاءة الاختبار 'كبيرة'، فإن القيمة بي ستكون صغيرة، والعكس بالعكس، لنأخذ على سبيل المثال إحصاءة اختبار مُوزَّعة حسب التوزيع t_{62} وتتَّخذ القيمة ١,٤٧، هل سيتم في هذه الحالة رفض فرضيَّة العدم؟ تعتمد الإجابة على حجم الاختبار. لنفترض الآن أن القيمة المحسوبة للقيمة بي هي ٠,١٢:

- هل تُرفض فرضيَّة العدم عند المستوى ٥٪؟ لا
- هل تُرفض فرضيَّة العدم عند المستوى ١٠٪؟ لا
- هل تُرفض فرضيَّة العدم عند المستوى ٢٠٪؟ نعم

الجدول رقم (٣,٨) جزء من نتائج إفيوز للإنحدار مرة أخرى

	المعامل	الانحراف المعياري	الإحصاءة تي	الاحتمال
C	٠,٠٠٠٦٤٠	٠,٠٢٦٦٢٥	٠,٠٢٤٠٣٢	٠,٩٨٠٩
RFUTURES	١,٠٠٧٢٩١	٠,٠٠٥٨٦٥	١٧١,٧٣٤١	٠,٠٠٠٠

كان من المفترض في الحقيقة رَفْضُ فرضيَّة العدم عند مُستوى ١٢٪ فما فوق، لفهم ذلك تقوم بإجراء سلسلة من الاختبارات بأحجام ١,٠٪، ٢,٠٪، ٣,٠٪، ٤,٠٪،...، ١٪،...، ٥٪،...، ١٠٪،... في نهاية المطاف ستتقابل القيمة الحرجة بإحصاءة الاختبار، والتي ستُمثِّل القيمة بي، غالبًا ما تُقدِّم حُزَم البرمجيات آليًّا القيم بي، لاحظ كم ذلك مُفيد! كما تُوفِّر هذه الحزم كافة المعلومات المطلوبة لإجراء اختبار الفرضيات دون حاجة الباحث إلى حساب إحصاءة الاختبار، أو إيجاد القيمة الحرجة من الجداول؛ لأنه تم فعليًّا أخْذ هاتين الأخيرتين في حساب القيمة بي، هذا وتُعتبر القيمة بي مُفيدة أيضًا لأنها تتجاوز شرط تحديد مُستوى معنويَّة تعسُّفي (α)، وبالتالي يُجرَى تحليل الحساسيَّة لتأثير مُستوى المعنويَّة على النتيجة بصفة آلية.

كثيرًا ما يُشار إلى القيمة بي بشكل غير رسمي على أنها احتمال الوقوع في الخطأ عند رفض فرضيَّة العدم، وبالتالي وعلى سبيل المثال، إذا كانت القيمة بي تُساوي ٠,٠٥ أو أقل فذلك يجعل الباحث يرفض فرضيَّة العدم (أي ما يُعادل مُستوى معنويَّة ٥٪)، وذلك بمثابة القول إنه إذا كان احتمال رفض خاطئ لفرضيَّة العدم يتجاوز ٥٪ فلا ترفض هذه الأخيرة، كما يُطلق أيضًا على القيمة بي 'معقوليَّة' فرضيَّة العدم، لذلك كُلما كانت القيمة بي أصغر كُلما كانت فرضيَّة العدم أقل معقوليَّة.

٣,١٥ اختبار الفرضيَّات داخل إفيوز – المثال ١: إعادة النظر في التحوُّط

(Hypothesis testing in EViews – example 1: hedging revisited)

نقوم بتحميل ملف عمل إفيوز 'hedge.wf1' الذي تم إنشاؤه سابقًا، إذا أعدنا مُعاينة جدول نتائج انحدار العوائد (لقطة الشاشة رقم (٣,٤)) فيُمكن أن نرى أنه فضلًا عن القيم المقدَّرة للمعلمات يقوم إفيوز آليًّا بحساب الأخطاء المعياريَّة، النسب تي والقيم بي المرتبطة باختبار ذي طرفين لفرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن القيمة الحقيقيَّة للمعلمة تُساوي صفرًا، كما تم هنا نسخ جزء من جدول نتائج الانحدار مرَّة أخرى (الجدول رقم (٣,٨)) وذلك لتسهيل تفسير هذه النتائج.

يعرض العمود الثالث النسب تي والتي تُمثِّل إحصاءات الاختبار المستخدمة في اختبار فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن القيم الحقيقيَّة للمعلمات تُساوي صفرًا ضد فرضيَّة بديلة من طرفين، بمعنى آخر تختبر هذه الإحصاءات $H_0: \alpha = 0$ مُقابل $H_1: \alpha \neq 0$ في الصف الأول من الجدول، وكذلك $H_0: \beta = 0$ مُقابل $H_1: \beta \neq 0$ في الصف الثاني، كما يُعتبر كون أوَّل هذه الإحصاءات ذا قيمة صغيرة مؤشرًا على أنه من المرجَّح عدم رفض فرضيَّة العدم المقابلة، في حين أنه من المحتمل رفض هذه الفرضيَّة لمعلمة الميل.

Wald test:			
Equation: RETURNREG			
Test statistic	Value	df	Probability
t-statistic	1.243066	132	0.2160
F-statistic	1.545212	(1, 132)	0.2160
Chi-square	1.545212	1	0.2138
Null hypothesis: C(2) = 1			
Null hypothesis summary:			
Normalised restriction (= 0)		Value	Std. err.
−1 + C(2)		0.007291	0.005865
Restrictions are linear in coefficients.			

كما يُمكن تأكيد هذه النتيجة من خلال القيم بي في العمود الأخير، أمَّا القيمة بي للمقطع فهي أكبر بكثير من ٠,١ ممَّا يدل على أن إحصاءة الاختبار المقابلة ليست معنويَّة حتى عند المستوى ١٠٪. في المقابل بالنسبة إلى قيمة معامل الميل فهي تُساوي صفرًا إلى أربعة منازل عشريَّة، وبالتالي يتم رفض فرضيَّة العدم بشكل حاسم.

لنفترض الآن أننا نُريد اختبار فرضيَّة العدم $H_0: \beta = 1$ عوضًا عن $H_0: \beta = 0$. كان من الممكن اختبار هذه الفرضيَّة، أو أي فرضيَّة أخرى للمُعاملات، يدويًّا، وذلك باستخدام المعلومات المتوفِّرة لدينا، لكن من الأسهل القيام بهذا العمل باستخدام إفيوز، وذلك بواسطة كتابة **View** ثم **Coefficient Diagnostics/Wald Test – Coefficient Restrictions**... يُعرِّف إفيوز كل المعلمات في

المتَّجه C بحيث سيُمثِّل C(1) المقطع و C(2) الميل، اكتب بعد ذلك **C(2) = 1** ثم انقر على **OK**، كما نُحيط علمًا كذلك أنه باستخدام هذا البرنامج من الممكن اختبار عدة فرضيات التي ستتم مُناقشتها في الفصل ٤، وكذلك القيود اللاخطيَّة التي لا يُمكن اختبارها باستخدام الإجراءات الاعتياديَّة للاستدلال المبيَّنة آنفًا.

أُجرِي الاختبار بثلاث طرق مُختلفة، لكن تُشير النتائج بوضوح أنه في كل حالة لا يجب رفض فرضيَّة العدم بما أن القيمة بي للاختبار أكبر بكثير من ٠.٠٥. كما نُلاحظ أنه بما أننا نقوم باختبار قيد واحد فإن الصيغ تي، إف، ومُربَّع كاي، سوف تُعطي نفس النتائج، سوف نعود إلى هذه النقطة في الفصل القادم، يُقدِّم إفيوز أيضًا 'القيد المطبع' بالرغم أنه يُمكن تجاهله في الوقت الراهن؛ لأنه يكتفي بتقديم معلمة الميل (بشكل مُختلف) وخطئها المعياري.

فلنعُد الآن إلى انحدار مُستويات السلاسل (أي انحدار سلاسل الأسعار الخام بدلًا من سلاسل العائدات) واختبار فرضيَّة العدم $\beta = 1$ في هذا الانحدار، ينبغي في هذه الحالة نجد أن فرضيَّة العدم مرفوضة بشدَّة (الجدول أدناه).

Wald test:
Equation: LEVELREG

Test statistic	Value	df	Probability
t-statistic	−2.329050	133	0.0214
F-statistic	5.424474	(1, 133)	0.0214
Chi-square	5.424474	1	0.0199

Null hypothesis: C(2)=1

Null hypothesis summary:

Normalised restriction (= 0)	Value	Std. err.
−1 + C(2)	−0.004368	0.001876

Restrictions are linear in coefficients.

٣,١٦ اختبار الفرضيَّات داخل إفيوز– المثال ٢: نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة
(Hypothesis testing in EViews – example 2: the CAPM)

سيقوم هذا التمرين بتقدير واختبار بعض الفرضيَّات حول بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة لعدَّة أسهم أمريكيَّة، لذلك نقوم أوَّلًا **بفتح ملف عمل جديد** لاحتواء البيانات الشهريَّة التي تبدأ من يناير ٢٠٠٢، وتنتهي في أبريل ٢٠١٣، كما نُشير إلى أنه من المعتاد استخدام بيانات شهريَّة لخمس سنوات لتقدير المعلمات بيتا، لكن لنستخدم في الوقت الحالي كل المشاهدات (أكثر من ١٠ سنوات)، قُم بعد ذلك **باستيراد ملف الإكسل 'capm.xls'**، نُظِّم الملف حسب المشاهدات، ويحتوي على ستة أعمدة من الأعداد،

إضافة إلى العمود الأوَّل الذي يضم التواريخ، يجب أيضًا أن تكون قادرًا على مجرد النقر على الخيارات الافتراضيَّة، سوف تظهر أسعار الأسهم الشَّهريَّة لأربع شركات (فورد، جنرال إلكتريك، مايكروسوفت، وأوراكل) ككائنات، إلى جانب قيم المؤشِّر S&P 500 ('Sandp') وأذون الخزانة الأمريكيَّة لثلاثة أشهر (US-Treasury bills) ('ustb3m')، **احفظ ملف العمل إفيوز باسم 'capm.wk1'**.

حتى يتسنى تقدير مُعادلة نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة للسهم فورد على سبيل المثال، نحتاج أوَّلًا إلى تحويل سلاسل السِّعر إلى سلاسل عوائد، ومن ثم إلى فائض عوائد على معدَّل العائد الخالي من الخطر، إذًا لتحويل السلسلة انقر على زر الإنشاء (**Genr**) من نافذة ملف العمل، في النافذة الجديدة اكتب:

$$\mathbf{RSANDP = 100 * LOG(SANDP/SANDP(-1))}$$

سيؤدي ذلك إلى إنشاء سلسلة جديدة مُسمَّاة RSANDP تحتوي على عوائد المؤشر S&P 500. كما نستخدم المؤثر (−١) لإعطاء تعليمات لإفيوز باستخدام مُشاهدات للسلسلة مُتباطئة (مُتأخرة) بفترة واحدة، أمَّا بالنسبة إلى حساب نسبة العوائد على السَّهم فورد فنضغط مرَّة أخرى على الزر **Genr**، ونكتب:

$$\mathbf{RFORD = 100 * LOG(FORD/FORD(-1))}$$

على إثر ذلك ستتحصَّل على سلسلة جديدة مُسمَّاة RFORD تحتوي على عوائد السَّهم فورد، كما نُشير إلى أن إفيوز يُتيح أنواعًا مُختلفة من التحويلات على السلاسل، نذكر على سبيل المثال:

X2 = X/2	يُحدث متغيِّرًا جديدًا يُسمى X2 يكون نصف قيمة X.
XSQ = X^2	يُحدث متغيِّرًا جديدًا يُسمى XSQ يكون تربيعًا لـ X.
LX = LOG(X)	يُحدث متغيِّرًا جديدًا يُسمى LX يكون مُساويًا للوغاريتم X.
LAGX = X(−1)	يُحدث متغيِّرًا جديدًا LAGX يكون مُساويًا لـ X متباطئًا بفترة واحدة
LAGX2 = X(−2)	يُحدث متغيِّرًا جديدًا يُسمى LAGX2 يكون مُساويًا لـ X متباطئًا بفترتين

كما تشمل الدوال الأخرى على:

d(X)	الفرق الأوَّل لـ X.
d(X, n)	الفرق النوني لـ X.
dlog(X)	الفرق الأوَّل للوغاريتم X.
dlog(X, n)	الفرق النوني للوغاريتم X.
abs(X)	القيمة المطلقة لـ X.

إذا تم أثناء عمليَّة تحويل البيانات تسمية السلسلة الجديدة بنفس اسم السلسلة القديمة فإنه سيتم استبدال بيانات هذه الأخيرة (أي الكتابة فوقها)، كما نُشير إلى أنه كان بالإمكان إنشاء عوائد المؤشِّر S&P باستخدام أمر أسهل من ذلك داخل النافذة 'Genr' من قبيل:

$$\mathbf{RSANDP = 100 * DLOG(SANDP)}$$

كما اعتدنا سابقًا لكن من المفيد أن نرى كيف تعمل الصيغة 'dlog'، كما ينبغي أن نكون حَذِرِينَ قليلًا قبل أن نتمكَّن من تحويل العوائد إلى فائض عوائد، وذلك لأن عوائد الأسهم شهريَّة، في حين أن عوائد أذون الخزانة سنويَّة، بإمكاننا إدارة كامل التحليل إمَّا

باستخدام بيانات شهريَّة، أو بيانات سنويَّة، فذلك لا يهم، لكن يجب أن تُقاس السلسلتين بشكل متَّسق، إذًا لتحويل عوائد أذون الخزانة إلى بيانات شهريَّة والكتابة فوق السلسلة الأصليَّة إضغط مرة أخرى على الزر **Genr** ثم اكتب:

USTB3M = USTB3M/12

الآن لحساب فائض العوائد انقر مرة أخرى على **Genr** ثم اكتب:

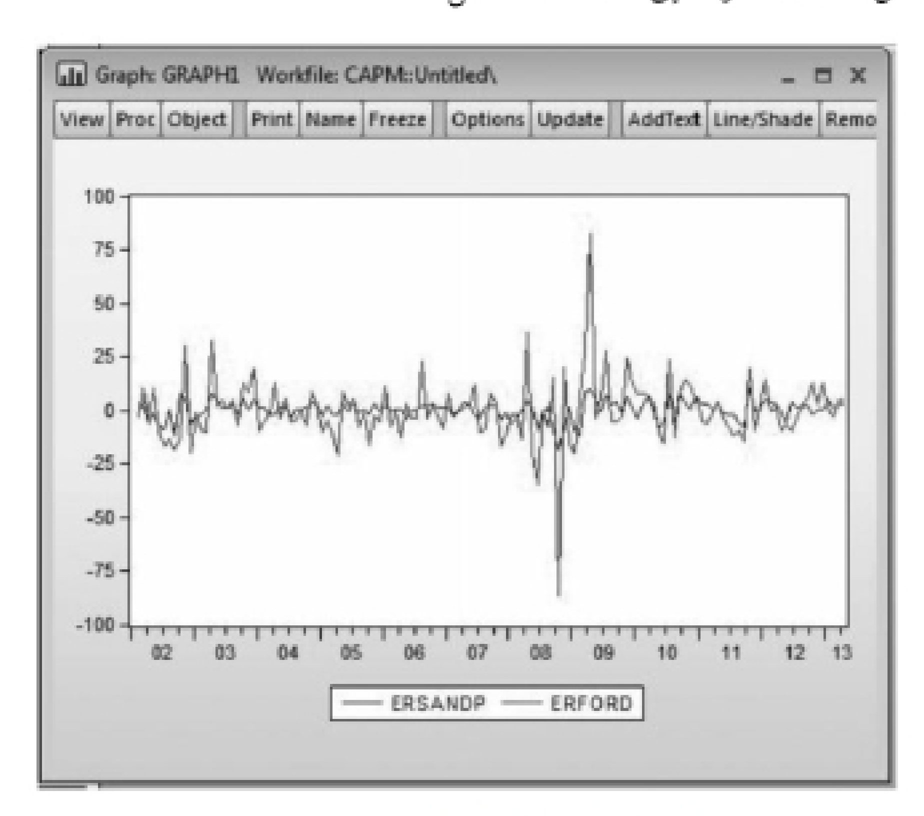
ERSANDP = RSANDP − USTB3M

حيث نستخدم ERSANDP للدلالة على فائض العوائد حتى يتسنى الاحتفاظ بالسلسلة الأصليَّة للعوائد الخام في ملف العمل، بطريقة مُماثلة يُمكن تحويل عوائد فورد إلى سلسلة من فائض العوائد.

الآن وبعد الحصول على فائض العوائد للسلسلتين وقبل إجراء الانحدار، ترسم البيانات، وذلك لفحصها بصريًّا من أجل معرفة ما إذا كانتا تتحرك معًا أم لا، للقيام بذلك قم بإنشاء كائن جديد من خلال النَّقر على القائمة **Object/New Object** من شريط القوائم، اختر بعد ذلك Graph، قم بإدخال اسم لهذا الرسم (قم بتسميته **Graph1**)، ثم في النافذة الجديدة أَدْخِل أسماء السلاسل التي تودُّ رسمها في تلك النافذة اكتب:

ERSANDP ERFORD

اضغط إذًا على **OK** وستظهر لقطة الشاشة رقم (٣،٥)، من الواضح أن السلسلة فورد أكثر تقلُّبًا بكثير من المؤشِّر ككل خصوصًا خلال الفترة ٢٠٠٨-٢٠٠٩ على الرغم أنه في المتوسِّط يبدو أن السلسلتين تتحرّكان غالبًا في نفس الاتجاه، كما يُمثِّل هذا الرسم رسمًا زمنيًّا للمتغيِّرين، على الرغم أن رسم الانتشار قد يكون أكثر غنًى بالمعلومات من ذلك، لفحص رسم الانتشار قم بالنقر على **Options** ثم اختر **Graph Type** من علامة التبويب، حدِّد **Scatter** ثم انقر على **OK**، يبدو أن هناك ارتباطًا موجبًا ضعيفًا بين ERFTAS و ERFORD، اغلق هذه النافذة وعُدْ إلى نافذة ملف العمل.



لقطة الشاشة رقم (٣،٥) رسم للسلسلتين

لتقدير مُعادلة نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة انقر على **Object/New Object**... وفي النافذة الجديدة اختر **Equation** (الخيار الأوَّل في القائمة)، سمِّي الكائن **CAPM** ثم انقر على **OK**. في النافذة قُم بتحديد مُعادلة الانحدار، تأخذ مُعادلة الانحدار الشكل التالي:

$$\left(R_{Ford} - r_f\right)_t = \alpha + \left(R_M - r_f\right)_t + u_t$$

وبما أنه سبق تحويل البيانات للحصول على فائض العوائد فإننا نكتب في نافذة المعادلة:

ERFORD C ERSANDP

وذلك بهدف تحديد مُعادلة الانحدار، انقر على **OK** لاستخدام جميع مُشاهدات العيِّنة، ولتقدير الانحدار باستخدام المربَّعات الصُّغرى (NLS و ARMA)، تظهر شاشة النتائج كما في الجدول التالي، تأكد أنك **حفظت** ثانية **ملف العمل** ليحتوي على السلاسل المحوَّلة وعلى نتائج الانحدار.

Dependent Variable: ERFORD
Method: Least Squares
Date: 07/02/13 Time: 10:55
Sample (adjusted): 2002M02 2013M04
Included observations: 135 after adjustments

	Coefficient	Std. error	t-Statistic	Prob.
C	−0.319863	1.066409	−0.294423	0.7689
ERSANDP	2.026213	0.237743	8.522711	0.0000

R-squared	0.353228	Mean dependent var	−0.078204
Adjusted R-squared	0.348365	S.D. dependent var	15.63184
S.E. of regression	12.61863	Akaike info criterion	7.922930
Sum squared resid	21177.56	Schwarz criterion	7.965971
Log likelihood	−532.7977	Hannan-Quinn criter.	7.940420
F-statistic	72.63660	Durbin-Watson stat	2.586482
Prob(F-statistic)	0.000000		

لنأخذ الآن بعض الدقائق لفحص نتائج الانحدار، ما هي القيمة المقدَّرة لمعامل الميل وماذا تعني؟ هل أن هذا المعامل معنوي إحصائيًّا؟ بالنسبة للقيمة المقدَّرة لمعامل بيتا (معامل الميل) فهي ٢,٠٢٦، أما القيمة بي لنسبة تي فهي ٠,٠٠٠٠ مما يدل على أن فائض العوائد للمتغيِّر الوكيل لعائد السوق يتميَّز بقوَّة تفسيريَّة هامة للغاية لتغيُّرية فائض عوائد السَّهم فورد، أمَّا الآن فنتساءل عن: ما هو تفسير القيمة المقدَّرة للمقطع؟ هل أنها معنوية إحصائيًّا؟

في الحقيقة هناك طريقة أسرع بكثير لاستخدام المتغيِّرات المحوَّلة في مُعادلات الانحدار، وذلك بكتابة التحويل مُباشرة في نافذة المعادلة في نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة السابق، ويُمكن القيام بذلك بكتابة:

$$(100 * \text{DLOG(FORD)}) - (\text{USTB3M}/12)\ \text{C}\ (100 * \text{DLOG(SANDP)}) - (\text{USTB3M}/12)$$

داخل نافذة المعادلة، بالإضافة إلى كونها الأسرع، تتميَّز هذه الطريقة بأن الناتج يُظهر بشكل أوضح الانحدار الذي أُجري فعليًّا بحيث يُمكن مُلاحظة الأخطاء في التحويلات بشكل أوضح.

السؤال الذي يُطرح الآن هو كيف يُمكن اختبار فرضيَّة أن قيمة معامل المجتمع تُساوي ١؟ تكون الإجابة عن هذا السؤال بالضغط على **View/Coefficient Diagnostics/Wald Test – Coefficient Restrictions**...ثم نكتب في المربع الذي سوف يظهر C(2) = 1. النتيجة هنا هي رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة للسهم فورد يُساوي واحدًا باقتناع، وبالتالي فإن القيمة المقدَّرة لبيتا وهي ٢,٠٢٦ مُختلفة معنويًّا عن واحد[٥].

المفاهيم الرئيسية

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسية التالية:

- نموذج الإنحدار
- المجتمع
- النموذج الخطي
- عدم التحيّز
- الخطأ المعياري
- فرضيّة العدم
- التوزيع تي
- إحصاءة الإختبار
- الخطأ من النوع الأوّل
- حجم الإختبار
- القيمة بي
- مُقاربة
- حد الخطأ
- العيّنة
- الإتساق
- الكفاءة
- الإستدلال الإحصائي
- الفرضية البديلة
- فترة الثقة
- منطقة الرفض
- الخطأ من النوع الثاني
- قوّة الإختبار
- تنقيب في البيانات (Data Mining)

مُلحق الاشتقاقات الرياضيَّة لنتائج نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

(Mathematical derivations of CLRM results)

٣,١أ اشتقاق مقدَّرات معاملات المربعات الصغرى العاديَّة في حالة متغيِّرين اثنين

(Derivation of the OLS coefficient estimator in the bivariate case)

$$L = \sum_{t=1}^{T}(y_t - \hat{y}_t)^2 = \sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t\right)^2 \quad (١،أ٣)$$

من الضروري تصغير L بالنسبة لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ لإيجاد قيم α و β التي تُعطي أقرب خط للبيانات، لذا نقوم بتفاضل L بالنسبة لـ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ ثم نُساوي المشتقات الأولى بصفر، تكون هذه المشتقات الأولى كالآتي:

---

(٥) ليس هذا مُستغرَبًا؛ نظرًا للمسافة بين ١ و ٢,٠٢٦. ومع ذلك في بعض الأحيان وخاصة إذا كان حجم العيّنة صغيرًا جدًّا، والذي يؤدي إلى أخطاء قياسية كبيرة حيث ان هناك العديد من الفرضيات المختلفة غير مرفوضة ، على سبيل المثال، تكون كلتا الفرضيتين $H_0: \beta = 0$ و $H_0: \beta = 1$ غير مرفوضتين.

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\alpha}} = -2\sum_t \left(y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t\right) = 0 \quad (٢،أ٣)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\beta}} = -2\sum_t x_t\left(y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t\right) = 0 \quad (٣،أ٣)$$

تتمثَّل الخطوة التالية في إعادة ترتيب (٣،أ٢) و (٣،أ٣) للحصول على صيغ $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$. من المعادلة (٣،أ٢) نتحصَّل على:

$$\sum_t \left(y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t\right) = 0 \quad (٣،أ٤)$$

كما نُذكِّر أن الجمع يمتد من ١ إلى T بحيث يكون لدينا T عنصر في $\hat{\alpha}$، إذًا بعد تفكيك الأقواس نتحصَّل على:

$$\sum y_t - T\hat{\alpha} - \hat{\beta}\sum x_t = 0 \quad (٣،أ٥)$$

بما أن $\sum y_t = T\bar{y}$ و $\sum x_t = T\bar{x}$، من الممكن إذًا كتابة (٣،أ٥)كالآتي:

$$T\bar{y} - T\hat{\alpha} - T\hat{\beta}\bar{x} = 0 \quad (٣،أ٦)$$

أو

$$\bar{y} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}\bar{x} = 0 \quad (٣،أ٧)$$

من المعادلة (٣،أ٣) نتحصَّل على:

$$\sum_t x_t\left(y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t\right) = 0 \quad (٣،أ٨)$$

ومن المعادلة (٣،أ٧) نتحصَّل على:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \quad (٣،أ٩)$$

بتعويض $\hat{\alpha}$ من المعادلة (٣،أ٩) داخل المعادلة (٣،أ٨) نتحصَّل على:

$$\sum_t x_t\left(y_t - \bar{y} + \hat{\beta}\bar{x} - \hat{\beta}x_t\right) = 0 \quad (٣،أ١٠)$$

$$\sum_t x_t y_t - \bar{y}\sum x_t + \hat{\beta}\bar{x}\sum x_t - \hat{\beta}\sum x_t^2 = 0 \quad (٣،أ١١)$$

$$\sum_t x_t y_t - T\bar{y}\bar{x} + \hat{\beta}T\bar{x}^2 - \hat{\beta}\sum x_t^2 = 0 \quad (٣،أ١٢)$$

بإعادة ترتيب المعادلة بالنسبة لـ $\hat{\beta}$ نتحصَّل على:

$$\hat{\beta}(T\bar{x}^2 - \sum x_t^2) = T\bar{y}\bar{x} - \sum x_t y_t \quad (٣،أ١٣)$$

بتقسيم جانبي المعادلة (٣،أ١٣) بـ $(T\bar{x}^2 - \sum x_t^2)$ نتحصَّل على:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \quad \text{و} \quad \hat{\beta} = \frac{\sum x_t y_t - T\bar{y}\bar{x}}{\sum x_t^2 - T\bar{x}^2} \quad (٣،أ١٤)$$

٣,٢أ اشتقاق مقدَّرات المربعات الصُّغرى العاديَّة للأخطاء المعياريَّة للمقطع والميل في حالة متغيِّرين اثنين

(Derivation of the OLS standard error estimators for the intercept andslope in the bivariate case)

نُذكر بأنه يُمكن كتابة تباين المتغيِّر العشوائي $\hat{\alpha}$ كالآتي:

$$var(\hat{\alpha}) = E\left(\hat{\alpha} - E(\hat{\alpha})\right)^2 \quad (٣أ،١٥)$$

وبما أن مقدَّر المربعات الصُّغرى العاديَّة غير مُتحيِّز، يكون:

$$var(\hat{\alpha}) = E(\hat{\alpha} - \alpha)^2 \quad (٣أ،١٦)$$

ولنفس السبب، يُكتب تباين مقدَّر الميل كالآتي:

$$var(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)^2 \quad (٣أ،١٧)$$

لنعمل أوّلًا على المعادلة (٣أ،١٧) وبتعويض $\hat{\beta}$ بصيغتها المقدَّمة من قبل مقدَّر المربعات الصُّغرى العاديَّة نتحصَّل على:

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\sum(x_t-\bar{x})(y_t-\bar{y})}{\sum(x_t-\bar{x})^2} - \beta\right)^2 \quad (٣أ،١٨)$$

نُعوِّض y_t بـ $\alpha + \beta x_t + u_t$ كما نُعوِّض $\bar{y}$ بـ $\alpha + \beta\bar{x}$ في المعادلة (٣أ،١٨):

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\sum(x_t-\bar{x})(\alpha+\beta x_t+u_t-\alpha-\beta\bar{x})}{\sum(x_t-\bar{x})^2} - \beta\right)^2 \quad (٣أ, ١٩)$$

بإلغاء α وبضرب آخر حد β في المعادلة (٣أ, ١٩) بـ $\frac{\sum(x_t-\bar{x})^2}{\sum(x_t-\bar{x})^2}$:

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\sum(x_t-\bar{x})(\beta x_t+u_t-\beta\bar{x}) - \beta\sum(x_t-\bar{x})^2}{\sum(x_t-\bar{x})^2}\right)^2 \quad (٣أ, ٢٠)$$

بإعادة ترتيب المعادلة:

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\sum(x_t-\bar{x})\beta(x_t-\bar{x})+\sum u_t(x_t-\bar{x})-\beta\sum(x_t-\bar{x})^2}{\sum(x_t-\bar{x})^2}\right)^2 \quad (٣أ, ٢١)$$

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\beta\sum(x_t-\bar{x})^2+\sum u_t(x_t-\bar{x})-\beta\sum(x_t-\bar{x})^2}{\sum(x_t-\bar{x})^2}\right)^2 \quad (٣أ, ٢٢)$$

الآن بعد إلغاء الحدود β في المعادلة (٣أ, ٢٢) نتحصَّل على:

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\sum u_t(x_t-\bar{x})}{\sum(x_t-\bar{x})^2}\right)^2 \quad (٣أ, ٢٣)$$

دعونا الآن نرمز بـ x_t^* للدلالة على المشاهدة x_t المعدَّلة وفق الوسط الحسابي، أي $(x_t - \bar{x})$. يُمكن كتابة المعادلة (٣أ, ٢٣) كالآتي:

$$var(\hat{\beta}) = E\left(\frac{\sum u_t x_t^*}{\sum x_t^{*2}}\right)^2 \quad (٣أ, ٢٤)$$

كما يُمكن إخراج مقام المعادلة رقم (٣أ, ٢٤) من مُؤثِّر التوقعات في ظل افتراض أن x هو ثابت أو غير تصادُفي.

$$var(\hat{\beta}) = \frac{1}{(\sum x_t^{*2})^2} E(\sum u_t x_t^*)^2 \quad (٣أ, ٢٥)$$

بتوسيع حدود آخر جمع في المعادلة (٣أ, ٢٥) يكون:

$$var(\hat{\beta}) = \frac{1}{(\sum x_t^{*2})^2} E(u_1 x_1^* + u_2 x_2^* + \cdots + u_T x_T^*)^2 \quad (٣أ, ٢٦)$$

نقوم الآن بتفكيك أقواس الحدود التربيعيَّة داخل مؤثر التوقعات للمُعادلة (٣أ, ٢٦):

$$var(\hat{\beta}) = \frac{1}{(\sum x_t^{*2})^2} E(u_1^2 x_1^{*2} + u_2^2 x_2^{*2} + \cdots + u_T^2 x_T^{*2} + cross - products) \quad (٣أ, ٢٧)$$

حيث يرمُز '$cross - products$' (حاصل ضرب العناصر المتقاطعة) في المعادلة (٣أ, ٢٧) إلى كل العناصر $u_i x_i^* u_j x_j^* (i \neq j)$. كما يُمكن كتابة حاصل ضرب هذه العناصر المتقاطعة كالتالي: $u_i u_j x_i^* x_j^* (i \neq j)$، وتكون توقُّعاتها صفرًا في ظل فرضيَّة أن حدود الخطأ غير مُترابطة فيما بينها، وبالتالي نزيلها من المعادلة رقم (٣أ، ٢٧)، كما نُذكِّر أيضًا من خلال ما جاء في الفصل أن $E(u_t^2)$ يُمثِّل تبايُن الخطأ والذي يُقدَّر بـ s^2:

$$var(\hat{\beta}) = \frac{1}{(\sum x_t^{*2})^2} E(s^2 x_1^{*2} + s^2 x_2^{*2} + \cdots + s^2 x_T^{*2})^2 \quad (٣أ, ٢٨)$$

والذي يُمكن أيضًا كتابته:

$$var(\hat{\beta}) = \frac{s^2}{(\sum x_t^{*2})^2} (x_1^{*2} + x_2^{*2} + \cdots + x_T^{*2})^2 = \frac{s^2 \sum x_t^{*2}}{(\sum x_t^{*2})^2} \quad (٣أ, ٢٩)$$

بحذف الحد $\sum x_t^{*2}$ من بسط ومقام المعادلة (٣أ, ٢٩)، وبتذكُّر أن $x^* = (x_t - \bar{x})$، نتحصَّل على تباين مُعامل الميل كالآتي:

$$var(\hat{\beta}) = \frac{s^2}{\sum (x_t - \bar{x})^2} \quad (٣أ, ٣٠)$$

وبالتالي يُمكن الحصول على الخطأ المعياري بأخذ الجذر التربيعي للمُعادلة (٣أ, ٣٠):

$$SE(\hat{\beta}) = s\sqrt{\frac{1}{\sum (x_t - \bar{x})^2}} \quad (٣أ, ٣١)$$

نتطرَّق الآن إلى اشتقاق الخطأ المعياري للمقطع، وهو في الواقع أكثر صعوبة بكثير من الخطأ المعياري للميل، في الحقيقة يكون حساب كليهما أكثر سهولة بكثير إذا ما استخدمنا جبر المصفوفات كما هو مُبيَّن أدناه، بناءً على ذلك سنُقدِّم هذا الاشتقاق بشكل موجز، من الممكن أيضًا وصف $\hat{\alpha}$ على شكل دالة في α الحقيقيَّة وحد الاضطراب u_t:

$$\hat{\alpha} = \alpha + \frac{\sum u_t [\sum x_t^2 - x_t \sum x_t]}{[T \sum x_t^2 - (\sum x_t)^2]} \quad (٣أ, ٣٢)$$

نرمز إلى كل العناصر بين القوسين المعقوفين (المربعين) بـ g_t، يُمكن إذًا كتابة المعادلة (٣أ،٣٢) كالآتي:

$$\hat{\alpha} - \alpha = \sum u_t g_t \quad (٣أ, ٣٣)$$

من المعادلة (٣أ،٣٣) يُكتب تباين المقطع كالآتي:

$$var(\hat{\alpha}) = E(\sum u_t g_t)^2 = \sum g_t^2 E(u_t^2) = s^2 \sum g_t^2 \quad (٣أ, ٣٤)$$

بتعويض g_t^2 بقيمتها في المعادلة رقم (٣أ, ٣٤) وبتفكيك الأقواس نتحصَّل على:

$$var(\hat{\alpha}) = \frac{s^2\left[T(\sum x_t^2)^2 - 2\sum x_t(\sum x_t^2)\sum x_t + (\sum x_t^2)(\sum x_t)^2\right]}{[T\sum x_t^2 - (\sum x_t)^2]^2} \quad (٣أ, ٣٥)$$

يبدو ذلك مُعقَّدًا لكن لحسن الحظ إذا أخذنا $\sum x_t^2$ خارج الأقواس المعقوفة في البسط، فإن البسط المتبقِّي يُلغى مع حد المقام لإعطاء النتيجة المرجُوَّة التالية:

$$SE(\hat{\beta}) = s\sqrt{\frac{\sum x_t^2}{T\sum(x_t - \bar{x})^2}} \quad (٣أ, ٣٦)$$

أسئلة التعلُّم الذاتي:

(١) (أ) لماذا تنطوي عمليَّة تقدير المربَّعات الصُّغرى العاديَّة على أخذ الانحرافات الرَّأسيَّة بين النقاط والخط بدلًا من المسافات الأفقيَّة؟

(ب) لماذا تُربَّع المسافات الرأسيَّة قبل جمعها معًا؟

(ج) لماذا تأخذ مربعات المسافات الرأسيَّة عوضًا عن القيم المطلقة؟

(٢) اشرح، باستخدام مُعادلات، الفرق بين دالة انحدار العيِّنة ودالة انحدار المجتمع.

(٣) ما هو المقدِّر؟ هل أن مقدِّر المربعات الصغرى العاديَّة مُتفوِّق على جميع المقدِّرات الأخرى؟ لماذا ولماذا لا؟

(٤) ما هي الافتراضات الخمس المتعلِّقة عادة بحدود الخطأ غير المُشاهدة في نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي؟ اشرح باختصار معنى كل واحدة منها، لماذا وُضعت هذه الفرضيَّات؟

(٥) أي من النماذج التالية يُمكن تقديره (بعد إعادة ترتيب مُناسبة إذا اقتضى الأمر) باستخدام المربَّعات الصُّغرى العاديَّة حيث يُمثِّل x، y، و z المتغيِّرات و α، β، و γ المعلمات المفترض تقديرها (تلميح: تحتاج النماذج أن تكون خطِّية في المعلمات).

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \quad (٣،٣٩)$$

$$y_t = e^{\alpha} x_t^{\beta} e^{u_t} \quad (٣،٤٠)$$

$$y_t = \alpha + \beta\gamma x_t + u_t \quad (٣،٤١)$$

$$ln(y_t) = \alpha + \beta\, ln(x_t) + u_t \quad (٣،٤٢)$$

$$y_t = \alpha + \beta x_t z_t + u_t \quad (٣،٤٣)$$

(٦) باستخدام التَّرميز الموحَّد يُمكن لنموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة أن يُكتب كالآتي:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i\left[E(R_m) - R_f\right] \quad (٣،٤٤)$$

تتمثَّل الخطوة الأولى عند استخدام نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة في تقدير بيتا السَّهم، ويكون ذلك باستخدام نموذج السوق، يُمكن كتابة نموذج السوق كالآتي:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + u_{it} \quad (٤٥،٣)$$

حيث يُمثِّل R_{it} فائض عوائد الورقة الماليَّة i في الزمن t، R_{mt} فائض عوائد المتغيِّر الوكيل عن محفظة السوق في الزمن t و u_t حد اضطراب عشوائي مُستقل ومُوزَّع بشكل مُتطابق (iid). في هذه الحالة يُمثِّل معامل بيتا أيضًا بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة للورقة الماليَّة i.

لنفترض الآن أننا قدَّرنا المعادلة رقم (٤٥،٣)، وأننا وجدنا أن القيمة المقدَّرة لبيتا السَّهم، أي $\hat{\beta}$، هي ١,١٤٧ وبأن الخطأ المعياري المقترن بهذا المعامل قُدِّر بـ ٠,٠٥٤٨.

أخبرك المحلِّل أن هذه الورقة الماليَّة تتبع إلى حد كبير السوق إلَّا أنها في المتوسِّط ليست أكثر مُخاطرة منه، يُمكن اختبار ذلك من خلال فرضيَّة العدم أن قيمة بيتا تُساوي واحدًا، تمَّ تقدير هذا النموذج على اثنتين وستين مُشاهدة يوميَّة، اختبر هذه الفرضيَّة مُقابل الفرضيَّة البديلة من جانب واحد، والمتمثِّلة في أن الورقة الماليَّة أكثر مُخاطرة من السوق عند مُستوى ٥٪. ضع فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة، ماذا تستنتج؟ هل أن مزاعم المحلِّل تحقَّقت عمليًّا؟

(٧) يُخبرك المحلِّل أيضًا أن ليس لأسهم كريس منينج بي إل سي (Chris Mining plc) أي مُخاطرة مُنتظمة (Systematic Risk)، بعبارة أخرى: ليس للعوائد على أسهمها أي علاقة بتقلُّبات السوق، أمَّا القيم المحسوبة لبيتا ولخطئها المعياري فهي على التوالي ٠,٢١٤ و ٠,١٨٦. كما قُدِّر النموذج على ثماني وثلاثين مُشاهدة فصليَّة. صغْ فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة، اختبر فرضيَّة العدم هذه مُقابل فرضيَّة بديلة من طرفين.

(٨) شكِّل وفسِّر فترات ثقة بنسب ٩٥٪ و ٩٩٪ لبيتا باستخدام الأرقام الواردة في السُّؤال ٧.

(٩) هل يتم اختبار الفرضيات على القيم الحقيقيَّة للمعاملات (أي β) أم على قيمها المقدَّرة (أي $\hat{\beta}$) ولماذا؟

(١٠) باستخدام إفيوز، اختر واحدة من سلاسل الأسهم الأخرى من الملف 'capm.wk1' وقم بتقدير بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسمالية لهذا السهم، اختبر فرضيَّة عدم تتمثَّل في أن قيمة بيتا الحقيقيَّة هي واحد، واختبر كذلك أن قيمة ألفا الحقيقيَّة (المقطع) هي صفر، ما هي استنتاجاتك؟

الفصل الرابع

مزيد من التطوير والتحليل لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

Further Development and Analysis of the Classical Linear Regression Model

مخرجات التعلم

ستتعلَّم في هذا الفصل كيفية:

- إنشاء نماذج بأكثر من مُتغيِّر مُفسِّر واحد
- اختبار الفرضيَّات المتعدِّدة باستخدام اختبار إف
- تحديد مدى نجاح النموذج في ملاءمة البيانات
- صياغة الانحدار المقيَّد
- اشتقاق معلمات المربعات الصُّغرى العادية والأخطاء المعياريَّة للمُقدَّرات باستخدام جبر المصفوفات
- تقدير نماذج الانحدار المتعدِّدة واختبار الفرضيَّات المتعدِّدة داخل إفيوز
- إنشاء وتفسير نماذج انحدار المقاييس الموضعية.

٤ , ١ تعميم النموذج البسيط إلى الانحدار الخطي المتعدد

(Generalising the simple model to multiple linear regression)

تم في السابق استخدام نموذج على الشكل التالي:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \quad t = 1,2,\dots,T \tag{٤،١}$$

تمثل المعادلة رقم (٤،١) نموذج الانحدار ثنائي المتغيِّر البسيط، وهذا يعني أنه يتم تفسير تغيُّرات المتغيِّر التابع بالاعتماد على تغيُّرات متغيِّر مُفسِّر واحد، x، لكن ماذا لو أن النظرية الماليَّة، أو الفكرة التي نسعى لفحصها تُشير إلى أن المتغيِّر التابع يتأثَّر بأكثر من متغيِّر مستقل واحد؟ يمكن على سبيل المثال إجراء تقدير بسيط واختبارات على نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة باستخدام معادلة على الشكل (٤،١)، لكن نظرية التسعير بالمراجحة (Arbitrage Pricing Theory) لا تفترض مُسبقًا وجود عامل واحد فقط يُؤثِّر على عوائد الأسهم، ولتقديم توضيح عن ذلك يُمكن أن نزعم أن عوائد الأسهم تعتمد على حساسيتها تجاه التغيُّرات غير المتوقعة في:

(١) التضخم.

(٢) الفروق في عوائد السندات قصيرة الأجل وعوائد السندات طويلة الأجل.

(٣) الإنتاج الصناعي.

(٤) المخاطر الضمنيَّة (Default Risks).

إن وجود مُتغيِّر مُستقل واحد فقط سيكون غير جيِّد في هذه الحالة، من الممكن طبعًا استخدام كل من العوامل المفسِّرة الأربعة المقترحة في انحدارات منفصلة، لكن عندما يكون لدينا أكثر من مُتغيِّر مُفسِّر واحد في نفس الوقت في معادلة الانحدار، فهذا يكون أكثر فائدة وأصح، وبالتالي فحص تأثير كل المتغيِّرات المفسِّرة معًا على المتغيِّر المفسَّر.

من السهل جدًّا تعميم النموذج البسيط إلى نموذج يحتوي على k مُتغيِّر انحداري (مُتغيِّرات مُستقلَّة). تُصبح المعادلة رقم (١،٤) كالتالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + u_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T \qquad (٢،٤)$$

وهكذا فإن المتغيِّرات x_{2t}، x_{3t}، ...، x_{kt} تُمثِّل مجموعة من $k - 1$ مُتغيِّر مُفسِّر يُعتقد أنها تُؤثِّر على y، وأن القيم المقدَّرة للمعاملات β_1، β_2، β_3، ...، β_k تُحدِّد مقدار تأثير كل من هذه المتغيِّرات المفسِّرة على y. كما تُعدَّل تفسيرات المعاملات قليلًا في سياق الانحدار المتعدِّد، يُعرف الآن كل معامل بكونه معامل الانحدار الجزئي، ويُفسَّر على أنه يمثِّل التأثير الجزئي لمتغيِّر مُفسِّر معيَّن على المتغيِّر المفسَّر، وذلك بعد تثبيت أو إلغاء تأثير كل المتغيِّرات المفسِّرة الأخرى، على سبيل المثال، يقيس β_2 تأثير x_2 على y وذلك بعد إزالة تأثيرات x_3، x_4، ...، x_k. ويُمكن التعبير عن ذلك بعبارة أخرى بالقول: إن كل معامل يقيس متوسِّط تغيُّر المتغيِّر التابع نتيجة تغيُّر متغيِّر مُستقل مُعيَّن بمقدار وحدة، وذلك بترك كل المتغيِّرات المستقلة الأخرى ثابتة عند قيمها المتوسِّطة.

٢,٤ الحد الثابت

(The constant term)

في المعادلة رقم (٢،٤) السابقة سيُلاحظ القراء الفطنين أنه تم ترقيم المتغيِّرات المفسِّرة $x_2, x_3, \ldots$ أي أن القائمة تبدأ بـ x_2 وليس بـ x_1. أين x_1 إذًا؟ في الواقع x_1 هو الحد الثابت والذي يُمثَّل عادة بعمود تكون جميع عناصره واحدًا صحيحًا (Column of ones) وبطول T:

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (٣،٤)$$

وبالتالي فإن هناك ضمنيًّا مُتغيِّر يختفي بجانب β_1 وهو متَّجه عمودي جميع عناصره واحد صحيح، وحيث يُمثِّل عدد المشاهدات في العيِّنة طول هذا الأخير، لا يُكتب x_1 عادة في مُعادلة الانحدار، وذلك بنفس الطريقة التي يتم بها كتابة وحدة من p ووحدتين من q على النحو '$p + 2q$' وليس '$1p + 2q$'. يُمثِّل β_1 المعامل المرتبط بالحد الثابت (والذي كان يُسمَّى α في الفصل السابق)، لا يزال بالإمكان أن يُشير هذا المعامل إلى المقطع، والذي يُمكن أن يُفسَّر على أنه القيمة المتوسِّطة التي سيتخذها y عندما تتخذ جميع المتغيِّرات المفسِّرة القيمة صفرًا.

ربما يكون ضروريًا الآن تقديم تعريف أدق لـ k أي لعدد المتغيّرات المفسّرة، يُعرَّف k طوال هذا الكتاب على أنه عدد 'المتغيّرات المفسّرة' ، أو عدد المتغيّرات الانحدارية بما في ذلك الحد الثابت، ويُعادل ذلك عدد المعلمات المقدَّرة في مُعادلة الانحدار، على وجه التحديد ليس من المعقول تسمية الثابت بمتغيّر مُفسِّر؛ لأنه لا يُفسِّر أي شيء، ولأنه يأخذ دائمًا نفس القيم، ومع ذلك، سيتم استخدام هذا التعريف لـ k لغرض تسهيل الترميز.

يُمكن التعبير عن المعادلة رقم (٢،٤) بطريقة أكثر تراصًا من خلال كتابتها في شكل مصفوفة:

$$y = X\beta + u \qquad (٤،٤)$$

حيث: y من الدرجة $T \times 1$

X من الدرجة $T \times k$

β من الدرجة $k \times 1$

u من الدرجة $T \times 1$

يتمثّل الاختلاف بين المعادلتين رقم (٢،٤) و (٤،٤) في أن جميع المشاهدات الزمنيّة مُتراصّة في مُتّجه، وبأن أيضًا جميع المتغيّرات المفسِّرة المختلفة مُكدَّسة معًا، بحيث يكون هناك عمود لكل واحد منهم في المصفوفة X، قد يبدو أن مثل هذا الترميز مُعقَّد دون داعٍ، لكن في الواقع عادة ما يكون الترميز المصفوفي أقل حجمًا وأسهل استعمالًا، إذًا وعلى سبيل المثال، إذا كان k يُساوي ٢ أي أن هناك مُتغيِّرين انحداريين، أحدهما هو الحد الثابت (أي ما يعادل انحدار بسيط ثنائي المتغيّر $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$)، فمن الممكن كتابة:

$$\underset{T \times 1}{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}} = \underset{T \times 2}{\begin{bmatrix} 1 & x_{21} \\ 1 & x_{22} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{2T} \end{bmatrix}} \underset{2 \times 1}{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}} + \underset{T \times 1}{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_T \end{bmatrix}} \qquad (٥،٤)$$

حيث يُمثّل x_{ij} أي عنصر المصفوفة X، المشاهدة الزمنيّة j للمُتغيِّر i، لاحظ أن المصفوفات المكتوبة بهذه الطريقة هي مصفوفات *مُتوافقة*، أي بعبارة أخرى تُعتبر عمليات الضرب والجمع على المصفوفات في الجانب الأيمن للمُعادلة عمليات صحيحة.

يُمثّل العرض أعلاه الطريقة الاعتياديّة للتعبير عن المصفوفات في أدب الاقتصاد القياسي للسلاسل الزمنيّة على الرغم من أن ترتيب الأدلة يختلف عن الأدلة المستخدمة في رياضيات جبر المصفوفات (كما ورد في الفصل ٢ من هذا الكتاب)، في الحالة الأخيرة يُمثّل x_{ij} العنصر في الصف i والعمود j، وإن كان الترميز المستخدم في متن هذا الكتاب عكس ذلك تمامًا.

٤,٣ كيف تُحسب المعلمات (عناصر المتّجه β) في الحالة المعمَّمة؟

How are the parameters (the elements of the β vector))

(calculated in the generalised case?

تم سابقًا تصغير مجموع مربعات البواقي $\sum \hat{u}_t^2$ بالنسبة لـ α و β، في إطار الانحدار المتعدِّد وبغية الحصول على القيم المقدرة للمعلمات β_1، β_2، ... β_k، يتم تصغير مجموع مربعات البواقي بالنسبة إلى جميع عناصر β، يمكن الآن تجميع البواقي في متجه كالآتي:

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_T \end{bmatrix} \quad (٤،٦)$$

يُعتبر مجموع مُربعات البواقي أيضًا دالة الخسارة ويُقدَّم على شكل ترميز مصفوفي كالآتي:

$$L = \hat{u}'\hat{u} = [\hat{u}_1 \quad \hat{u}_2 \quad \cdots \quad \hat{u}_T] \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_T \end{bmatrix} = \hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2 + \cdots + \hat{u}_T^2 = \sum \hat{u}_t^2 \quad (٤،٧)$$

باستخدام إجراء مماثِل لذلك المستخدم في حالة الانحدار ثنائي المتغيِّرات، أي بإجراء تعويض في المعادلة رقم (٤،٧)، وباستخدام $\hat{\beta}$ للإشارة إلى متَّجه المعلمات المقدَّرة، من الممكن إثبات (انظر مُلحق هذا الفصل) أننا ستحصل على القيم المقدرة للمعاملات بواسطة عناصر التعبير التالي:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} = (X'X)^{-1}X'y \quad (٤،٨)$$

أمَّا إذا أردنا التحقُّق من أبعاد الجانب الأيمن للمُعادلة رقم (٤،٨)، نلاحظ أنها ستكون $k \times 1$ وهي الأبعاد المطلوبة، نظرًا إلى أن هناك k معلمة يجب تقديرها باستخدام صيغة $\hat{\beta}$.

لكن كيف تُحسب الأخطاء المعيارية للقيم المقدَّرة للمُعاملات؟ في السابق، لتقدير تبايُن الأخطاء σ^2، يتم استخدام مُقدِّر يُرمز إليه بـ s^2:

$$s^2 = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{T-2} \quad (٤،٩)$$

يُمثِّل $T-2$ مقام المعادلة رقم (٤،٩) وهو عدد درجات الحريَّة لنموذج الانحدار ثُنائي المتغيِّر (أي عدد المشاهدات ناقص اثنين)، وينطبق ذلك أساسًا لأننا عمليًا 'خسرنا' مُشاهدتين عند تقدير معلمتَي النموذج (أي عند اشتقاق القيم المقدَّرة لـ α و β)، في حال وجود أكثر من متغيِّر مُفسِّر واحد إلى جانب الحد الثابت وباستخدام الترميز المصفوفي، سوف يتم تعديل المعادلة رقم (٤،٩) إلى:

$$s^2 = \frac{\hat{u}'\hat{u}}{T-k} \quad (٤،١٠)$$

حيث يُمثِّل k عدد المتغيِّرات الانحداريَّة بما في ذلك الثابت، في هذه الحالة 'خسرنا' k مُشاهدة بما أننا قُمنا بتقدير k معلمة ممَّا يترك $T-k$ درجة حرِّية، كما يُمكن أيضًا أن نُبيِّن (انظر مُلحق هذا الفصل) أن مصفوفة التباين والتغاير للمعلمات هي:

$$var(\hat{\beta}) = s^2(X'X)^{-1} \quad (٤،١١)$$

تُعطي حدود القطر الرئيس تباين المعاملات في حين تُمثِّل الحدود خارج القطر الرئيس التغاير بين القيم المقدَّرة للمعلمات، وبالتالي فإن تباين $\hat{\beta}_1$ هو أول عنصر في القطر، تباين $\hat{\beta}_2$ هو ثاني عنصر في القطر وتباين $\hat{\beta}_k$ هو العنصر رقم k في القطر، وهكذا يُمكن ببساطة الحصول على مُعاملات الأخطاء المعياريَّة، وذلك بأخذ الجذور التربيعيَّة لكل حد من حدود القطر الرئيس.

مثال(٤ , ١)

تم تقدير النموذج التالي الذي يحتوي على ثلاثة مُتغيِّرات انحداريَّة (بما في ذلك الثابت) على مدى خمس عشرة مُشاهدة:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + u \quad (٤،١٢)$$

وقد تم حساب البيانات التالية من السلسلة الأصلية x:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.0 & 3.5 & -1.0 \\ 3.5 & 1.0 & 6.5 \\ -1.0 & 6.5 & 4.3 \end{bmatrix}, (X'y) = \begin{bmatrix} -3.0 \\ 2.2 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \hat{u}'\hat{u} = 10.96$$

حُسبت تقديرات المعاملات وأخطاؤها المعياريَّة.

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} = (X'X)^{-1}X'y = \begin{bmatrix} 2.0 & 3.5 & -1.0 \\ 3.5 & 1.0 & 6.5 \\ -1.0 & 6.5 & 4.3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3.0 \\ 2.2 \\ 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.10 \\ -4.40 \\ 19.88 \end{bmatrix} \quad (٤،١٣)$$

يتطلب حساب الأخطاء المعيارية مقدَّرًا لـ σ^2:

$$s^2 = \frac{RSS}{T-k} = \frac{10.96}{15-3} = 0.91 \quad (٤،١٤)$$

تكون مصفوفة التباين والتغاير لـ $\hat{\beta}$ كالتالي:

$$s^2(X'X)^{-1} = 0.91\,(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.82 & 3.19 & -0.91 \\ 3.19 & 0.91 & 5.92 \\ -0.91 & 5.92 & 3.91 \end{bmatrix} \quad (٤،١٥)$$

تكون معاملات التباين على القطر، ويتم الحصول على الأخطاء المعيارية بأخذ الجذور التربيعيَّة لكل من معاملات التباين:

$$var(\hat{\beta}_1) = 1.82 \quad SE(\hat{\beta}_1) = 1.35 \quad (٤،١٦)$$

$$var(\hat{\beta}_2) = 0.9 \Leftrightarrow SE(\hat{\beta}_2) = 0.95 \quad (٤،١٧)$$

$$var(\hat{\beta}_3) = 3.91 \quad SE(\hat{\beta}_3) = 1.98 \quad (٤،١٨)$$

ستكون كتابة المعادلة المقدرة كالتالي:

$$\underset{(1.35)}{\hat{y} = 1.10} \; - \underset{(0.95)}{4.40\,x_2} + \underset{(1.98)}{19.88\,x_3} \quad (٤،١٩)$$

لحسن الحظ أنه من الناحية العملية تقوم كافة حزم برمجيات الاقتصاد القياسي بتقدير قيم المعاملات وأخطائها المعياريَّة، لكن من الواضح أنه من المفيد فَهْم من أين أتت هذه التقديرات.

---

٤ , ٤ اختبار الفرضيات المتعدِّدة: اختبار إف

(Testing multiple hypotheses: the F-test)

يُستخدم اختبار تي لاختبار الفرضيات الأحاديَّة، أي الفرضيات التي تتضمَّن معاملًا واحدًا لا غير، لكن ماذا لو كان يتَّجه اهتمامنا نحو اختبار أكثر من معامل واحد في نفس الوقت؟ على سبيل المثال، ماذا لو أراد الباحث تحديد ما إذا كان من الممكن التقيُّد بأن كلًّا من قيمة β_2 و β_3 تُساوي الوحدة، بحيث إن الزيادة في أي من المتغيِّرين X_2 و X_3 من شأنه أن يسبِّب ارتفاع y_2 بمقدار وحدة

واحدة، يُعتبر إطار اختبار تي غير عامٍّ بما فيه الكفاية للتعامل مع هذا النوع من اختبار الفرضيات، ويُستخدم بدلًا من ذلك إطار أكثر عموميَّة يرتكز على اختبار إف (F-test)، في إطار اختبار إف نحتاج إلى انحدارين يُعرفان بالانحدار غير المُقيَّد وبالانحدار المقيَّد (Unrestricted and the Restricted Regressions)، يُعتبر الانحدار غير المقيَّد ذلك الانحدار الذي يتم فيه تحديد المعاملات من البيانات دون قيد، كما تم بناؤه في السابق، أمَّا الانحدار المقيَّد فهو الانحدار الذي يتم فيه تقييد المعاملات، أي فرض قيود على بعض عناصر β، وبالتالي، ولأسباب واضحة، يُسمَّى منهج اختبار إف لاختبار الفرضيات بالمربعات الصُّغرى المقيَّدة.

نُحدِّد مجموع مُربعات البواقي لكل انحدار ثم 'نُقارن' مجموعَيْ مُربعات البواقي في إحصاءة الاختبار، تكون إحصاءة الاختبار إف لاختبار الفرضيات المتعدِّدة للمعاملات المقدَّرة كالآتي:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{RRSS-URSS}{URSS} \times \frac{T-k}{m} \qquad (٤،٢٠)$$

حيث نستخدم الترميز التالي:

$URSS$ = مجموع مربعات البواقي للانحدار غير المُقيَّد.

$RRSS$ = مجموع مربعات البواقي للانحدار المقيَّد.

m = عدد القُيود.

T = عدد المشاهدات.

k = عدد المتغيِّرات الانحداريَّة في الانحدار غير المُقيَّد.

يُعتبر البسط $RRSS - URSS$ أهم جزء يجب فهمه في إحصاءة الاختبار، ولفهم لماذا يرتكز الاختبار حول مُقارنة مجموع مُربعات البواقي للانحدار غير المُقيَّد والانحدار المقيَّد نذكِّر بأن عملية التقدير بالمربعات الصغرى العادية تضمَّنت اختيار النموذج الذي يصغر مجموع مربعات البواقي دون فرض قيود، إذا كان مجموع مربعات البواقي، بعد فرض القيود على النموذج، ليس أعلى بكثير من مجموع مربعات البواقي للنموذج غير المقيد، فنخلص إلى أن البيانات تؤيد تلك القيود، من جهة أخرى إذا كان مجموع مربعات البواقي يزداد بشكل ملحوظ بعد فرض القيود نخلص إلى أن البيانات لا تؤيد تلك القيود، وبالتالي ينبغي رَفْض الفرضية.

كما يمكن القول أيضًا إن $RRSS \geq URSS$، ولكن في إطار مجموعة معينة من الظروف الجد قصوى، يتساوى تمامًا مجموع مربعات البواقي للنموذج المقيَّد بمثيله للنموذج غير المقيد، وسيكون ذلك في حالة كان القيد موجودًا أصلًا في البيانات، بحيث لا يمكن في الحقيقة اعتباره قيد (يمكن القول إن هذا القيد هو قيد 'غير مُلزم'، أي أنه لا يُحدث أي اختلاف في القيم المقدَّرة للمعلمات)، على سبيل المثال، إذا كانت فرضية العدم هي $H_0: \beta_2 = 1$ و $\beta_3 = 1$، فإن $RRSS = URSS$ فقط في حالة كانت القيم المقدرة لمعاملات الانحدار غير المقيد هي $\hat{\beta}_2 = 1$ و $\hat{\beta}_3 = 1$. بطبيعة الحال يعتبر وقوع مثل هذا الأمر من غير المرجَّح للغاية على أرض الواقع.

مثال(٤ ,٢)

للتبسيط، نتخلى عن الرموز السفلية الزمنيَّة، ولنفترض أن الانحدار العام هو:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u \qquad (٤،٢١)$$

وبأن القيد المراد اختباره هو: $\beta_3 + \beta_4 = 1$ (من الناحية النظرية هناك فرضية تُشير إلى أن هذه الفرضية من شأنها أن تكون ذات أهمية للدراسة)، إن كان الانحدار غير المقيَّد يتمثَّل في المعادلة رقم (٢١،٤) أعلاه، فما هو الانحدار المقيَّد؟ يمكن التعبير عن هذا الأخير على النحو التالي:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u \quad \text{بشرط} \quad \beta_3 + \beta_4 = 1 \tag{٢٢، ٤}$$

يُستبدل القيد $(\beta_3 + \beta_4 = 1)$ داخل الانحدار، وبالتالي يُفرض هذا الأخير تلقائيًّا على البيانات، أما الطريقة التي يُنجَز بها ذلك فتتمثل في ترك إمَّا β_3 أو β_4 موضوع القيد، في المعادلة رقم (٢٢،٤)، على سبيل المثال:

$$\beta_3 + \beta_4 = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta_4 = 1 - \beta_3 \tag{٢٣، ٤}$$

ومن ثم استبدال β_4 في المعادلة رقم (٢٢،٤):

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + (1 - \beta_3)\, x_4 + u \tag{٢٤، ٤}$$

تُمثِّل المعادلة رقم (٢٤،٤) الآن الصيغة المقيَّدة للانحدار، ولكنها ليست بعدُ على الصيغة المطلوبة ليتم تقديرها باستخدام حزمة كمبيوتر، لكي نستطيع تقدير النموذج باستخدام المربعات الصغرى العاديَّة عادة ما تتطلَّب حزم البرمجيات أن يكون كل مُتغيِّر في الجانب الأيمن للمعادلة مضروبًا بمعامل واحد لا غير، لذلك نحتاج إلى مُعالجة رياضية إضافيَّة، نقوم أوّلًا بتفكيك الأقواس حول $(1 - \beta_3)$:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + x_4 - \beta_3 x_4 + u \tag{٢٥، ٤}$$

بعد ذلك نُجمّع كل الحدود معًا، وذلك بالنسبة إلى كل β_i ثم نُعيد ترتيب المعادلة:

$$(y - x_4) = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 (x_3 - x_4) + u \tag{٢٦، ٤}$$

كمــا نُحيط علمًا بأن كــل مُتغيِّر غير مُرتبط بمعامــل (على سبيل المثال x_4 في المعادلة (٢٥،٤)) يُحوَّل إلى الجانب الأيسر للمعادلة، وبالتالي يتم دمجه مع y، تمثِّل المعادلة رقم (٢٦،٤) الانحدار المقيَّد، وتُقدَّر عمليًّا بعد إنشاء متغيِّرين جديدين، وهما P و Q حيث إن $P = y - x_4$ و $Q = x_3 - x_4$ وبالتالي فإن الانحدار الذي سيُقدَّر فعلًا هو:

$$P = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 Q + u \tag{٢٧، ٤}$$

ما الذي سيحدث لو بدلًا عن ذلك كان β_3 هو موضع القيد في المعادلة رقم (٢٣،٤) وبناءً على ذلك يتم إزالة β_3 من المعادلة؟ على الرغم من أن المعادلة التي كانت ستقدَّر مختلفة عن المعادلة رقم (٢٧،٤) إلّا أن النموذجين (اللذين فُرض على كليهما نفس القيد) سيكون لهما نفس قيمة مجموع مربعات البواقي.

تتبع إحصاءة الاختبار تحت فرضية العدم التوزيعَ إف الذي لديه معلمتان من درجات الحرية (نذكر بأن التوزيع تي له معلمة واحدة من درجات الحرية تساوي $T - k$)، تكون قيم معلمات درجات الحرية للاختبار إف على التوالي m وهو عدد القيود المفروضة على النموذج ($T - k$) وهو يُساوي على التوالي عدد المشاهدات ناقص عدد المتغيّرات الانحدارية في الانحدار غير المقيَّد، كما نُشير إلى أن ترتيب معلمات درجات الحرية مهم، وأن القيمة الحرجة المناسبة تكون في العمود m وفي الصف ($T - k$) من جداول التوزيع إف.

١ , ٤ , ٤ العلاقة بين التوزيعان إف و تي

(The relationship between the t - and the F-distributions)

يمكن القول إن كل فرضيَّة يمكن اختبارها باستخدام الاختبار تي يمكن أيضًا اختبارها باستخدام الاختبار إف، ولكن العكس ليس صحيحًا، لذلك يمكن اختبار الفرضيَّات الأحادية التي تتضمَّن معلمة واحدة باستخدام الاختبار تي أو الاختبار إف، لكن لا يمكن اختبار الفرضيَّات المتعددة إلا باستخدام الاختبار إف، على سبيل المثال، نعتبر الفرضية التالية:

$$H_0: \beta_2 = 0{,}5$$
$$H_1: \beta_2 \neq 0{,}5$$

من الممكن اختبار هذه الفرضيَّة باستخدام الاختبار تي المعتاد:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{\hat{\beta}_2 - 0.5}{SE(\hat{\beta}_2)} \quad (٤،٢٨)$$

أو يمكن اختبارها في إطار اختبار إف السابق، كما نُشير إلى أن الاختبارين يُعطيان دائمًا نفس النتيجة، بما أن التوزيع تي يُعتبر حالة خاصة من التوزيع إف، على سبيل المثال، نعتبر متغيّرًا عشوائيًا z يتبع التوزيع تي بدرجات حرية $T - k$ ثم نقوم بتربيعه، يُعادل تربيع هذا الأخير حالة خاصة من التوزيع إف:

$$Z^2 \sim t^2(T - k) \quad \text{وكذلك} \quad Z^2 \sim F(1, T - k)$$

وبالتالي فإن تربيع متغيّر عشوائي يتبع التوزيع تي بدرجات حريَّة $T - k$ هو يتبع أيضًا التوزيع إف بدرجات حريَّة ١ و $T - k$، تُعتبر هذه العلاقة بين التوزيع تي والتوزيع إف علاقة دائمًا قائمة، خُذ بعض الأمثلة من الجداول الإحصائية، وتأكد من ذلك، للتوزيع إف قيم موجبة فقط، وهو توزيع ليس بمتناظر، لذلك لا تُرفض فرضيَّة العدم إلَّا إذا فاقت إحصاءة الاختبار القيمة الحرجة إف، بالرغم من أن هذا الاختبار يُعتبر اختبارًا ذا طرفين، أي أن رفض فرضية العدم يحدث إذا كان $\hat{\beta}_2$ أكبر أو أصغر معنويًا من ٠,٥ .

٢ , ٤ , ٤ تحديد عدد القيود m

(Determining the number of restrictions, m)

كيف يتم في كل حالة الحسم بالقيمة المناسبة لـ m؟ بطريقة غير رسميَّة، يُمكن اعتبار عدد القيود بأنه 'عدد علامات التساوي داخل فرضيَّة العدم'، لنُعطي بعض الأمثلة على ذلك:

الفرضيَّة H_0	عدد القيود m
$\beta_1 + \beta_2 = 2$	١

$\beta_2 = 1$ و $\beta_3 = -1$ ٢

$\beta_2 = 0$، $\beta_3 = 0$ و $\beta_4 = 0$ ٣

قد تظن للوهلة الأولى أن عدد القيود في الحالة الأولى من هذه الحالات هو اثنان، في الواقع هناك قيد واحد يحتوي على معلمتين، أما عدد القيود في الحالتين المواليتين فهو واضح، وذلك لأنها تحتويان على قيدين، وعلى ثلاثة قيود على التوالي.

يتّسم المثال الأخير من هذه الأمثلة الثلاث بأهميّة خاصّة، إذا كان النموذج هو:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u \quad (٤،٢٩)$$

فإنه يتم اختبار فرضيّة العدم لـ

$$H_0: \beta_2 = 0 \text{ و } \beta_3 = 0 \text{ و } \beta_4 = 0$$

باستخدام الإحصاءة إف للانحدار، وهي إحصاءة تختبر فرضيّة العدم المتمثلة في أن كل المعاملات تُساوي صفرًا باستثناء معامل المقطع، كما يُسمّى هذا الاختبار أحيانًا 'بالاختبار التافه'، وذلك لأنه عندما لا يُمكن رفض فرضيّة العدم فهذا يدل على أن كل المتغيِّرات المستقلة غير قادرة على شرح تغيُّرات y.

كما نُشير إلى أن الشكل الذي تكون عليه الفرضيّة البديلة لكل الاختبارات التي تتضمّن أكثر من قيد واحد هو:

$$H_1: \beta_2 \neq 0 \text{ أو } \beta_3 \neq 0 \text{ أو } \beta_4 \neq 0$$

بعبارة أخرى يظهر الحرف 'و' في فرضيّة العدم، و 'أو' في الفرضيّة البديلة بحيث يكفي أن يكون جزء فقط من فرضيّة العدم المشتركة خاطئًا لرفض الفرضيّة العدم ككل.

٣ ,٤ ,٤ الفرضيات التي لا يُمكن اختبارها بالاختبار إف أو بالاختبار تي

(Hypotheses that cannot be tested with either an F- or a t -test)

باستخدام هذا الإطار ليس من الممكن اختبار الفرضيات اللاخطّية أو الفرضيات التي بها عمليّة ضرب، على سبيل المثال، لا يُمكن اختبار: $H_0: \beta_2\beta_3 = 0$ أو $H_0: \beta_2^2 = 1$.

مثال(٣ ,٤) ....

لنفترض أن الباحث يُريد اختبار ما إذا كان العائد على سهم الشركة (y) يُظهر حساسيّة الوحدة (Unit Sensitivity) لعاملين (العامل x_2 والعامل x_3) من بين ثلاثة عوامل، كما أُجري الانحدار على ١٤٤ مُشاهدة شهريّة، يتمثّل الانحدار في:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u \quad (٤،٣٠)$$

(١) ما هي الانحدارات المقيّدة وغير المقيّدة؟

(٢) انجز الاختبار إذا كان مجموعَيْ مربّعات البواقي تُساوي على التوالي ٤٣٦ ,١ و ٣٩٧ ,٢.

تدل حساسيّة الوحدة للعوامل x_2 و x_3 بأن القيد يتمثّل في مُساواة مُعاملات هذين المتغيِّرين بالوحدة، أي أن:

$$H_0: \beta_2 = 1 \text{ و } \beta_3 = 1$$

يكون الانحدار غير المقيَّد الانحدار السابق في المعادلة رقم (٣٠،٤)، أمَّا لاشتقاق الانحدار المقيَّد فيجب أوَّلًا فرض القيد:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u \quad \text{بشرط} \quad \beta_2 = 1 \text{ و } \beta_3 = 1 \tag{٣١، ٤}$$

بتعويض β_2 و β_3 بقيمتهما تحت فرضيَّة العدم نتحصَّل على:

$$y = \beta_1 + x_2 + x_3 + \beta_4 x_4 + u \tag{٣٢، ٤}$$

بإعادة ترتيب المعادلة نتحصَّل على:

$$y - x_2 - x_3 = \beta_1 + \beta_4 x_4 + u \tag{٣٣، ٤}$$

لنُعرِّف z بـ $z = y - x_2 - x_3$ فيكون الانحدار المقيَّد هو انحدار z على ثابت وعلى x_4:

$$z = \beta_1 + \beta_4 x_4 + u \tag{٣٤، ٤}$$

تُعطي المعادلة رقم (٤،٢٠) السابقة صيغة إحصاءة الاختبار إف، بالنسبة إلى هذا التطبيق فإن كل مُدخلات الصيغة مُتاحة: $T = 144$، $k = 4$، $m = 2$، $RRSS = 436.1$ و $URSS = 397.2$. بتعويض هذه المدخلات في الصيغة نتحصَّل على قيمة إحصاءة الاختبار إف وهي ٦,٨٦، يجب مُقارنة هذه الإحصاءة بـ $F(m, T-k)$ التي تُساوي في هذه الحالة $F(2,140)$. كما تُساوي القيم الحرجة ٤,٠٧ عند المستوى ٥٪ و ٤,٧٩ عند المستوى ١٪. تتجاوز إحصاءة الاختبار بصفة واضحة القيم الحرجة عند كلٍّ من المستويات ٥٪ و ١٪، وبالتالي تُرفض فرضيَّة العدم، وهكذا نخلُص إلى أن القيد ليس مُؤيَّدًا من قِبَل البيانات.

ستقوم الأقسام التالية الآن بإعادة فحص نموذج تسعير الأصول الرَّأسماليَّة كمثال عن كيفيَّة إجراء اختبارات الفرضيَّات المتعدِّدة (Multiple Hypothesis Tests) باستخدام إفيوز.

٤,٥ عيِّنة من مُخرجات إفيوز لاختبار الفرضيَّات المتعددة

(Sample EViews output for multiple hypothesis tests)

أَعِد تحميل ملف العمل '**capm.wk1**' الذي تم إنشاؤه في الفصل السابق، وللتذكير نقوم بإدراج النتائج مرَّة أخرى في الأسفل:

Dependent Variable: ERFORD
Method: Least Squares
Date: 07/02/13 Time: 10:55
Sample (adjusted): 2002M02 2013M04
Included observations: 135 after adjustments

	Coefficient	Std. error	t-Statistic	Prob.
C	−0.319863	1.086409	−0.294423	0.7689
ERSANDP	2.026213	0.237743	8.522711	0.0000

R-squared	0.353228	Mean dependent var	−0.078204
Adjusted R-squared	0.348365	S.D. dependent var	15.63184
S.E. of regression	12.61863	Akaike info criterion	7.922930
Sum squared resid	21177.56	Schwarz criterion	7.965971
Log likelihood	−532.7977	Hannan-Quinn criter.	7.940420
F-statistic	72.63660	Durbin-Watson stat	2.588482
Prob(F-statistic)	0.000000		

إذا ما قمنا بفحص الاختبار إف للانحدار فإن ذلك يظهر أيضًا أن معامل ميل الانحدار جد مختلف معنويًّا عن الصفر، وهو ما يعادل في هذه الحالة تمامًا نتيجة الاختبار تي للمعامل بيتا (بما أن هناك معامل ميل واحد فقط)، وهكذا في هذا المثال تُساوي إحصاءة الاختبار إف مربع النسبة تي للميل.

لنفترض الآن أننا نَوَدُّ إجراء اختبار مُشترك يتمثَّل في أن كلًّا من معلمة المقطع ومعلمة الميل تُساوي ١. نود إجراء هذا الاختبار تمامًا كاختبار يتضمَّن معاملًا واحدًا لا غير، لذلك حدِّد **View/Coefficient Diagnostics/Wald Test – Coefficient Restrictions. . .** ثم اكتب في الإطار الذي سوف يظهر: **C(1)=1، C(2)=1**. هناك نسختان من الاختبار: النسخة إف، والنسخة χ^2. جرى تعديل النسخة إف للعينات ذات التحيُّز الطفيف، ويجب استخدام هذه النسخة عند تقدير الانحدار باستخدام عينة صغيرة (انظر الفصل ٥)، تُسفر كلا الإحصائيتين تقارُبيًّا على نفس النتائج، وتكون القيم بي في هذه الحالة مُتشابهة جدًّا، يتمثَّل الاستنتاج في رفض فرضية العدم المشتركة $H_0{:}\,\beta_1 = 1$ و $\beta_2 = 1$ رفضًا قطعيًّا.

٦ ,٤ إجراء الانحدار المتعدد داخل إفيوز باستخدام نموذج على نمط نظرية التسعير بالمراجحة

(Multiple regression in EViews using an APT-style model)

في جوهر نظرية التسعير بالمراجحة سوف يفحص المثال التالي الانحدارات التي تسعى إلى تحديد ما إذا يُمكن تفسير العوائد الشهرية للسهم مايكروسوفت بالرجوع إلى التغيُّرات غير المتوقعة لمجموعة من متغيِّرات الاقتصاد الكلي والمتغيِّرات الماليَّة. لذلك **افتح ملف عمل جديد داخل إفيوز**، وقُم بتخزين البيانات، نُشير إلى أن هناك ٢٥٤ مُشاهدة شهرية في الملف 'macro.xls' تبدأ من مارس ١٩٨٦، وتنتهي في أبريل ٢٠١٣، هناك إجمالًا ثلاث عشرة سلسلة، إضافة إلى عمود التواريخ، تكون السلاسل داخل الملف إكسل كالآتي: سعر سهم مايكروسوفت، قيمة مؤشر S&P 500، مؤشر أسعار المستهلكين، مؤشر الإنتاج الصناعي، عوائد أذون الخزانة للاستحقاقات التالية: ثلاثة أشهر، ستة أشهر، سنة واحدة، ثلاث سنوات، خمس سنوات، وعشر سنوات، عرض النقود 'بمفهومه الضيِّق'، سلسلة الائتمان الاستهلاكي، وسلسلة 'الهامش الدائن'، يُعرف هذا الأخير بأنه الفارق بين مُتوسط العوائد السنوية لمحفظة سندات مُصنَّفة AAA ومحفظة سندات مُصنَّفة BAA.

قم باستيراد البيانات من ملف إكسل، ثم احفظ ملف العمل الناتج عن ذلك تحت اسم 'macro.wf1'.

تتمثَّل المرحلة الأولى في توليد مجموعة من التغيُّرات أو *الفروق* لكل متغيِّر من المتغيِّرات، وذلك لأن نظريَّة التسعير بالمراجحة تفترض أنه يُمكن تفسير عوائد الأسهم بالرجوع إلى *التغيُّرات غير المتوقعة* للمتغيِّرات الاقتصادية الكلية بدلًا من مُستوياتها، كما يُمكن تعريف القيمة غير المتوقعة بأنها الفارق بين القيمة الفعلية (الحقيقية) والقيمة المتوقعة، السؤال الذي يطرح نفسه إذًا يتعلَّق بكيفية اعتقادنا بخصوص بناء المستثمرين لتوقعاتهم، وعلى الرغم من أن هناك العديد من الطرق لإنشاء مقاييس للتوقعات إلَّا أن أسهلها يتمثَّل في أن نفترض أن المستثمرين لديهم توقعات مُبسطة (Naive Expectatoins) تتمثل في أن قيمة المتغيِّر في الفترة المقبلة تساوي قيمته

الحالية، إذا كان الأمر كذلك فإن كامل تغيُّر المتغيِّر من فترة إلى أخرى يُمثل التغيُّر غير المتوقع (يرجع ذلك إلى أنه يُفترض أن المستثمرين لا يتوقعون أي تغيُّر) [١].

يُمكن تحويل المتغيِّرات كما هو موضَّح في السابق، اضغط على **Genr** ثم ادخل ما يلي في الإطار 'Enter Equation':

dspread = baa_aaa_spread − baa_aaa_spread(−1)

ثم كرِّر هذه الخطوات لإجراء كل التحويلات التالية:

dcredit = consumer_credit − consumer_credit(−1)

dprod = industrial_production − industrial_production(−1)

rmsoft = 100 * dlog(microsoft)

rsandp = 100 * dlog(sandp)

dmoney = m1money_supply − m1money_supply(−1)

inflation = 100 * dlog(cpi)

term = ustb10y - ustb3m

ثم نضغط على **OK**، نحتاج بعد ذلك إلى تطبيق المزيد من التحويلات على بعض السلاسل المحولة، لذلك **كرِّر الخطوات المذكورة سابقًا** لإنشاء:

dinflation = inflation - inflation(−1)

mustb3m = ustb3m/12

rterm = term - term(−1)

ermsoft = rmsoft - mustb3m

ersandp = rsandp − mustb3m

تحسب آخر سلسلتين من هذه السلاسل فائض عوائد السهم وفائض عوائد المؤشر.

يُمكننا الآن إجراء الانحدار، لذلك انقر فوق **Object/New Object/Equation** وقُم بتسمية الكائن '**msoftreg**'. **اكتب المتغيِّرات التالية** في نافذة توصيف المعادلة:

DMONEY DSPREAD RTERM ERMSOFT C ERSANDP DPROD DCREDIT DINFLATION

ثم استخدم **المربعات الصُّغرى** على كامل فترة العيِّنة، سوف يظهر جدول النتائج على النحو التالي:

---

(١) هناك سؤال يُثير الاهتمام يتمثَّل في معرفة ما إذا كان ينبغي حساب الفروق على مُستوى المتغيِّرات أو على لوغاريتم المتغيِّرات، في الطريقة الأولى نتحصل على التغيُّرات المطلقة للمتغيِّرات، أما الطريقة الثانية فتؤدي إلى تغيُّرات نسبية، يكون الخيار بين الطريقتين في الأساس خيارًا عمليًّا، يُفترض في مثالنا هذا اختيار الطريقة الأولى باستثناء سلاسل أسعار الأسهم والائتمان الاستهلاكي.

Dependent Variable: ERMSOFT
Method: Least Squares
Date: 07/02/13 Time: 12:23
Sample (adjusted): 1986M05 2013M04
Included observations: 324 after adjustments

	Coefficient	Std. error	t-Statistic	Prob.
C	−0.151409	0.904787	−0167342	0.8672
ERSANDP	1.360448	0.156615	8.686592	0.0000
DPROD	−1.425779	1.324467	−1.076493	0.2825
DCREDIT	−4.05E-05	7.64E-05	−0.530496	0.5961
DINFLATION	2.959910	2.166209	1.366401	0.1728
DMONEY	−0.011087	0.035175	−0.315184	0.7528
DSPREAD	5.366629	6.913915	0.776207	0.4382
RTERM	4.315813	2.515179	1.715907	0.0872

R-squared	0.206805	Mean dependent var	−0.311466
Adjusted R-squared	0.189234	S.D. dependent var	14.05871
S.E. of regression	12.65882	Akaike info criterion	7.938967
Sum squared resid	50637.65	Schwarz criterion	8.032319
Log likelihood	−1278.113	Hannan-Quinn criter.	7.976228
F-statistic	11.76981	Durbin-Watson stat	2.165384
Prob(F-statistic)	0.000000		

لنُخصص بعض الدقائق لفحص النتائج الرئيسة للانحدار، أيُّ متغيِّر من بين هذه المتغيِّرات له تأثير معنوي إحصائيًا على فائض عوائد مايكروسوفت؟ باستخدام معرفتك لتأثيرات البيئة الماليَّة والاقتصاد الكلي على عوائد السهم افحص ما إذا كانت المعاملات لها علامات متوقَّعة، وما إذا كانت أحجام المعلمات معقولة.

تأخذ إحصاءة الاختبار إف القيمة ١١,٧٧، نذكر أن هذه الإحصاءة تختبر فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن كل معلمات الميل تُساوي سويًّا صفرًا، كما تُبيِّن القيمة بي المرتبطة بإحصاءة الاختبار، وهي قيمة تُساوي صفرًا، أنه ينبغي رفض فرضيَّة العدم، ومع ذلك هناك عدد من القيم المقدَّرة للمعلمات التي لا تختلف معنويًّا عن صفر، وهي على وجه التحديد المتغيِّرات DPROD، DCREDIT، DINFLATION، DMONEY و DSPREAD. دعونا الآن نختبر فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن معلمات هذه المتغيِّرات الخمس تُساوي سويًّا صفرًا، وذلك باستخدام الاختبار إف، لاختبار ذلك نقوم بالنقر على **View/Coefficient Diagnostics/Wald Test- Coefficient Restrictions...** وفي الإطار الذي سوف يظهر اكتب **C(3)=0، C(4)=0، C(5)=0، C(6)=0، C(7)=0 وانقر على OK**، تتبع إحصاءة الاختبار إف الناتجة عن ذلك التوزيع $F(5,316)$ بما أنه يوجد ٥ قيود، ٣٢٤ مُشاهدة قابلة للاستخدام وثماني معلمات للتقدير في الانحدار غير المقيَّد، تكون قيمة الإحصاءة إف ٠,٨٥٣ وبقيمة بي تُساوي ٠,٥١ مما يُشير إلى أنه لا يُمكن رفض فرضيَّة العدم، تكون معلمة RTERM معنوية عند المستوى ١٠٪، ولذلك لا تُدرج هذه المعلمة في الاختبار إف، ويتم الاحتفاظ بالمتغيِّر.

الانحدار المتدرج
(Stepwise regression)

يتوفَّر داخل إفيوز إجراء يُعرف باسم الانحدار المتدرِّج، يُعتبر الانحدار المتدرج إجراء انتقاء أوتوماتيكيّ للمتغيِّرات والذي يقوم باختيار المتغيِّرات المفسِّرة الأكثر 'أهمِّية' (والتي تُعرَّف بطرق مُختلفة) سويًّا من بين مجموعة مُعيَّنة من المتغيِّرات، كما نُشير إلى أن هناك عدة

أساليب مختلفة للانحدار المتدرج، أبسطها هي الطريقة الأمامية أحادية الاتجاه (Unidirectional Forwards Method). تبدأ هذه الأخيرة بحذف المتغيِّرات من الانحدار (أو أننا نترك في الانحدار فقط المتغيرات التي دائمًا يجدها الباحث لازمة)، ثم نختار أولًا المتغيِّر الذي له أصغر قيمة بي (أي أكبر نسبة تي)، ثم بعد ذلك نُضيف إلى النموذج متغيِّرًا ثانيًا يكون له ثاني أصغر قيمة بي إذا ما أضفناه إلى المتغيِّر الأول، وهكذا دواليك، يستمر هذا الإجراء إلى حين تكون القيمة بي الأصغر الموالية، مُقارنة بقيم بي للمتغيِّرات التي سبق إدراجها، أكبر من قيمة العتبة (Threshold Value)، يتوقف اختيار المتغيِّرات مع عدم وجود مزيد من المتغيِّرات التي يُمكن دمجها في النموذج.

لإجراء الانحدار المتدرج، والذي سيقوم أوتوماتكيًّا باختيار من بين هذه المتغيِّرات، أهمها لشرح تغيُّرات عوائد السهم مايكروسوفت، انقر فوق **Object/New Object** ثم أبقِ على الخيار الافتراضي **Equation**. قُم بتسمية المعادلة **Msoftstepwise** ثم بعد ذلك في الإطار 'Estimation settings/Method' قم بتغيير ***LS – Least Squares (NLS and ARMA)*** إلى ***STEPLS–Stepwise Least Squares*** ثم في أعلى الإطار الذي سيظهر 'Dependent variable followed by list of always included regressors'، أَدْخِل:

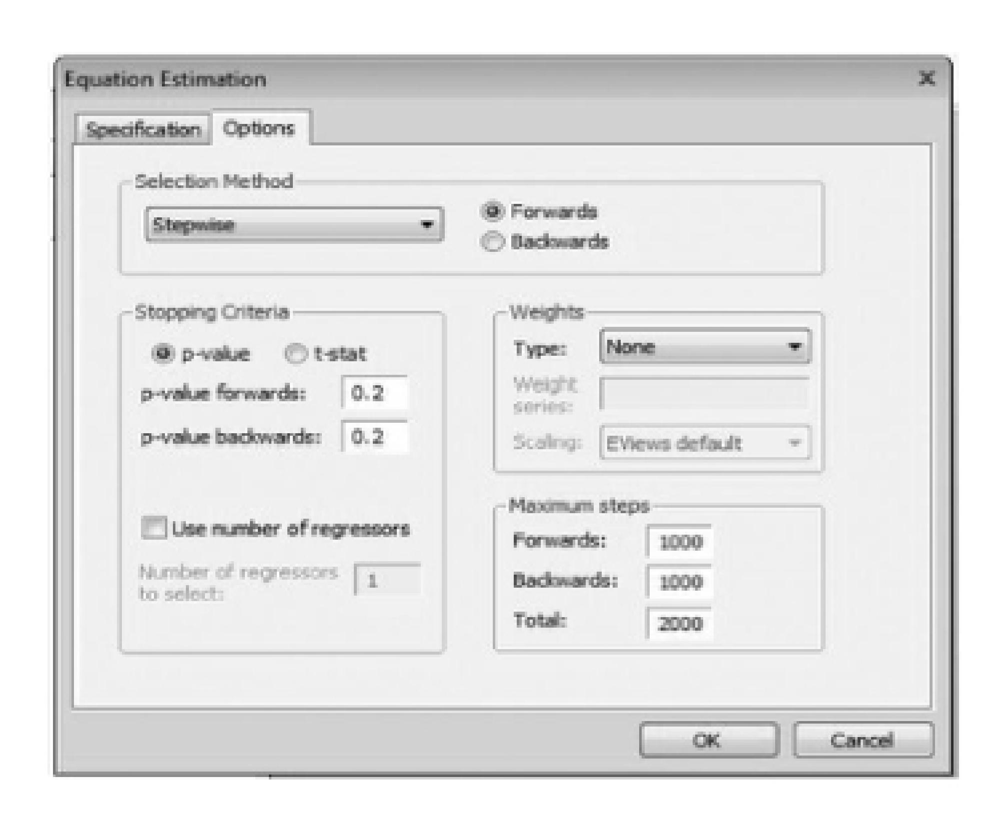
ERMSOFT C

يدل ذلك على أن فائض العوائد على السهم مايكروسوفت سيكون المتغيِّر التابع، وأن الانحدار سيتضمن دائمًا مقطعًا، أما إذا كان للباحث فكرة مُسبقة قوية بخصوص وُجوب إدراج مُتغيِّر مُفسر مُعيَّن في الانحدار فإنه يجب إدراج هذا الأخير في الإطار الأول، أمّا الآن اكتب في الإطار الثاني 'List of search regressors' قائمة كل المتغيِّرات المفسرة المستخدمة أعلاه: **ERSANDP DPROD DCREDIT DINFLATION DMONEY DSPREAD RTERM**، سوف تبدو لك النافذة كما في لقطة الشاشة رقم (١ , ٤).

لقطة الشاشة رقم (١ , ٤) نافذة تقدير مُعادلة الإجراء المتدرّج

بالنقر فوق علامة التبويب 'Options' نتحصل على عدد من الطرق لإجراء الانحدار كما هو مُبيَّن في لقطة الشاشة رقم (٢ , ٤)، على سبيل المثال، سوف تبدأ الطريقة 'Forwards' بقائمة المتغيرات الانحدارية اللازمة (في هذه الحالة المقطع فقط)، وبالتتابع نُضيف إليها متغيِّرات أخرى، في حين تبدأ طريقة 'Backwards' بإدراج كل المتغيِّرات، ثم بالتتابع حذف متغيِّرات من الانحدار، يتمثَّل

المعيار الافتراضي في إدراج المتغيِّرات التي لديها القيمة بي أقل من ٥ , ٠ ، لكن يبدو أن هذه القيمة مُرتفعة، ومن المحتمل أن يؤدي ذلك إلى إدراج متغيِّرات غير معنوية كثيرًا، لذلك **قُم بتعديل هذه القيمة إلى ٢ , ٠** ثم انقر فوق **OK** لرؤية النتائج.



لقطة الشاشة رقم (٢ , ٤) **نافذة خيارات تقدير الإجراء المتدرِّج.**

Dependent Variable: ERMSOFT
Method: Stepwise Regression
Date: 08/27/07 Time: 10:21
Sample (adjusted): 1986M05 2007M04
Included observations: 252 after adjustments
Number of always included regressors: 1
Number of search regressors: 7
Selection method: Stepwise forwards
Stopping criterion: p-value forwards/backwards = 0.2/0.2

	Coefficient	Std. error	t-Statistic	Prob.*
C	−0.687341	0.702716	−0.978120	0.3288
ERSANDP	1.338211	0.153056	8.743299	0.0000
RTERM	4.369891	2.497110	1.749979	0.0811
DINFLATION	2.876958	2.069933	1.389880	0.1655

R-squared	0.200924	Mean dependent var	−0.311466
Adjusted R-squared	0.193432	S.D. dependent var	14.05871
S.E. of regression	12.62600	Akaike info criterion	7.921663
Sum squared resid	51013.10	Schwarz criterion	7.968338
Log likelihood	−1379.309	Hannan-Quinn criter.	7.940293
F-statistic	26.82081	Durbin-Watson stat	2.144133
Prob(F-statistic)	0.000000		

Selection Summary

Added ERSANDP
Added RTERM
Added DINFLATION

وكما يتبيَّن فقد تم إدراج المتغيِّرات فائض عوائد السوق، الهيكل الزمني والتضخم غير المتوقَّع، في حين تم حذف المتغيِّرات، عرض النقود، الهامش الافتراضي، والائتمان.

كما انتقد المتزمتون إحصائيًا بشدة الإجراءات المتدرجة، أحيانًا يزعم هؤلاء أساسًا أنه لا يُوجد أفضل من الإجراءات الآلية للتنقيب في البيانات، لا سيما إذا كانت لدينا قائمة طويلة من المتغيِّرات المرشحة، وكذلك إذا كانت النتائج من 'رحلة صيد'[٢] عوضًا عن نظرية ماليَّة متينة مُسبقة، بصفة أدق تدل الطبيعة التكرارية لعملية اختيار المتغيِّر أن حجم الاختبارات على المعلمات المرتبطة بالمتغيِّرات في النموذج الأخير لن يكون قِيَمًا اسمية (٥٪ على سبيل المثال) كما هو الحال عند تقدير نموذج واحد، وهكذا فإنه في الحقيقة ينبغي تعديل القيم بي للاختبارات على معلمات الانحدار النهائي حتى تأخذ في الاعتبار أن النتائج من إجراء تسلسلي، على الرغم من أن الحزم الإحصائية مثل إفيوز عادة لا تحتوي على مثل هذه القيم.

٤, ٦, ١ ملاحظة عن حجم العينة ونظرية المقاربة

(A note on sample sizes and asymptotic theory)

هناك سؤال كثيرًا ما يُطرح من قِبَل حديثي التعامل مع الاقتصاد القياسي، وهو 'ما هو حجم العيِّنة المناسب لتقدير النموذج؟'، بالرغم من أنه ليس هناك إجابة قطعية على هذا السؤال إلا أنه تجدر الإشارة إلى أن معظم إجراءات الاختبار في الاقتصاد القياسي تعتمد على نظرية المقاربة، وهذا يعني أننا من الناحية النظرية تعتمد النتائج إذا كان هناك *عدد لامتناهٍ من المشاهدات*، عمليًا، لا يُمكن أبدًا أن يكون العدد اللامتناهي من المشاهدات متاحًا، ولحسن الحظ لسنا بحاجة إلى هذا العدد للاستشهاد بنظرية المقاربة، هذا ويُمكن الحصول على تقريبًا (Approximation) للسلوك المقارب (Asymptotic Behaviour) لإحصاءات الاختبار باستخدام العيِّنات المتناهية (Finite Samples) شريطة أن تكون كبيرة بما فيه الكفاية، عمومًا يجب استخدام أكثر عدد مُمكن من المشاهدات (على الرغم من أن هناك اعتراضات هامة على هذا التعبير المتعلق 'بالاستقرار الهيكلي'، والذي سيناقش في الفصل ٥)، ويكمُن السبب وراء ذلك في أنه يُتاح لكل باحث عيِّنة من البيانات يتم من خلالها تقدير قيم المعلمات، والاستدلال على نظيراتها المحتملة للمجتمع، لكن قد تفشل عيِّنة في تقديم قيم تكون قريبة من القيم الصحيحة للمجتمع، وذلك بسبب خطأ المعاينة (Sampling Error)، حتى لو تم سحب مفردات العيِّنة عشوائيًا من المجتمع فإن بعض العيِّنات ستكون أكثر تمثيلًا لسلوك المجتمع من غيرها، وذلك يرجع كليًّا إلى أن 'الصدفة تقرِّر أحيانًا ما سيحدث'، يتم تصغير خطأ المعاينة بزيادة حجم العيِّنة، حيث إنه كلما زاد حجم العيِّنة كلما قل احتمال أن تكون البيانات المسحوبة غير مُمثِّلة للمجتمع.

٤, ٧ التنقيب في البيانات والحجم الحقيقي للاختبار

(Data mining and the true size of the test)

نُذكِّر بأن احتمال رفض فرضية عدم صحيحة يُعادل حجم الاختبار، والذي يرمز إليه بـ α، كما تنجم إمكانية رفض فرضية عدم صحيحة من كون أنه يُفترض في إحصاءات الاختبار أن تتبع توزيعًا عشوائيًا، وبالتالي فإنها سوف تأخذ قِيَمًا قصوى قد تقع في منطقة الرفض أحيانًا عن طريق الصدفة لا غير، ونتيجة لذلك فإنه سيكون من الممكن دائمًا تقريبًا العثور على علاقات معنوية بين المتغيِّرات إذا ما تم فحص عدد كافٍ من المتغيِّرات، لنفترض على سبيل المثال أنه وبشكل منفصل تم توليد متغيِّر تابع y_t وعشرين

---

(٢) إضافة المترجمين: يدل هذا التعبير على تجربة ليس لها رؤية مُسبقة لما سيحدث، وتتناقض مع فرضية البحث التي تسعى إلى اختبارها.

متغيّرًا مُفسّرًا $X_{2t}, \ldots, X_{21t}$ (باستثناء الحد الثابت) كمتغيّرات عشوائية مُستقلة تتبع التوزيع الطبيعي، يتم إذًا وبصورة منفصلة انحدار y على كل متغيّر من المتغيّرات المفسّرة العشرين، إضافة إلى ثابت، تفحص بعد ذلك معنوية كل متغيّر مفسّر في الانحدارات، في حال تكرار هذه التجربة أو عدة مرات فإنه في المتوسط نتحصل على انحدار من بين الانحدارات العشرين بمعامل ميل معنوي عند المستوى ٥٪، وذلك في كل تجربة، كما يترتب عن ذلك أنه إذا تم استخدام عدد كافٍ من المتغيّرات المفسّرة في كل انحدار، فسيكون هناك متغيّر واحد أو أكثر معنوي، وذلك عن طريق الصدفة وحدها، بشكل أكثر تحديدًا، يُمكن القول إنه إذا تم استخدام حجم اختبار مساوٍ لـ α٪ ففي المتوسط نتحصّل على انحدار لكل $(100/\alpha)$ انحدار يكون له معامل ميل معنوي عن طريق الصدفة وحدها.

تُعرف عملية تجريب العديد من المتغيّرات في الانحدار دون استناد اختيار المتغيّرات المرشحة إلى نظرية ماليّة أو اقتصاديّة باسم 'التنقيب في البيانات'، أو 'تجريب البيانات' (Data Snooping)، تتمثّل النتيجة في مثل هذه الحالات في أن مُستوى المعنوية الحقيقي يكون أكبر بكثير من مُستوى المعنوية الاسمي المفترض، لنفترض على سبيل المثال أننا قُمنا بعشرين انحدارًا مُنفصلًا، منها ثلاثة تحتوي على مُتغيّر انحداري معنوي، وبأن مُستوى المعنوية الاسمي هو ٥٪، سيكون مُستوى المعنوية الحقيقي إذًا أعلى بكثير من ذلك (على سبيل المثال ٢٥٪)، لذلك إذا لم يُظهر الباحث سوى نتائج الانحدار التي تحتوي على الثلاث مُعادلات الأخيرة ونصَّ على أنها معنوية عند المستوى ٥٪، فهذا من شأنه أن يُؤدي إلى استنتاجات غير مُناسبة بخصوص أهميّة المتغيّرات.

فضلًا عن ضمان اختيار المتغيّرات المرشحة للإدراج في النموذج على أساس نظريّة ماليّة أو اقتصاديّة، هناك طريقة أخرى لتجنُّب التنقيب في البيانات تتمثّل في فحص الأداء التنبُّؤي للنموذج على مجموعة من البيانات خارج العيّنة (Out-of-sample) (انظر الفصل ٦)، تتمثّل الفكرة أساسًا في عدم استخدام جزء من البيانات عند تقدير النموذج والاحتفاظ به لاختبار النموذج، كما تُمثّل العلاقة المشاهدة في فترة التقدير نتيجة بحتة للتنقيب في البيانات، وبالتالي فهي علاقة زائفة، ومن غير المرجّح أن تتكرر لفترة خارج العيّنة، لذلك من المرجّح أن تكون النماذج التي هي نتاج للتنقيب في البيانات نماذج رديئة التناسب، وتُقدّم تنبؤات غير دقيقة لفترة خارج العيّنة.

٤ , ٨ إحصاءات جودة التوفيق

(Goodness of fit statistics)

٤ , ٨ , ١ معامل التحديد R^2

من المحبّذ أن يتوفّر لدينا بعض المقاييس عن مدى مُلاءمة نموذج الانحدار للبيانات، بعبارة أخرى: من المستحسَن أن يكون لدينا إجابة عن السؤال التالي: 'إلى أي مدى يُمكن للنموذج الذي يحتوي على المتغيّرات المفسّرة أن يُفسّر فعليًّا التغيُّرات في المتغيّر التابع؟'، هناك كميات تُعرف *بإحصاءات جودة التوفيق*، وهي كميات تختبر مدى نجاح دالة انحدار العيّنة في مُلاءمة البيانات، أي مدى 'قُرب' خط الانحدار المجهّز من كافة البيانات 'مُجتمعة'، كما نُشير إلى أنه من غير الممكن القول بمدى توافق دالة انحدار العيّنة مع دالة انحدار المجتمع، أي كيف يُقارن النموذج المقدّر بالعلاقة الحقيقيّة بين المتغيّرات بما أن هذه الأخيرة غير معروفة مُطلقًا.

لكن ما هي المقاييس التي يُمكن أن تُقدّم كمُرشحات مقبولة لأن تكون إحصاءات لجودة التوفيق؟ تكمُن الإجابة الأولى عن هذا السؤال في إلقاء نظرة على مجموع مُربعات البواقي، نُذكّر أن طريقة المربعات الصُّغرى العادية تقوم باختيار القيم المقدّرة

للمعاملات التي تُصغِّر هذا المجموع، وبالتالي كلما كانت قيمة مجموع مُربعات البواقي أقل كلما كان النموذج المجهّز للبيانات أفضل، يُمكن بالتأكيد اعتبار مجموع مُربعات البواقي كإحدى الإمكانيات، إلا أن القيمة القُصوى لهذا الأخير غير محدودة (بشكل أدق تُحَدّ المجموع الكلي للمربعات (Total Sum of Squares) القيمة القصوى لمجموع مُربعات البواقي، انظر أدناه)، أي أنه يمكن أن يأخذ أي قيمة (غير سالبة)، لذلك وعلى سبيل المثال إذا كانت قيمة مجموع مُربعات البواقي في إطار طريقة التقدير بالمربعات الصغرى العادية مُساوية لـ ٤, ١٣٦، فماذا يعني ذلك حقيقةً؟ وبالتالي سوف يكون من الصعب جدًّا معرفة ما إذا كان خط الانحدار المجهَّز قريبًا من البيانات أم لا بِمُجرد النظر إلى هذه القيمة وحدها، كما نذكر أن قيمة مجموع مُربعات البواقي تعتمد إلى حد كبير على مقياس المتغيّر التابع، وبالتالي توجد طريقة للتقليص من مجموع مُربعات البواقي، بشكل غير مُجْدٍ من خلال قسمة كل المشاهدات بـ ١٠!

عادة ما تُستخدم في الواقع *نسخة مصغَّرة* لمجموع مُربعات البواقي، تُعرف إحصاءة جودة التوفيق الأكثر شيوعًا بـ R^2، هناك طريقة لتعريف R^2 بالقول إنه مُساوٍ لمربع معامل الارتباط بين y و $\hat{y}$ أي أنه مربع الارتباط بين قيم المتغيّر التابع والقيم المقابلة لها المجهَّزة من النموذج، بحكم تعريفه يجب أن يقع معامل الارتباط بين -١ و +١. بما أن R^2 المعرَّف بهذه الطريقة هو مربَّع معامل الارتباط، فيجب أن يقع بين ٠ و ١، إذا كان الارتباط مُرتفعًا فإن النموذج يُناسب البيانات بشكل جيِّد، في حين إذا كان الارتباط ضعيفًا (قريبًا من الصفر) فإن النموذج لا يُوفِّر تناسبًا جيدًا للبيانات.

هناك تعريف آخر لـ R^2 يقتضي النظر فيما يُحاول النموذج تفسيره، في الواقع ما يحاول النموذج فعله هو شرح تغيُّرية y حول قيمتها المتوسطة $\bar{y}$. تعمل هذه الكمية $\bar{y}$، التي تُعرف تحديدًا بالوسط غير الشرطي لـ y (Unconditional Mean)، كنقطة مرجعية، وذلك لأنه إذا لم يكن للباحث نموذج لـ y فإنه لن يفعل أسوأ من انحدار y على ثابت فقط، في الحقيقة تكون قيمة المعامل المقدَّرة لهذا الانحدار وسط y. لذلك من خلال الانحدار:

$$y_t = \beta_1 + u_t \tag{٣٥،٤}$$

ستكون قيمة المعامل المقدرة $\hat{\beta}_1$ هي وسط y أي $\bar{y}$، هذا ويُعرف التغيُّر الكلي لكل مُشاهدات المتغيّر التابع حول قيمته المتوسطة بالمجموع الكلي للمربعات، والذي يقدَّم كالآتي:

$$TSS = \sum_t (y_t - \bar{y})^2 \tag{٣٦،٤}$$

يُمكن تقسيم المجموع الكلي للمُربعات (TSS) إلى جُزأين: الجزء الذي تم تفسيره بالنموذج (ويعرف بمجموع المربعات المفسرة (Explained Sum of Squares, *ESS*)) والجزء الذي لم يقدر النموذج على تفسيره (مجموع مربعات البواقي):

$$TSS = ESS + RSS \tag{٣٧،٤}$$

$$\sum_t (y_t - \bar{y})^2 = \sum_t (\hat{y}_t - \bar{y})^2 + \sum_t \hat{u}_t^2 \tag{٣٨،٤}$$

كما نذكر بأنه يُمكن التعبير عن مجموع مربعات البواقي كالتالي:

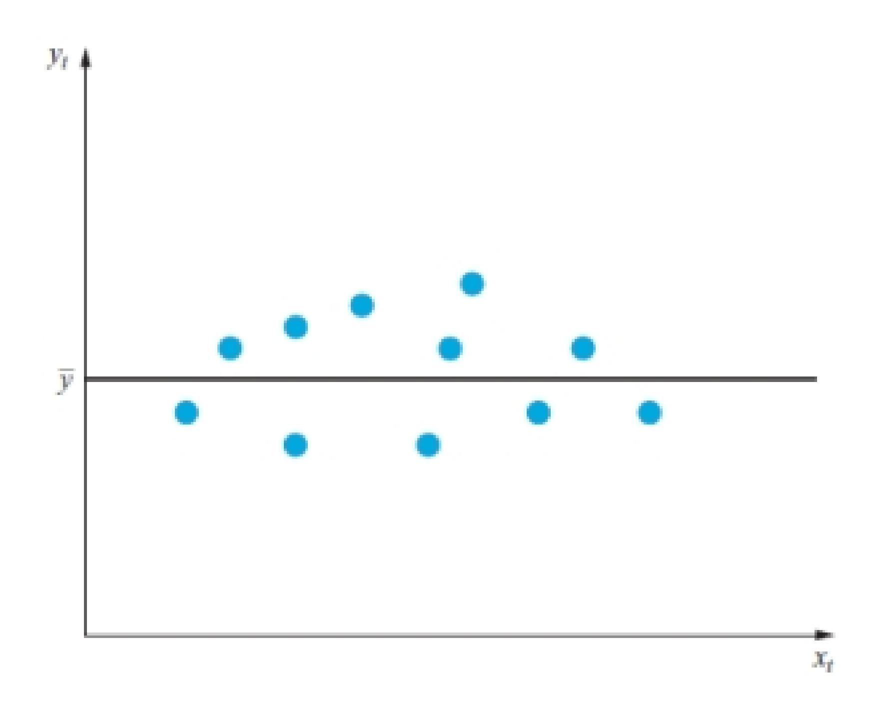
$$\sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2$$

وذلك لأن الباقي للمشاهدة t يُعرف بأنه الفارق بين القيمة الفعلية والقيمة المُقدرّة لهذه المشاهدة، كما تُقدَّم إحصاءة جودة التوفيق كنسبة مجموع المربعات المُفسرّة إلى المجموع الكلي للمربعات:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} \qquad (٣٩،٤)$$

لكن بما أن $TSS = ESS + RSS$ فمن الممكن كتابة:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{TSS - RSS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} \qquad (٤٠،٤)$$



الشكل رقم (٤ ، ١) $R^2 = 0$ مُبيّن بخط مُقدَّر مُسطح، أي معامل ميل صفري.

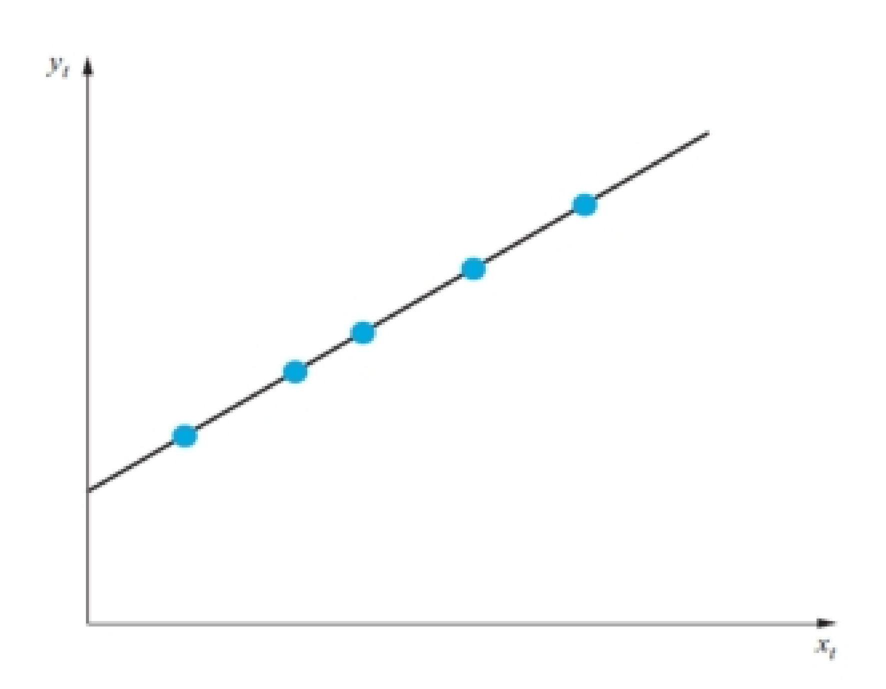
يجب أن ينحصر R^2 دائمًا بين صفر وواحد (بشرط وجود حد ثابت في الانحدار)، ويُعتبر هذا بديهيًّا من خلال تفسير ارتباط R^2 المذكور أعلاه، لكن لتقديم تفسير آخر لـ R^2 نستعرض الحالتين القُصويين التاليتين:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 0 \text{ وبالتالي } ESS = 0 \text{ أي } RSS = TSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 \text{ وبالتالي } RSS = 0 \text{ أي } ESS = TSS$$

في الحالة الأولى لم ينجح النموذج في تفسير أيٍّ من تغيُّرات y حول قيمتها المتوسطة، وبالتالي يتساوى مجموع مربعات البواقي مع المجموع الكلي للمربعات، هذا من شأنه أن يَحدث فقط في صورة كانت القيم المقدّرة لكل المعاملات مُساوية تمامًا لصفر، أما في الحالة الثانية فإن النموذج فسّر كامل تغيريَّة y حول قيمتها المتوسطة، ويدل ذلك على أن مجموع مربعات البواقي سيكون صفرًا،

يحدث ذلك في حالة كانت جميع نقاط المشاهدات تقع تمامًا على الخط المجهَّز، بطبيعة الحال، أيّ من هاتين الحالتين القصويين محتملة عمليًا، ولكن ذلك من شأنه أن يُظهر أن R^2 مقيَّد بأن يقع بين صفر وواحد، وبأن أعلى قيمة لـ R^2 تدل، مع افتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها، على أن النموذج هو الأنسب للبيانات، خلاصة القول: تتمثل الطريقة الأسهل (طريقة مبسطة كما هو موضَّح أدناه) لمعرفة ما إذا كان خط الانحدار يُناسب البيانات بشكل جيد أم لا في النظر إلى قيمة R^2، تُشير قيمة R^2 القريبة من ١ إلى أن النموذج يُفسِّر تقريبًا كل تغيرات المتغيِّر التابع عن قيمته المتوسطة، في حين تُشير قيمة R^2 القريبة من الصفر إلى أن النموذج يناسب البيانات بشكل رديء، كما تُبين الأشكال رقم (١ , ٤) و(٢ , ٤)، في سياق الانحدار البسيط ثنائي المتغيرات هاتان الحالتان القصويان حيث إن $R^2 = 0$ و $R^2 = 1$.



الشكل رقم (٢ , ٤) $R^2 = 1$ عندما تقع كل نقاط البيانات تمامًا على الخط المقدَّر.

٢ , ٨ , ٤ المشاكل المصادفة عند اعتبار R^2 مقياسًا لجودة التوفيق

(Problems with R^2 as a goodness of fit measure)

يُعتبر R^2 سهل الحساب، بديهي الفهم ويوفِّر مؤشرًا عامًّا عن ملاءمة النموذج للبيانات، ومع ذلك هناك العديد من المشاكل التي تعترضنا عند اعتبار R^2 مقياسًا لجودة التوفيق:

(١) يُعرَّف R^2 من حيث التغيُّر حول وسط y ، وبالتالي إذا أعدنا ضبط مُتغيِّرات النموذج (إعادة ترتيبه) وتغيّر المتغيِّر التابع، فإن R^2 سيتغيَّر حتى لو كان النموذج الثاني هو مُجرد ترتيب بسيط للنموذج الأول، وبنفس مجموع مربعات البواقي، ليس من المعقول إذًا مُقارنة قيمة R^2 لنماذج مختلفة من حيث المتغيِّرات التابعة.

(٢) لا تنخفض قيمة R^2 أبدًا إذا تمت إضافة المزيد من المتغيِّرات الانحدارية إلى الانحدار، على سبيل المثال نعتبر النموذجين التاليين:

(٤١،٤) الانحدار الأول: $y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + u$

(٤٢،٤) الانحدار الثاني: $y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u$

لا يقل R^2 في النموذج ٢ عن مثيله في النموذج ١، كما يتساوى R^2 في النموذج ٢ مع مثيله في النموذج ١ فقط في حالة كانت القيمة المُقدَّرة لمعامل المتغيِّر الجديد تُساوي تمامًا صفرًا، أي أن $\hat{\beta}_4 = 0$، عمليًّا، سيكون $\hat{\beta}_4$ دائمًا مُختلفًا عن الصفر، حتى وإن لم يكن معنويًّا، وبالتالي من الناحية العملية يرتفع R^2 دائمًا كلما تمت إضافة المزيد من المتغيرات إلى النموذج، تجعل هذه الميزة لـ R^2 من المستحيل أساسًا استخدامه كعامل محدد لمعرفة ما إذا كان ينبغي إدراج متغيِّر معين في النموذج أم لا.

(٣) يمكن لـ R^2 أن يأخذ قيمًا تساوي أو تفوق ٠,٩ في انحدارات السلاسل الزمنية، وبالتالي فهو ليس جيدًا في التمييز بين النماذج، بما أنه في كثير من الأحيان سيكون لمجموعة واسعة من النماذج قيم لـ R^2 متشابهة كثيرًا (ومرتفعة).

٤,٨,٣ معامل التحديد R^2 المعدل

(Adjusted R^2)

لتفادي ثاني هذه المشاكل الثلاث، غالبًا ما يتم إجراء تعديل على R^2 يأخذ بعين الاعتبار فقدان درجات الحرية المرتبط بإضافة متغيِّرات أخرى، ويُعرف ذلك بـ $\bar{R}^2$ أو R^2 المعدل والذي يُعرَّف كالآتي:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left[\frac{T-1}{T-k} - (1 - R^2)\right] \qquad (٤٣،٤)$$

إذا تمت إضافة مُتغيِّر انحداري جديد إلى النموذج فإن k سيرتفع، ومالم يَزِد R^2 بأكثر من القيمة المعادِلة لذلك فإن $\bar{R}^2$ سينخفض، وبالتالي يُمكن استخدام $\bar{R}^2$ كأداة لاتخاذ قرار بشأن تحديد ما إذا كان ينبغي إدراج متغيِّر ما في نموذج الانحدار أم لا، وتكون القاعدة المستخدمة كالآتي: نُدرج المتغيِّر إذا ارتفع $\bar{R}^2$ ولا نُدرجه إذا انخفض هذا الأخير.

ومع ذلك لا يزال هناك مشاكل عند اعتبار تعظيم $\bar{R}^2$ كمعيار لاختيار النموذج، من أبرز هذه المشاكل نذكر أن $\bar{R}^2$ يُعتبر قاعدة 'هشَّة'، ممّا يعني أنه عند اتباعه سينتهي بالباحث عادة اختيار نموذج كبير يحتوي على الكثير من المتغيِّرات ذات معنوية هامشيَّة، أو يحتوي على متغيِّرات لامعنوية، نذكر أيضًا أن R^2 يجب أن يكون على الأقل صفرًا إذا أدرجنا المقطع في الانحدار، أمّا نظيره المعدَّل فمن الممكن أن يأخذ قيمًا سالبة إذا كان الانحدار يُناسب البيانات بشكل رديء جدًّا، وهذا حتى مع وجود مقطع في الانحدار.

لنُعِد النظر الآن في نتائج التمارين السابقة المنجزة على إفيوز، والمستخدمة في الفصل السابق، وكذلك في موضع سابق من هذا الفصل، إذا اعتبرنا أولًا نموذج التحوُّط من الفصل ٣ فإن قيمة R^2 لانحدار العوائد تُساوي ٠,٩٩٥٥ مما يُشير إلى أن العوائد المستقبلية تُفسر تقريبًا كل تغيريَّة العوائد الفورية، أما التوفيق (Fit) فهو ليس بالجيد جدًا بالنسبة إلى انحدار السهم فورد في نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة الوارد في الفصل ٣، حيث إن R^2 يساوي حوالي ٣٥٪، يتمثل الاستنتاج هنا في أنه بالنسبة لهذا السهم وفي فترة العيِّنة هذه نحو ثلث التغيُّر الشهري في فائض العوائد يُمكن أن يُنسب إلى تغيُّرات السوق بأكمله مُقاسًا بالمؤشر S&P 500.

أخيرًا، إذا نظرنا في نتائج الانحدارات التي أُجريت مُؤخرًا للسهم مايكروسوفت فإننا نجد مُجدَّدًا أن التوفيق مقبول، من المهم أيضًا مُقارنة توفيق النموذج للانحدار الأصلي الذي يتضمَّن كل المتغيِّرات مع نتائج الإجراء المتدرِّج، يُمكننا كذلك أن نرى أن قيمة R^2 الخام في الانحدار الأصلي الذي يحتوي على كل المتغيِّرات المفسِّرة الممكنة أعلى قليلًا (٠,٢٠٧ مُقابل ٠,٢٠١ في الانحدار المتدرِّج

وبواقع ثلاث مراتب عشريَّة)، تمامًا كما كُنا نتوقَّع، وبما أن الانحدار الأصلي يحتوي على عدد أكبر من المتغيِّرات فيجب أن تكون قيمة R^2 لهذا الأخير على الأقل بنفس قيمة R^2 للانحدار المتدرِّج، لكن بمُقارنة $\bar{R}^2$ للنموذجين نلاحظ أن قيمة $\bar{R}^2$ في الانحدار المتدرِّج (٠,١٩٣) أعلى قليلًا من مثيلتها في النموذج الكامل (٠,١٨٩)، وهنا إشارة إلى أن المتغيِّرات الانحدارية الإضافيَّة في النموذج الكامل لا مُبرِّر لوجودها، على الأقل وفقًا لهذا المعيار.

نُتابع الآن دراسة حالة أخرى لتطبيق طريقة المربعات الصغرى العاديَّة لتقدير الانحدار، بما في ذلك تفسير النسب تي و R^2.

٤,٩ نماذج تسعير المنفعة

(Hedonic Pricing Models)

وفي مجال تسعير المنفعة كإحدى تطبيقات تقنيات الاقتصاد القياسي حيث يكون للمعاملات تفسير مهم بشكل خاص ، تُستخدم *نماذج المنفعة* لتقييم الأصول العقاريَّة (Real Assets) وعلى وجه الخصوص المساكن، ومُعاينة الأصل باعتباره يمثِّل مجموعة من الخصائص توفِّر كل واحدة منها إمَّا منفعة أو عدم منفعة لمستهلكها، غالبًا ما تُستخدم نماذج المنفعة لإنتاج تقييمات أو تقديرات للعقارات، وذلك بالنظر إلى خصائصها (مثل حجم المسكن، عدد غرف النوم، الموقع، عدد الحمامات إلى آخره)، تُمثِّل القيم المقدَّرة للمعاملات في هذه النماذج 'أسعار الخصائص'.

قدَّم دي روزيي وتيريو (١٩٩٦) ((Des Rosiers and Thériault (1996)) تطبيقًا لنموذج تسعير المنفعة حيث تدارسَا تأثير وسائل الراحة المختلفة على قيم إيجار المباني والشقق في خمسة أسواق فرعيَّة في منطقة الكيبك (Quebec) الكنديَّة، بعد احتساب تأثير 'الخصائص المحدّدة للعقد'، والتي سوف يكون لها تأثير على قيم الإيجار (على سبيل المثال هل الأثاث، الإضاءة أو الماء الساخن مُدرج في سعر الإيجار أم لا)، توصَّل دي روزيي وتيريو إلى نموذج تكون فيه قيمة الإيجار الشهري بالدولار الكندي (المتغيِّر التابع) دالة تضمُّ مِن تسع إلى أربعة عشر متغيِّرًا (حسب المنطقة المدروسة)، تستخدم ورقة البحث بيانات ترجع لسنة ١٩٩٠ لمنطقة مدينة الكيبك وبمجموع ١٣,٣٧٨ مُشاهدة، أما المتغيِّرات الاثنا عشر فهي:

LnAGE	لوغاريتم العمر الظاهري للعقار
NBROOMS	عدد غرف النوم
AREABYRM	مساحة الغرفة (بالمتر المربع)
ELEVATOR	متغيِّر وهمي (أو صوري) (Dummy Variable) = ١ إذا كان المبنى يحتوي على مصعد؛ ٠ خلاف ذلك
BASEMENT	متغيِّر وهمي = ١ إذا كانت الوحدة السكنية بالطابق السفلي؛ ٠ خلاف ذلك
OUTPARK	عدد مواقف السيارات الخارجية
INDPARK	عدد مواقف السيارات الداخليَّة
NOLEASE	متغيِّر وهمي = ١ إذا كانت الوحدة السكنية غير مُرتبطة بعقد إيجار؛ ٠ خلاف ذلك
LnDISTCBD	لوغاريتم المسافة بالكيلومترات إلى المنطقة التجاريَّة المركزيَّة

SINGLPAR	نسبة الأسر ذات العائل الواحد في منطقة تواجد المبنى
DSHOPCNTR	المسافة بالكيلومترات إلى أقرب مركز تسوّق
VACDIFF1	فارق الشغور بين المبنى والتعداد السكاني

الجدول رقم (٤,١) نموذج المنفعة لقيم الإيجار في مدينة الكيبك، ١٩٩٠. المتغيّر التابع: قيمة الإيجار الشهري بالدولار الكندي

المتغيّر	المعامل	نسبة تي	العلامة المتوقّعة مُسبقاً المتوقّعة مُسبقاً
المقطع	٢٨٢,٢١	٥٦,٠٩	+
LnAGE	‎-٥٣,١٠	‎-٥٩,٧١	-
NBROOMS	٤٨,٤٧	١٠٤,٨١	+
AREABYRM	٣,٩٧	٢٩,٩٩	+
ELEVATOR	٨٨,٥١	٤٥,٠٤	+
BASEMENT	‎-١٥,٩٠	‎-١١,٣٢	-
OUTPARK	٧,١٧	٧,٠٧	+
INDPARK	٧٣,٧٦	٣١,٢٥	+
NOLEASE	‎-١٦,٩٩	‎-٧,٦٢	-
LnDISTCBD	٥,٨٤	٤,٦٠	-
SINGLPAR	‎-٤,٢٧	‎-٣٨,٨٨	-
DSHOPCNTR	‎-١٠,٠٤	‎-٥,٩٧	-
VACDIFF1	٢٩,٠	٩٨,٥	-

ملاحظة: R^2 المعدّل = ٠,٦٥١؛ إحصاءة الانحدار إف = ٢٠٨٢,٢٧.

المصدر: دي روزيي وتيريو (١٩٩٦). أُعيد نشره بترخيص من الجمعيّة العقاريّة الأمريكيّة.

تتضمّن هذه القائمة العديد من المتغيّرات التي تُعتبر مُتغيّرات وهمية، تُعرف المتغيّرات الوهمية أيضًا *بالمتغيّرات النوعيّة*، وذلك لأنها غالبًا ما تُستخدم لتمثيل المتغيّرات النوعيّة تمثيلًا عدديًا، عادة ما تُحدَّد المتغيّرات الوهمية بحيث تأخذ عددًا محدودًا من القيم الصحيحة، وفي مُعظم الأحيان نستخدم فقط صفرًا وواحدًا.

كما يُمكن استخدام المتغيِّرات الوهمية في سياق الانحدارات المقطعيَّة (Cross-sectional Regressions) وانحدارات السلاسل الزمنيَّة (Time Series Regressions)، سنُناقش فيما بعد هذه الأخيرة على نطاق واسع، ومن الأمثلة عن استخدام المتغيِّرات الوهمية كمتغيِّرات انحداريَّة مقطعيَّة نذكر استخدامها في نمذجة الجنس في إطار دراسة رواتب أول تعيين للمتداولين الجدد (على سبيل المثال: ذكر =٠، أنثى= ١)، أو كذلك في إطار نمذجة التصنيفات الائتمانيَّة السياديَّة (مثال: البلدان النامية = ٠، البلدان المتقدِّمة = ١) إلى آخره.

تُستخدم المتغيِّرات الوهمية في كل مرَّة بنفس طريقة استخدام المتغيِّرات المفسِّرة الأخرى، ويُمكن تفسير مُعاملات المتغيِّرات الوهمية كمتوسِّط للفروق في قيم المتغيِّر التابع لكل فئة، وباعتبار كل العوامل الأخرى في النموذج.

أشار دي روزيي وتيريو (١٩٩٦) إلى عدَّة مُواصفات لخمس مناطق مُختلفة، ثم قدَّما نتائج لنموذج يحتوي على المتغيِّرات التي تناولناها هنا، والتي تم تعديلها وذكرها كما في الجدول رقم (٤,١).

تُشير قيمة R^2 المعدَّل أن النموذج يُفسِّر ٦٥٪ من إجمالي تغيُّرات أسعار الإيجار عن قيمتها المتوسِّطة، بالنسبة للانحدار المقطعي تُعتبر هذه القيمة مُرتفعة جدًّا، كما نذكر كذلك أن كل المتغيِّرات معنويَّة عند المستوى ٠,٠١٪ فأقل، وبالتالي فإن إحصاءة الانحدار إف ترفض بشدَّة فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن جميع قيم معاملات المتغيِّرات المفسِّرة تُساوي صفرًا، كما تُشير إلى وجود علاقة بين الإحصاءة إف للانحدار و R^2 كما هو مُبيَّن في الإطار رقم (٤,١).

كما ذُكر سابقًا هناك طريقة لتقييم نموذج اقتصاد قياسي تتمثَّل في تحديد ما إذا كان هذا الأخير يتوافق مع النظريَّة أم لا، في حالتنا هذه ليس لدينا نظريَّة حقيقيَّة، ولكن بدلًا من ذلك لدينا تصوُّر بخصوص اتجاه تأثير كل مُتغيِّر على قيم الإيجار، وعليه يُمكن مُقارنة العلامات الفعليَّة للمعاملات بقيمها المتوقَّعة الواردة في العمود الأخير من الجدول رقم (٤,١) (كما حدَّدها الكاتب)، يُمكن أيضًا ملاحظة أن لجميع المعاملات، باستثناء اثنين (وهي لوغاريتم المسافة بالكيلومترات إلى المنطقة التجاريَّة المركزيَّة وفارق الشغور)، علاماتها المُتوقَّعة.

كما ذكر دي روزيي وتيريو أن العلامة الموجبة لمعامل المتغيِّر 'المسافة إلى المنطقة التجاريَّة المركزيَّة' تُعتبر علامة مُتوقَّعة، وذلك لأنه بالرغم من أنه من المحبَّذ في أغلب الأحيان العيش بالقرب من وسط المدينة إلَّا أنه في هذه الحالة، وبافتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها، تقع أغلب الأحياء الأقل جاذبيَّة نحو وسط المدينة.

تُظهر القيم المقدَّرة للمعاملات سعر الإيجار الشهري بالدولار الكندي لكل ميزة من ميزات المسكن، لتقديم بعض الأمثلة التوضيحيَّة، تُظهر قيمة المتغيِّر NBROOMS وهي تقريبًا ٤٨، وبافتراض بقاء الأشياء الأخرى على حالها، ستؤدي غرفة نوم واحدة إضافيَّة إلى ارتفاع متوسِّط سعر إيجار العقار بمقدار ٤٨$ شهريًّا، وذلك باعتبار أسعار ١٩٩٠، نذكر كذلك أن معامل المتغيِّر BASEMENT يُساوي −١٦ مُشيرًا إلى أن الشقة بالطابق السفلي تُؤجَّر أقل بـ ١٦$ من شقة مُماثلة فوق سطح الأرض، تُشير معاملات المواقف أخيرًا أن في المتوسِّط كل موقف سيارات خارجي يُضيف ٧$ إلى قيمة الإيجار في حين أن كل موقف سيارات داخلي يُضيف ٧٤$ وهكذا، أمَّا المقطع فيُظهر من الناحية النظريَّة قيمة الإيجار اللازمة لعقار كل قيم خصائصه صفر، تدل هذه الحالة، وكما سبق وذكرنا، أن لمعامل الحد الثابت في أغلب الأحيان تفسيرًا قليل الفائدة، وذلك لأنه يُشير إلى مسكن تم بناؤه للتو، ليس به أي غُرفة، بدون مواقف سيارات، بدون عقد إيجار، تمامًا وسط المنطقة التجاريَّة المركزيَّة ومركز التسوق، إلخ.

الإطار رقم (١ , ٤) العلاقة بين إحصاءة الإنحدار إف و R^2

هناك علاقة خاصة بين قيمة R^2 المتحصَّل عليها من الانحدار وإحصاءة الانحدار إف، تُذكِّر أن هذه الإحصاءة تختبر فرضيَّة العدم المتمثلة في أن معلمات الميل في الانحدار تساوي كلها صفرًا في نفس الوقت، لنُسمّي مجموع مربعات البواقي للانحدار غير المُقيَّد، والذي يضم كل المتغيِّرات المفسَّرة بـRSS، في حين يقتصر الانحدار المقيّد ببساطة على انحدار y_t على ثابت:

$$y_t = \beta_1 + u_t \qquad (٤٤،٤)$$

وبما أنه لا توجد معلمات ميل في هذا النموذج فإنه لن يتم تفسير أيّ من تغيُّريَّة y_t حول قيمتها المتوسِّطة، وبالتالي فإن مجموع مربعات البواقي للمعادلة رقم (٤٤،٤) سيكون في الواقع المجموع الكلي للمربعات (TSS) لـ y_t. كما يُمكننا كتابة الصيغة المعتادة للإحصاءة إف لاختبار فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن جميع معلمات الميل تُساوي معًا صفرًا على النحو التالي:

$$\text{إحصاءة إف} = \frac{TSS-RSS}{RSS} \times \frac{T-K}{K-1} \qquad (٤٥،٤)$$

يكون عدد القيود ($'m'$) في هذه الحالة مُساويًا لعدد معلمات الميل $k - 1$. كما تُذكّر أن $TSS - RSS = ESS$. إذًا بقسمة بسط ومقام المعادلة رقم (٤٥،٤) بـ TSS نتحصَّل على:

$$\text{إحصاءة إف} = \frac{ESS/TSS}{RSS/TSS} \times \frac{T-K}{K-1} \qquad (٤٦،٤)$$

يُصبح الآن R^2 بسط المعادلة رقم (٤٦،٤) في حين يكون $1 - R^2$ مقامها، وبالتالي يُمكن كتابة الإحصاءة إف كالتالي:

$$\text{إحصاءة إف} = \frac{R^2(T-k)}{1-R^2(k-1)} \qquad (٤٧،٤)$$

تصح هذه العلاقة بين الإحصاءة إف وR^2 فقط لفرضيَّة العدم هذه وليس لفرضيات أخرى.

ومن نقاط الضعف الجديرة بالذكر لهذه الدراسات في هذه المرحلة هو افتراضها أن السعر الضمني لكل خاصِّية متطابق لمختلف أنواع الممتلكات، وأن هذه الخصائص لا تُصبح مُشبَّعة، بعبارة أخرى يُفترض ضمنًا أنه في حالة تمت إضافة المزيد من غرف النوم أو من مواقف السيارات المخصصة إلى ما لانهاية فإن سعر الإيجار الشهري سيرتفع في كل مرَّة بـ ٤٨$ و بـ ٧$ على التوالي، إذًا، من غير المحتمل تمامًا تأييد هذا الافتراض عمليًّا، وبالتالي سوف يكون النموذج المقدَّر مُناسبًا فقط لمسكن 'مُتوسِّط'، على سبيل المثال، من المرجَّح أن يُضيف موقف داخلي للسيارات إضافي قيمة إلى مسكن فاخر أكثر بكثير من القيمة التي يُضيفها إلى مسكن عادي، على نحو مُماثل، من المرجَّح أن تكون القيمة الحدِّية لغرفة نوم إضافيَّة أكبر إذا كان المسكن به غرفة نوم واحدة ممَّا لو كان المسكن يتكوَّن أصلًا من عشر غُرف، ويتمثَّل أحد الحلول لهذه المسألة في استخدام مُتغيِّرات وهمية بآثار ثابتة في الانحدارات، لشرح هذه النقطة انظر على سبيل المثال الفصل ١٠.

٤ , ١٠ اختبار الفرضيَّات غير المُتداخلة

(Tests of non-nested hypotheses)

كل اختبارات الفرضيات التي أُجْرِيَت حتى الآن في هذا الكتاب كانت في إطار النماذج 'المتداخلة'، وهو ما يعني أنه في كل حالة يشمل الاختبار فرض قيود على النموذج الأصلي؛ للوصول إلى صياغة مُقيَّدة تكون عبارة عن مجموعة جُزئيَّة، أو مجموعة مُتداخلة للصيغة الأصلية.

ومع ذلك من المفيد أحيانًا إجراء مُقارنة بين النماذج غير المُتداخلة، لنفترض على سبيل المثال أن هُناك باحثين يعملان بشكل مُستقل، لكل واحد منهما نظريَّة ماليَّة مُستقلَّة لشرح تغيُّر مُتغيِّر ما، y_t، من الممكن أن تكون النماذج التي وقع اختيارها من قِبَل الباحثين على التوالي كالتالي:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 x_{2t} + u_t \quad (٤٨،٤)$$

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{3t} + v_t \quad (٤٩،٤)$$

حيث يُمثِّل u_t و v_t حدود أخطاء مُستقلَّة ومُوزَّعة بشكل مُتطابق، يتضمَّن النموذج رقم (٤٨،٤) المتغيِّر x_2 ولا يتضمَّن المتغيِّر x_3 في حين يحتوي النموذج رقم (٤٩،٤) على المتغيِّر x_3، ولا يحتوي على المتغيِّر x_2، في هذه الحالة لا يُمكن اعتبار أحد هذين النموذجين صيغة مُقيَّدة للنموذج الآخر، فكيف إذًا يُمكن مُقارنة النموذجين لمعرفة أيُّها الأفضل تمثيلًا للبيانات y_t؟

الإطار رقم (٤ , ٢) الإختيار بين النماذج

(١) γ_2 معنوي إحصائيًّا لكن ليس γ_3. في هذه الحالة تُختزل المعادلة رقم (٥٠،٤) في المعادلة رقم (٤٨،٤) وتُمثِّل هذه الأخيرة النموذج المفضَّل.

(٢) γ_3 معنوي إحصائيًّا لكن ليس γ_2. في هذه الحالة تُختزل المعادلة رقم (٥٠،٤) في المعادلة رقم (٤٩،٤) وتُمثِّل هذه الأخيرة النموذج المفضَّل.

(٣) كُل من γ_2 و γ_3 معنوي إحصائيًّا، هذا يعني أن كُلًّا من x_2 و x_3 لديهما قُوة تفسيريَّة إضافيَّة لـ y وينبغي في هذه الحالة الاحتفاظ بكلاهما، وبالتالي نتخلى عن النموذج رقم (٤٨،٤) و (٤٩،٤) ويكون النموذج رقم (٥٠،٤) النموذج المفضَّل.

(٤) كُل من γ_2 و γ_3 غير معنوي إحصائيًّا، في هذه الحالة لا يُمكن إبعاد أيٍّ من النماذج، بل يجب استخدام طرق أخرى للاختيار بينهم.

باعتبار المناقشة في القسم (٨،٤) تتمثَّل الإجابة الجليَّة عن هذا السؤال في مُقارنة قيم R^2 أو قيم R^2 المعدَّل المتحصَّل عليها

من النماذج، في هذه الحالة يُمكن تطبيق أيٍّ منهما على حد السواء، بما أن كلتا الصيغتين لهما نفس عدد المتغيِّرات في الجانب الأيمن للمعادلة، كما نذكر أنه بالإمكان استخدام R^2 المعدَّل حتى في الحالات التي يكون فيها عدد المتغيِّرات في النموذجين مُختلفًا، وذلك لأنه يستخدم حد جزاء (Penalty Term) يأخذ في الاعتبار عدد المتغيِّرات المفسِّرة، من ناحية أخرى يستند R^2 المعدَّل إلى دالة جزاء مُحدَّدة (وهي $T-k$ التي تظهر بصورة دقيقة في الصيغة)، هذه الصيغة لحد الجزاء ليست بالضرورة الصيغة الأمثل.

كما نذكر أيضًا أنه نظرًا لما سبق ذكره، وأن R^2 المعدَّل يعتبر قاعدة هشَّة فمن المرجَّح بشكل عام أن استخدام R^2 المعدَّل للاختيار بين النماذج سيدل ضمنًا على أن النماذج التي تتضمَّن أكثر مُتغيِّرات مُفسِّرة ستكون النماذج المفضَّلة، كما تتوفَّر أيضًا قواعد أخرى مُماثلة، لكل واحدة منها حد جزاء أقل أو أكثر صرامة، وتُعرف جميعًا 'بمعايير المعلومات' (Information Criteria)، يشرح الفصل ٦ هذه المعايير بشيء من التفصيل، لكن نكتفي في الوقت الراهن بالقول إن الاختلاف في صرامة حد الجزاء يؤدي في عدة حالات إلى نموذج مُفضَّل مُختلف.

كما نُشير إلى وجود منهج بديل لمقارنة النماذج غير المُتداخلة يتمثَّل في تقدير نموذج شامل أو هجين، في مثال المعادلات رقم (٤٨،٤) و (٤٩،٤) يكون النموذج الشامل المناسب كالآتي:

$$y_t = \gamma_1 + \gamma_2 x_{2t} + \gamma_3 x_{3t} + w_t \qquad (٥٠،٤)$$

حيث يرمز w_t إلى حد الخطأ، تحتوي الصيغة رقم (٥٠،٤) على كل من المعادلات رقم (٤٨،٤) و (٤٩،٤) كحالات خاصة لها عندما يكون γ_3 و γ_2 على التوالي صفرًا، وبالتالي سيُجرى اختبار أفضل نموذج من خلال فحص معنويَّة γ_2 و γ_3 في النموذج رقم (٥٠،٤). سيكون هناك أربع نتائج مُمكنة (الإطار رقم (٢ , ٤)).

ومع ذلك هناك العديد من القيود بخصوص استخدام الانحدارات الشاملة (Encompassing Regressions) للاختيار بين النماذج غير المُتداخلة، والأهم من ذلك نذكر أنه حتى ولو كان للنماذج رقم (٤٨،٤) و (٤٩،٤) أساس نظري متين لتشمل المتغيِّرات المدرجة في الجانب الأيمن للمعادلات، فمن الممكن أن يكون النموذج الهجين لا معنى له، على سبيل المثال من الممكن أن تقترح النظريَّة الماليَّة إمَّا النموذج رقم (٤٨،٤) أو النموذج رقم (٤٩،٤) لنمذجة y_t لكنها تعتبر النموذج رقم (٥٠،٤) نموذجًا مُستبعدًا، بالإضافة إلى ذلك إذا كانت المتغيِّرات المفسِّرة المتنافسة x_2 و x_3 شديدة الترابط (أي تقريبًا تربطها علاقة خطية مُتداخلة (Collinear)) فمن الممكن أن يصبح كلاهما غير معنوي إحصائيًّا إذا ما تم إدراجهما معًا في النموذج لا γ_2 ولا γ_3 ذات معنوية احصائية، في حين أنهما معنويان في الانحدارات المنفصلة رقم (٤٨،٤) و (٤٩،٤)، انظر قسم تعدُّد العلاقات الخطيَّة (أو التعدُّد الخطِّي) (Multicollinearity) في الفصل ٥. كما نذكر أن هناك منهجًا بديلًا يرجع إلى ديفيدسون وماكينون (١٩٨١) (Davidson and MacKinnon (1981)) وهو اختبار ج الشامل (J -encompassing test). لمزيد من التفاصيل نُشير إلى القراء المهتمين بالاطلاع على أعمال الكاتبين الأخيرين، أو الاطلاع على قوجاراتي (٢٠٠٣، ص ٥٣٣–٥٣٦) (Gujarati (2003, pp. 533–6)).

١١ , ٤ الانحدار الكمي
(Quantile Regression)

١ , ١١ , ٤ الخلفيَّة والدافع
(Background and motivation)

تقدِّم مناهج الانحدارات الاعتياديَّة نمذجة على نحو فعال لمتوسِّط (الشرطي) (Conditional Mean) المتغيِّر التابع، أي أنها تلتقط القيمة المتوسِّطة لـ y بالنظر إلى متوسط قيم جميع المتغيِّرات المفسِّرة، نستطيع من خلال خط الانحدار المجهَّز بطبيعة الحال حساب القيمة التي ستتَّخذها y لكل قيمة من قيم المتغيِّرات المفسِّرة، وهو ما يُعتبر أساسًا استقراءً لسلوك العلاقة بين y و x عند الوسط لبقية البيانات.

كمثال تحفيزي عن اعتبار هذا المنهج منهجًا دون الحد الأمثل في كثير من الأحيان، لنفترض أنه من الجدير بالاهتمام التقاط العلاقة المقطعيَّة، عبر البلدان بين درجة تنظيم البنوك والناتج المحلي الإجمالي (Gross Domestic Product (GDP))، انطلاقًا من مُستوى مُتدنٍّ جدًّا من التنظيم البنكي (أو عدم التنظيم)، من المرجَّح أن زيادة التنظيم ستُشجِّع الزيادة في النشاط الاقتصادي بما أن وظائف النظام المصرفي ستكون أفضل نتيجة لمزيد من الثقة والاستقرار في البيئة الماليَّة، ومع ذلك فمن المحتمل الوصول إلى نقطة تكون فيها زيادة حجم التنظيم عائقًا أمام النمو الاقتصادي من خلال خنق الابتكار واستجابة القطاع المصرفي لتلبية احتياجات الصناعات التي تخدمها، وبالتالي قد تتبادى لنا علاقة لاخطِّية (على الشكل ∩) بين التنظيم ونُمو الناتج المحلي الإجمالي، وقد يُؤدي تقدير نموذج الانحدار الخطِّي الاعتيادي إلى تقديرات جد مُضلِّلة لهذه العلاقة، بما أنها 'تتوسَّط' الآثار الإيجابيَّة والسلبيَّة للتنظيم المتدني جدًّا والعالي جدًّا.

من الممكن بطبيعة الحال في هذه الحالة إدراج حدود لاخطِّية (أي متعدد الحدود) في نموذج الانحدار (على سبيل المثال، إضافة حدود تنظيم تربيعيَّة، تكعيبيَّة... في المعادلة)، لكن تُمثِّل *الانحدارات الكميَّة* التي وضعها كونكر وباسيت (١٩٧٨) (Koenker and Bassett (1978)) وسيلة أكثر طبيعيَّة ومرونة لالتقاط التعقيدات الكامنة في العلاقات من خلال تقدير نماذج للدوال الكميَّة الشرطية (Conditional Quantile Functions). كما نذكر أنه يُمكن إجراء الانحدارات الكميَّة في سياق كُلٍّ من السلاسل الزمنيَّة والبيانات المقطعيَّة، على الرغم من أن هذا الأخير يُعتبر الأكثر شيوعًا، عادة ما نفترض أن المتغيِّر التابع، والذي يُسمَّى غالبًا *بالمتغيِّر الاستجابة* (*Response Variable*) في أدب الانحدارات الكميَّة، مُوزَّعًا بشكل مُستقل ومُتجانس التباين (Homoscedastic)، يُمكن بطبيعة الحال التخفيف من هذه الافتراضات لكن على حساب تعقيدات إضافيَّة، كما نُشير كذلك إلى أن الانحدارات الكميَّة تُمثِّل طريقة شاملة لتحليل العلاقات بين مجموعة من المتغيِّرات، وهي أكثر ثباتًا بكثير من انحدارات المربعات الصغرى العاديَّة عند وجود قيم شاذَّة وعدم اعتدال التوزيع، مثلما أن الوسيط غالبًا ما يُعتبر مقياسًا للسلوك المتوسِّط أو 'النموذجي' أفضل من الوسط الحسابي عندما يكون التوزيع شديد الالتواء جَرَّاء وجود بعض القيم الشاذَّة الكبيرة، كما يُعتبر الانحدار الكمي تقنية لامعلميَّة (Non-Parametric)، وذلك لأنه لا يتطلَّب أية افتراضات بخصوص التوزيع لتقدير أمثل للمعلمات.

كما يختلف الترميز والأساليب التي تُستخدم عادة في نمذجة الانحدار الكمي عن تلك المألوفة في الاقتصاد القياسي المالي، وربما حَدَّ ذلك من التناول المبكِّر لهذه التقنية التي كانت تاريخيًّا تُستخدم على نطاق واسع في تخصصات أخرى، على سبيل المثال، نذكر

أنه تم تطوير العديد من التطبيقات في اقتصاديات العمل، وقد أدّى توفُّر التقنيات في حزم برمجيات الاقتصاد القياسي في الآونة الأخيرة إلى جانب زيادة الاهتمام بنمذجة 'سلوك طرف' السلاسل إلى تحفيز تطبيقات الانحدار الكمي في مجال الماليَّة، وهنا يُعتبر الاستخدام الأكثر شيوعًا لهذه التقنية في نمذجة القيمة المعرَّضة للمخاطر (Value at Risk)، ويُعتبر ذلك أمرًا طبيعيًّا؛ نظرًا لأن هذه النماذج ترتكز على تقدير قيمة التقسيم الجزئي (Quantile) لتوزيع الخسائر المحتملة، انظر على سبيل المثال دراسة تشيرنوجوكوف وأومانستيف (٢٠٠١) (Chernozhukov and Umanstev (2001)) وإنجل ومنجنلي (٢٠٠٤) (Engle and Manganelli (2004)) بخصوص تطوير النموذج CaViaR[٣].

تُشير *قيم التقسيمات الجزئية* التي يرمز إليه بـ τ، إلى موضع المشاهدة ضمن سلسلة مرتَّبة y. على سبيل المثال، يُمثِّل الوسيط المشاهدة التي تقع في الوسط تمامًا، أمَّا المئين العاشر (الأصغر) فهو القيمة التي تقع تحتها ١٠٪ من المشاهدات (وبالتالي ٩٠٪ من المشاهدات فوقها)، إلى آخره، بشكل أدق يُمكننا تعريف قيمة التقسيم الجزئي (عدد – τ)، $Q(\tau)$، للمتغيِّر العشوائي y بتوزيع تراكمي (Cumulative Distribution) $F(y)$، كالتالي:

$$Q(\tau) = \inf y : F(y) \geq \tau \qquad (٤،٥١)$$

حيث يرمز inf إلى أعظم حد أدنى (Infimum) أو 'أكبر حد سُفلي'، وهو أصغر قيمة لـ y تُحقِّق المتباينة (Inequality)، بحكم تعريفها يجب أن تقع قيم التقسيمات الجزئية بين صفر وواحد.

هذا وتتناول الانحدارات الكميَّة في مرحلة لاحقة مفهوم قيم التقسيمات الجزئية، وهي تقوم بنمذجة التوزيع الشرطي لـ y بأكمله على نحو فعَّال باعتبار المتغيِّرات المفسِّرة (وليس فقط الوسط مثلما هو الحال بالنسبة إلى طريقة المربعات الصغرى العاديَّة)، وهكذا تفحص الانحدارات الكميَّة تأثير المتغيِّرات المفسِّرة، ليس فقط على معلمات الموضع والمقياس لتوزيع y، وإنما كذلك على شكل التوزيع، يُمكننا إذًا تحديد كيفيَّة تأثير المتغيِّرات المفسِّرة على المئين الخامس أو المئين التسعين لتوزيع y أو أيضًا على الوسيط، إلى آخره.

٤ , ١١ , ٢ تقدير الدوال الكميَّة

(Estimation of quantile functions)

إذا كان مُقدَّر المربعات الصغرى العاديَّة يجد القيمة المتوسِّطة التي تُقلِّل من مجموع مربعات البواقي، فبنفس الطريقة يُفضي تقليل مجموع القيم المطلقة للبواقي إلى القيمة الوسيطة، بحكم تعريفها، تكون دالة القيم المطلقة مُتماثلة، بحيث يكون هناك نفس عدد نقاط البيانات قبل وبعد الوسيط، لكن بدلًا من ذلك إذا كانت البواقي مُرجَّحة بطريقة مُختلفة، حسب ما إذا كانت موجبة أم سالبة، فإنه يُمكننا حساب قيم التقسيمات الجزئيَّة للتوزيع. لتقدير قيمة التقسيم الجزئي عدد τ، نُحدِّد τ كوزن للمشاهدات الموجبة وهي التقسيمات الجزئية التي نريدها و $1 - \tau$ للمشاهدات السالبة، كما يُمكن تحديد قيم التقسيمات الجزئيَّة التي نُريدها (أو قد يقوم البرنامج بذلك من أجلنا)، إلَّا أن الخيارات الشائعة هي ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٢٥ ، ٠,٥ ، ٠,٧٥ ، ٠,٩ ، ٠,٩٥ . تُشير إلى أن توفيق النموذج لقيم τ لا تكون دائمًا جيِّدًا إذا كانت قيم τ قريبة جدًّا من حدودها ٠ و ١، ولذلك فمن المستحسن تجنُّب مثل هذه القيم، كما يُمكن كتابة مسألة التصغير لمجموعة من معلمات الانحدار الكمي $\hat{\beta}_\tau$، حيث إن كل عنصر فيها يُمثِّل مُتَّجه بأبعاد $k \times 1$، على النحو التالي:

---

(٣) لمزيد القراءة عن الانحدار الكمي، تُمثِّل دراسة كوينكر وهالوك (٢٠٠١) (Koenker and Hallock (2001)) مُقدِّمة، ولو مُقتضبة، عن الانحدارات الكميَّة وتطبيقاتها في حين يُقدِّم كتاب كوينكر (٢٠٠٥) عرضًا أكثر شمولًا عن هذا المنهج.

$$\hat{\beta}_\tau = \text{argmin}_\beta \left(\sum_{i:y_i > \beta x_i} \tau |y_i - \beta x_i| + \sum_{i:y_i < \beta x_i} (1-\tau) |y_i - \beta x_i| \right) \quad (٤,٥٢)$$

تُبرز هذه المعادلة بشكل واضح أين يدخل الترجيح في عمليَّة الاستمثال، وكما ورد في السابق، بالنسبة إلى الوسيط يكون $\tau = 0.5$ وتكون الأوزان مُتماثلة، لكن بالنسبة لجميع قيم التقسيمات الجزئيَّة الأخرى، تكون الأوزان غير مُتماثلة، يُمكن حل مسألة الاستمثال هذه باستخدام تمثيل برمجي خطي من خلال خوارزميَّة التبسيط (Simplex Algorithm) أو صياغتها في إطار طريقة العزوم المعمَّمة.

كبديل عن الانحدار الكمّي، من المغري التفكير في تقسيم البيانات وإجراء انحدارات مُنفصلة لكل واحدة منها، على سبيل المثال، نقوم بإسقاط ٩٠٪ من أولى المشاهدات لـ y، وكذلك نقاط البيانات المقابلة لها من المتغيِّرات x ثم إجراء الانحدار على المشاهدات المتبقِّية، ومع ذلك تُعتبر هذه العمليَّة بمثابة اقتطاع للمتغير التابع، وهذا يُعتبر أمرًا غير مناسب بتاتًا؛ لأن ذلك من شأنه أن يُؤدي إلى تحيُّزات حادة في اختيار مُفردات العيِّنة (Sample Selection Biases) من قَبِيل التحيُّز المناقَش في الفصل ١٢ من هذا الكتاب أو المُبْرَز من قِبَل هيكمان (١٩٧٩) ((Heckman (1979)). لا يقوم الانحدار الكمي في الواقع بتقسيم البيانات، وإنما يستخدم كل المشاهدات في تقدير المعلمات لكل قيمة تقسيم جزئي.

من المفيد جدًّا رسم كلٍّ من المعلمات المقدَّرة $\hat{\beta}_{i,\tau}$ (لكل k ... $i = 1$) مُقابل قيمة التقسيم الجزئي τ (من ٠ إلى ١) حتى نتمكَّن من معرفة ما إذا كانت القيم المقدَّرة تتفاوت من قيمة تقسيم جزئي إلى أخرى، أو أنها قيم شبه ثابتة، يتم في بعض الأحيان كذلك إدراج الأعمدة ±٢ الخطأ المعياري في الرسم، وهي أعمدة تميل إلى التباعد عند الاقتراب من حدود τ، للأسف من الناحية المفاهيميَّة يُعتبر إنتاج هذه الأخطاء المعياريَّة لمعلمات الانحدار الكمي أكثر تعقيدًا من تقدير المعلمات نفسها، وبالتالي تُعتبر مُناقشة هذه الأخطاء المعياريَّة خارج نطاق هذا الكتاب، هذا ونُشير إلى أن كونكر (٢٠٠٥) أثبت تحت بعض الفرضيات أن معلمات الانحدار الكمي تتبع تقاربيًّا التوزيع الطبيعي، كما اقترح كذلك عددًا من المناهج لتقدير مصفوفة التباين والتغاير للمعلمات، بما في ذلك منهج مستند على البوتستراب (Bootstrap)، انظر الفصل ١٣ للاطلاع على مُناقشة لهذا المنهج.

٤,١١,٣ تطبيق الانحدار الكمي: تقييم أداء الصندوق

(An application of quantile regression: evaluating fund performance)

أجرى باسيت وتشن (٢٠٠١) ((Bassett and Chen (2001)) دراسة عن نمط تحليل الإسناد لصناديق الاستثمار المشتركة واعتبار المؤشر S&P500 للمقارنة، وبهدف دراسة كيف أن تعرُّض المحفظة لأنماط تحليل مُتعدِّدة يختلف باختلاف الأداء، استخدم باسيت وتشن أسلوب الانحدار الكمي.

أصبح من الصعب تقييم أداء مديري صناديق الاستثمار المشتركة بشكل فعَّال بسبب مُلاحظة أن بعض أنماط الاستثمار والرسملة الصغيرة تحقِّق عوائد في المتوسِّط أعلى من عائد سوق الأسهم بأكمله، وردًّا على ذلك استخدمت نماذج العوامل (Factor Models)، مثل نماذج فاما وفرنش (١٩٩٣) ((Fama and French (1993)) لإزالة تأثير هذه الخصائص، انظر الفصل ١٤ لعرض مُفصَّل لهذه النماذج، كما يضمن استخدام هذه النماذج أيضًا عدم الخلط بين مهارة مُدير الصندوق في اختيار الأسهم ذات الأداء المرتفع وبين الاستثمارات العشوائيَّة في إطار الرسملة الصغيرة والتي سوف تتفوَّق أداءً على السوق في المدى الطويل، على سبيل المثال؛ إذ قام مدير الصندوق باستثمار نسبة عالية نسبيًّا من محفظته في أسهم الشركات الصغيرة، فإننا نتوقَّع مشاهدة عائدات أعلى من المتوسِّط بسبب تأثير حجم الشركة (Firm Size Effect) فقط.

في هذا السياق قام باسيت وتشن (٢٠٠١) بإجراء تحليل لنمط الاستثمار، وذلك بانحدار عوائد الصندوق على كل من عوائد محفظة النمو المرتفع، عوائد المحفظة ذات القيمة المرتفعة، عوائد محفظة النمو المنخفض، وعوائد المحفظة ذات القيمة المنخفضة، تستند

هذه الأنماط لعوائد المحافظ على مؤشرات أنماط راسيل (Russell)، بهذه الطريقة تقيس القيم المقدَّرة لكل عائد، من عوائد المحافظ المكوَّنة بأسلوب التقليد، مدى تعرُّض الصندوق لهذا النمط[٤]، وهكذا يُمكننا تحديد نمط الاستثمار الفعلي للصندوق دون معرفة حيازاته، وذلك استنادًا كليًّا على عوائده *اللاحقة* وعلاقاتها بعوائد مؤشرات الأنماط، يعرض الجدول رقم (٤،٢) نتائج انحدار المربعات الصغرى العاديَّة، وكذلك نتائج الانحدارات الكميَّة باعتبار τ = ٠,١، ٠,٣، ٠,٥ (الوسيط)، ٠,٧ و ٠,٩. رُصدت المشاهدات على مدى خمس سنوات ولغاية ديسمبر ١٩٩٧، كما ارتكزت الأخطاء المعياريَّة على طريقة إعادة المعاينة.

كما نُشير إلى أن مجموع المعلمات لنمط انحدار مُعيَّن يُساوي دائمًا واحد (باستثناء أخطاء التقريب)، بهدف الاختصار، أعرض فقط نتائج صندوق ماجلان النشط (Magellan Active Fund)، دون نتائج S&P التي تُظهر تغيُّرًا بسيطًا جدًّا في القيم المقدَّرة من قيمة تقسيم جزئي لأخرى، أمَّا نتائج طريقة المربعات الصغرى العاديَّة (العمود ٢) فهي تُظهر أن مُتوسِّط العائد إلى حد كبير أكثر عُرضة إلى مخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات القيمة المرتفعة، (وهذه القيمة المقدَّرة للمعلمة هي أيضًا معنويَّة إحصائيًّا)، لكنه عُرضة أيضًا إلى مخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات النمو المنخفض وبدرجة أقل إلى مخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات النمو المرتفع، كما نذكر أيضًا أنه من المثير للاهتمام مُقارنة نتائج الوسط (طريقة المربعات الصغرى العاديَّة) بنتائج الوسيط، أي $Q(0{,}5)$ حيث تَظهر هذه الأخيرة أكثر تعرضًا بكثير إلى مخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات القيمة المرتفعة، أقل تعرُّضًا إلى الاستثمارات في الأسهم ذات النمو المنخفض، ولكنها لا تتعرَّض إطلاقًا إلى مخاطر الاستثمار في الأسهم ذات النمو المرتفع.

الجدول رقم (٢ , ٤) نتائج إنحدار المربعات الصغرى العاديّة والإنحدار الكمّي للصندوق ماجلان

المتغيِّر	OLS	Q(0.1)	Q(0.3)	Q(0.5)	Q(0.7)	Q(0.9)
النمو المرتفع	٠,١٤ (٠,١٥)	٠,٣٥ (٠,٣١)	٠,١٩ (٠,٢٢)	٠,٠١ (٠,١٦)	٠,١٢ (٠,٢٠)	٠,٠١ (٠,٢٢)
القيمة المرتفعة	٠,٦٩ (٠,٢٠)	٠,٣١ (٠,٣٨)	٠,٧٥ (٠,٣٠)	٠,٨٣ (٠,٢٥)	٠,٨٥ (٠,٣٠)	٠,٨٢ (٠,٣٦)
النمو المنخفض	٠,٢١ (٠,١١)	-٠,٠١ (٠,١٥)	٠,١٠ (٠,١٦)	٠,١٤ (٠,١٧)	٠,٢٧ (٠,١٧)	٠,٥٣ (٠,١٥)
القيمة المنخفضة	٠,٠٣- (٠,٢٠)	٠,٣١ (٠,٣١)	٠,٠٨ (٠,٢٧)	٠,٠٧ (٠,٢٩)	٠,٣١- (٠,٣٢)	٠,٥١- (٠,٣٥)
الثابت	٠,٠٥- (٠,٢٥)	١,٩٠- (٠,٣٩)	١,١١- (٠,٢٧)	٠,٣٠- (٠,٣٨)	٠,٨٩ (٠,٤٠)	٢,٣١ (٠,٥٧)

ملاحظة: الأخطاء المعياريَّة بين قوسين.

المصدر: باسيت وتشن (٢٠٠١)، أُعيد نشره بترخيص من دار النشر سبرينغر–فيرلاغ (Springer-Verlag).

(٤) إضافة المترجمين: المقصود بالنمط هنا هو القيمة والنمو.

من المهم كذلك فحص انحرافات العوامل (Factor Tilts) عندما نتنقَّل من قيمة تقسيم جزئي إلى أخرى، من اليسار ($Q(0{,}1)$) إلى اليمين ($Q(0{,}9)$)، يُمكننا كذلك رُؤية أن تشبُّع التعرُّض لمخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات النمو المرتفع يتضاءل برتابة من القيمة ٠,٣١ عند $Q(0{,}1)$ إلى ١,٠ عند $Q(0{,}9)$ في حين أن تشبُّع التعرُّض إلى مخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات القيمة المرتفعة والأسهم ذات النمو المنخفض ارتفعت بصورة ملحوظة، أما تشبُّع التعرُّض لمخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات القيمة المنخفضة فقد تضاءل من ٠,٣١ عند $Q(0{,}1)$ إلى -٠,٥١ عند $Q(0{,}9)$، كما نذكر أن هناك طريقة لتفسير هذه النتائج (طريقتي وليست للمؤلفين)، وذلك بالقول إنه عندما كان أداء السوق ضعيفًا تاريخيًّا فإن ذلك أدَّى إلى قدر مُتساوٍ من الزيادة المفرطة في قيمة التعرُّض إلى مخاطر الاستثمار في الأسهم ذات القيمة والنمو المرتفع والأسهم ذات النمو المنخفض، من ناحية أخرى عندما يكون أداء الصندوق جيِّدًا تاريخيًّا فإن ذلك يكون نتيجة لتعرُّضه إلى مخاطر الاستثمارات في الأسهم ذات القيمة المرتفعة والنمو المنخفض، من الواضح أخيرًا أن القيم المقدَّرة للمقطع (معامل الحد الثابت) يجب أن تتزايد برتابة من اليمين إلى اليسار، وذلك لأن الانحدار الكمِّي يُصنِّف بشكل فعَّال الأداء المتوسِّط، ويُمكن للمقطع كذلك أن يُفسَّر على أنه الأداء المتوقَّع إذا لم يكن الصندوق مُعرَّضًا إلى أي نمط من الأنماط.

٤,١١,٤ إجراء الانحدار الكمِّي في إفيوز

(Quantile regression in EViews)

سنستخدم الآن التقدير البسيط لبيتا نماذج تسعير الأصول الرأسماليَّة التي أُجريت في السابق لتوضيح كيفيَّة إجراء الانحدارات الكمِّية باستخدام إفيوز، **قُم إذًا بإعادة فتح ملف العمل 'CAPM.wf1'** الذي أُنشئ في السابق، انقر على **Quick/Estimate Equation...** ثم قُم بتغيير الطريقة في النافذة 'إعدادات التقدير' إلى **QREG – Quantile regression (including LAD)** وستظهر لقطة الشاشة رقم (٤,٣). أكتب **'erford c ersandp'** في نافذة توصيف المعادلة، نجد كالعادة علامة التبويب 'خيارات' التي تسمح للمستخدم بالتحكم في مُختلف جوانب تقنية التقدير، لكن لنترك هذه الأخيرة على صيغتها الافتراضيَّة ثم نكتفي بالنقر فوق **OK**، وسوف تظهر نتائج الانحدار الكمِّي للوسيط، سوف يُقدِّر إفيوز تلقائيًّا الوسيط (قيمة التقسيم الجزئي ٠,٥) لكن من الممكن استخدام كل قيم τ بين ٠ و ١، كما نُشير إلى أنه عوضًا عن تقدير كل قيمة تقسيم جزئي على حدة والحصول على المخرجات الإحصائيَّة لكل حالة يُمكن أن نقوم بعد تقدير قيمة تقسيم جزئي واحدة، بالنقر فوق **View/Quantile Process/Process Coefficients** وسيفتح إفيوز نافذة تسمح بتقدير مُتزامن لعدد من قيم التقسيم الجزئي، يتمثَّل الخيار الافتراضي هنا في تقدير قيم التقسيم الجزئي للبيانات المقسَّمة إلى عشرة أجزاء ($\tau = 0.1, 0.2, \ldots, 0.9$). كما يُمكن عرض القيم المقدَّرة لقيم التقسيم الجزئي في جدول أو في رسم بياني لكل المعاملات (الاختيار الافتراضي)، أو لبعض المعاملات المحدَّدة، نكتفي بالنقر فوق **OK** وسيظهر الجدول التالي.

Equation Estimation

Specification | Options

Equation specification

Dependent variable followed by list of regressors OR an explicit linear equation like Y=c(1)+c(2)*X.

erford c ersandp

Quantile to estimate: 0.5

Estimation settings

Method: QREG - Quantile Regression (including LAD)

Sample: 2002m01 2013m04

OK Cancel

لقطة الشاشة رقم (٣ , ٤) نافذة تقدير الانحدار الكمّي.

وكما في مثال ماجلان، يُمثِّل التدنِّي الرتيب لمعاملات المقطع عند ارتفاع قيم التقسيم الجزئي أمرًا مُتوقَّعًا، وذلك لأنه تم ترتيب بيانات y على هذا النحو، لكن بالنسبة إلى قيم الميل المقدَّرة فهي تُعتبر قيمًا مُعبِّرة جدًّا؛ لأنها تُظهر أن قيمة بيتا المقدَّرة أعلى بكثير عند الذيل الأسفل مما هي عليه لبقيَّة توزيع البيانات المرتَّبة، وهكذا فإن العلاقة بين فائد العوائد على السهم فورد والعوائد على المؤشر S&P500 تكون أقوى بكثير عندما تتراجع أسعار أسهم فورد بشكل حاد، يُعتبر هذا أمرًا مُقلقًا؛ لأنه يدل على أن 'المخاطر المنتظمة عند الذيل' أكبر من المخاطر المنتظمة للتوزيع برمَّته، يرتبط ذلك بملاحظة أنه عندما تنخفض أسعار الأسهم فإنها تميل جميعًا إلى الانخفاض في وقت واحد، وبالتالي فإن فوائد التنويع المتوقَّعة من فحص الانحدار البسيط لـ y على x يُمكن أن تكون مُبالغًا فيها.

Quantile Process Estimates
Equation: UNTITLED
Specification: ERFORD C ERSANDP
Estimated equation quantile tau = 0.5
Number of process quantiles
Display all coefficients

	Quantile	Coefficient	Std. error	t-Statistic
C	0.100	−12.42521	1.550047	−8.016025
	0.200	−8.294803	1.088524	−7.620228
	0.300	−5.592712	0.964050	−5.801266
	0.400	−4.294994	0.994117	−4.320411
	0.500	−1.626581	1.006131	−1.616669
	0.600	1.039469	1.104484	0.941135
	0.700	2.739059	1.143703	2.394904
	0.800	7.115613	1.503729	4.731978
	0.900	14.43761	2.947024	4.899046
ERSANDP	0.100	2.399342	0.514023	4.667776
	0.200	1.845833	0.461919	3.996006
	0.300	1.599782	0.341128	4.689681
	0.400	1.670868	0.341534	4.892246
	0.500	1.659274	0.303687	5.463766
	0.600	1.767672	0.314817	5.614920
	0.700	1.652457	0.311495	5.304915
	0.800	1.970517	0.310818	6.339783
	0.900	1.615321	0.614305	2.629509

كما يُمكن إجراء العديد من اختبارات التشخيص والتوصيف (Diagnostic and Specification Tests) للانحدارات الكمّية، من أهمها اختبار إمكانيَّة تقييد المعاملات لتكون لها نفس القيم لكل قيمة تقسيم جزئي، لإجراء هذا الاختبار الذي يَلي تقدير الانحدار الكمّي، انقر فوق ... **View/Quantile Process/Slope Equality Test**، هناك مُجدَّدًا عدَّة خيارات مُمكنة، لذا قم بإجراء الاختبار لـ ١٠ **قيم تقسيم جزئي** ثم انقر فوق **OK**، تظهر المخرجات في البداية كاختبار لمعرفة ما إذا كانت معاملات الميل المقابلة مُتطابقة أم لا، ثم يلي ذلك مُقارنة ثنائيَّة لكل قيمة تقسيم جزئي مع القيمة التي تليها (على سبيل المثال: قيمة التقسيم الجزئي ٠,١ مع قيمة التقسيم الجزئي ٠,٢). تُظهر النتائج في هذه الحالة أن كل الإحصاءات غير معنويَّة، مُشيرة بذلك إلى أنه وعلى الرغم من أن القيم المقدَّرة لبيتا تختلف اقتصاديًّا بمقدار مُهم من قيمة تقسيم جزئي لأخرى، إلَّا أنها إحصائيًّا غير مُختلفة معنويًّا.

هذا ويُمكن إجراء اختبار آخر لمعرفة ما إذا كانت قيم التقسيم الجزئي مُتماثلة أم لا، أي على سبيل المثال هل أن القيم المقدَّرة لـــ $\tau = 0.1$ و $\tau = 0.9$ هي قيم مُتطابقة أم لا، مرَّة أخرى إذا أجرينا هذا الاختبار على مثال نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة هنا فإننا سنجد أنه لا يُمكن رفض فرضيَّة العدم.

المفاهيم الرئيسية

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسية التالية:

- نموذج الإنحدار المتعدّد
- الإنحدار المقيّد
- مجموع مربعات البواقي
- إختبار الفرضيّات المتعدّدة
- معامل التحديد R^2
- نموذج المنفعة
- التنقيب في البيانات
- مصفوفة التباين والتغاير
- التوزيع إف
- المجموع الكلّي للمربعات
- الفرضيات غير المُتداخلة
- معامل التحديد المعدل $\bar{R}^2$
- الإنحدار الشامل
- الإنحدار الكمّي

مُلحق ٤,١ الاشتقاقات الرِّياضيَّة لنتائج نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي
(Mathematical derivations of CLRM results)

اشتقاق مُقدَّر المعامل بالمربعات الصغرى العاديَّة في إطار الانحدار المتعدِّد
(regression context Derivation of the OLS coefficient estimator in the multiple)

في إطار الانحدار المتعدِّد ولكي تتحصَّل على القيم المقدَّرة للمعلمات β_1، β_2، ... ، β_K، يجب تصغير مجموع مربعات البواقي بالنسبة إلى جميع عناصر β. نُصيغ الآن البواقي في متَّجه كالآتي:

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_T \end{bmatrix} \quad (١،أ٤)$$

يُعتبر مجموع مربعات البواقي أيضًا دالة الخسارة المناسبة ويُقدَّم على شكل ترميز مصفوفي بالتعبير رقم (٤أ،٢) التالي:

$$L = \hat{u}'\hat{u} = [\hat{u}_1 \quad \hat{u}_2 \quad \cdots \quad \hat{u}_T] \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_T \end{bmatrix} = \hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2 + \cdots + \hat{u}_T^2 = \sum \hat{u}_t^2 \quad (٢،أ٤)$$

لنرمز إلى متَّجه المعلمات المقدَّرة بـ $\hat{\beta}$. من الممكن أيضًا كتابة:

$$L = \hat{u}'\hat{u} = (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) = yy' - \hat{\beta}'X'y - y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \quad (٣،أ٤)$$

يتَّضح أن $\hat{\beta}'X'y$ برتبة $(1 \times k) \times (k \times T) \times (T \times 1) = 1 \times 1$ وكذلك $y'X\hat{\beta}$ برتبة $(1 \times T) \times (T \times k) \times (k \times 1) = 1 \times 1$ لذلك في حقيقة الأمر يكون: $\hat{\beta}'X'y = y'X\hat{\beta}$. يُمكن إذًا كتابة المعادلة رقم (٤أ،٣) كالتالي:

$$L = \hat{u}'\hat{u} = (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) = yy' - 2\hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \quad (٤،أ٤)$$

لإيجاد قيم المعلمات التي تُصغِّر مجموع مربعات البواقي نقوم بتفاضل هذا التعبير بالنسبة لـ $\hat{\beta}$ ومساواته بالصفر، وهكذا نتحصَّل على:

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\beta}} = -2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \quad (٥،أ٤)$$

يتَّخذ هذا التعبير هذه الصيغة لأن مُشتقَّة $y'y$ يساوي صفر بالنسبة لـ β و $\hat{\beta}'X'X\hat{\beta}$ ...إلخ التي تظهر كتربيع لـ $X\hat{\beta}$، تُساوي $2X'X\hat{\beta}$. بإعادة ترتيب المعادلة رقم (٤أ،٥)، نتحصَّل على:

$$2X'y = 2X'X\hat{\beta} \quad (٦،أ٤)$$

$$X'y = X'X\hat{\beta} \quad (٧،أ٤)$$

بضرب جانبَيِ المعادلة رقم (٤أ،٧) بمعكوس $X'X$، نتحصَّل على:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (٨،أ٤)$$

نتحصَّل إذًا على متَّجه القيم المقدَّرة لمعاملات المربعات الصغرى العاديَّة لمجموعة متكوِّنة من k معلمة كالتالي:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} = (X'X)^{-1}X'y \quad (٩،أ٤)$$

اشتقاق مُقدِّر الخطأ المعياري بالمربعات الصغرى العاديَّة في إطار الانحدار المتعدِّد

(regression context Derivation of the OLS standard error estimator in the multiple)

تُقدِّم الصيغة التالية $E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)']$ تباين مُتَّجه المتغيِّرات العشوائيَّة $\hat{\beta}$. بما أن $y = X\beta + u$ فإنه يُمكن أيضًا القول بعد الأخذ في الاعتبار المعادلة رقم (٤أ،٩)، أن:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'(X\beta + u) \tag{٤أ،١٠}$$

بعد تفكيك الأقواس نتحصَّل على:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'u \tag{٤أ،١١}$$

$$\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'u \tag{٤أ،١٢}$$

وبالتالي يُمكن صياغة تباين $\hat{\beta}$ كالآتي:

$$E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'] = E[(\beta + (X'X)^{-1}X'u - \beta)(\beta + (X'X)^{-1}X'u - \beta)'] \tag{٤أ،١٣}$$

بإلغاء العناصر β في كل مجموعة أقواس نتحصَّل على:

$$E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'] = E[((X'X)^{-1}X'u)((X'X)^{-1}X'u)'] \tag{٤أ،١٤}$$

بتفكيك أقواس الجانب الأيمن للمعادلة رقم (٤أ،١٤) نتحصَّل على:

$$E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'] = E[(X'X)^{-1}X'uu'X(X'X)^{-1}] \tag{٤أ،١٥}$$

$$E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'] = (X'X)^{-1}X'E[uu']X(X'X)^{-1} \tag{٤أ،١٦}$$

تُقدَّر الآن $E[uu']$ بـ s^2I وبالتالي:

$$E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'] = (X'X)^{-1}X's^2IX(X'X)^{-1} \tag{٤أ،١٧}$$

حيث يُمثِّل I مصفوفة الوحدة برتبة $k \times k$. بمزيد من إعادة الترتيب نتحصّل على:

$$E[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'] = s^2(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1} \tag{٤أ،١٨}$$

يُلغي $X'X$ العنصر $(X'X)^{-1}$ الأخير وبالتالي نتحصَّل على:

$$var(\hat{\beta}) = s^2(X'X)^{-1} \tag{٤أ،١٩}$$

كتعبير لمصفوفة تباين وتغاير المعلمات، كما تُعرف الكمّيّة $s^2(X'X)^{-1}$ بمصفوفة التباين والتغاير المقدَّرة للمعلمات، تُقدِّم عناصر القطر الرئيس تباينات المعلمات المقدَّرة في حين تُعطي العناصر الواقعة خارج القطر التغايرات المقدَّرة بين القيم المقدَّرة للمعلمات، يكون تباين $\hat{\beta}_1$ أوَّل عنصر على القطر، تباين $\hat{\beta}_2$ ثاني عنصر على القطر الرئيس،... أمّا تباين $\hat{\beta}_k$ فهو العنصر عدد k على القطر إلخ، على النحو المبيّن في متن الفصل.

مُلحق ٤,٢ مُقدِّمة مُوجزة لنماذج العوامل وتحليل المكوّنات الرئيسة

(A brief introduction to factor models and principal components analysis)

تُستخدم نماذج العوامل في الأصل كتقنيات لتقليص عدد الأبعاد (Dimensionality Reduction) في الحالات التي يكون لدينا عدد كبير من المتغيِّرات التي ترتبط ارتباطًا وثيقًا فيما بينها، وحيث نرغب في الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الأهم من خلال هذه المتغيِّرات في وقت واحد، كما تقوم نماذج العوامل بتفكيك تركيبة مجموعة من السلاسل إلى عوامل مُشتركة بين كل السلاسل، إضافة إلى نسبة من العوامل الخاصة بكل سلسلة (اختلاف خاص بكل سلسلة).

بصورة عامَّة هناك نوعان من هذه النماذج، والتي يُمكن وصفها بشكل عام على أنها إمَّا نماذج عوامل اقتصاد كلي أو نماذج عوامل رياضيَّة، أمَّا الفرق الرئيس بين هذين النوعين فيتمثَّل أساسًا في أن العوامل يُمكن مُشاهدتها في النوع الأول، في حين أن العوامل خفيَّة (غير مُشاهدة) في النوع الثاني، هذا وتشمل نماذج العوامل المشاهدة نموذج نظريَّة التسعير في عمليات المراجحة لروس (Ross (1976)) (١٩٧٦)، أمَّا بالنسبة لنموذج العامل الرياضي الأكثر شيوعًا فنذكر تحليل المكوّنات الرئيسة، يُمكن أن يكون تحليل المكوّنات الرئيسة تقنية مُفيدة عندما تكون المتغيِّرات المفسِّرة مُرتبطة ارتباطًا وثيقًا فيما بينها مثلما هو الحال في إطار التعدد الخطِّي على سبيل المثال، وعلى وجه التحديد إذا كان لدينا k مُتغيِّر مُفسِّر في نموذج الانحدار فسوف يقوم تحليل المكوّنات الرئيسة بتحويلها إلى k مُتغيِّرات جديدة غير مُترابطة، لتوضيح هذه النقطة لنفترض أنه يُرمز إلى المتغيِّرات المفسِّرة الأصليَّة بـ x_1،x_2، ... ،x_k ويُرمز إلى المكونات الرئيسة بـ p_1،p_2، ... ،p_k. تُعتبر هذه المكونات الرئيسة تراكيب خطية مُستقلة للبيانات الأصلية :

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \cdots + \alpha_{1k}x_k \\ p_2 &= \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \cdots + \alpha_{2k}x_k \\ \ldots & \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ p_k &= \alpha_{k1}x_1 + \alpha_{k2}x_2 + \cdots + \alpha_{kk}x_k \end{aligned} \tag{٤أ،٢٠}$$

حيث يرمز α_{ij} إلى المعاملات المطلوب حسابها، وهي تمثِّل معامل المتغيِّر المفسِّر عدد j في المكون الرئيس عدد i. تُعرف هذه المعاملات أيضًا بالتشبعات العامليَّة (Factor Loadings)، كما نذكر أنه سوف يكون لدينا T مُشاهدة في كل مُكوّن رئيس في حالة كان لدينا T مُشاهدة لكل مُتغيِّر مُفسِّر، يجب أيضًا أن يكون مجموع مربعات المعاملات لكل مُكوّن مُساويًا لواحد، أي:

$$\begin{aligned} \alpha_{11}^2 + \quad \alpha_{12}^2 + \quad \ldots + \quad \alpha_{1k}^2 &= 1 \\ \vdots \qquad\quad \vdots & \\ \alpha_{k1}^2 + \quad \alpha_{k2}^2 + \quad \ldots + \quad \alpha_{kk}^2 &= 1 \end{aligned} \tag{٤أ،٢١}$$

كما يُمكن أيضًا التعبير عن هذا الشرط باستخدام الترميز سيغما:

$$\sum_{j=1}^{k} \alpha_{ij}^2 = 1 \quad \forall \quad i = 1, \ldots, k \tag{٤أ،٢٢}$$

يُعتبر إنشاء المكوّنات تمرينًا رياضيًّا بحتًا في الاستمثال المقيَّد، وبالتالي ليس هناك أي افتراض بخصوص بُنية توزيع أو الخواص الأخرى للمتغيِّرات.

تُشتق المكوّنات الرئيسة على نحو يجعلها مُرتَّبة ترتيبًا تنازليًّا حسب أهميتها، ورغم أن هناك k مكوّنًا رئيسًا، وهو نفس عدد المتغيِّرات المفسِّرة، لكن في حالة وجود علاقة خطِّية مُتداخلة بين هذه المتغيِّرات المفسِّرة الأصليَّة فمن المحتمل أن بعض المكوّنات الرئيسة (الأخيرة) ستُمثِّل القليل جدًّا من التغيُّر، وبالتالي يُمكن إزالتها، ومع ذلك إذا كانت كافة المتغيِّرات المفسِّرة الأصليَّة بالفعل

غير مُترابطة فإن كل المكوِّنات ستكون ضروريَّة على الرغم من أنه في مثل هذه الحالة ليس هناك في المقام الأوَّل أي دافع يُذكَر لاستخدام تحليل المكوِّنات الرئيسة.

كما يُمكن أيضًا أن تُفهَم المكوِّنات الرئيسة كقيم ذاتيَّة لـ (X') حيث يُمثِّل X مصفوفة مُشاهدات المتغيِّرات الأصليَّة، وبالتالي فإن عدد القيم الذاتيَّة سيكون مُساويًا لعدد المتغيِّرات k، إذ يُرمز للقيم الذاتيَّة المرتَّبة بـ $\lambda_i(i = 1 \ \dots \ k)$ فإن النسبة:

$$\emptyset_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{k} \lambda_i}$$

تُعطي نسبة التغيُّر الكلي في البيانات الأصليَّة المفسّر بالمكوِّن الرئيس i، لنفترض الآن أن المكوِّنات الرئيسة الأولى فقط، وعدد r حيث $(0 < r < k)$، تُعتبر مفيدة بالقدر الكافي لشرح تغيُّر $(X'X)$ وبالتالي يتم الاحتفاظ بها، في حين نتخلَّص من المكوِّنات المتبقِّية وعددها $k - r$، يتمثَّل الانحدار المقدَّر في نهاية المطاف، وبعد تشكيل المكوِّنات الرئيسة في انحدار y على r مُكوِّن رئيس كالآتي:

$$y_t = \gamma_0 + \gamma_1 p_{1t} + \cdots + \gamma_r p_{rt} + u_t \quad (٢٣،أ٤)$$

تحتفظ المكوِّنات الرئيسة بهذه الطريقة بمُعظم المعلومات الهامَّة الواردة في المتغيِّرات المفسِّرة الأصليَّة إلَّا أنها مُكوِّنات مُتعامدة (Orthogonal)، وهذا قد يكون مُفيدًا بشكل خاص للمتغيِّرات المستقلَّة التي ترتبط ارتباطًا وثيقًا فيما بينها، كما نُشير إلى أن القيم المقدَّرة للمكوِّنات الرئيسة $(\hat{\gamma}_i\ , i = 1, \dots, r)$ سوف تكون قيمًا مُتحيِّزة على الرغم من أنها أكثر كفاءة من القيم المقدَّرة بطريقة المربعات الصغرى العاديَّة، ويرجع ذلك إلى إزالة المعلومات الزائدة عن الحاجة، في الواقع إذا أشرنا بـ $\hat{\beta}$ إلى مُقدّرات المربعات الصغرى العاديَّة للانحدار الأصلي لـ y على x فيُمكن إثبات أن:

$$\hat{\gamma}_r = P_r' \hat{\beta} \quad (٢٤،أ٤)$$

حيث يُمثِّل $\hat{\gamma}_r$ القيم المقدَّرة لمعاملات المكوِّنات الرئيسة و P_r مصفوفة تضم أوَّل r مكوّن رئيس، تُعتبر إذًا القيم المقدَّرة لمعاملات المكوِّنات الرئيسة تراكيب خطِّية للقيم المقدَّرة بطريقة المربعات الصغرى العاديَّة.

تطبيق المكوِّنات الرئيسة على أسعار الفائدة

(An application of principal components to interest rates)

تَستخدم العديد من النماذج الاقتصاديَّة والماليَّة أسعار الفائدة بشكل أو بآخر كمتغيِّرات مُستقلَّة، وقد يرغب الباحثون في إدراج أسعار الفائدة في عدد كبير من الأصول المختلفة لإظهار الفرص الاستثماريَّة المتاحة أمام المستثمرين، غير أنه يُمكن القول إن أسعار الفائدة السوقيَّة ليست مُستقلَّة عن بعضها البعض بما فيه الكفاية لجعل إدراج عدة سلاسل لسعر الفائدة في نموذج الاقتصاد القياسي أمرًا مُناسبًا إحصائيًّا، ومن بين المناهج التي قامت بدراسة هذه المسألة نجد استخدام تحليل المكوِّنات الرئيسة على عدَّة سلاسل مُترابطة لأسعار الفائدة، وذلك بهدف تحديد ما إذا كانت هذه الأخيرة تتحرَّك بشكل مُستقل عن بعضها البعض خلال فترة زمنيَّة تاريخيَّة أم لا.

كما أجرى فازي (١٩٧٣) ((Fase (1973)) دراسة مُشابهة في إطار أسعار الفائدة السوقيَّة الشهرية الهولنديَّة، تمتد من يناير ١٩٦٢ إلى ديسمبر ١٩٧٠ (١٠٨ أشهر)، كما درس فازي كُلًّا من 'السوق النقديَّة' وأسعار 'السوق الرأسماليَّة'، إلَّا أننا سنكتفي بمناقشة نتائج السوق النقديَّة فقط، وذلك بهدف الإيجاز، أمَّا أدوات السوق النقديَّة المستعرضة فهي:

- الأموال (القروض) تحت الطلب

- سند الخزينة لمدَّة ثلاثة أشهر
- سند الخزينة لمدَّة سنة واحدة
- سند الخزينة لمدَّة سنتين
- سند الخزينة لمدَّة ثلاث سنوات
- سند الخزينة لمدَّة خمس سنوات
- قروض للسلطات المحلِّية: لمدَّة ثلاثة أشهر
- قروض للسلطات المحلِّية: لمدَّة سنة واحدة
- ودائع يورو دولار
- سعر الخصم الرسمي للبنك المركزي الهولندي

الجدول رقم (١ , ٤أ) القيم الذاتيّة المرتبة للمكونات الرئيسيّة لأسعار الفائدة الهولنديّة بين ١٩٦٢-١٩٧٠

	بيانات شهريّة			بيانات ربع سنويّة
	يناير ٦٢ – ديسمبر ٧٠	يناير ٦٢ – يونيو ٦٦	يوليو ٦٦ – ديسمبر ٧٠	يناير ٦٢ – ديسمبر ٧٠
λ_1	٩,٥٧	٩,٣١	٩,٣٢	٩,٦٧
λ_2	٠,٢٠	٠,٣١	٠,٤٠	٠,١٦
λ_3	٠,٠٩	٠,٢٠	٠,١٧	٠,٠٧
$\emptyset_1$	٪٩٥,٧	٪٩٣,١	٪٩٣,٢	٪٩٦,٧

المصدر: فازي (١٩٧٣)، أعيد نشره بإذن من إلسيفر (Elsevier)

نقوم قبل إجراء التحليل بتحويل كل السلاسل إلى سلاسل مُوحَّدة معياريًا ليُصبح وسطها صفرًا، وتباينها الوحدة، وذلك بطرح الوسط والقسمة على الانحراف المعياري، وذلك لكل سلسلة، ترد أكبر ثلاث قيم من بين القيم الذاتية العشر في الجدول رقم (١ , ٤أ).

نعرض في الجدول رقم (١ , ٤أ) النتائج لكامل الفترة باستخدام بيانات شهرية، ثم لعيِّنتين جزئيتين شهريتين، وكذلك النتائج لكامل الفترة باستخدام بيانات رُبع سنويَّة بدلًا من بيانات شهريَّة، تُظهر النتائج بوضوح أن المكوِّن الرئيس الأوَّل كافٍ لوصف التغيُّر المشترك في سلاسل سعر الفائدة الهولنديَّة، يُعتبر هذا المكوِّن الأوَّل قادرًا في كل الحالات الأربعة، على شرح أكثر من ٩٠٪ من التغيُّر كما هو مُبيَّن في الصف الأخير من الجدول رقم (١ , ٤أ). هذا ونُشير إلى أنه من الواضح أن القيم الذاتيَّة المقدَّرة مُستقرَّة إلى حد ما من فترة مُعاينة إلى أخرى، وهي كذلك ثابتة نسبيًّا أمام اختلاف تواتر مُعاينة البيانات، كما يُقدِّم الجدول رقم (٢ , ٤أ) التشبُّعات العامليَّة (القيم المقدَّرة للمعاملات) لأوَّل مُكوِّنين.

الجدول رقم (٢, ٤أ) التشبعات العامليّة للمكوّن الرئيسي الأوّل والثاني لأسعار الفائدة الهولنديّة بين ١٩٦٢-١٩٧٠

j	سند المديونيّة	α_{j1}	α_{j2}
١	الأموال (القروض) تحت الطلب	٠,٩٥	-٠,٢٢
٢	سند الخزينة لمدّة ثلاث أشهر	٠,٩٨	٠,١٢
٣	سند الخزينة لمدّة سنة واحدة	٠,٩٩	٠,١٥
٤	سند الخزينة لمدّة سنتين	٠,٩٩	٠,١٣
٥	سند الخزينة لمدّة ثلاث سنوات	٠,٩٩	٠,١١
٦	سند الخزينة لمدّة خمس سنوات	٠,٩٩	٠,٠٩
٧	قروض للسلطات المحلّية: لمدّة ثلاث أشهر	٠,٩٩	-٠,٠٨
٨	قروض للسلطات المحلّية: لمدّة سنة واحدة	٠,٩٩	-٠,٠٤
٩	ودائع يورو دولار	٠,٩٦	-٠,٢٦
١٠	سعر الخصم الرسمي للبنك المركزي الهولندي	٠,٩٦	-٠,٠٣
	القيمة الذاتيّة λ_i	٩,٥٧	٠,٢٠
	نسبة التغيّرية المفسّرة بالقيمة الذاتيّة i، ϕ_i٪	٩٥,٧	٢,٠

المصدر: فازي (١٩٧٣). أعيد نشره بإذن من إلسيفر.

وكما يَظهر في الجدول رقم (٢, ٤أ)، نجد أن جميع التشبُّعات على كل عامل من العوامل المشكّلة للمكوّن الرئيس الأوّل موجبة، وبما أن السلاسل أصبحت مُوحَّدة معياريًّا بحيث يكون وسطها صفرًا وتباينها الوحدة، فإنه يُمكن أن يُفسّر α_{j1} و α_{j2} على أنها الارتباطات بين سعر الفائدة j والمكوّن الرئيس الأوّل والثاني، على التوالي. تُشير كذلك إلى أن كل التشبعات العامليّة لكل سلسلة من سلاسل سعر الفائدة قريبة جدًّا من واحد، لذلك يرى فازي (١٩٧٣) أنه يُمكن ببساطة تفسير المكوّن الأوّل على أنه تركيبة مُتساوية الأوزان لكل أسعار الفائدة السوقيّة، أمّا المكوّن الثاني والذي يُفسّر بدرجة أقل بكثير تغيُّر الأسعار فهو يُظهر مُعامل موجبة لنمط التشبعات العامليّة بالنسبة لسلاسل سندات الخزينة وقيمًا سالبة، أو تقريبًا صفر للسلاسل الأخرى، ويرى فازي (١٩٧٣) أن ذلك يكون نتيجة لخصائص أدوات الخزينة الهولنديّة المتمثّلة في أنها نادرًا ما تتغيّر ملكيتها من شخص لآخر، وبأن لها تكاليف تداول (معاملات) مُنخفضة، وبالتالي تكون أقل حساسيَّة للتحرُّكات العامَّة لأسعار الفائدة، وبأنها كذلك لا تخضع لمخاطر التخلف عن

السداد بنفس الطريقة التي تخضع لها ودائع اليورو دولار على سبيل المثال، لذلك يُفسَّر المكوّن الرئيس الثاني عمومًا بأنه يرتبط بمخاطر التخلُّف عن السداد وبتكاليف المعاملات.

يُمكن أن تكون المكوّنات الرئيسة مُفيدة في بعض الحالات، إلَّا أن هذه التقنية محدودة التطبيق، ويرجع ذلك إلى الأسباب التالية:

- إن تغيُّر وحدات قياس x من شأنه أن يُغيِّر المكوّنات الرئيسة، وبالتالي عادة ما نقوم بتحويل كل المتغيِّرات ليُصبح وسطها صفرًا وتباينها الوحدة، وذلك قبل تطبيق تحليل المكوّنات الرئيسة.
- لا يكون عادة للمكوّنات الرئيسة أي دافع نظري أو أي تفسير على الإطلاق.
- تُعتبر المكوّنات الرئيسة المحتفَظ بها، وعددها r، من بين k مكوّن رئيس أصلي هي التي تُفسِّر أغلب التغيُّر في x، لكن يُمكن أن تكون هذه المكوّنات الرئيسة غير مُفيدة جدًّا في تفسير y.

حساب المكوّنات الرئيسة في إفيوز

(Calculating principal components in EViews)

بهدف حساب المكوّنات الرئيسة لمجموعة من السلاسل باستخدام إفيوز، تتمثَّل المرحلة الأولى في تجميع السلاسل المعنيَّة داخل مجموعة، **قُم بإعادة فتح الملف 'macro.wf1'** الذي يحتوي على سلاسل سندات وأذون الخزانة الأمريكيَّة لآجال استحقاق مُختلفة، حدِّد **Object/New Object**، قم بتغيير 'Equation' إلى 'Group' لكن لا تقم بتسمية الكائن، ثم انقر فوق **OK**، عندما يطالبك إفيوز بإعطاء 'List of series, groups and/or series expressions' في النافذة أدْخِل: **USTB3M USTB6M USTB1Y USTB3Y USTB5Y USTB10Y**

Principal Components Analysis
Date: 07/04/13 Time: 10:27
Sample: 1986M03 2013M04
Included observations: 326
Computed using: Ordinary correlations
Extracting 6 of 6 possible components

Eigenvalues: (Sum = 6, Average = 1)

Number	Value	Difference	Proportion	Cumulative value	Cumulative proportion
1	5.791739	5.594419	0.9653	5.791739	0.9653
2	0.197320	0.189221	0.0329	5.989059	0.9982
3	0.008100	0.005865	0.0013	5.997159	0.9995
4	0.002235	0.001831	0.0004	5.999394	0.9999
5	0.000404	0.000203	0.0001	5.999798	1.0000
6	0.000202	–	0.0000	6.000000	1.0000

Eigenvectors (loadings):

Variable	PC 1	PC 2	PC 3	PC 4	PC 5	PC 6
USTB3M	0.406637	−0.44824	0.514612	−0.46067	0.313742	−0.24136
USTB6M	0.408960	−0.39631	0.101355	0.198316	−0.498750	0.61427
USTB1Y	0.412145	−0.27130	−0.31644	0.598774	0.059054	−0.54257
USTB3Y	0.414372	0.117583	−0.56123	−0.21834	0.539421	0.40105
USTB5Y	0.409819	0.364608	−0.22123	−0.46562	−0.576110	−0.31854
USTB10Y	0.397340	0.649350	0.510727	0.35419	0.162654	0.08785

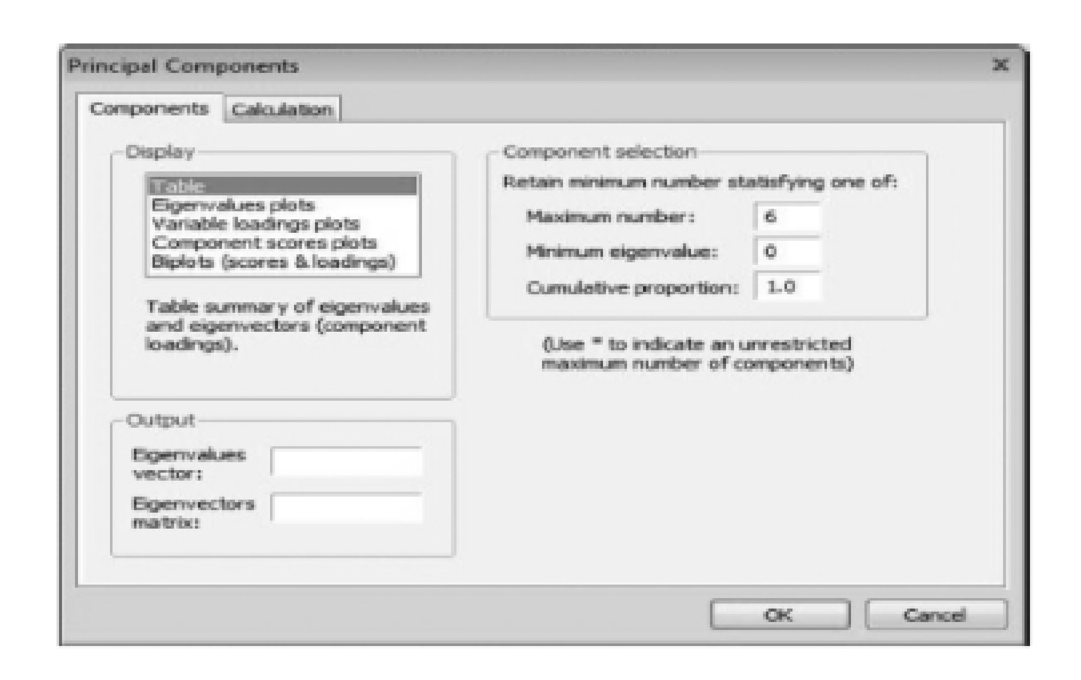
Ordinary correlations:

	USTB3M	USTB6M	USTB1Y	USTB3Y	USTB5Y	USTB10Y
USTB3M	1.000000					
USTB6M	0.998334	1.000000				
USTB1Y	0.99275	0.997345	1.000000			
USTB3Y	0.963436	0.971666	0.98394	1.000000		
USTB5Y	0.932431	0.941871	0.958699	0.993079	1.000000	
USTB10Y	0.880137	0.890911	0.912862	0.966203	0.988502	1.000000

ثم أنقر فوق **OK**، عندها يمكنك رؤية اللوحة الجدوليَّة التي تحتوي على كل هذه السلاسل الست، قم بتسمية المجموعة **Interest** وذلك بالنقر فوق علامة التبويب **Name**، من داخل هذه النافذة انقر فوق **View/Principal Components. . .** وسوف تظهر لقطة الشاشة رقم (٤ , ٤).

للمكوِّنات الرئيسة العديد من الخصائص التي يُمكن دراستها، لكن في الوقت الحالي نُبقي على الخصائص الافتراضيَّة، ثم ننقر فوق **OK**، سوف تظهر النتائج كما في الجدول التالي.

من الواضح أن هناك قدرًا كبيرًا من التغيُّر المشترك في هذه السلاسل بما أن المكوِّن الرئيس الأوَّل يلتقط أكثر من ٩٦٪ من التغيُّر في السلاسل في حين يلتقط أوَّل مُكوِّنين رئيسين ٩٩,٨٪ من التغيُّر، كما يُمكننا تقليص عدد الأبعاد إذا أردنا ذلك، ويكون ذلك باستخدام مُكوِّنين اثنين بدلًا من استخدام كل سلاسل أسعار الفائدة الست، وتذكر أنه من المثير للاهتمام أن المكوِّن الأوَّل يتضمَّن أوزانًا مُتساوية تقريبًا في كل السلاسل الست، في حين أن المكوِّن الثاني يضع وزنًا كبيرًا سالبًا على العائد الأقصر ثم ترتفع الأوزان بعد ذلك تدريجيًا، ترتبط هذه النتيجة بالاعتقاد الشائع بأن المكوِّن الأوَّل يلتقط مُستوى أسعار الفائدة، في حين يلتقط المكوِّن الثاني ميل الهيكل الزمني (أمَّا المكوِّن الثالث فيلتقط درجة الانحناء في مُنحنى العائد).



لقطة الشاشة رقم (٤ , ٤) إجراء تحليل المكوِّنات الرئيسة داخل إفيوز.

نقوم إذًا **بتقليل هذه المجموعة**، وسوف نرى أن المجموعة Interest قد تمت إضافتها إلى قائمة الكائنات.

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) باستخدام الجداول الإحصائيَّة المناسبة اشرح العلاقة بين التوزيع تي والتوزيع إف.

بالنسبة إلى الأسئلة ٢-٥ افترض أن نموذج الاقتصادي القياسي يكون على الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \beta_5 x_{5t} + u_t \quad (٤،٥٣)$$

(٢) أي من فرضيات المعاملات التالية يُمكن اختبارها باستخدام الاختبار تي؟ وأي منها يُمكن اختبارها باستخدام الاختبار إف؟ اذكر عدد القيود في كل حالة.

(أ) $H_0 :\ \beta_3 = 2$

(ب) $H_0 :\ \beta_3 + \beta_4 = 1$

(ج) $H_0 :\ \beta_3 + \beta_4 = 1 \text{ and } \beta_5 = 1$

(د) $H_0 :\ \beta_2 = 0 \text{ and } \beta_3 = 0 \text{ and } \beta_4 = 0 \text{ and } \beta_5 = 0$

(ه) $H_0 :\ \beta_2 \beta_3 = 1$

(٣) في إطار المعادلة رقم (٤،٥٣)، أي من فرضيات العدم المذكورة أعلاه تُمثّل إحصاءة الانحدار إف؟ لماذا تُعتبر دائمًا فرضيَّة العدم مُثيرة للاهتمام مهما كانت علاقة الانحدار قيد الدراسة؟ فيما تتمثّل تحديدًا الفرضيَّة البديلة في هذه الحالة؟

(٤) من بين مجموع مربعات البواقي غير المُقيّد، ومجموع مربعات البواقي المقيّد، أيّهما تتوقّع أن يكون أكبر؟ ولماذا؟

(٥) أنت تقرر استكشاف العلاقة المقدَّمة في فرضيَّة العدم للسؤال ٢، الجزء (ج)، ما الذي يُمكن أن يُشكّل الانحدار المقيّد؟ تم إجراء الانحدارات على عيِّنة مُكوَّنة من ٩٦ مُشاهدة ربع سنويَّة، وكان مجموع مربعات البواقي للانحدارين المقيّد وغير المُقيّد ١٠٢,٨٧ و ٩١,٤١ على التوالي، أنْجز الاختبار، ما الذي تستنتج؟

(٦) يمكنك تقدير انحدار نموذج على الصيغة المقدَّمة بالمعادلة رقم (٤،٥٤) أدناه بهدف تقييم تأثير العوامل المختلفة الخاصَّة بالشركة على عوائد عيِّنة من الشركات، أَجْرَيْتَ انحدارًا مقطعيًّا بـ ٢٠٠ شركة كالآتي:

$$r_i = \beta_0 + \beta_1 S_i + \beta_2 MB_i + \beta_3 PE_i + \beta_4 BETA_i + u_i \quad (٤،٥٤)$$

حيث يُمثّل:

r_i: نسبة العائد السنوي للسَّهم.

S_i: حجم الشركة مُقاسًا بإيرادات المبيعات.

MB_i: نسبة السعر السوقي إلى السعر الدفتري للشركة.

PE_i: نسبة الأرباح إلى السعر للشركة (P/ E).

$BETA_i$: معامل بيتا السَّهم في نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة.

وبعد ذلك تحصَّلت على النتائج التالية (الأخطاء المعياريَّة بين قوسين):

$$\underset{}{\hat{r}_i} = \underset{(0.064)}{0.080} + \underset{(0.147)}{0.801} S_i + \underset{(0.136)}{0.321} MB_i + \underset{(0.420)}{0.164} PE_i - \underset{(0.120)}{0.084} BETA_i \quad (٤،٥٥)$$

أحسب النسب تي، ماذا تستنتج بخصوص تأثير كل مُتغيِّر على عوائد السَّهم؟ استنادًا إلى نتائجك، ما هي المتغيِّرات التي ترى حذفها من الانحدار؟ إذا ارتفع بيتا السَّهم من ١ إلى ١,٢ ما هو التأثير المتوقَّع لذلك على عائد السَّهم؟ هل علامة بيتا كما كنت تتوقَّع؟ اشرح إجاباتك في كل حالة.

(٧) قام باحث بتقدير نماذج الاقتصاد القياسي التالية المتضمِّنة لمتغيِّر تابع مُتباطئ (Lagged Dependent Variable):

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 y_{t-1} + u_t \qquad (٥٦،٤)$$

$$\Delta y_t = \gamma_1 + \gamma_2 x_{2t} + \gamma_3 x_{3t} + \gamma_4 y_{t-1} + v_t \qquad (٥٧،٤)$$

حيث يُعتبر u_t و v_t اضطرابات مُستقلَّة ومُوزَّعة بشكل مُتطابق، هل لهذه النماذج نفس قيمة: (أ) مجموع مربعات البواقي، (ب) R^2، (ج) R^2 المعدَّل؟ اشرح إجاباتك في كل حالة.

(٨) قام باحث بتقدير اثنين من نماذج الاقتصاد القياسي التالية:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \qquad (٥٨،٤)$$

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + v_t \qquad (٥٩،٤)$$

حيث يُمثِّل u_t و v_t اضطرابات مُستقلَّة ومُوزَّعة بشكل مُتطابق و x_{3t} مُتغيِّر لا أهميَّة له، ولا يدخل في عمليَّة توليد بيانات y_t، ما هي القيمة التي سوف تكون أعلى في النموذج الثاني ممَّا هي عليه في النموذج الأوَّل: (أ) R^2، (ب) R^2 المعدَّل؟ اشرح إجاباتك في كل حالة.

(٩) أَعِد فتح الملف إفيوز CAPM وقدِّر بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة لكل سهم من الأسهم الأخرى في الملف.

(أ) استنادًا إلى القيم المقدَّرة التي تحصَّلت عليها أيٌّ من الأسهم تُصنَّف كأسهم دفاعيَّة وأيُّها تُصنَّف كأسهم هجوميَّة؟ اشرح إجابتك.

(ب) هل نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة قادر على تقديم تفسير معقول لإجمالي تغيُّرية العوائد على كل سهم من الأسهم خلال فترة العيِّنة؟ لماذا؟ ولماذا لا؟

(١٠) أَعِد فتح الملف Macro ثم طبِّق نفس النوع من نماذج نظريَّة التسعير بالمراجحة على بعض من السلاسل الزمنيَّة الأخرى لعوائد الأسهم الواردة في الملف CAPM.

(أ) أَدِر الإجراء المتدرِّج في كل حالة، هل اخْتِيرَت نفس مجموعة المتغيِّرات الجزئيَّة لكل سهم؟ هل يُمكنك تبرير الاختلافات في السلاسل المختارة؟

(ب) افحص أحجام وعلامات معلمات الانحدار في كل حالة، هل هي منطقيَّة؟

(١١) ما هي وحدات R^2؟

(١٢) ما هي الانحدارات الكميَّة؟ ولماذا هي مُفيدة؟

(١٣) يرغب باحث في دراسة الترابط بين عوائد أصلين A و B في الحالات التي يتراجع فيها سعر B بسرعة. للقيام بذلك رتَّب الباحث البيانات وفقًا للتغيُّرات في سعر B ثم تخلَّى عن ٨٠٪ من المشاهدات الأولى المرتَّبة، قام الباحث بعد ذلك بإجراء انحدار لعوائد A على عوائد B باستخدام ٢٠٪ من المشاهدات الأخيرة المتبقِّية، هل تُعتبر هذه الطريقة المتَّبعة جيِّدة؟ اشرح إجابتك.

الفصل الخامس

افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي واختبارات التشخيص

Classical Linear Regression Model Assumptions and Diagnostic Tests

مخرجات التعلم

ستتعلم في هذا الفصل كيفية:

- وصف الخطوات المتَّبعة لاختبار تفاوت التباين والارتباط الذاتي (Autocorrelation) لبواقي الانحدار.
- شرح تأثير تفاوت التباين أو الارتباط الذاتي على أمثلية معلمة المربعات الصغرى العادية وعلى تقدير الخطأ المعياري.
- التمييز بين اختبارات ديربن–واتسن (Durbin–Watson) وبروش–غودفري (Breusch–Godfrey) للارتباط الذاتي.
- تسليط الضوء على مزايا وعُيوب النماذج الديناميكية (Dynamic Models).
- اختبار ما إذا كانت الصيغة الداليَّة للنموذج المستخدم صيغة مُناسبة.
- تحديد ما إذا كان توزيع بواقي الانحدار يختلف معنويًّا عن الاعتدال.
- التحري فيما إذا كانت معلمات النموذج مُستقرة أم لا.
- تقييم الفلسفات المختلفة لكيفية بناء نموذج الاقتصادي القياسي.
- إجراء اختبارات التشخيص داخل إفيوز.

٥,١ مُقدِّمة

(Introduction)

تُذكِّر بأننا قدَّمنا خمس افتراضات تتعلَّق بنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي، تُعتبر هذه الافتراضات ضروريَّة لإظهار أن لتقنية التقدير -أي طريقة المربعات الصغرى العاديَّة- عددًا من الخصائص المرغوبة، وحتى نتمكَّن أيضًا من إجراء اختبارات الفرضيات المتعلقة بالقيم المقدَّرة للمعاملات على نحو سليم، على وجه التحديد يُفترض أن:

(١) $E(u_t) = 0$

(٢) $var(u_t) = \sigma^2 < \infty$

(٣) $cov(u_i, u_j) = 0$

(٤) $cov(u_t, x_t) = 0$

(٥) $u_t \sim N(0, \sigma^2)$

سيتم الآن التعمُّق في دراسة هذه الافتراضات وبخاصة النقاط التالية:

- كيف يُمكن الكشف عن انتهاكات الافتراضات؟
- عمليًا ما هي الأسباب الأرجح للانتهاكات؟
- ما هي العواقب على النموذج في حالة انتهاك افتراض وتم تجاهل هذا الأمر من قِبَل الباحث؟

تكمن الإجابة عن آخر هذه الأسئلة في أنه عمومًا يُمكن أن يُواجه النموذج مزيجًا من المشاكل الثلاث التالية:

- قيم مُقدَّرة للمعاملات ($\hat{\beta}_s$) خاطئة.
- الأخطاء المعياريَّة المصاحبة خاطئة.
- التوزيعات المفترضة لإحصاءات الاختبار غير مُناسبة.

سنعتمد بعد ذلك منهجًا عمليًا 'لحل' المشاكل المرتبطة باستخدام نماذج تتضمَّن افتراضًا واحدًا فأكثر غير مدعوم من البيانات.

تعمل مثل هذه الحلول عادة بحيث:

- لم تَعُدْ هذه الافتراضات مُنتهكة أو:
- أن المشاكل توضع جانبًا بحيث إن التقنيات البديلة المستخدمة تظل صالحة.

٢ , ٥ التوزيعات الإحصائيَّة لاختبارات التشخيص

(Statistical distributions for diagnostic tests)

يُناقش النص الوارد أدناه مُختلف اختبارات التشخيص (سوء التوصيف) للانحدار، والتي تعتمد على حساب إحصاءة الاختبار، يُمكن بناء هذه الاختبارات بعدة طرق، ويُعتبر المنهج الذي سيُحدِّد التوزيع الذي يُفترض أن تتبعه إحصاءة الاختبار بالمنهج الدقيق لبناء إحصاءة الاختبار، هذا ونذكر أن هناك منهجين شائعَيْ الاستخدام، يُمكن الحصول على نتائجهما باستخدام الحزم الإحصائيَّة: اختبار مُضاعف (مضروب) لاجرانج (Lagrange Multiplier (LM)) واختبار والد (Wald Test)، هذا وسوف يُقدِّم الفصل ٩ مزيدًا من التفاصيل بخصوص هذه الإجراءات، أمَّا الآن فكل ما يحتاج القرَّاء لمعرفته هو أنه في إطار اختبارات التشخيص المقدَّمة هنا تتبع إحصاءات الاختبار التوزيع χ^2 بدرجات حُرِّيَّة مُساوية لعدد القيود المدرجة في النموذج، والتي يُرمز إليها بـ m. أمَّا نُسخة والد لهذا الاختبار فهي تتبع التوزيع إف بدرجات حُرِّيَّة $F(m, T-k)$. على الرغم من أن نتائجهما سوف تختلف نوعًا ما في العينات الصغيرة، إلَّا أنه تقارُبيًّا يُعتبر هذان الاختباران مُتكافئين، كما نُشير إلى أنهما يتكافئان كلما زاد حجم العيِّنة إلى ما لانهاية،

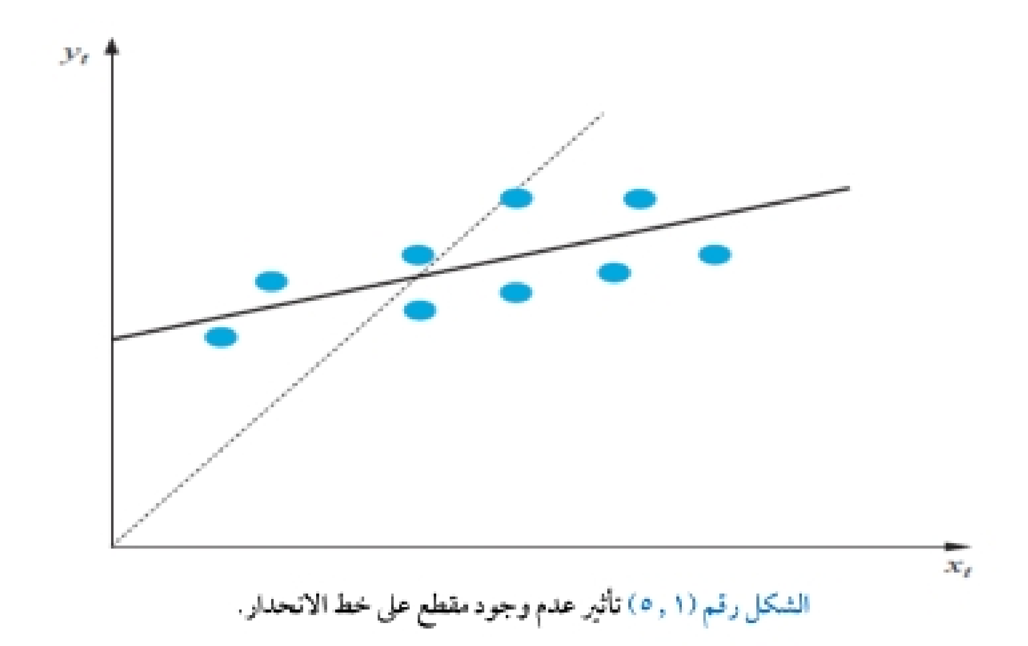
ويرجع ذلك إلى أن هناك علاقة مُباشرة بين التوزيعات إف و χ^2. سوف يميل المتغيِّر العشوائي إف تقارُبيًّا نحو المتغيِّر العشوائي χ^2 مقسومًا بدرجات حُرِّيته:

$$F(m, T-k) \rightarrow \frac{\chi^2(m)}{m} \text{ عندما يكون } T \rightarrow \infty$$

تعرض حزم برامج الحاسوب عادة النتائج باستخدام كلا المنهجين، إلَّا أننا سوف نستعرض واحدًا فقط منهما لكل اختبار وارد أدناه، يُعطي المنهجان عادة نفس الاستنتاج، لكن إن لم يكن ذلك فعادة ما تُعتبر النسخة إف الأفضل للعيِّنات المحدودة، ويرجع ذلك إلى حساسيتها لحجم العيِّنة؛ (لأن إحدى المعلمات درجات حرِّيته تعتمد على حجم العيِّنة) وهذا ما لا نجده في النسخة χ^2.

٥,٣ الافتراض ١: $E(u_t) = 0$
(Assumption 1: $E(u_t) = 0$)

يتمثَّل الافتراض الأول المطلوب في أن مُتوسط قيمة الأخطاء يُساوي صفرًا، في الحقيقة إذا تم إدراج الحد الثابت في معادلة الانحدار فلن يُنتهك هذا الافتراض، لكن ماذا لو أن النظريَّة الماليَّة تُشير في تطبيق ما إلى عدم وجود مقطع، وبالتالي إلزام خط الانحدار بالمرور من نقطة الأصل (Origin)؟ إذا كان الانحدار لا يتضمَّن مقطعًا، وإذا كان مُتوسط قيمة الأخطاء غير صفري، ينتج عن ذلك عدة عواقب غير مرغوب فيها، نُشير أوَّلًا إلى أنه من الممكن أن يكون R^2 الذي يُعرَّف بـ ESS/TSS، سالبًا ممَّا يعني أن مُتوسِّط العيِّنة $\bar{y}$ 'يُفسِّر' التغيُّر في y أكثر ممَّا تُفسِّره المتغيِّرات المفسِّرة، ثانيًا والأهم من ذلك، نذكر أنه من الممكن أن يُؤدي عدم إدراج معلمة المقطع في الانحدار إلى تحيُّزات قد تكون حادَّة في القيم المقدَّرة لمعاملات الانحدار، لفهم ذلك نتأمَّل الشكل رقم (٥,١).

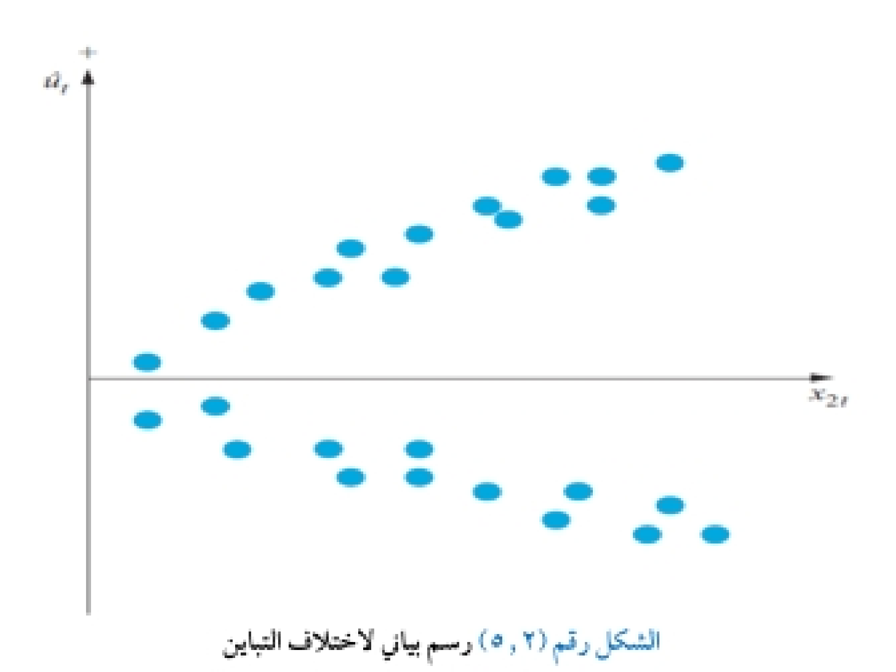


الشكل رقم (٥,١) تأثير عدم وجود مقطع على خط الانحدار.

يُظهر الخط المتصل الانحدار المقدر المتضمِّن لحد ثابت، في حين يُظهر الخط المنقط تأثير حذف الحد الثابت (أي تعيين قيمته صفر) والمتمثِّل في أن الخط المقدَّر يكون مُجبرًا في هذه الحالة على المرور بالنقطة الأصل، وبالتالي فإن القيمة المقدَّرة لمعامل الميل ($\hat{\beta}$) تكون قيمة مُتحيِّزة، إضافة إلى ذلك عادة ما يكون R^2 و $\bar{R}^2$ بلا معنى في هذا السياق، وينتج ذلك بسبب أن مُتوسِّط قيمة المتغيِّر التابع -أي $\bar{y}$ - غير مُساوية لمتوسِّط القيم المقدَّرة من النموذج أي متوسِّط $\hat{y}$، في حالة لم يُدرج ثابت في الانحدار.

٥ , ٤ الافتراض ٢: $var(u_t) = \sigma^2 < \infty$
(Assumption 2: $var(u_t) = \sigma^2 < \infty$)

افترضنا إلى حد الآن أن تباين الأخطاء σ^2 ثابت وهو ما يُعرف *بافتراض تجانس التباين* (Homoscedasticity)، إذا لم يكن للأخطاء تباين ثابت يقال أنهم *مُختلفو التباين* (Heteroscedastic)، لتقديم مثال توضيحي لاختلاف التباين، نفترض أننا قُمنا بتقدير الانحدار وحساب البواقي أي $\hat{u}_t$، ثم رسمها مُقابل أحد المتغيِّرات المفسِّرة x_{2t}، كما هو مُوضَّح في الشكل رقم (٥ , ٢).



الشكل رقم (٥ , ٢) رسم بياني لاختلاف التباين

من الواضح جدًّا أن الأخطاء التي في الشكل رقم (٥ , ٢) هي أخطاء مُختلفة التباين، وذلك لأنه بالرغم من أن القيمة المتوسِّطة للأخطاء ثابتة تقريبًا إلَّا أن تباينها آخذ في الازدياد بشكل مُنتظم مع ازدياد x_{2t}.

١ , ٤ , ٥ الكشف عن اختلاف التباين
(Detection of heteroscedasticity)

كيف يُمكن للمرء معرفة ما إذا كانت الأخطاء مُتفاوتة التباين أم لا؟ من الممكن استخدام الطريقة البيانية على النحو الوارد أعلاه، لكن للأسف لا يُعرف سبب اختلاف التباين أو شكله إلَّا نادرًا، وبالتالي فمن المرجَّح أن لا يكشف الرسم البياني عن شيء، على سبيل المثال، إذا كان تباين الأخطاء على شكل دالة مُتزايد في x_{3t}، وكان الباحث قد رسم بيانيًّا الأخطاء مُقابل x_{2t}، فسوف يكون من المستبعد أن يرى أي نمط لاختلاف التباين، وبالتالي سوف يستنتج خطأً أن تباين الأخطاء ثابتًا، من الممكن أيضًا أن يتغيَّر تبايُن الأخطاء مع الوقت بدلًا من أن يتغيَّر بصورة مُنتظمة بتغيُّر أحد المتغيِّرات المفسِّرة، تُعرف هذه الظاهرة التي يرد وصفها في الفصل ٩ باسم 'ARCH'.

هناك لحسن الحظ عدد من الاختبارات الإحصائية المنهجيَّة لاختلاف التباين، ويُعتبر اختبار جولدفيلد وكوانت (١٩٦٥) (Goldfeld–Quandt (1965)) أحد أبسط هذه الاختبارات، ترتكز طريقتها على تقسيم إجمالي العيِّنة بطول T إلى عيِّنتين فرعيَّتين بطول T_1 و T_2. يُقدَّر نموذج الانحدار بعد ذلك على كل عيِّنة فرعية ثم يتم حساب تباينات البواقي (Residual Variances) كما يلي بالترتيب $s_1^2 = \frac{\hat{u}_1'\hat{u}_1}{(T_1-k)}$ و $s_2^2 = \frac{\hat{u}_2'\hat{u}_2}{(T_2-k)}$. تتمثَّل فرضيَّة العدم في تساوي تباينات الاضطرابات، وهو ما يُمكن

كتابته كالآتي: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ في حين تكون الفرضيَّة البديلة فرضيَّة ذات طرفين، أمَّا إحصاءة الاختبار والتي يُرمز إليها ب GQ، فهي ببساطة نسبة تباينات البواقي، حيث يجب وضع أكبر التباينين في البسط (أي أن تباين العيِّنة الأكبر هو s_1^2 وذلك للعيِّنة بطول T_1، حتى وإن كان مأخوذ من العيِّنة الفرعيَّة الثانية):

$$GQ = \frac{s_1^2}{s_2^2} \qquad (١،٥)$$

تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في ثبات التباين تتبع إحصاءة الاختبار التوزيع $F(T_1 - k \;\; T_2 - k)$ وتُرفض هذه الفرضيَّة إذا فاقت إحصاءة الاختبار القيمة الحرجة.

يُعتبر الاختبار GQ اختبارًا بسيط البناء إلَّا أن نتائجه من الممكن أن تتوقَّف على اختيار محدَّد، وربما عشوائي لمكان تقسيم العيِّنة، من المرجَّح بشكل واضح أن يكون الاختبار أكثر قوة عندما يرتكز الاختيار على أسس نظرية، على سبيل المثال قبل وبعد حدث هيكلي هام، لنفترض أنه يُعتقد أن تباين الاضطرابات يرتبط بمُتغيِّر مُشاهد z_t (سواء كان من بين المتغيِّرات الانحداريَّة أو لا)، كما تتمثَّل الطريقة الأفضل للقيام بهذا الاختبار في ترتيب العيِّنة وفقًا لقيم z_t (بدلًا من ترتيبها وفقًا للزمن)، ثم تقسيم العيِّنة المعاد ترتيبها إلى عيِّنات بطول T_1 و T_2.

كما تُستخدم أحيانًا طريقة بديلة لتحسين الاستدلالات المستمدَّة من الاختبار وزيادة قوته، تتمثَّل في حذف بعض المشاهدات من وسط العيِّنة، وذلك لإدخال درجة من الفصل بين العيِّنتين الفرعيَّتين.

كما نذكر أن هناك اختبارًا آخر لاختلاف التباين أكثر شيوعًا، وهو اختبار وايت (١٩٨٠) ((White (1980))، يُعتبر هذا الاختبار مُفيدًا بشكل خاص؛ لأنه يضع عددًا قليلًا من الافتراضات بخصوص الشكل المفترض لاختلاف التباين، يُنجز هذا الاختبار كما في الإطار رقم (٥ ,١).

الإطار رقم (٥ ,١) إجراء اختبار وايت

(١) لنفترض أن نموذج الانحدار المقدَّر يكون على الشكل الخطي الاعتيادي، على سبيل المثال:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \qquad (٢،٥)$$

لاختبار $var(u_t) = \sigma^2$، نقوم بتقدير النموذج السابق حتى نتحصَّل على البواقي $\hat{u}_t$.

(٢) نُجري بعد ذلك الانحدار الإضافي المساعد:

$$\hat{u}_t^2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_{2t} + \alpha_3 x_{3t} + \alpha_4 x_{2t}^2 + \alpha_5 x_{3t}^2 + \alpha_6 x_{2t} x_{3t} + v_t \qquad (٣،٥)$$

حيث يُمثِّل v_t حد اضطراب مُوزَّع طبيعيًّا ومُستقل عن u_t. يُعتبر ذلك بمثابة انحدار مُربَّع البواقي على ثابت، على المتغيِّرات المفسِّرة الأصليَّة، على مربع المتغيِّرات المفسِّرة وعلى حاصل الضرب التقاطعي لهذه الأخيرة، لمعرفة لماذا يُعتبر مُربَّع البواقي مُتغيِّرًا ذا أهمِّيَّة نُذكِّر أنه يُمكن كتابة تباين المتغيِّر العشوائي u_t كالآتي:

$$var(u_t) = E\left[\left(u_t - E(u_t)\right)^2\right] \qquad (٤،٥)$$

تحت فرضيّة أن $E(u_t) = 0$، يختفي الجزء الثاني من الجانب الأيمن لهذا التعبير:

$$var(u_t) = E[u_t^2] \tag{٥،٥}$$

ليس من الممكن مرّة أخرى معرفة مربّع اضطرابات المجتمع u_t^2، لذلك وعوضًا عنها سيتم استخدام نظيراتها من العيّنة أي مربّع البواقي.

كما يكمن السبب وراء اتخاذ النموذج الإضافي المساعد لهذا الشكل في أنه من المستحسن دراسة ما إذا كان تباين البواقي (المجسّدة في $\hat{u}_t^2$) يختلف بشكل مُنتظم باختلاف أحد المتغيّرات الهامّة في النموذج، تتضمّن هذه الأخيرة المتغيّرات المفسّرة الأصليّة إضافة إلى مربع المتغيّرات المفسّرة وعلى حاصل الضرب لهذه الأخيرة، تُشير كذلك إلى أنه ينبغي أن يشمل الانحدار على حد ثابت حتى وإن لم يكن الأمر كذلك في الانحدار الأصلي، يرجع ذلك إلى حقيقة أن وسط $\hat{u}_t^2$ سيكون دائمًا غير صفري حتى وإن كان وسط u_t صفرًا.

(٣) باعتبار الانحدار الإضافي المساعد وكما ذكرنا سابقًا، يُمكن إجراء الاختبار باستخدام منهجين مُختلفين، أوّلًا: من الممكن استخدام إطار الاختبار إف المبيَّن في الفصل ٤. يتضمّن هذا الإطار تقدير المعادلة رقم (٣،٥) كانحدار غير مُقيَّد ومن ثم إجراء انحدار مُقيّد لـ $\hat{u}_t^2$ على ثابت فقط، نستخدم مجموع مربّعات البواقي لكل انحدار كمُدخلات للصيغة العاديّة للاختبار إف.

مع العديد من اختبارات التشخيص، يُمكن اعتماد منهجًا بديلًا لا يتطلّب تقدير انحدار (مُقيّد) ثاني. يُعرف هذا المنهج باختبار مُضاعف لاجرانج الذي يرتكز على قيمة R^2 في الانحدار الإضافي المساعد، إذا كان هناك مُعامل فأكثر معنوي إحصائيًّا في المعادلة رقم (٣،٥)، فإن قيمة R^2 لهذه المعادلة سوف تكون مُرتفعة نسبيًّا، أمّا إذا كانت كل هذه المتغيّرات غير معنويّة فإن قيمة R^2 ستكون مُنخفضة نسبيًّا، وبالتالي يعمل اختبار مُضاعف لاجرانج من خلال الحصول على قيمة R^2 من الانحدار الإضافي المساعد وضربها بعدد المشاهدات T. كما يُمكن إثبات أن:

$$TR^2 \sim \chi^2(m)$$

حيث يُمثّل m عدد المتغيّرات الانحداريّة في الانحدار الإضافي المساعد (باستثناء الحد الثابت)، أي ما يُعادل عدد القيود التي يجب أن تُوضع في إطار نهج اختبار إف.

(٤) يُعتبر الاختبار بمثابة اختبار لفرضيّة العدم المشتركة $\alpha_2 = 0$، $\alpha_3 = 0$، $\alpha_4 = 0$، $\alpha_5 = 0$ و $\alpha_6 = 0$. بالنسبة إلى اختبار مُضاعف لاجرانج، إذا كانت إحصاءة الاختبار χ^2 الواردة في الخطوة الثالثة أكبر من القيمة المقابلة من الجدول الإحصائي فيجب رفض فرضيّة العدم المتمثّلة في أن الأخطاء مُتجانسة التباين.

٢ , ٤ , ٥ العواقب المترتِّبة عن استخدام المربعات الصغرى العاديَّة في ظل وجود اختلاف التباين

(Consequences of using OLS in the presence of heteroscedasticity)

ماذا يحدث لو أن الأخطاء كانت مُتفاوتة التباين، ولكن تم تجاهُل هذه الحقيقة وقام الباحث بإجراء التقدير والاستدلال؟ سوف تظل مُقدرات المربعات الصغرى العاديَّة في هذه الحالة تُعطي قيمًا مُقدَّرة للمعاملات غير مُتحيِّزة (وأيضًا مُتَّسقة) لكنها لم تَعُدْ أفضل المقدَّرات الخطِّيَّة غير المُتحيِّزة (BLUE) وذلك لأنه لم يَعُدْ لديهم أصغر تباين من بين فئة كل المقدَّرات الخطِّية غير المُتحيِّزة، ويرجع السبب وراء ذلك إلى أن تباين الخطأ أي σ^2، لا يلعب أي دور في إثبات أن مُقدَّر المربعات الصغرى العاديَّة مُتَّسق وغير مُتحيِّز، لكن في المقابل يظهر σ^2 في صيغ تباين المعاملات، وبالتالي إذا كانت الأخطاء مُتفاوتة التباين تُصبح الصيغ المقدَّمة للأخطاء المعياريَّة للمعاملات باطلة، انظر هيل، غريفيث ودجودج (١٩٩٧ ص ٢١٧-٢١٨) لمعالجة جبريَّة لعواقب اختلاف التباين.

مثال (١ , ٥)..

لنفترض أننا قُمنا بتقدير النموذج رقم (٢،٥) الوارد أعلاه باستخدام ١٢٠ مُشاهدة وتحصَّلنا على R^2 للانحدار الإضافي المساعد (Auxiliary Regression) مُساوٍ لـ ٠,٢٣٤. تُقدَّم إحصاءة الاختبار كما لآتي: $TR^2 = 120 \times 0.234 = 28.8$ وهي إحصاءة تتبع تحت فرضيَّة العدم التوزيع $\chi^2(5)$. من خلال جدول χ^2 نجد أن القيمة الحرجة عند المستوى ٥٪ تُساوي ١١,٠٧. تفوق إذًا إحصاءة الاختبار القيمة الحرجة وبالتالي يتم رفض فرضية العدم، لذلك نخلُص في هذه الحالة إلى وجود دليل قوي على اختلاف التباين بحيث يُصبح من غير المعقول في هذه الحالة افتراض أن تباين الأخطاء ثابتًا.

....

خُلاصة القول هي أنه في حالة استخدام المربعات الصغرى العاديَّة مع وجود اختلاف التباين من المحتمل أن تكون الأخطاء المعياريَّة غير صحيحة، وبالتالي يُمكن أن تكون الاستدلالات مُضلِّلة، بصفة عامَّة، عند استخدام طريقة المربعات الصغرى العاديَّة وإذا كانت الأخطاء مُتفاوتة التباين فإن الأخطاء المعياريَّة للمقطع ستكون كبيرة جدًّا، أمَّا تأثير اختلاف التباين على الأخطاء المعياريَّة للميل فذلك يعتمد على شكل اختلاف التباين، إذا كان تباين الأخطاء على سبيل المثال مُرتبطًا إيجابيًّا بمربّع المتغيِّر المفسِّر (كما هو الحال عمليًّا في كثير من الأحيان) سوف يكون الخطأ المعياري للميل مُنخفضًا جدًّا عند استخدام طريقة المربعات الصغرى العاديَّة، في المقابل وباستخدام نفس الطريقة، سوف يكون الخطأ المعياري للميل مُرتفعا جدًّا إذا ارتبط تباين الأخطاء عكسيًّا بالمتغيِّر المفسِّر.

٣ , ٤ , ٥ مُعالجة اختلاف التباين

(Dealing with heteroscedasticity)

إذا كان شكل (أي سبب) اختلاف التباين معروفًا عندها يُمكن استخدام طريقة تقدير بديلة تأخذ في الحُسبان هذا التفاوت، من بين هذه الطرق نذكر طريقة المربَّعات الصغرى المعمَّمة (Generalised Least Squares (GLS)). لنفترض على سبيل المثال أن تباين الخطأ يرتبط بـ z_t حسب التعبير التالي:

$$var(u_t) = \sigma^2 z_t^2 \quad (٦،٥)$$

كل ما يلزم لإزالة اختلاف التباين هو قسمة مُعادلة الانحدار بـــ z_t:

$$\frac{y_t}{z_t} = \beta_1 \frac{1}{z_t} + \beta_2 \frac{x_{2t}}{z_t} + \beta_3 \frac{x_{3t}}{z_t} + v_t \quad (٧،٥)$$

حيث يُمثّل $v_t = \frac{u_t}{z_t}$ حد الخطأ.

أمّا الآن إذا كان $var(u_t) = \sigma^2 z_t^2$ و Z معلومًا فإن $var(v_t) = var\left(\frac{u_t}{z_t}\right) = \frac{var(u_t)}{z_t^2} = \frac{\sigma^2 z_t^2}{z_t^2} = \sigma^2$.

لذلك تكون الاضطرابات المتحصَّل عليها من المعادلة رقم (٧،٥) مُتجانسة التباين، نُشير كذلك إلى أن هذا الانحدار الأخير لا يتضمَّن حدًّا ثابتًا بما أن β_1 مضروبًا بـ $\left(\frac{1}{z_t}\right)$، كما تُعتبر المربعات الصغرى المعمَّمة مُرادفة لاستخدام المربعات الصغرى العاديَّة مُطبَّقة على بيانات مُحوَّلة تفي بافتراضات المربعات الصغرى العاديَّة، تُعرف المربعات الصغرى المعمَّمة كذلك بالمربعات الصغرى المرجَّحة (Weighted Least Squares (WLS)) وذلك لأنها تقوم بتقليل المجموع المرجَّح لمربعات البواقي في حين تقوم المربعات الصغرى العاديَّة بتقليل نفس المجموع لكن دون ترجيح.

ومع ذلك في أغلب الأحيان يكون الباحثون غير مُتأكِّدين من السبب الدقيق لاختلاف التباين، وبالتالي تُعتبر هذه التقنية عادة غير قابلة للتنفيذ عمليًّا، يَرِد في الإطار رقم (٢ ,٥) 'حلَّان' آخران مُحتملان لاختلاف التباين.

قدَّم فابوزي وفرانسيس (١٩٨٠) عدَّة أمثلة عن اختبارات اختلاف التباين في إطار نموذج سوق المؤشر المفرد، وكانت النتائج توحي بشدَّة بوجود اختلاف التباين، كما قاما بفحص العوامل المختلفة التي من الممكن أن ترسم شكل اختلاف التباين.

الإطار رقم (٢ ,٥) 'حُلول' لتفاوت التباين

(١) *تحويل المتغيّرات إلى لوغاريتمات أو تقليص قيمها باستخدام مقياس آخر 'للحجم'*، وهذا من شأنه إعادة قياس البيانات للحد من المشاهدات المتطرّفة. ثم يتم إجراء الانحدار على اللوغاريتمات الطبيعية أو البيانات المحولة، لتطبيق اللوغاريتمات تأثيرًا آخر يتمثّل في تحويل نموذج الضرب، مثل نموذج الانحدار الأسي (بحد خطأ مضاعف) المناقش سابقًا، إلى نموذج جمع، غير أنه لا يُمكن تطبيق اللوغاريتمات على المتغيّرات في الحالات التي تكون فيها قيم هذه الأخيرة معدومة أو سالبة حيث يكون اللوغاريتم غير مُعرّف في هذه الحالات.

(٢) *استخدام قيم مقدّرة للأخطاء المعياريّة تكون متّسقة عند وجود اختلاف التباين*، تتضمّن مُعظم حزم برمجيات الاقتصاد القياسي خيارًا (عادة ما يُسمّى 'حصين' أو شيء من هذا القبيل) يسمح للمُستخدم باستعمال قيمًا مُقدّرة للأخطاء المعياريّة مُعدّلة بحيث تأخذ في الحسبان تفاوت التباين وفقًا لوايت (١٩٨٠)، أمّا أثر استخدام التصحيح فيتمثّل في أنه إذا كان تباين الأخطاء يرتبط إيجابيًّا بمربّع المتغيّر المفسّر فإن الأخطاء المعياريّة للمعاملات ترتفع مُقارنة بالأخطاء المعياريّة لطريقة المربعات الصغرى العاديّة، وهذا من شأنه جعل اختبار الفرضيات 'محافظة' أكثر بحيث يُستلزم مزيدًا من القرائن تجاه فرضيّة العدم قبل أن يتم رفضها.

٤ , ٤ , ٥ اختبار اختلاف التباين باستخدام إفيوز

(Testing for heteroscedasticity using EViews)

قُم بإعادة فتح ملف عمل مايكروسوفت ('Macro') الذي درسناه في الفصل السابق، والانحدار الذي يتضمَّن كل المتغيِّرات الاقتصاديَّة الكليَّة المفسِّرة، وتأكد من أن نافذة مُخرجات الانحدار مفتوحة (لإظهار جدول القيم المقدَّرة للمعلمات)، ارسم أولًا البواقي من خلال اختيار **View/Actual, Fitted, Residuals/Residual Graph**. إذا كانت تغيُّرية بواقي الانحدار تختلف بشكل منتظم على مدى العيِّنة فذلك يُعتبر علامة على اختلاف التباين، في هذه الحالة من الصعب رؤية أي نمط واضح (على الرغم من أنه من المثير للاهتمام مُلاحظة الانخفاض الكبير في التقلب (Volatility) لما بعد (٢٠٠٣)، لذلك نحن بحاجة إلى إجراء اختبار إحصائي منهجي، لاختبار اختلاف التباين باستخدام اختبار وايت، انقر من نافذة الانحدار فوق الزر **View** ثم اختر **Residual Diagnostics/Heteroscedasticity Tests...**، سوف ترى أن هناك عددًا كبيرًا من الاختبارات المختلفة المتاحة، بما في ذلك اختبار الانحدار الذاتي الشرطي غير متجانس التباين (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) test) والذي ستتم مُناقشته في الفصل ٩، في الوقت الحالي تُحدِّد التخصيص **White**، يُمكنك أيضًا تحديد ما إذا كان سيتم إدراج الجداء التقاطعي للحدود أم لا (أي ضرب كل مُتغيِّر بالمتغيِّر الآخر)، أو نكتفي بإدراج مُربَّع المتغيِّرات في الانحدار الإضافي المساعد، قُم بإلغاء التحديد '**Include White cross terms**' نظرًا للعدد الكبير نسبيًّا من المتغيرات في هذا الانحدار، ثم انقر فوق **OK**، سوف تظهر نتائج الاختبار على النحو الموضح في الإطار التالي. يُقدم إفيوز ثلاثة أنواع مُختلفة من اختبارات اختلاف التباين، ثم يُظهر الانحدار الإضافي المساعد في الجدول الأوَّل للنتائج، تعطينا إحصاءات الاختبار المعلومات التي نحتاجها لتحديد ما إذا كان افتراض تجانس التباين صحيحًا أم لا، لكن بالاطلاع على الانحدار الإضافي المساعد الفعلي في الجدول الثاني يُمكن الحصول على معلومات إضافية مُفيدة عن مصدر اختلاف التباين إن وُجِد، في هذه الحالة تُعطي كلٌّ من النسخة إف و χ^2 (أي مُضاعف لاجرانج) لإحصاءة الاختبار نفس النتيجة المتمثِّلة في عدم توفُّر أي دليل على وجود لاختلاف التباين، وذلك لأن القيم بي تزيد إلى حد كبير عن ٠,٠٥. أمَّا النسخة الثالثة لإحصاءة الاختبار، أي 'مجموع المربعات المفسّرة المقاسة' (Scaled explained SS)، وكما يوحي اسمها فهي تعتمد على صيغة مُطبعة لمجموع المربعات المفسّرة للانحدار الإضافي المساعد، تُشير هذه الإحصاءة في هذه الحالة إلى أن هناك ما ينُم عن وجود اختلاف التباين (نتيجة الاختبار معنويَّة عند المستوى ١٠٪ وليس أقل من ذلك)، وبالتالي تُعتبر نتيجة الاختبار مُبهمة بعض الشيء، لكن عمومًا يُمكن القول إنه يُرجح أن اختلاف التباين في هذه الحالة لا يُمثِّل مشكلة حقيقيَّة.

Heteroskedasticity test: White

F-statistic	0.285965	Prob. F(7,316)	0.9592
Obs*R-squared	2.039511	Prob. Chi-Square(7)	0.9576
Scaled explained SS	12.15911	Prob. Chi-Square(7)	0.0954

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 07/04/13 Time: 13:42
Sample: 1986M05 20013M04
Included observations: 324

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	193.5672	42.83306	4.519108	0.0000
ERSAND^2P	−0.16274	0.698446	−0.2330	0.8159
DPROD^2	−11.3366	31.19290	−0.36344	0.7165
DCREDIT^2	−1.01E−08	3.98E−08	−0.25438	0.7994
DINFLATION^2	−65.7807	150.0464	−0.43840	0.6614
DMONEY^2	−0.01229	0.027218	−0.45135	0.6520
DSPREAD^2	−2.02297	638.3524	−0.00317	0.9975
RTERM^2	−196.336	294.3750	−0.66696	0.5053

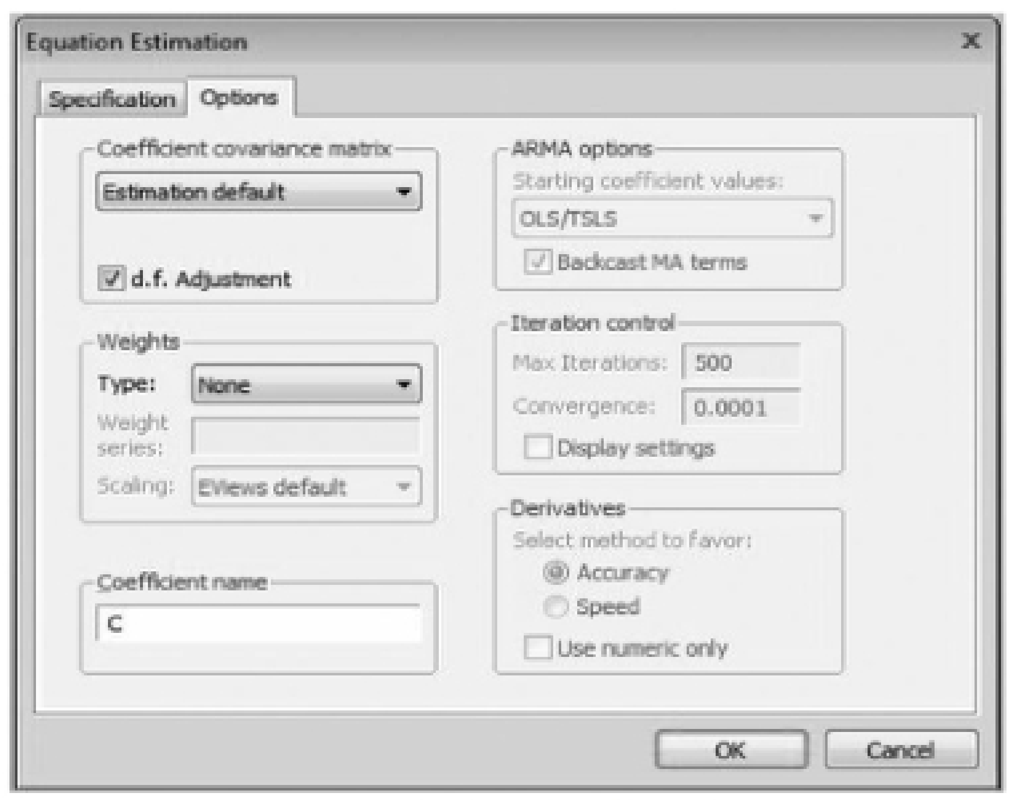
R-squared	0.006295	Mean dependent var	156.2891
Adjusted R-squared	−0.015718	S.D. dependent var	554.1926
S.E. of regression	558.5309	Akaike info criterion	15.51288
Sum squared resid	98578340	Schwarz criterion	15.60623
Log likelihood	−2505.086	Hannan-Quinn criter.	15.55014
F-statistic	0.285965	Durbin-Watson stat	2.026098
Prob(F-statistic)	0.959219		

٥ , ٤ , ٥ استخدام القيم المقدَّرة للأخطاء المعياريَّة المعدَّلة بطريقة وايت داخل إفيوز

(Using White's modified standard error estimates in EViews)

لتقدير انحدار بأخطاء معياريَّة حصينة ضد اختلاف التباين داخل إفيوز (Heteroscedasticity-Robust Standard Errors)، حدِّد ذلك من خلال زر الخيار في نافذة إدخال الانحدار، بعبارات أخرى: اغْلِقْ نافذة اختبار اختلاف التباين وانقر فوق نتائج الانحدار الأصليَّة 'Msoftreg' ثم انقر فوق الزر **Estimate** وفي النافذة Equation Estimation اختر علامة التبويب **Options** وستظهر لقطة الشاشة رقم (١ , ٥).

في مربع 'مصفوفة معاملات التغاير' في الجزء العلوي الأيسر لعلامة التبويب غيِّر الخيار إلى **White** ثم انقر فوق **OK**، بمقارنة نتائج الانحدار المستخدمة لأخطاء معياريَّة حصينة ضد اختلاف التباين مع تلك التي تُستخدم فيها الأخطاء المعيارية العادية تُعتبر الاختلافات في معنويَّة المعلمات هامشية لا غير، تغيَّرت بطبيعة الحال الأخطاء المعيارية فقط، في حين ظلَّت القيم المقدَّرة للمعلمات على حالها، نذكر أن الأخطاء المعياريَّة المتَّسقة عند وجود اختلاف التباين هي أصغر لجميع المتغيِّرات ممَّا يُؤدي إلى ارتفاع في القيمة المطلقة للنسب تي، وبالتالي تصبح القيم بي أصغر، هذا وتتمثَّل الاختلافات الرئيسة في الاستنتاجات التي تم التوصل إليها في كون متغيِّر الهيكل الزمني الذي كان في السابق معنويًّا فقط عند المستوى ١٠٪، أصبح الآن معنويًّا عند المستوى ٥٪ وبأن متغيِّرات التضخُّم غير المتوقَّع والتغيُّر في الإنتاج الصناعي أصبحت الآن معنويَّة عند المستوى ١٠٪.



لقطة الشاشة رقم (١ , ٥) نافذة خيارات الانحدار.

٥ , ٥ الافتراض ٣: $\text{cov}(u_i, u_t) = 0$ لـ $i \neq j$
(Assumption 3: $\text{cov}(u_i, u_t) = 0$ for $i \neq j$)

ينصُّ الافتراض ٣ المقترح لنموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي أن التغاير بين حدود الخطأ عبر الزمن (أو مقطعيًّا بالنسبة إلى هذا النوع من البيانات) يُساوي صفرًا، بعبارات أخرى يُفترض أن تكون الأخطاء غير مُرتبطة ببعضها البعض، إذا لم تكن الأخطاء غير مُرتبطة ببعضها البعض يُمكن القول إنها 'مُرتبطة ذاتيًا' (Autocorrelated) أو أنها 'مُرتبطة تسلسليًّا' (Serially Correlated)، لذا من الضروري اختبار هذه الفرضية.

لا يُمكن مُجدَّدًا مُشاهدة اضطرابات المجتمع، لذلك يتم إجراء اختبارات الارتباط الذاتي على البواقي، أي على $\hat{u}$، قبل البدء في دراسة كيفيَّة صياغة الاختبارات المنهجيَّة للارتباط الذاتي، نحتاج أوَّلًا إلى تعريف القيمة المتباطئة (Lagged Value) للمتغير.

١ , ٥ , ٥ مفهوم القيمة المتباطئة
(The concept of a lagged value)

تُعتبر القيمة المتباطئة (أو المؤخَّرة) للمتغيِّر (الذي يُمكن أن يكون y_t، x_t أو u_t) ببساطة القيمة التي يأخذها المتغيِّر في الفترة السابقة، على سبيل المثال، يُمكن الحصول على قيمة y_t المتباطئة بفترة واحدة وتكتب y_{t-1}، عن طريق تحويل كل المشاهدات بفترة واحدة إلى الأمام في جدول البيانات كما هو موضح في الجدول رقم (١ , ٥).

الجدول رقم (١ , ٥) إنشاء سلاسل القيم المتباطئة والفروق الأولى

t	y_t	y_{t-1}	Δy_t
2006M09	٠ , ٨	–	–
2006M10	١ , ٣	٠ , ٨	٠ , ٥=(٠ , ٨-١ , ٣)
2006M11	٠ , ٩-	١ , ٣	٢ , ٢-=(١ , ٣-٠ , ٩-)
2006M12	٠ , ٢	٠ , ٩-	١ , ١=(٠ , ٩--٠ , ٢)
2007M01	١ , ٧-	٠ , ٢	١ , ٩-=(٠ , ٢-١ , ٧-)
2007M02	٢ , ٣	١ , ٧-	٤ , ٠=(١ , ٧--٢ , ٣)
2007M03	٠ , ١	٢ , ٣	٢ , ٢-=(٢ , ٣-٠ , ١)
2007M04	٠ , ٠	٠ , ١	٠ , ١-=(٠ , ١-٠ , ٠)
⋮	⋮	⋮	⋮

وهكذا تُظهر قيمة تقاطع الصف 2006M10 مع العمود y_{t-1} القيمة التي كان يأخذها y_t في الفترة السابقة، أي 2006M09، والتي كانت تُساوي ٠ , ٨. كما يُظهر العمود الأخير في الجدول رقم (١ , ٥) كمّية أخرى تتعلق بـ y_t وهي 'الفرق الأول' (First Difference)، يُحسب الفرق الأول لـ y_t، والذي يُعرف أيضًا باسم التغيُّر في y_t ويرمز إليه بـ Δy_t، على أساس الفرق بين قيمة y في هذه الفترة وقيمتها في الفترة السابقة، ويحسب ذلك على النحو التالي:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (٨،٥)$$

لاحظ أنه عندما يتم حساب الإبطاء بفترة واحدة، أو كذلك حساب الفروق الأولى لمتغيّر ما، فإننا نخسر المشاهدة الأولى، وبالتالي عند استخدام البيانات الواردة أعلاه، سوف يبدأ انحدار Δy_t من نقطة البيانات الموافقة لأكتوبر ٢٠٠٦، من الممكن أيضًا باستخدام نفس الطريقة حساب الإبطاء بفترتين، بثلاث فترات، وما إلى ذلك.

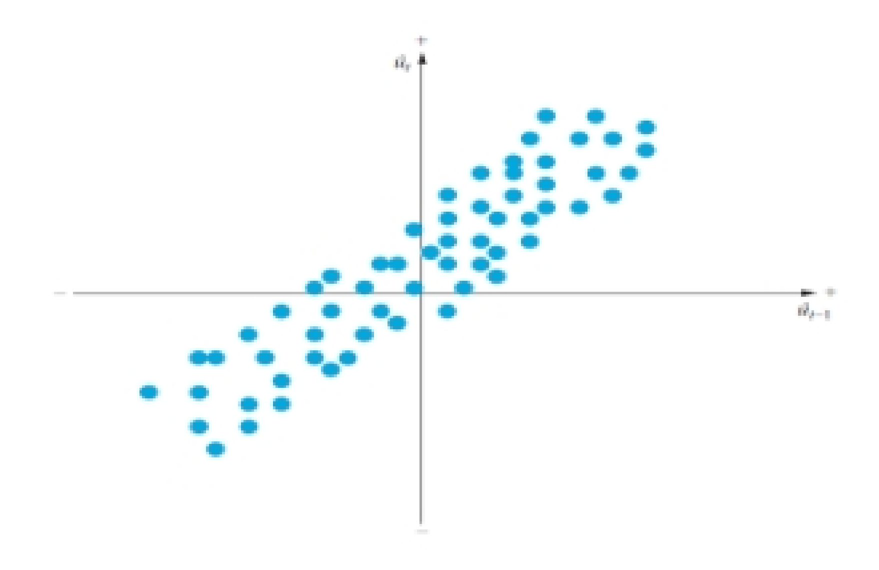
٢ , ٥ , ٥ الاختبارات البيانية للارتباط الذاتي

(Graphical tests for autocorrelation)

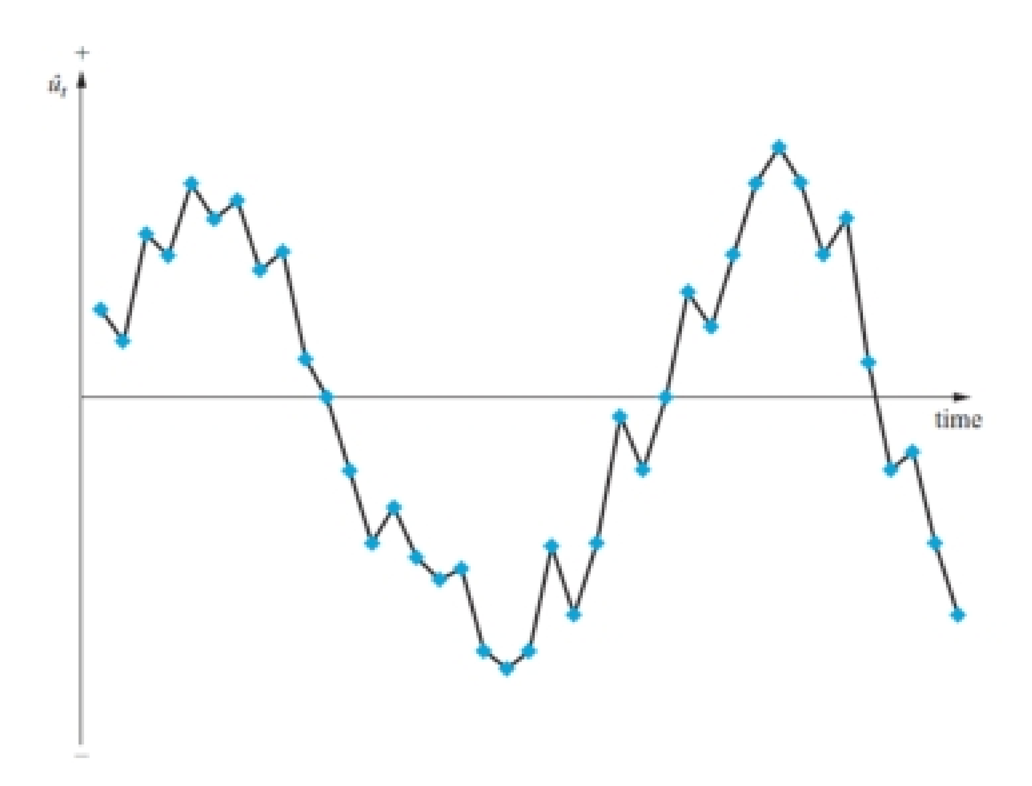
يهدف اختبار الارتباط الذاتي نُشير إلى أنه من الضروري تقصّي ما إذا كانت توجد علاقة بين القيمة الحاليّة لـ $\hat{u}$ أي $\hat{u}_t$، وبين أيٍّ من قيمها السابقة $\hat{u}_{t-1}$، $\hat{u}_{t-2}$،... تتمثّل الخُطوة الأولى في النظر إلى إمكانيّة وجود علاقة بين الباقي الحالي $\hat{u}_t$، والباقي الذي يأتي قبله مُباشرة أي $\hat{u}_{t-1}$، وذلك عن طريق استقصاء بياني، وبالتالي نقوم برسم بياني لـ $\hat{u}_t$ مُقابل $\hat{u}_{t-1}$، وكذلك رسمًا لـ $\hat{u}_t$ عبر الزّمن، هذا ونُناقش أدناه بعض الأشكال النمطيّة التي من الممكن أن تتواجد في سلسلة البواقي.

تُظهر الأشكال رقم (٥ , ٣) و (٥ , ٤) ارتباطًا ذاتيًّا موجبًا بين البواقي، والذي يتّضح من خلال الرسم الدوري للبواقي عبر الزمن، تُعرف هذه الحالة *بالارتباط الذاتي الموجب*، وذلك لأنه في المتوسط إذا كان الباقي في الزمن $t-1$ مُوجبًا فمن المرجَّح أن يكون الباقي في الزمن t مُوجبًا أيضًا، على نحو مُماثل، إذا كان الباقي في الزمن $t-1$ سالبًا فمن المرجَّح أن يكون الباقي في الزمن t سالبًا أيضًا، كما يُظهر الشكل رقم (٥ , ٣) أن مُعظم النقاط التي تُمثل المشاهدات تقع في الربع الأول والثالث، في حين يُظهر الشكل رقم (٥ , ٤) أن سلسلة البواقي المرتبطة ارتباطًا ذاتيًّا موجبًا لا تقطع في كثير من الأحيان محور الزمن.

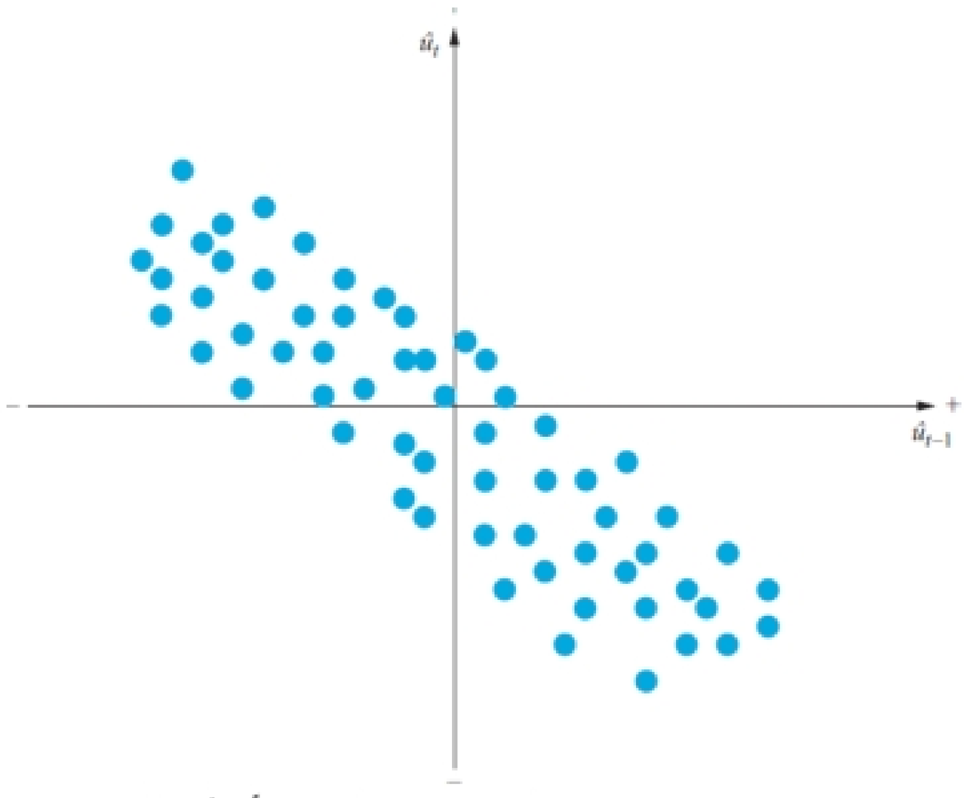
تُظهر الأشكال رقم (٥ , ٥) و (٥ , ٦) ارتباطًا ذاتيًّا سلبيًّا مُجسَّدًا بنمط تناوبي في رسم البواقي، تُعرف هذه الحالة بالارتباط الذاتي السلبي، وذلك لأنه في المتوسط إذا كان الباقي في الزمن $t-1$ مُوجبًا فمن المرجّح أن يكون الباقي في الزمن t سالبًا، على نحو مُماثل إذا كان الباقي في الزمن $t-1$ سالبًا فمن المرجَّح أن يكون الباقي في الزمن t مُوجبًا، كما يُظهر الشكل رقم (٥ , ٥) أن مُعظم النقاط تقع في الربع الثاني والرابع، في حين يُظهر الشكل رقم (٥ , ٦) أن سلسلة البواقي ذات الارتباط الذاتي السالب تقطع محور الزمن بشكل أكثر تواترًا ممّا لو كانت مُوزَّعة عشوائيًّا.



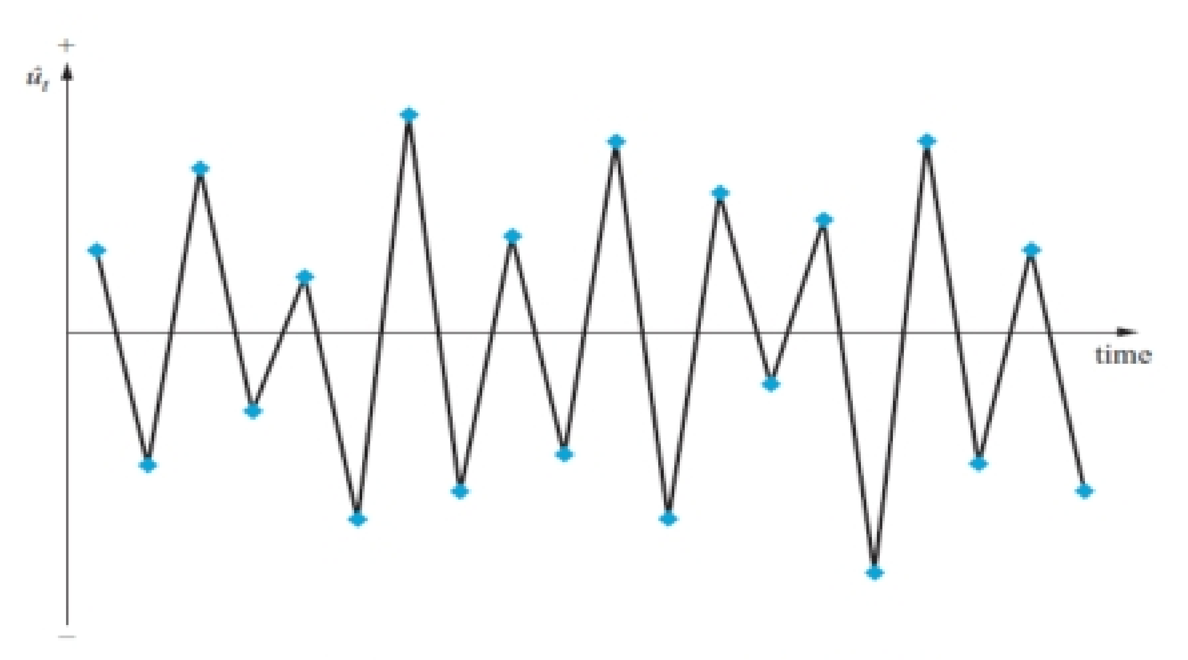
الشكل رقم (٥ , ٣) رسم لـ $\hat{u}_t$ مُقابل $\hat{u}_{t-1}$ والذي يُظهر ارتباطًا ذاتيًّا مُوجبًا.



الشكل رقم (٤ , ٥) رسم لـ $\hat{u}_t$ عبر الزمن والذي يُظهر ارتباطًا ذاتيًا مُوجبًا.

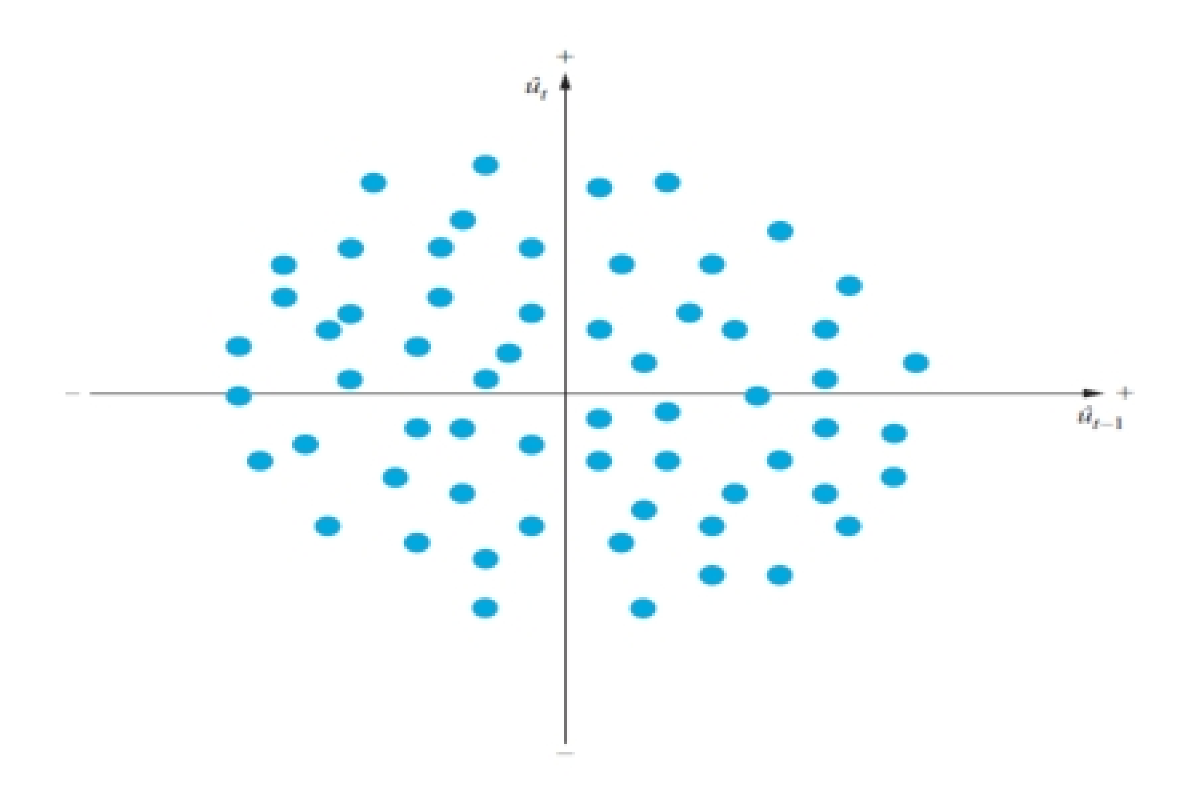


الشكل رقم (٥ , ٥) رسم لـ $\hat{u}_t$ مُقابل $\hat{u}_{t-1}$ والذي يُظهر ارتباطًا ذاتيًا سالبًا.

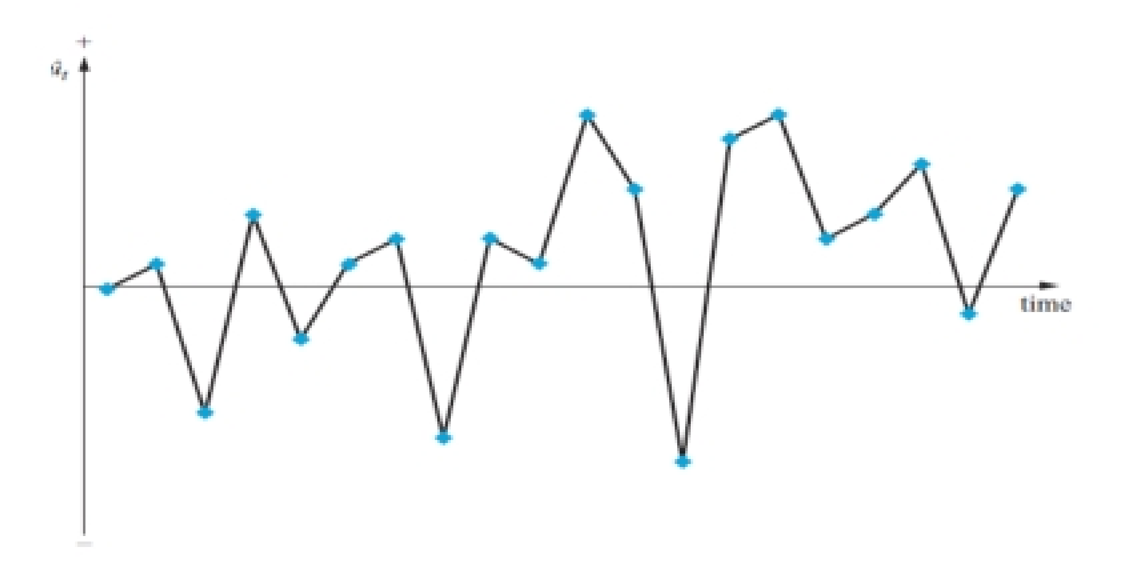


الشكل رقم (٥ ،٦) رسم لـ $\hat{u}_t$ عبر الزمن والذي يُظهر ارتباطًا ذاتيًا سالبًا.

في الأخير تُظهر الأشكال رقم (٥ ،٧) و (٥ ،٨) عدم وجود أي نمط مُعيَّن في البواقي، وهذا ما يُحبَّذ مُشاهدته، تنتشر النقاط في رسم $\hat{u}_t$ مُقابل $\hat{u}_{t-1}$ (أي الشكل رقم (٥ ،٧)) بشكل عشوائي في كل الأرباع، أمّا رسم السلسلة الزمنيَّة للبواقي (أي الشكل رقم (٥ ،٨)) فهو لا يقطع المحور السيني بوتيرة لا مُرتفعة جدًّا ولا مُنخفضة جدًّا.



الشكل رقم (٥ ،٧) رسم لـ $\hat{u}_t$ مُقابل $\hat{u}_{t-1}$ مُظهرًا عدم وجود للارتباط الذاتي.



الشكل رقم (٥,٨) رسم لـ $\hat{u}_t$ عبر الزمن مُظهرًا عدم وجود للارتباط الذاتي.

٥,٥,٣ الكشف عن الارتباط الذاتي: اختبار ديربن–واتسن

(Detecting autocorrelation: the Durbin–Watson test)

من المؤكَّد أن الخطوة الأولى عند اختبار ما إذا كانت سلسلة بواقي النموذج المقدَّر مُرتبطة ذاتيًّا أم لا، تتمثَّل في رسم هذه البواقي على النحو الوارد أعلاه بحثًا عن أيَّة أنماط بها، قد تكون الطرق البيانيَّة صعبة التفسير، وبالتالي يجب إضافةً إلى ذلك تطبيقُ اختبار إحصائي منهجي، يُنسب أسهل هذه الاختبارات إلى ديربن–واتسن (١٩٥١).

يُعتبر اختبار ديربن–واتسن اختبارًا للارتباط الذاتي من الدرجة الأولى، أي أنه يختبر فقط وجود علاقة بين الخطأ وبين قيمته السابقة مُباشرة، من بين طرق إجراء هذا الاختبار وتفسير إحصاءة الاختبار نجد انحدار الخطأ في الزمن t على قيمته السابقة:

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t \qquad (٥،٩)$$

حيث إن $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$، أمَّا فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة فهي:

$$H_1: \rho \neq 0 \quad \text{و} \quad H_0: \rho = 0$$

وبالتالي، في ظل فرضيَّة العدم تكون الأخطاء في الزمن t و $t-1$ مُستقلَّة عن بعضها البعض، أما إذا تم رفض فرضية العدم فنخلص إلى الاستنتاج بأن هناك دليلًا على وجود علاقة بين البواقي المتتالية، ليس من الضروري في الواقع إجراء الانحدار المقدَّم بالمعادلة رقم (٥,٩) بما أنه يُمكن حساب إحصاءة الاختبار باستخدام كميات مُتاحة أصلًا بمجرد إجراء الانحدار الأول:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{T}(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2} \qquad (٥،١٠)$$

نُشير إلى أن مقام إحصاءة الاختبار هو ببساطة (عدد المشاهدات –١) x تباين البواقي، نتحصَّل على ذلك لأنه إذا كان مُتوسط البواقي صفرًا فإن:

$$var(\hat{u}_t) = E(\hat{u}_t^2) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2$$

وبالتالي:

$$\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2 = var(\hat{u}_t) \text{ x } (T-1)$$

أما البسط 'فيُقارن' بين قيم الخطأ في الزمن t وفي الزمن $t-1$، إذا كان الارتباط الذاتي في الأخطاء مُوجبًا فإن الفرق في البسط يكون صغيرًا نسبيًّا، أما إذا كان الارتباط الذاتي سالبًا ومع تغيُّر علامة الأخطاء في أغلب الأحيان فإن البسط سوف يكون كبيرًا نسبيًّا، كما يترتب عن عدم وجود ارتباط ذاتي قيمة في البسط تكون بين صغيرة وكبيرة، من الممكن أيضًا صياغة إحصاءة ديربن-واتسن كدالة تقريبيَّة للقيمة المقدَّرة لـ ρ كالآتي:

$$DW \approx 2\,(1-\hat{\rho}) \qquad (١١،٥)$$

حيث يُمثِّل $\hat{\rho}$ معامل الارتباط المقدَّر المتحصَّل عليه من تقدير المعادلة رقم (٩،٥)، لرؤية كيف نتحصَّل على هذه النتيجة لنأخذ في الحسبان إمكانيَّة كتابة الدالَّة التربيعيَّة في بسط المعادلة رقم (١٠،٥) كالآتي:

$$\sum_{t=2}^{T}(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2 = \sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2 + \sum_{t=2}^{T}\hat{u}_{t-1}^2 - 2\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t\hat{u}_{t-1} \qquad (١٢،٥)$$

لنأخذ الآن بعين الاعتبار تركيبة أوَّل جمعين في الجانب الأيمن للمعادلة رقم (١٢،٥)، الجمع الأوَّل هو:

$$\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2 = \hat{u}_2^2 + \hat{u}_3^2 + \hat{u}_4^2 + \cdots + \hat{u}_T^2$$

في حين أن الجمع الثاني هو:

$$\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_{t-1}^2 = \hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2 + \hat{u}_3^2 + \cdots + \hat{u}_{T-1}^2$$

وبالتالي فإن الفرق الوحيد بين هذين الجمعين يتمثَّل في أنهما يختلفان من حيث الحد الأوَّل والأخير، نذكر أن الجمع $\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2$ يحتوي على $\hat{u}_T^2$ ولا يحتوي على $\hat{u}_1^2$ في حين يحتوي $\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_{t-1}^2$ على $\hat{u}_1^2$ ولا يحتوي على $\hat{u}_T^2$. كما نُشير إلى أنه إذا زاد حجم العيِّنة T إلى ما لانهاية فإن الفرق بين هذين الجمعين يُصبح ضئيلًا، وبالتالي فإن التعبير في المعادلة رقم (١٢،٥) أي بسط المعادلة رقم (١٠،٥)، يُساوي تقريبًا:

$$2\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2 - 2\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t\hat{u}_{t-1}$$

يُؤدي استبدال بسط المعادلة رقم (١٠،٥) بهذا التعبير إلى:

$$DW \approx \frac{2\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2 - 2\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t\hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2} = 2\left(1 - \frac{\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t\hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t^2}\right) \qquad (١٣،٥)$$

كما يُمكن كتابة التغاير بين u_t و u_{t-1} كما يلي:

$$E\left[\left(u_t - E(u_t)\right)\left(u_{t-1} - E(u_{t-1})\right)\right]$$

في ظل افتراض أن $E(u_t) = 0$ (وبالتالي فإن $E(u_{t-1}) = 0$) يُصبح التغاير كالآتي: $E(u_t u_{t-1})$، أمَّا بالنسبة على بواقي العيِّنة فيُمكن تقييم التغاير كالآتي:

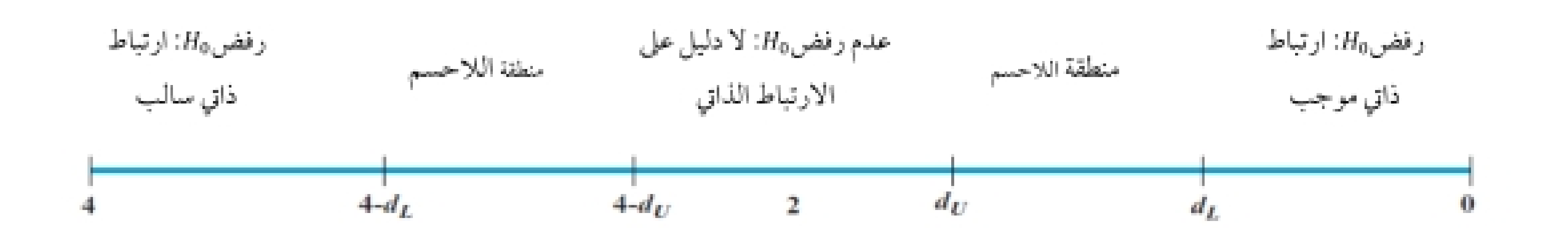
$$\frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\hat{u}_t\hat{u}_{t-1}$$

وبالتالي يُمكن اعتبار البسط في يمين المعادلة رقم (١٣،٥) كـــــــ $(T-1)$ ضعفًا للتغاير بين $\hat{u}_t$ و $\hat{u}_{t-1}$ في حين يُمثِّل مقام التعبير في يمين هذه الأخيرة $(T-1)$ ضعفًا لتباين $\hat{u}_t$، يُمكن إذًا كتابة:

$$DW \approx 2\left(1-\frac{(T-1)\,cov(\hat{u}_t,\hat{u}_{t-1})}{(T-1)\,var(\hat{u}_t)}\right) = 2\left(1-\frac{cov(\hat{u}_t,\hat{u}_{t-1})}{var(\hat{u}_t)}\right) = 2\left(1-corr(\hat{u}_t,\hat{u}_{t-1})\right) \quad (١٤،٥)$$

وبهذا تُساوي إحصاءة الاختبار تقريبًا $2(1-\hat{\rho})$، وبما أن $\hat{\rho}$ يُمثِّل معامل الارتباط، فذلك يعني ضمنًا أن $-1 \le \hat{\rho} \le 1$ أي أن $\hat{\rho}$ ينحصر بين ١- و ١، يُعَدُّ الاستبدال في هذه الحدود لـ $\hat{\rho}$ بهدف حساب إحصاءة ديربن–واتسن من المعادلة رقم (١١،٥) طريقة من شأنها أن تُعطي الحدود المقابلة لإحصاءة ديربن–واتسن، وهي كالآتي: $0 \le DW \le 4$، أمَّا الآن فالنظر في الآثار المترتبة عن أخذ إحصاءة ديربن–واتسن لواحدة من هذه القيم الثلاث المهمة (٠، ٢ و ٤):

- $\hat{\rho} = 0$، $DW = 2$: تُمثِّل هذه الحالة عدم وجود ارتباط ذاتي في البيانات، لذلك وبشكل عام لن يتم رفض فرضية العدم إذا كانت إحصاءة ديربن–واتسن قريبة من ٢ أي أن ليس هناك أدلة تُذكر على وجود للارتباط الذاتي.
- $\hat{\rho} = 1$، $DW = 0$: يتصادف ذلك مع حالة وجود ارتباط ذاتي مُوجب تام في البواقي.
- $\hat{\rho} = -1$، $DW = 4$: يتصادف ذلك مع حالة وجود ارتباط ذاتي سالب في البواقي.



الشكل رقم (٩ ,٥) مناطق الرفض وعدم الرفض لاختبار ديربن–واتسن.

لا يتبع اختبار ديربن–واتسن توزيعًا إحصائيًّا مألوفًا مثل التوزيعات تي، إف ومربع كاي، هذا ونذكر أن لاختبار ديربن–واتسن قيمتين حرجتين: قيمة حرجة عليا (d_U) وقيمة حرجة دُنيا (d_L)، هناك كذلك منطقة وسيطة حيث لا يُمكن رفض ولا قبول فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم وجود للارتباط الذاتي! تظهر مناطق الرفض، عدم الرفض، ومنطقة اللاحسم على خط الأعداد في الشكل رقم (٩ ,٥).

إذًا وتكرارًا لما قلت، يتم رفض فرضية العدم مُقابل افتراض وجود ارتباط ذاتي مُوجب إذا كانت إحصاءة ديربن–واتسن أقل من القيمة الحرجة الدُنيا، تُرفض كذلك فرضية العدم مُقابل افتراض وجود ارتباط ذاتي سلبي إذا كانت إحصاءة ديربن–واتسن أكبر

من ٤ ناقص القيمة الحرجة الدُنيا؛ لا يتم رفض فرضية العدم، ويفترض عدم وجود أي ارتباط ذاتي في البواقي إذا كانت إحصاءة ديربن–واتسن ما بين الحد العلوي و ٤ ناقص الحد العلوي.

مثال (٢ , ٥)

أراد أحد الباحثين اختبار الارتباط التسلسلي من الدرجة الأولى لبواقي انحدار خطي، بالنسبة إلى قيمة إحصاءة اختبار ديربن–واتسن فهي تُساوي ٠,٨٦، وهناك ثمانون مُشاهدة ربع سنويَّة في الانحدار، يأخذ هذا الأخير الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \quad (٥،١٥)$$

أمَّا القيم الحرجة المناسبة للاختبار (انظر الجدول أ٢،٦ في مُلحق التوزيعات الإحصائية في آخر هذا الكتاب) فهي $d_L = 1.42$، $d_U = 1.57$ وبالتالي نجد أن: $4 - d_U = 2.43$ و $4 - d_L = 2.58$، يتَّضح جليًّا أن إحصاءة الاختبار أقل من القيمة الحرجة الدُنيا، وبالتالي تُرفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم وجود ارتباط ذاتي، كما نستنتج أن بواقي النموذج تبدو مُرتبطة ارتباطًا ذاتيًا موجبًا.

الإطار رقم (٣ , ٥) الشروط المتعلِّقة باختبار ديربن–واتسن لكي يكون اختبارًا صحيحًا

(١) يجب أن يكون هناك حد ثابت في الانحدار.

(٢) يجب أن تكون المتغيِّرات الانحداريَّة غير تصادُفيَّة كما في الافتراض ٤ لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (انظر الفصل ٧).

(٣) يجب ألا يكون هناك أي تباطؤ للمُتغيِّر التابع في الانحدار (انظر القسم ٨،٥،٥).

٤ , ٥ , ٥ الشروط التي يتعين استيفاؤها ليكون اختبار ديربن–واتسن اختبارًا صحيحًا

(Conditions which must be fulfilled for DW to be a valid test)

يتعيَّن استيفاء ديربن–واتسن ثلاثة شروط (الإطار رقم ٣ , ٥) لكي يكون اختبار ديربن–واتسن قابلًا للتطبيق، إذا استُخدم هذا الاختبار عند وجود فترات إبطاء في المتغيِّر التابع، أو كذلك عند وجود مُتغيِّرات انحداريَّة تصادُفيَّة فإن إحصاءة الاختبار سوف تكون مُتحيِّزة نحو القيمة ٢ ممَّا يدل على أنه في بعض الحالات لن يتم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم وجود ارتباط ذاتي حينما يكون من المفترض رفضها.

٥ , ٥ , ٥ اختبار آخر للارتباط الذاتي.. اختبار بروتش– جودفري

(Another test for autocorrelation: the Breusch–Godfrey test)

نُذكر بأن اختبار ديربن–واتسن يُمكِّن من اختبار ما إذا كانت الأخطاء المتتالية مُرتبطة مع بعضها البعض أم لا، إلى جانب عدم إمكانيَّة تطبيق اختبار ديربن–واتسن في حالة عدم استيفائه لبعض الشروط، نُشير كذلك إلى أنه يوجد العديد من أشكال

الارتباط الذاتي التي لا يُمكن لهذا الاختبار الكشف عنها، على سبيل المثال إذا كان $corr(\hat{u}_t, \hat{u}_{t-1}) = 0$ لكن $corr(\hat{u}_t, \hat{u}_{t-2}) \neq 0$ فإن اختبار ديربن-واتسن على النحو المعرَّف أعلاه لن يتمكَّن من إيجاد أي ارتباط ذاتي.

تتمثَّل أحد الحلول الممكنة في استبدال $\hat{u}_{t-1}$ بـ $\hat{u}_{t-2}$ في المعادلة رقم (١٠،٥)، ومع ذلك عمليًّا تُعتبر فحوصات كل زوج من الارتباطات $(\hat{u}_t, \hat{u}_{t-1})$، $(\hat{u}_t, \hat{u}_{t-2})$، $(\hat{u}_t, \hat{u}_{t-3})$، ... عمليَّة شاقة إلى جانب كونها غير مُرمَّزة في حزم برمجيات الاقتصاد القياسي التي تمت برمجتها لإنشاء اختبار ديربن-واتسن باستخدام فترة إبطاء زمني بفترة واحدة فقط، بالإضافة إلى ذلك سوف يتردى التقريب في المعادلة رقم (١١،٥) بما أن الفرق بين المؤشرين الزمنيين قد زاد، وبناءً على ذلك ينبغي في هذه الحالات أيضًا تعديل القيم الحرجة بعض الشيء.

لذلك من المستحسن إجراء اختبار مُشترك للارتباط الذاتي والذي من شأنه أن يسمح بدراسة العلاقة بين $\hat{u}_t$ وبين العديد من قيمها المتباطئة في آن واحد، يُعتبر اختبار بروش-جودفري اختبارًا أعم للارتباط الذاتي حتى الرتبة r، أمَّا نموذج الأخطاء ضمن هذا الاختبار فيكون كالآتي:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \cdots + \rho_r u_{t-r} + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma_v^2) \qquad (١٦،٥)$$

تكون فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة كالآتي:

$$H_0: \rho_1 = 0 \text{ and } \rho_2 = 0 \text{ and} \ldots \text{and } \rho_r = 0$$

$$H_1: \rho_1 \neq 0 \text{ or } \rho_2 \neq 0 \text{ or} \ldots \text{or } \rho_r \neq 0$$

لذلك في ظل فرضية العدم لا يرتبط الخطأ الحالي بأي من قيمه السابقة وعددها r، يُجرَى الاختبار كما في الإطار رقم (٤ ,٥).

الإطار رقم (٤ ,٥) إجراء اختبار بروتش-جودفري

(١) قدِّر الانحدار الخطِّي باستخدام المربعات الصُّغرى العاديّة واحصل على البواقي $\hat{u}_t$.

(٢) قم بانحدار $\hat{u}_t$ على كل المتغيِّرات الانحداريّة للمرحلة ١ (المتغيّرات x) إضافة إلى $\hat{u}_{t-1}$، $\hat{u}_{t-2}$، ... ، $\hat{u}_{t-r}$. وبالتالي سوف يكون الانحدار كالآتي:

$$\hat{u}_t = \gamma_1 + \gamma_2 x_{2t} + \gamma_3 x_{3t} + \gamma_4 x_{4t} + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \rho_2 \hat{u}_{t-2} + \rho_3 \hat{u}_{t-3} + \ldots + \rho_r \hat{u}_{t-r} + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma_v^2) \qquad (١٧،٥)$$

احصل على R^2 من الانحدار الإضافي المساعد.

(٣) تكون إحصاءة الاختبار كالتالي:

$$(T - r)R^2 \sim \chi_r^2$$

حيث يرمُز T إلى عدد المشاهدات.

في اختبار الارتباط الذاتي لاحظ أننا نضرب R^2 بـ $(T-r)$ عوضًا عن T (كما هو الحال في اختبار اختلاف التباين)، ينتج ذلك بسبب أننا نخسر عمليًا r مُشاهدة من العيِّنة للحصول على عدد r فترات إبطاء المستخدمة في الاختبار، وبذلك نترك عدد $(T-r)$ مُشاهدة تُستخدم في تقدير الانحدار الإضافي المساعد، إذا فاقت قيمة إحصاءة الاختبار القيمة الحرجة المتحصَّل عليها من الجداول الإحصائية لمربع كاي فإننا نرفض فرضية العدم المتمثِّلة في عدم وجود ارتباط ذاتي، وكما هو الحال بالنسبة لأي اختبار مُشترك، يُؤدي رفض جزء واحد من فرضيَّة العدم إلى رفض الفرضيَّة برُمَّتها، وبالتالي يكفي أن يكون الخطأ في الزمن t مُرتبطًا معنويًا فقط بقيمة من بين قيمه السابقة في العيِّنة ليتم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم وجود ارتباط ذاتي، يُعتبر هذا الاختبار أعم من اختبار ديربن-واتسن، كما يُمكن تطبيقه على مجموعة مُتنوعة من الحالات، وذلك لأنه لا يفرض قيود اختبار ديربن-واتسن التي تتعلَّق بصيغة المرحلة الأولى للانحدار.

من الصعوبات المحتملة لاختبار بروش-جودفري نذكر صعوبة تحديد القيمة المناسبة لـ r، أي عدد فترات إبطاء البواقي المستخدمة في إجراء الاختبار، لا توجد إجابة واضحة لذلك، لكن من المعتاد تجربة مجموعة من القيم، إضافة إلى استخدام تواتر البيانات لاتِّخاذ القرار، على سبيل المثال، إذا كانت البيانات شهريَّة أو ربع سنويَّة فنُحدِّد على التوالي القيم ١٢ أو ٤ كقيم لـ r، تتمثَّل الحجَّة من وراء ذلك في أنه يُتوقع أن ترتبط الأخطاء في أي وقت من الأوقات بأخطاء السنة السابقة فقط، من الواضح أيضًا أنه إذا كان النموذج مُناسبًا إحصائيًا فإن عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء يكون أيًّا كانت القيمة المختارة لـ r.

٥,٥,٦ النتائج المترتبة عن تجاهل الارتباط الذاتي في حال وجوده

(Consequences of ignoring autocorrelation if it is present)

في الواقع تكون عواقب تجاهل الارتباط الذاتي إن وُجد مُشابهة لعواقب تجاهل اختلاف التباين، لذلك تظل القيم المقدَّرة للمعاملات المشتقَّة باستخدام المربعات الصغرى العاديَّة غير مُتحيِّزة ولكنها غير كُفؤة، أي أنها ليست أفضل مُقدِّرات خطِّية غير مُتحيِّزة، حتى وإن كانت أحجام العيِّنات كبيرة، وبذلك يُمكن أن تكون تقديرات الأخطاء المعياريَّة خاطئة، وبالتالي هناك إمكانيَّة لتقديم استدلالات خاطئة بخصوص عمَّا إذا كان المتغيِّر يُمثِّل عاملًا حاسمًا في تحديد تغيُّرات y أم لا، أمَّا في حالة وجود ارتباط تسلسلي مُوجب في البواقي فسوف تكون القيم المقدَّرة للأخطاء المعياريَّة بطريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة مُتحيِّزة للأسفل (Biased Downwards) مُقارنة بالأخطاء المعياريَّة الحقيقيَّة، وبذلك سوف تُقدِّر المربعات الصُّغرى العاديَّة تغيُّريتها الحقيقيَّة بأقل ممَّا هي عليه. وهذا من شأنه أن يُؤدي إلى زيادة في احتمال الخطأ من النوع الأول، أي الميل في بعض الأحيان لرفض فرضية العدم في حين أنَّها فرضيَّة صحيحة، بالإضافة إلى ذلك من المرجَّح أن تكون قيمة R^2 مُضخَّمة مُقارنة مع قيمتها 'الصحيحة' إذا كان الارتباط الذاتي موجودًا ولكن تم تجاهله، بما أن الارتباط الذاتي للبواقي سوف يُؤدِّي إلى تقدير التباين الصحيح للخطأ بأقل من قيمته (في حال كان الارتباط الذاتي مُوجبًا).

٥,٥,٧ مُعالجة الارتباط الذاتي

(Dealing with autocorrelation)

إذا كان شكل الارتباط الذاتي معروفًا سوف يكون من الممكن في هذه الحالة استخدام طريقة المربَّعات الصغرى المعمَّمة، من بين الإجراءات التي كانت يومًا ما شائعة إلى حد ما نذكر ما يُعرف بإجراء كوكرين-أوركت (Cochrane-Orcutt) (انظر الإطار رقم

(٥,٥))، تعمل مثل هذه الطرق من خلال افتراض شكل معيَّن لتركيبة الارتباط الذاتي (عادة ما يُفترض أنه عملية انحدار ذاتي (Autoregressive Process) من الرتبة الأولى، انظر الفصل ٦ لمناقشة عامَّة لهذه النماذج)، يُمكن تحديد هذا النموذج كالتالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \ , \quad u_t = \rho u_{t-1} + v_t \qquad (١٨،٥)$$

كما نُشير إلى أن إدراج ثابت في توصيف الأخطاء غير مطلوب بما أن$E(u_t) = 0$. إذا كان النموذج يصح في الزمن t فمن المفترض كذلك الإبقاء عليه في الزمن $t-1$ بحيث يكون النموذج في المعادلة رقم (١٨،٥) مُتباطئًا بفترة واحدة:

$$y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 x_{2t-1} + \beta_3 x_{3t-1} + u_{t-1} \qquad (١٩،٥)$$

بضرب المعادلة رقم (١٩،٥) بـ ρ يكون:

$$\rho y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 x_{2t-1} + \rho\beta_3 x_{3t-1} + \rho u_{t-1} \qquad (٢٠،٥)$$

طرح المعادلة رقم (٢٠،٥) من المعادلة رقم (١٨،٥) من شأنه أن يُعطي:

$$y_{t-1} - \rho y_{t-1} = \beta_1 - \rho\beta_1 + \beta_2 x_{2t} - \rho\beta_2 x_{2t-1} + \beta_3 x_{3t} - \rho\beta_3 x_{3t-1} + u_t - \rho u_{t-1} \qquad (٢١،٥)$$

بعد التحليل إلى عوامل نتحصَّل على:

$$(y_{t-1} - \rho y_{t-1}) = (1-\rho)\beta_1 + \beta_2(x_{2t} - \rho x_{2t-1}) + \beta_3(x_{3t} - \rho x_{3t-1}) + v_t \qquad (٢٢،٥)$$

حيث$v_t = u_t - \rho u_{t-1}$. بتحديد $y_t^* = y_{t-1} - \rho y_{t-1}$، $\beta_1^* = (1-\rho)\beta_1$، $x_{2t}^* = (x_{2t} - \rho x_{2t-1})$ و $x_{3t}^* = (x_{3t} - \rho x_{3t-1})$ يُمكن كتابة النموذج رقم (٢٢،٥) كالتالي:

$$y_t^* = \beta_1^* + \beta_2 x_{2t}^* + \beta_3 x_{3t}^* + v_t \qquad (٢٣،٥)$$

بما أن التوصيف النهائي رقم (٢٣،٥) يحتوي على حد خطأ خالٍ من الارتباط الذاتي، فمن الممكن تطبيق المربعات الصغرى العاديَّة مُباشرة، يُعتبر هذا الإجراء عمليًّا تطبيقًا للمربعات الصغرى المعمَّمة، بطبيعة الحال يتطلَّب إنشاء y_t^* وغيرها من المتغيِّرات أن يكون ρ معلومًا، لكن من الناحية العمليَّة لن يكون الأمر كذلك، وبالتالي يجب تقدير ρ قبل أن نتمكَّن من استخدام المعادلة رقم (٢٣،٥).

هناك طريقة بسيطة تتمثَّل في استخدام ρ المتحصَّل عليه من إعادة ترتيب معادلة إحصاءة ديربن-واتسن أي المعادلة رقم (١١،٥)، لكن يُعتبر ذلك مُجرَّدًا تقريبًا لـ ρ يُمكن أن يكون ضعيفًا إذا كانت العيِّنات صغيرة.

يُعتبر إجراء كوكرين-أوركت إجراءً بديلًا يعمل على النحو الوارد في الإطار رقم (٥،٥)، لكن عوض التوقُّف عند هذا الحد يُؤكد كوكرين-أوركت (١٩٤٩) أنه يُمكن الحصول على تقديرات أفضل في حالة أعدنا المرور بالمراحل ٢-٤ مرَّة أخرى، وهذا يعني أنه على ضوء القيم المقدَّرة الجديدة للمعاملات، أي β_1^*، β_2، β_3 إلخ نُنشئ ثانية الباقي ثم نقوم بانحدار هذا الأخير على قيمته السابقة للحصول على قيمة مقدَّرة جديدة لـ ρ. نستخدم هذا الأخير لحساب القيم الجديدة لـلمتغيِّرات y_t^*، x_{2t}^*، x_{3t}^* ثم نُقدِّر مُجدَّدًا المعادلة

رقم (٢٣،٥). تكرَّر هذا الإجراء حتى يُصبح الفرق في قيمة ρ بين تكرار وآخر أقل من كميَّة ثابتة محدَّدة (٠,٠١ على سبيل المثال)، عمليًا عدد قليل من التكرارات (لا يتجاوز خمس تكرارات) سوف يفي عادة بالغرض، ومع ذلك تتطلَّب طريقة كوكرين-أوركت والطرق المماثلة افتراضًا مُحدَّدًا لشكل نموذج الارتباط الذاتي.

لنأخذ في الاعتبار مُجدَّدًا المعادلة رقم (٢٢،٥)، يُمكن إعادة كتابة هذه المعادلة بعد أخذ ρy_{t-1} للجهة اليُمنى للمعادلة:

$$y_t = (1-\rho)\beta_1 + \beta_2(x_{2t} - \rho x_{2t-1}) + \beta_3(x_{3t} - \rho x_{3t-1}) + \rho y_{t-1} + v_t \quad (٢٤،٥)$$

يُعطي تفكيك الأقواس حول حدود المتغيِّرات المفسِّرة المعادلة التالية:

$$y_t = (1-\rho)\beta_1 + \beta_2 x_{2t} - \rho\beta_2 x_{2t-1} + \beta_3 x_{3t} - \rho\beta_3 x_{3t-1} + \rho y_{t-1} + v_t \quad (٢٥،٥)$$

لنفترض الآن أننا قمنا بتقدير مُعادلة تحتوي على نفس مُتغيِّرات المعادلة رقم (٥، ٢٦) باستخدام طريقة المربعات الصُغرى العاديَّة:

$$y_t = \gamma_1 + \gamma_2 x_{2t} - \gamma_3 x_{2t-1} + \gamma_4 x_{3t} - \gamma_5 x_{3t-1} + \gamma_6 y_{t-1} + v_t \quad (٢٦،٥)$$

من الممكن رُؤية أن المعادلة رقم (٥، ٢٦) تُعتبر نُسخة مُقيَّدة من المعادلة رقم (٢٧،٥) بعد فرض قيود على كل من معامل x_{2t} في المعادلة رقم (٢٦،٥) وذلك بضربه بسالب معامل y_{t-1} للحصول على معامل x_{2t-1} وكذلك ضرب معامل x_{3t} بسالب معامل y_{t-1} للحصول على معامل x_{3t-1}، وبالتالي تكون القيود المدرجة في المعادلة رقم (٢٧،٥) للحصول على المعادلة رقم (٢٦،٥) كالآتي:

$$\gamma_2\gamma_6 = -\gamma_3 \text{ و } \gamma_4\gamma_6 = -\gamma_5$$

تُعرف هذه القيود بقيود *العوامل المشتركة* (Common Factor Restrictions) وهي قيود يجب اختبارها قبل الشروع في تطبيق طريقة كوكرين-أوركت أو الطرق المشابهة لها، إن صحَّت هذه القيود يُمكن حينها تطبيق طريقة كوكرين-أوركت على نحو سليم، لكن إن لم تصح تلك القيود تُصبح طريقة كوكرين-أوركت والتقنيات المشابهة لها غير مُناسبة، وحينها يكون الإجراء السليم تقدير مُعادلة من قَبِيل المعادلة رقم (٢٧،٥) مُباشرة باستخدام المربعات الصُّغرى العاديَّة، لاحظ أنه عمومًا سوف يكون هناك قيد عامل مُشترك واحد لكل مُتغيِّر مُفسِّر (باستثناء الثابت) $x_{2t}, x_{3t}, \ldots, x_{kt}$ في الانحدار، كما يذكر هندري وميزن (١٩٧٨) ((Hendry and Mizon (1978)) أنه من المحتمل عمليًا أن تكون القيود غير صحيحة، وبالتالي ينبغي استخدام نموذج ديناميكي لنمذجة y بدلًا من تصحيح بواقي النموذج الإستاتيكي (أو الثابت) (Static Model) - انظر أيضًا هندري (١٩٨٠) (Hendry (1980)).

تُعتبر مصفوفة وايت لتباين وتغاير المعاملات (أي حساب الأخطاء المعياريَّة باستخدام تصحيح وايت لاختلاف التباين) مُناسبة عندما تكون بواقي المعادلة المقدَّرة مُختلفة التباين دون أن تكون مُرتبطة تسلسليًّا، كما طوَّر نيوي وويست (١٩٨٧) ((Newey and West (1987)) مُقدر التباين والتغاير والذي يتميَّز بكونه مُتَّسقًا عند وجود كلٍّ من اختلاف التباين والارتباط الذاتي، لذلك يُمثِّل استخدام تقديرات للأخطاء المعياريَّة مُعدَّلة بشكل مُناسب أسلوبًا بديلًا لمعالجة الارتباط الذاتي للبواقي.

الإطار رقم (٥، ٥) طريقة كوكرين-أوركت

(١) لنفترض أن النموذج العام يتّخذ شكل الصيغة رقم (٥، ١٨) الواردة أعلاه، نقوم بتقدير المعادلة رقم (٥، ١٨) باستخدام المربعات الصُّغرى العاديّة مع تجاهل الارتباط الذاتي للبواقي.

(٢) نحصل على البواقي ثم نُجري الانحدار:

$$\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + v_t \quad (٥،٢٧)$$

(٣) نحصل على $\hat{\rho}$ ثم نحسب y_t^* إلخ باستخدام القيمة المقدّرة لـ $\hat{\rho}$.

(٤) نُجري انحدار المربّعات الصغرى المعمَّمة في المعادلة رقم (٥،٢٥).

على الرغم من أن تصحيح وايت لاختلاف تباين الأخطاء المعياريّة، وكما ذُكر آنفًا لا يتطلّب من المستخدم أي مُدخل إلّا أن إجراء نيوي-ويست يتطلّب تعيين فترة إبطاء (Lag Length) الاقتطاع لتحديد عدد البواقي المتباطئة المستخدمة في تقدير الارتباط الذاتي، نذكر أن إفيوز يستخدم العدد الصحيح لـ $4\left(\frac{T}{100}\right)^{2/9}$ كفترة إبطاء، كما يعمل إجراء نيوي ويست لتقدير الأخطاء المعياريّة داخل إفيوز من خلال استدعائه من نفس مكان تواجد إجراء وايت لتصحيح اختلاف التباين، للقيام بذلك انقر فوق الزر **Estimate** وفي النافذة Equation Estimation اختر علامة التبويب **Options** ثم بدلًا من التحديد على المربع 'White' حدِّد على **Newey-West**. على الرغم من أن هذا الخيار مُدرج تحت تباين المعامل المصحّحة لأخطاء اختلاف التباين 'Heteroskedasticity consistent coefficient variance' إلّا أنه في الواقع يُفرز إجراء نيوي-ويست أخطاء معيارية مُتّسقة لاختلاف التباين وللارتباط الذاتي والتي تصحّح كلًّا من الارتباط الذاتي واختلاف التباين الممكن تواجدهما، تُشير وجهة النظر هذه التي ترتبط بسارجان (Sargan)، هندري وميزن، إلى أن الارتباط التسلسلي في الأخطاء ينشأ نتيجة 'سوء توصيف الديناميكيات'، ولتقديم تفسير آخر عن سبب تبنّي هذه الفكرة، نُذكِّر أنه من الممكن التعبير عن المتغيِّر التابع بأنه يتكوّن من مجموع الأجزاء التي يُمكن تفسيرها باستخدام النموذج، إضافة إلى الجزء الذي لا يُمكن تفسيره (البواقي):

$$y_t = \hat{y}_t + \hat{u}_t \quad (٥،٢٨)$$

حيث يُمثِّل $\hat{y}_t$ القيمة المقدَّرة من النموذج ($= \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_{2t} + \hat{\beta}_3 x_{3t} + \cdots + \hat{\beta}_k x_{kt}$)، غالبًا ما يكون الارتباط الذاتي نتيجة لعدم نمذجة هيكل ديناميكي داخل y لم يتم التقاطه في القيم المقدَّرة، بعبارة أخرى يوجد هيكل في المتغيِّر التابع y أغنى نظرًا لكونه يلتقط معلومات بداخل العيِّنة أكثر ممّا تلتقطه النماذج المقدَّرة سابقًا، ما نحتاجه إذًا هو نموذج ديناميكي يأخذ بعين الاعتبار هذا الهيكل الإضافي في y.

٨,٥,٥ النماذج الديناميكيَّة

(Dynamic models)

تُعتبر جميع النماذج المعتمدة حتى الآن نماذج ثابتة (Static Models) بطبيعتها، نذكر على سبيل المثال:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \beta_5 x_{5t} + u_t \qquad (٢٩،٥)$$

بعبارة أخرى لا تأخذ هذه النماذج في الاعتبار إلَّا *العلاقات المتزامنة* بين المتغيِّرات بحيث إن أيَّ تغيُّر في مُتغيِّر مُفسِّر واحد أو أكثر في الزمن t يُسبِّب تغيُّرًا فوريًّا في المتغيِّر التابع في الزمن t، لكن يُمكن بكل سُهولة توسيع هذا التحليل ليشمل الحالات التي تكون فيها القيمة الحاليَّة لـ y_t تعتمد على القيم السابقة لـ y أو على القيم السابقة لمتغيِّر أو أكثر، على سبيل المثال:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \beta_5 x_{5t} + \gamma_1 y_{t-1} + \gamma_2 x_{2t-1} + \cdots + \gamma_k x_{kt-1} + u_t \qquad (٣٠،٥)$$

من الممكن بطبيعة الحال توسيع نطاق النموذج بإضافة المزيد من فترات الإبطاء، على سبيل المثال، نُضيف x_{2t-2} و y_{t-3}، هذا وتُعرف النماذج التي تحتوي على مُتغيِّرات مُفسِّرة مُباطئة (لكن دون فترات إبطاء في المتغيِّر المفسَّر) باسم *نماذج الإبطاء الموزَّع* (Distributed Lag Models)، كما تُعرف التوصيفات التي تضم فترات إبطاء في كُلٍّ من المتغيِّر المفسَّر والمتغيِّرات المفسِّرة *بنماذج الانحدار الذاتي بفترات إبطاء موزعة* (Autoregressive Distributed Lag Models (ADL)).

السؤال الذي يُطرح الآن هو كم عدد فترات الإبطاء التي ينبغي إدراجها في النموذج ولأي مُتغيِّرات؟ تُعتبر الإجابة عن هذا السُّؤال صعبة، لكن نأمل عند الاستعانة بالنظريَّة الماليَّة المساعدة على تقديم إجابة عن هذا الأخير، لمزيد من الإجابات عن هذا السؤال راجع القسم ١٤،٥.

كما نُشير إلى أن هناك 'علاجًا' آخر مُمكنًا لمشكل الارتباط الذاتي في البواقي يتمثَّل في الانتقال إلى نموذج للفروق الأولى عوضًا عن نموذج لمستويات المتغيِّرات، وكما شرحنا سابقًا يُرمز إلى الفرق الأوَّل لـ y أي $y_t - y_{t-1}$، بـ Δy_t. على نحو مُماثل، يُمكن إنشاء سلسلة للفروق الأولى لكل مُتغيِّر من المتغيِّرات المفسِّرة، على سبيل المثال: $\Delta x_{2t} = x_{2t} - x_{2t-1}$ إلخ، لهذا النموذج العديد من المزايا الأخرى المفيدة (انظر الفصل ٨ لمزيد من التفاصيل)، كما يُمكن التعبير عنه كالآتي:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta x_{2t} + \beta_3 \Delta x_{3t} + u_t \qquad (٣١،٥)$$

يُفترض في بعض الأحيان أن التغيُّر في y يعتمد على القيم السابقة لـ y أو لـ x_i $(i = 2, \ldots, k)$ فضلًا عن التغيُّرات في المتغيِّرات المفسِّرة:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta x_{2t} + \beta_3 \Delta x_{3t} + \beta_4 x_{2t-1} + \beta_5 y_{t-1} + u_t \qquad (٣٢،٥)$$

٥ , ٥ , ٩ لماذا الحاجة إلى تباطؤات في الانحدار؟

(Why might lags be required in a regression?)

قد تتمكَّن القيم المتباطئة للمتغيِّرات المفسِّرة أو للمتغيِّر التابع (أو لكليهما) من التقاط هيكل ديناميكي هام في المتغيِّر التابع، والذي من الممكن أن ينجم عن عدد من العوامل، نسُوق فيما يلي احتمالين هامَّيْن منها في مجال الماليَّة:

- جُمود المتغيِّر التابع: في كثير من الأحيان لا يكون تأثير التغيُّر في قيمة أحد المتغيِّرات المفسِّرة على قيمة المتغيِّر التابع تأثيرًا مُباشرًا خلال الفترة الزمنيَّة، وإنَّما يتأخر هذا التأثير لعدَّة فترات زمنيَّة، نذكر على سبيل المثال أن تأثير التغيُّر في الهيكل الجُزئي للسوق (Market Microstructure) أو في سياسة الحكومة قد يستغرق بضعة أشهر أو أكثر للظهور، بما أنه يُمكن أن يكون الوكلاء غير مُتأكدين في البداية من الآثار التي ستترتب عن تسعير الأصول وما إلى ذلك، بشكل أعم سوف تتغيَّر العديد من المتغيِّرات في الاقتصاد والماليَّة لكن ببطء. تنجم هذه الظاهرة جُزئيًّا كنتيجة لعوامل سيكولوجية بحتة، على سبيل المثال في الأسواق الماليَّة قد لا يفهم الوكلاء تمامًا الآثار المترتِّبة عن إعلان أنباء مُعيَّنة على الفور، أو حتى أنهم قد لا يُصدِّقون هذه الأنباء، هذا وتعتمد سرعة ومدى رد الفعل أيضًا على معرفة ما إذا كان من المتوقع أن يكون التغير في المتغير دائمًا أو عابرًا، من الممكن أن ينشأ التأخير في الاستجابة أيضًا نتيجة لعوامل تكنولوجية ومُؤسساتية، على سبيل المثال، سوف يحُد تقدُّم التكنولوجيا من مدى سرعة تنفيذ أوامر الشراء أو البيع للمستثمرين، على نحو مماثل يُحاصَر العديد من المستثمرين بين خططهم الادِّخاريَّة وبين مُنتجاتهم الماليَّة الأخرى، وبالتالي يتعذَّر عليهم عمل أي شيء لفترة محددة، ومن الجدير بالذكر أيضًا أنه من المرجَّح أن يكون الهيكل الديناميكي أقوى وأكثر انتشارًا كلما كان تكرار مُشاهدة البيانات أعلى.
- ردود الفعل المفرطة: يُعرف أحيانًا بأن رد فعل الأسواق الماليَّة تجاه الأنباء الجيِّدة أو الأنباء السيِّئة يكون مُبالغًا فيه، على سبيل المثال، إذا أعلنت شركة ما تحذيرًا من انخفاض أرباحها، مما يعني أنه من المحتمل أن أرباحها سوف تكون أقل ممَّا وقع الإعلان عنه رسميًّا في وقت لاحق من السنة، فيُمكن إذًا توقُّع أن الأسواق سوف تتلقَّى هذا الأمر على أنه يعني أن قيمة الشركة أقل مما كان يُعتقد سابقًا، وهذا من شأنه أن يُخفِّض من سعر أسهمها، كما نذكر كذلك أنه إذا كان هناك رد فعل مُفرط فيه فإن السِّعر سوف ينهار في البداية إلى أقل ممَّا يليق بسعر الشركة جراء هذه الأنباء السيِّئة، قبل أن يعود لاحقًا ويقفز إلى مُستوى جديد (وإن كان هذا المستوى أقل من المستوى الأوَّل قبل الإعلان عن الأنباء السيِّئة).

من المحتمل أن يُمكِّن الانتقال من نموذج ساكن بحت إلى نموذج يأخذ بعين الاعتبار التأثيرات المتباطئة تقليصَ وربما إزالة الارتباط التسلسلي في بواقي النموذج الساكن، ومع ذلك هناك مشاكل أخرى في الانحدار من شأنها أن تُسبِّب رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في غياب الارتباط الذاتي، وهي مشاكل لا يُمكن مُعالجتها بإضافة مُتغيِّرات مُتباطئة في النموذج:

- السهو عن مُتغيِّرات مُهمَّة والتي بدورها مُرتبطة ذاتيًّا: بعبارة أخرى إذا كان هناك مُتغيِّر يُعتبر أحد المحدِّدات الهامَّة لتحركات y لكنه لم يُدرج في النموذج، وهذا المتغيِّر في حد ذاته مُرتبط ذاتيًّا، فهذا من شأنه أن يُحدِث ارتباطًا تسلسليًّا في بواقي النموذج المقدَّر، لتقديم إطار مالي يُمكن من خلاله تجسيد السهو عن المتغيِّرات المهمَّة، نذكر أنه غالبًا ما يُفترض أن المستثمرين يقيِّمون العوائد المتوقعة على الأسهم بخطوة واحدة للمُستقبل باستخدام العلاقة الخطية التالية:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Omega_{t-1} + u_t \qquad (٥،٣٣)$$

حيث يُمثِّل Ω_{t-1} مجموعة مُتغيِّرات المعلومات المتباطئة (أي أن Ω_{t-1} هو مُتَّجه مُشاهدات لمجموعة من المتغيِّرات في الزمن $t-1$)، لكن لا يُمكن تقدير المعادلة رقم (٣٣،٥) نظرًا لأن مجموعة المعلومات الحاليَّة المستخدمة من قبل المستثمرين لتكوين توقُّعاتهم للعوائد غير معلومة، نقوم إذًا بمقاربة Ω_{t-1} بمجموعة جُزئيَّة مُفترضة من المعلومات، أي Z_{t-1}. على سبيل المثال، في العديد من توصيفات التسعير بالمراجحة المتداولة تتضمَّن مجموعة المعلومات المستخدمة في النموذج المقدر التغيُّرات غير المُتوقَّعة في الإنتاج الصناعي، الهيكل الزمني لأسعار الفائدة، التضخُّم وعلاوات مخاطر التخلُّف عن السداد. لا بد لمثل هذا النموذج أن يحذف بعض المتغيِّرات المعلوماتية المستخدمة من قِبَل المستثمرين الفعليين في تشكيل توقعات العوائد، وإذا كانت هذه المتغيِّرات مُرتبطة ذاتيًّا فهذا من شأنه أن يُحدث ارتباطًا تسلسليًّا في بواقي النموذج المقدَّر.

- الارتباط الذاتي جرَّاء عدم إدراج مُتغيِّر الموسميَّة (Seasonality): لنفترض أن المتغير التابع يحتوي على نمط موسمي أو دوري، أي أن هناك خصائص معيَّنة تحدث بشكل دوري، قد ينشأ هذا على سبيل المثال في إطار مبيعات القفازات -حيث تكون المبيعات أعلى في فصلي الخريف والشتاء مما هي عليه في فصلي الربيع أو الصيف- من المرجَّح أن تُؤدي مثل هذه الظواهر إلى بواقي مُرتبطة ارتباطًا ذاتيًّا موجبًا تكون على شكل دوري مثلما هو عليه الشكل رقم (٥ , ٤)، إلَّا إذا تم التقاط الأنماط الموسميَّة من قبل النموذج، انظر الفصل ١٠ لمناقشة الموسمية وكيفية مُعالجتها.
- إذا ارتكب خطأ 'سوء توصيف' (Misspecification Error) إثر استخدام نموذج وظيفي غير ملائم: على سبيل المثال، إذا كانت العلاقة بين y والمتغيرات المفسِّرة غير خطية، إلا أن الباحث حدَّد نموذج انحدار خطي، فهذا من شأنه أن يُحدث ارتباطًا تسلسليًّا في بواقي النموذج المقدَّر.

١٠ , ٥ , ٥ حل توازن المدى الطويل الساكن

(The long-run static equilibrium solution)

من الممكن أن يحتوي النموذج العام المقدَّم في المعادلة رقم (٣٢،٥) العديد من الحدود المتباطئة وفروق الحدود التي تجعل من الصعب تفسير النموذج من الناحية النظريَّة، على سبيل المثال، إذا زادت قيمة x_2 في الفترة t فماذا سيكون تأثير ذلك على y في الفترات t، $t+1$، $t+2$، إلخ؟ ومن الخصائص المثيرة للاهتمام للنموذج الديناميكي والتي يُمكن حسابُها، نذكر حل توازن المدى الطويل الساكن.

يتمثَّل التعريف المناسب 'للتوازن' في هذا السياق في القول إن النظام يصل حد التوازن إذا حقَّقت المتغيِّرات قيمًا مُستقرة لا تتغيَّر بعد ذلك، أي إذا كان y و x في حالة توازن فمن الممكن كتابة:

$$y_t = y_{t+1} = \cdots = y \quad \text{و} \quad x_{2t} = x_{2t+1} = \cdots = x_2 \quad \text{إلخ}$$

وبناء على ذلك، يكون $\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = y - y = 0$ ، $\Delta x_{2t} = x_{2t} - x_{2t-1} = x_2 - x_2 = 0$ إلخ، نظرًا لأن قيم المتغيِّرات لم تَعُدْ تتغيَّر، وبالتالي فإن طريقة الحصول على حل المدى الطويل الساكن للنموذج التجريبي المقدَّم بالمعادلة رقم (٣٢،٥) تكون كالآتي:

(١) إزالة كل الرموز السُّفليَّة من المتغيِّرات.

(٢) تعيين حدود أخطاء مُساوية لقيمها المتوقَّعة الصفر أي: $E(u_t) = 0$

(٣) إزالة فروق الحدود تمامًا (على سبيل المثال Δy_t).

(٤) جمع الحدود في x معًا وكذلك جمع الحدود في y معًا.

(٥) إعادة ترتيب المعادلة الناتجة إن لزم الأمر بحيث يكون المتغيِّر التابع y في الجانب الأيسر للمعادلة ويُعبَّر عنه بوصفه دالة في المتغيِّرات المستقلة.

مثال(٣ , ٥)

احسب حل توازن المدى الطويل للنموذج التالي:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta x_{2t} + \beta_3 \Delta x_{3t} + \beta_4 x_{2t-1} + \beta_5 y_{t-1} + u_t \quad (٣٤،٥)$$

بتطبيق ما جاء في الخطوات الأولى ١-٣ الواردة أعلاه، نتحصَّل على الحل الساكن كالآتي:

$$0 = \beta_1 + \beta_4 x_2 + \beta_5 y \quad (٣٥،٥)$$

بإعادة ترتيب المعادل رقم (٣٥،٥)، ننقل y إلى الجانب الأيسر للمعادلة:

$$\beta_5 y = -\beta_1 - \beta_4 x_2 \quad (٣٦،٥)$$

وأخيرًا بالقسمة على β_5 نتحصَّل على:

$$y = -\frac{\beta_1}{\beta_5} - \frac{\beta_4}{\beta_5} x_2 \quad (٣٧،٥)$$

تُمثِّل المعادلة رقم (٣٧،٥) حل المدى الطويل الساكن للمعادلة رقم (٣٤،٥)، لاحظ أن هذه المعادلة لا تُظهر x_3 وذلك لأن الحد الوحيد الذي يحتوي على x_3 كان على شكل فروق أولى، وبالتالي فإن x_3 لن يُؤثر على قيمة التوازن على المدى الطويل لـ y.

١١ , ٥ , ٥ المشاكل المرتبطة بإضافة مُتغيِّرات انحداريَّة مُتباطئة' لعلاج' الارتباط الذاتي

(Problems with adding lagged regressors to 'cure' autocorrelation)

في العديد من الحالات يُؤدِّي الانتقال من نموذج ساكن إلى نموذج ديناميكي إلى إزالة الارتباط الذاتي للبواقي، غير أن استخدام المتغيرات المتباطئة في نموذج الانحدار يجلب معه مشاكل إضافية:

- **إدراج قيم مُتباطئة للمتغيِّر التابع يُعتبر انتهاكًا لافتراض عدم تصادفيَّة المتغيِّرات المفسِّرة** (الافتراض ٤ لنموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي) بما أن قيمة y، وبحكم تعريفها، تُحدَّد جُزئيًّا بحد خطأ عشوائي وبالتالي فإن قيمها المتباطئة لا يُمكن أن تكون غير تصادفيَّة، في العيِّنات الصغيرة يُمكن أن يُؤدي إدراج فترات إبطاء للمتغير التابع إلى قيم مُقدَّرة للمعاملات مُتحيِّزة، على الرغم من أنها تظل مُتَّسقة، مما يعني أن التحيُّز سوف يختفي تقارُبيًّا (أي كُلَّما زاد حجم العيِّنة إلى ما لانهاية).
- **ماذا تعني فعليًّا مُعادلة تضم عددًا كبيرًا من فترات الإبطاء؟** يُمكن للنموذج الذي يحتوي على العديد من فترات الإبطاء حل الإشكال الإحصائي المتمثل في الارتباط الذاتي للبواقي، لكن يكون ذلك على حساب خَلْق مُشكل تفسيري (أي أنه يصعب

تفسير النموذج التجريبي الذي يضم العديد من حدود فترات الإبطاء أو فروق الحدود إلى جانب إمكانيَّة عدم اختبار النظريَّة الماليَّة الأصليَّة التي دفعت إلى استخدام تحليل النموذج في المقام الأوّل).

كما نُشير كذلك إلى أنه في حالة ظَلّ الارتباط الذاتي في بقايا النموذج، بما في ذلك فترات الإبطاء، فإن مُقدَّرات المربعات الصُّغرى العاديَّة لن تكون حتى مُتَّسقة، لفهم السبب وراء حدوث ذلك نعتبر نموذج الانحدار التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 y_{t-1} + u_t \quad (٣٨،٥)$$

حيث يتبع u_t عمليَّة انحدار ذاتي من الرتبة الأولى:

$$u_t = \rho\, u_{t-1} + v_t \quad (٣٩،٥)$$

بتعويض u_t المقدَّم في المعادلة رقم (٣٩،٥) داخل المعادلة رقم (٣٨،٥) نتحصَّل على:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 y_{t-1} + \rho\, u_{t-1} + v_t \quad (٤٠،٥)$$

من الواضح الآن أن y_t يعتمد على y_{t-1}، لنأخذ المعادلة رقم (٣٨،٥) ونُبطؤها بفترة واحدة (أي نحذف واحدًا صحيحًا من كل دليل زمني):

$$y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 x_{2t-1} + \beta_3 x_{3t-1} + \beta_4 y_{t-2} + u_{t-1} \quad (٤١،٥)$$

من الواضح من خلال المعادلة رقم (٤١،٥) أن y_{t-1} مُرتبطة بـ u_{t-1} بما أن كليهما يظهر في المعادلة، وبالتالي فإن افتراض أن $E(X'u) = 0$ هو افتراض غير مُستوفٍ للمعادلة رقم (٤١،٥) وبالتالي غير مُحقَّق أيضًا للمعادلة رقم (٣٨،٥)، وهكذا فإن مُقدّر المربعات الصُّغرى العاديَّة لن يكون مُتَّسقًا، لذلك وحتى مع وجود كميَّة لا مُتناهية من البيانات فإن القيم المقدَّرة للمعاملات سوف تكون مُتحيِّزة.

١٢ , ٥ , ٥ الارتباط الذاتي والنماذج الديناميكية داخل إفيوز

(Autocorrelation and dynamic models in EViews)

يُمكن في إفيوز استخدام القيم المتباطئة للمُتغيِّرات كمُتغيِّرات انحداريَّة أو كذلك لأغراض أخرى وذلك باستخدام التدوين $x(-1)$ للتعبير عن التباطؤ بفترة واحدة، $x(-5)$ للتعبير عن التباطؤ بخمس فترات إلخ، حيث يُمثِّل x اسم المتغيِّر، سوف يقوم إفيوز تلقائيًّا بتعديل فترة العيِّنة المستخدمة في التقدير لتأخذ في الاعتبار المشاهدات التي خسرناها عند تكوين فترات الإبطاء، على سبيل المثال، إذا كان الانحدار يضم خمس فترات إبطاء للمتغيِّر التابع فسوف نخسر خمس مُشاهدات، وسيبدأ التقدير بالمشاهدة السادسة.

تُحسب إحصاءة ديربن-واتسن تلقائيًّا في إفيوز وتُعطى من خلال شاشات عرض مُخرجات التقدير العام التي تنتُج عن تقدير نموذج الانحدار، لعرض شاشة النتائج مُجدَّدًا، انقر في نافذة الانحدار فوق الزر **View** ثم اختر **Estimation output**. بالنسبة لانحدار الاقتصاد الكلي لمايكروسوفت الذي تضمَّن كل المتغيِّرات المفسِّرة، بلغت قيمة إحصاءة ديربن-واتسن ١٦٥ , ٢ . في هذه الحالة ما هو الاستنتاج المناسب بخصوص وجود ارتباط ذاتي من عدمه؟

يُمكن إجراء اختبار بروش–جودفري باختيار **View/Residual Diagnostics/Serial Correlation LM Test...**. داخل النافذة الجديدة، اكتب مُجددًا عدد البواقي المتباطئة التي تريد إدراجها في الاختبار ثم انقر فوق **OK**. بافتراض أنك اخترت استخدام عشر فترات إبطاء في الاختبار سوف تكون النتائج على النحو الوارد في الجدول التالي.

Breusch-Godfrey serial correlation LM test:

F-statistic	2.296984	Prob. F(10,306)	0.0130
Obs*R-squared	22.62283	Prob. chi-Square(10)	0.0122

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Date: 07/04/13 Time: 14:11
Sample: 1986M05 2013M04
Included observations: 324
Presample missing value lagged residuals set to zero.

	Coefficient	Std. error	t-Statistic	Prob.
C	0.055522	0.887748	0.062542	0.9502
ERSANDP	−0.00123	0.155137	−0.00792	0.9937
DPROD	0.217579	1.308076	0.166335	0.8680
DCREDIT	−1.19E-05	7.55E-05	−0.15797	0.8746
DINFLATION	−0.52145	2.170113	−2.40E-01	8.10E-01
DMONEY	−0.00521	0.034704	−0.15008	0.8808
DSPREAD	0.108645	6.816919	0.015938	0.9873
RTERM	0.377417	2.502172	0.150836	0.8802
RESID(-1)	−0.13700	0.057579	−2.37928	0.0180
RESID(-2)	−0.05756	0.057540	−1.00042	0.3179
RESID(-3)	−0.03018	0.057403	−0.52574	0.5994
RESID(-4)	−0.13534	0.057235	−2.36454	0.0187
RESID(-5)	−0.13527	0.056885	−2.37803	0.0180
RESID(-6)	−0.11296	0.057015	−1.98118	0.0485
RESID(-7)	−0.07431	0.057277	−1.29740	0.1955
RESID(-8)	−0.10770	0.057247	−1.88125	0.0609
RESID(-9)	−0.15779	0.057370	−2.75032	0.0063
RESID(-10)	−0.05742	0.057536	−0.99800	0.3191

R-squared	0.069824	Mean dependent var	−4.93E-16
Adjusted R-squared	0.018147	S.D. dependent var	12.52090
S.E. of regression	12.40677	Akaike info criterion	7.928310
Sum squared resid	47101.95	Schwarz criterion	8.138356
Log likelihood	−1266.387	Hannan-Quinn criter.	8.012151
F-statistic	1.351167	Durbin-Watson stat	2.008661
Prob(F-statistic)	0.159775		

يُقدّم إفيوز في الجدول الأوّل للنتائج نسختين من الاختبار: النسخة إف والنسخة χ^2، في حين يعرض الجدول الثاني القيم المقدَّرة من الانحدار الإضافي المساعد، في هذه الحالة يتمثَّل الاستنتاج في كلتا النسختين للاختبار في وجوب رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في غياب الارتباط الذاتي، وذلك لأن قيم بي أقل من ٠,٠٥. هل يتوافق هذا الاستنتاج مع نتيجة اختبار ديربن–واتسن؟ وبالتالي ربما ترغب في النظر في اتخاذ إجراءات تصحيحيَّة على غرار ما ورد أعلاه، لذا فكِّر في إمكانية القيام بذلك.

١٣ ,٥ ,٥ الارتباط الذاتي في البيانات المقطعية
(Autocorrelation in cross-sectional data)

في إطار انحدار السلاسل الزمنيَّة يُعتبر احتمال حدوث الارتباط الذاتي أمرًا بديهيًّا جدًّا، ومع ذلك من المعقول أيضًا أن يتواجد الارتباط الذاتي في أنواع مُعينة من البيانات المقطعية، على سبيل المثال، إذا كانت البيانات المقطعية تشمل ربحية البنوك في مناطق مُختلفة من الولايات المتحدة، فمن الممكن أن ينشأ الارتباط الذاتي بالمعنى الحيزي إذا كان هناك بُعد إقليميّ لربحية البنوك لم يتم التقاطه بواسطة النموذج، وبالتالي قد تكون بواقي البنوك التي في نفس المنطقة أو بنوك المناطق المجاورة مُرتبطة، سوف يكون اختبار الارتباط الذاتي في هذه الحالة أكثر تعقيدًا مما هو عليه في إطار السلاسل الزمنيَّة، وسوف يستلزم بناء 'مصفوفة التجاوز الحيزي' (Spatial Contiguity Matrix) المربّعة والمتماثلة، أو بناء 'مصفوفة المسافة' (Distance Matrix)، ستكون كلتا المصفوفتين من الدرجة $N \times N$ حيث يُمثّل N حجم العيِّنة، تتكوَّن المصفوفة الأولى من آحاد وأصفار، نضع واحدًا للعنصر i,j عندما تُرصد المشاهدة i لبنك في نفس

المنطقة، أو أنه قريب بما فيه الكفاية للبنك j وصفر إذا كان خلاف ذلك $i, j = 1, \ldots, N$. أمَّا مصفوفة المسافة فهي تضم العناصر التي تقيس المسافة (أو معكوس المسافة) بين البنك i والبنك j، كما نذكر أن من بين الحلول الممكنة لوجود بواقي مُرتبطة ذاتيًّا في مثل هذه النماذج، نجد مرة أخرى استخدام نموذج يضم هيكل تباطؤ، وهو ما يُعرف في هذه الحالة 'فترة إبطاء حيزي' (Spatial Lag). كما يرد المزيد من التفاصيل حول هذه النقطة في أنسلن (١٩٨٨) ((Anselin (1988)).

٦ ,٥ الافتراض ٤: المتغيِّرات x_t غير تصادفيَّة

(Assumption 4: the x_t are non-stochastic)

يتَّضح لحُسن الحظ أن مُقدَّرات المربعات الصُّغرى العاديَّة مُتَّسقة وغير مُتحيِّزة عند وجود مُتغيِّرات انحداريَّة تصادُفيَّة شريطة أن تكون هذه الأخيرة غير مُرتبطة مع حد خطأ المعادلة المقدَّرة، لفهم هذه النقطة تُذكِّر أن:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad \text{و} \quad y = X\beta + u \qquad (٤٢،٥)$$

وبالتالي:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'(X\beta + u) \qquad (٤٣،٥)$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'u \qquad (٤٤،٥)$$

$$\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'u \qquad (٤٥،٥)$$

بأخذ التوقعات، شريطة أن يكون X و u مُستقلان، نتحصل على[١]:

$$E(\hat{\beta}) = E(\beta) + E((X'X)^{-1}X'u) \qquad (٤٦،٥)$$

$$E(\hat{\beta}) = \beta + E[(X'X)^{-1}X']E(u) \qquad (٤٧،٥)$$

بما أن $E(u) = 0$ فإن هذا التعبير سوف يكون صفرًا وبالتالي يظل المقدَّر غير مُتحيِّز حتى وإن كانت المتغيِّرات الانحداريَّة تصادُفيَّة.

لكن إذا كان مُتغيِّر مُفسِّر أو أكثر مُرتبطًا في الفَتْرِةِ الزَّمَنيَّة ذاتها مع حد الاضطراب فإن مُقدِّر المربَّعات الصُّغرى العاديَّة لن يكون حتى مُتَّسقًا، ينتج هذا بسبب أن المقدَّر يمنح قوَّة تفسيريَّة للمتغيِّرات، بينما هو في الواقع ينجم عن الارتباط بين حد الخطأ و y_t. لتوضيح ذلك لنفترض أن x_{2t} و u_t مُرتبطان إيجابيًّا، عندما يأخذ حد الاضطراب قيمة مُرتفعة فإن قيمة y_t سوف تكون أيضًا مُرتفعة (لأن $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \ldots + u_t$)، لكن إذا ارتبط x_{2t} إيجابيًّا مع u_t فمن المرجح إذًا أن تكون قيمة x_{2t} مُرتفعة أيضًا، وهكذا فإن مُقدِّر المربَّعات الصُّغرى العادية سوف يُرجع وبشكل خاطئ ارتفاع قيمة y_t إلى ارتفاع قيمة x_{2t} بينما في الواقع يكون y_t مُرتفعًا؛ لأن ببساطة u_t مُرتفع، سوف يترتَّب عن ذلك قيم مُقدَّرة للمعلمات مُتحيِّزة وغير مُتَّسقة من جهة، ومن جهة أخرى سوف يظهر الخط المجهّز الذي يلتقط الميزات الموجودة في البيانات أفضل بكثير ممَّا هو عليه في واقع الأمر.

---

(١) سوف نُناقش في الفصل ٧ وبإسهاب الحالة التي يكون فيها X و u غير مُستقلَّيْن.

٥ , ٧ الافتراض ٥: الاضطرابات مُوزَّعة طبيعيًّا

(Assumption 5: the disturbances are normally distributed)

تذكر أن افتراض الطبيعيَّة ($u_t \sim N(0, \sigma^2)$) مطلوبًا لإجراء اختبارات الفرضيات الأحاديَّة والفرضيات المشتركة (Joint Hypothesis) على معلمات النموذج.

٥ , ٧ , ١ اختبار الانحراف عن الاعتدال

(Testing for departures from normality)

من بين الاختبارات المطبَّقة الأكثر شيوعًا نجد اختبار بيرا–جارك (Bera–Jarque Test) يستخدم هذا الاختبار خاصِّية المتغيِّر العشوائي الموزَّع طبيعيًّا والمتمثِّلة في أن التوزيع بأكمله يتميَّز بالعزمين الأوَّلين، وهما الوسط الحسابي والتباين، وكما جاء في الفصل ٢ نُشير إلى أن عزوم التوزيع الثالثة والرابعة الموحَّدة معياريًّا تُعرف *بالتواء وتفرطح* التوزيع، يُعرف التوزيع الطبيعي بأنه توزيع غير مُلتوٍ، وبأن قيمة معامل تفرطحه تُساوي ٣، كما يُمكن تعريف معامل التفرطح الزائد بكونه الفارق بين معامل التفرطح والقيمة ثلاثة، وبالتالي فإن التوزيع الطبيعي سوف يكون له قيمة معدومة لمعامل التفرطح الزائد، صاغ بيرا وجارك (١٩٨١) هذه الأفكار من خلال اختبار ما إذا كان معامل الالتواء ومعامل التفرطح الزائد يُساويان معًا صفرًا، لنرمز الآن بـ u إلى الأخطاء وبـ σ^2 إلى تباينها، يُمكن أن نُثبت أنه يُمكن التعبير عن مُعاملات الالتواء والتفرطح على التوالي كما يلي:

$$b_1 = \frac{E[u^3]}{(\sigma^2)^{3/2}}, \qquad b_2 = \frac{E[u^4]}{(\sigma^2)^2} \qquad (٥،٤٨)$$

يُساوي تفرطح التوزيع الطبيعي ٣، وبالتالي يكون تفرطحه الزائد $(b_2 - 3)$ صفرًا.

تُعطى إحصاءة اختبار بيرا–جارك كالتالي:

$$W = T\left[\frac{b_1^2}{6} + \frac{(b_2-3)^2}{24}\right] \qquad (٥،٤٩)$$

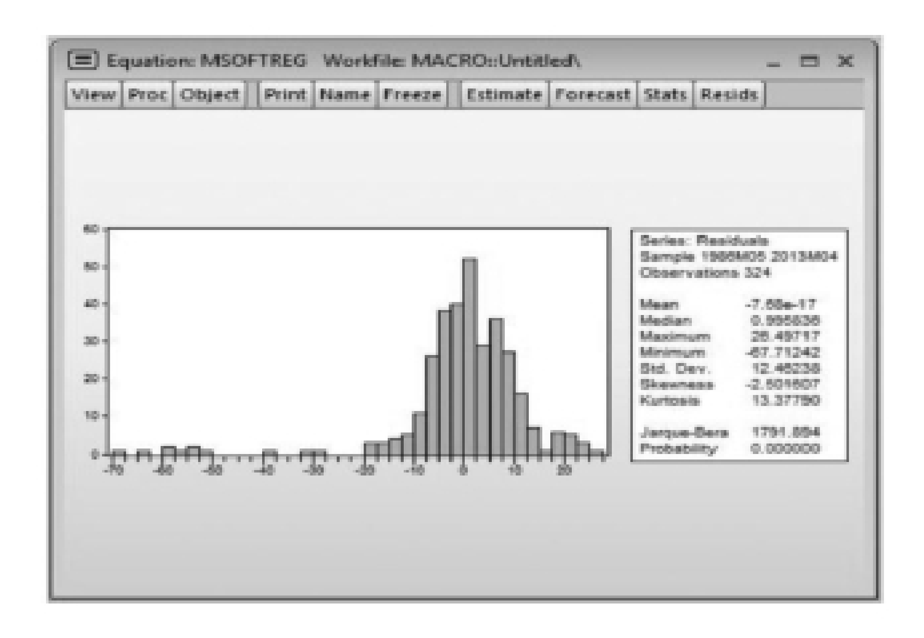
حيث يُمثِّل T حجم العيِّنة تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن توزيع السلسلة مُتماثل وذو تفرطح مُعتدل، تتبع إحصاءة الاختبار تقاربيًّا $\chi^2(2)$.

كما نذكر أنه يُمكن تقدير b_1 و b_2 باستخدام البواقي من انحدار المربَّعات الصُّغرى العاديَّة، أي $\hat{u}$. تتمثَّل فرضيَّة العدم في الاعتدال، ويجب رفض هذه الأخيرة إذا كانت بواقي النموذج إمَّا مُلتوية أو أنها مُدبَّبة/ مُفرطحة معنويًّا (أو كلاهما معًا).

٥ , ٧ , ٢ اختبار عدم اعتدال التوزيع باستخدام إفيوز

(Testing for non-normality using EViews)

يُمكن الاطلاع على نتائج اختبارات الاعتدال لبيرا–جارك من خلال اختيار **View/Residual Diagnostics/Histogram–Normality Test**. تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن الأخطاء مُوزَّعة طبيعيًّا، تتبع إحصاءة الاختبار التوزيع χ^2 بدرجتيْ حُرِّية، نذكر كذلك أنه إذا كانت البواقي مُوزَّعة طبيعيًّا فإن المدرج التكراري يكون جرسيَّ الشكل، وأن إحصاءة بيرا–جارك لن تكون معنويَّة، وهذا يعني أنه يجب أن تكون القيمة بي المقدمة في أسفل شاشة اختبار الاعتدال أكبر من ٠,٠٥ لعدم رفض فرضية العدم المتمثِّلة في الاعتدال عند مستوى ٥٪، في مثال انحدار مايكروسوفت سوف تظهر هذه الشاشة كما في لقطة الشاشة رقم (٥,٢).



لقطة الشاشة رقم (٥,٢) نتائج اختبار عدم الاعتدال.

تكون البواقي في هذه الحالة مُلتوية سلبًا بشكل كبير إلى جانب كونها مُدبَّبة، لذلك تُرفض بشدَّة فرضية العدم المتمثِّلة في اعتدال البواقي (القيمة بي لاختبار بيرا-جارك يُساوي صفرًا إلى ستة منازل عشريَّة)، ممَّا يدل على أنه من الممكن أن تكون الاستدلالات التي نُجريها بشأن القيم المقدَّرة للمعاملات خاطئة، على الرغم من أنه من المحتمل أنَّ العيِّنة كبيرة كفايةً لكي نكون أقل قلقًا ممَّا لو كانت العيِّنة صغيرة، كما يبدو أن عدم الاعتدال في هذه الحالة ناجمًا عن عدد قليل من البواقي السالبة والكبيرة التي تُمثل سقوط سعر السهم الشهري لأكثر من ٢٥٪.

٥,٧,٣ ما الذي ينبغي فعله إذا وُجد دليلًا على عدم الاعتدال؟

(What should be done if evidence of non-normality is found?)

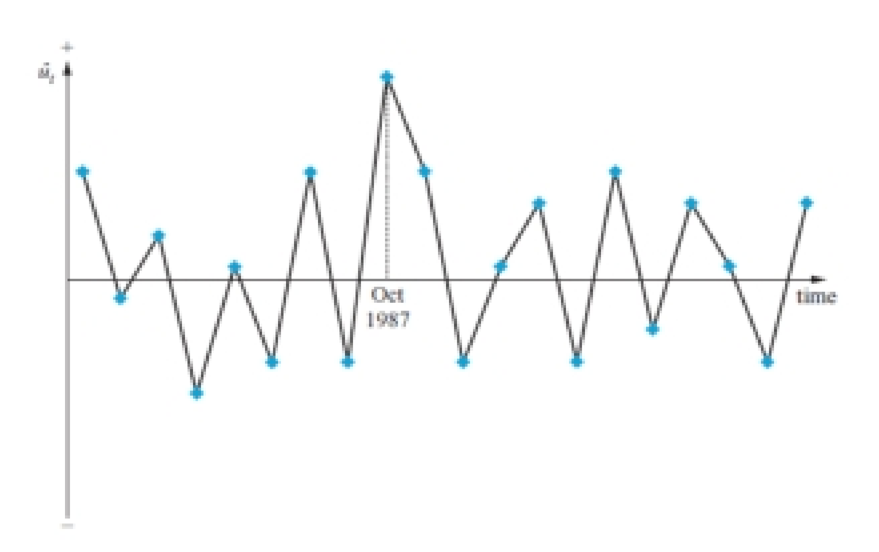
ما يجب القيام به ليس واضحًا! من الممكن بالطبع استخدام طريقة تقدير لا تفترض الاعتدال، لكن قد يصعُب تنفيذ هذه الأخيرة إلى جانب كوننا أقل تأكُّدًا من خصائصها، من المستحسن إذًا التمسُّك بطريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة إن أمكن؛ لأن سلوكها كان موضوع العديد من البحوث تحت عدَّة ظروف مُختلفة، أمَّا بالنسبة للعيِّنات ذات الأحجام الكبيرة بما فيه الكفاية يُعتبر انتهاك افتراض الاعتدال تقريبًا دون عواقب، استنادًا إلى نظرية الحد المركزي، سوف تتبع إحصاءات الاختبار تقارُبيًّا التوزيعات المناسبة حتى في غياب افتراض اعتدال الأخطاء[٢].

في النمذجة الاقتصادية أو الماليَّة في أغلب الأحيان يسبِّب باقٍ واحد أو باقيان مُتطرِّفان جدًّا رَفْض افتراض الاعتدال، تظهر مثل هذه المشاهدات عند ذيول التوزيع، وبالتالي سوف تؤدي إلى ارتفاع قيمة u^4 التي تدخل في تعريف التفرطح، هذا وتُعرف هذه

(٢) ينص قانون الأعداد الكبيرة (Law of Large Numbers) أن مُتوسِّط العيِّنة (وهو مُتغيِّر عشوائي) سوف يتقارب من وسط المجتمع (وهو ثابت) في حين تنص نظرية الحد المركزي على أن وسط العيِّنة يتقارب من التوزيع الطبيعي.

المشاهدات التي لا تنسجم مع نمط الجزء المتبقي من البيانات بالقيم الشاذَّة، إذا كان هذا هو الحال نجد من بين سُبل تعزيز فرص اعتدال الأخطاء استخدام المتغيِّرات الوهميَّة، أو كذلك استخدام طرق أخرى لإزالة هذه المشاهدات على نحو فعَّال.

لنفترض أننا، وفي إطار السلاسل الزمنيَّة، قُمنا بتقدير نموذج شهري لعوائد الأسهم ما بين ١٩٨٠ و ١٩٩٠، ثم رسمنا بيانيًّا البواقي ولوحظ وجود قيمة شاذَّة (Outlier) كبيرة لشهر أكتوبر ١٩٨٧ كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (١٠ , ٥).



الشكل رقم (١٠ , ٥) بواقي النموذج لبيانات عوائد الأسهم التي تُظهر قيمة شاذَّة كبيرة لشهر أكتوبر ١٩٨٧.

الإطار رقم (٦ , ٥) مُشاهدات المتغيِّر الوهمي

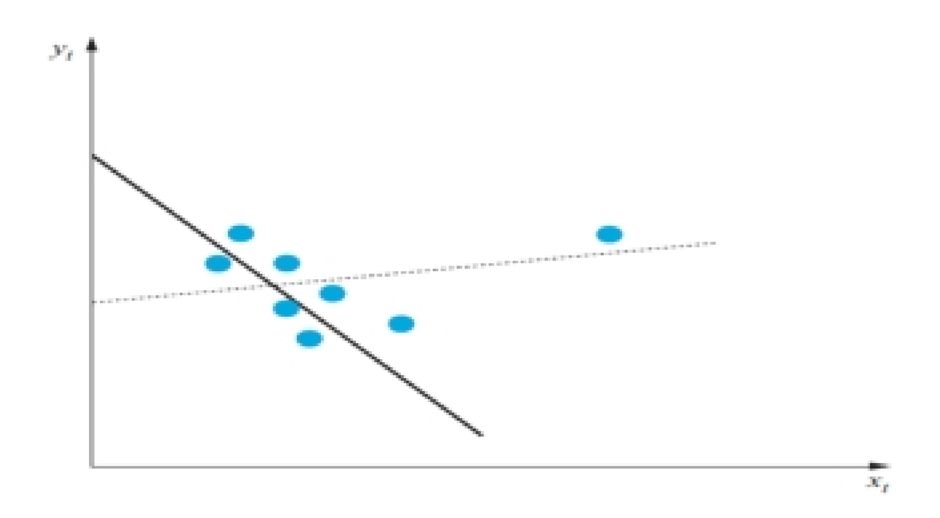
الزمن	قيمة المتغيِّر الوهمي $D87M10_t$
1986M12	٠
1987M01	٠
⋮	⋮
1987M09	٠
1987M10	١
1987M11	٠
⋮	⋮

يُمكن تعريف مُتغيِّر جديد يُسمَّى $D87M10_t$ يكون كالتالي: $D87M10_t = 1$ لشهر أكتوبر وصفر خلاف ذلك، تظهر مُشاهدات المتغيِّر الوهمي كما في الإطار رقم (٥ ,٦)، يُستخدم المتغيِّر الوهمي تمامًا مثل أي مُتغيِّر آخر في نموذج الانحدار، على سبيل المثال:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 D87M10_t + u_t \quad (٥,٥٠)$$

لهذا النوع من المتغيِّرات الوهميَّة الذي لا تأخذ القيمة واحد إلَّا لمشاهدة مُفردة تأثيرًا يُعادل تمامًا إزالة هذه المشاهدة من العيِّنة بأكملها، وذلك بإخضاع باقي هذه المشاهدة لأخذ القيمة صفر، كما نذكر أن المعامل المقدر لهذا المتغيِّر الوهمي سوف يكون مُساويًا لباقي المشاهدة التي وُضع لها المتغيِّر الوهمي قبل إدراج هذا الأخير في النموذج.

ومع ذلك هناك العديد من المختصين في الاقتصاد القياسي من يذكر أن المتغيِّرات الوهمية المستخدمة في إزالة بواقي القيم الشاذة يُمكن كذلك استخدامها لتحسين خصائص النموذج بشكل زائف، أي أساسًا التلاعب بالنتائج، سوف تؤدي إزالة المشاهدات الشاذة كذلك إلى تخفيض الأخطاء المعيارية، وتقليص مجموع مُربعات البواقي، وبالتالي زيادة R^2 ومن ثم تحسين توافق النموذج للبيانات، كما نُشير إلى أنه يصعُب التوفيق بين إزالة المشاهدات وبين المفهوم الإحصائي القائل أن كل نُقطة بيانات تُمثِّل معلومة مُفيدة.



الشكل رقم (٥ ,١١) الأثر المحتمل للقيمة الشاذة على تقدير المربعات الصُّغرى العادية.

من ناحية أخرى تُعرف المشاهدات التي 'تبتعد كثيرًا' عن باقي المشاهدات، والتي تبدو أنها لا تتناسب مع النمط العام لباقي المشاهدات بأنها *قيم شاذة*، من الممكن أن يكون لهذه الأخيرة تأثير جدِّي على القيم المقدَّرة للمعاملات بما أنه -وبحكم تعريفها- سوف تتلقى المربعات الصُّغرى العاديَّة حد جزاء كبير في شكل ارتفاع في قيمة مجموع مربعات البواقي للنقاط التي تبتعد كثيرًا عن الخط المجهَّز للبيانات، نتيجة لذلك ستحاول طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة جاهدة تقليل مسافات النقاط التي من شأنها أن تبتعد عن الخط، يَرِد في الشكل رقم (٥ ,١١) تصوير بياني للتأثير المحتمل للقيمة الشاذة على تقدير المربعات الصُّغرى العاديَّة.

بالنظر إلى الشكل رقم (٥ ,١١) نرى أن هناك نُقطة وحيدة تبتعد كثيرًا عن بقية النقاط، في حالة تم إدراج هذه النقطة ضمن عيِّنة التقدير سوف يُمثِّل الخط المنقط الخط المجهَّز للبيانات والذي يتميَّز بميل إيجابي طفيف، أمَّا إذا أزيلت هذه المشاهدة فسوف يكون الخط الكامل في هذه الحالة الخط المجهَّز للبيانات، نرى الآن وبشكل واضح أن الميل أصبح كبيرًا وسالبًا، نذكر كذلك أنه في

حالة أُدرجت القيمة الشاذة في العيِّنة المستخدمة في التقدير فإن طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة لن تقوم باختيار هذا الخط الكامل بما أن المشاهدة بعيدة جدًّا عن باقي المشاهدات، وبالتالي يؤدي تربيع الباقي (أي المسافة بين النقطة والخط المجهَّز) إلى ارتفاع هام في قيمة مجموع مربعات البواقي، كما نُشير ذلك إلى أنه من الممكن كشف القيم الشاذة عن طريق الرسم البياني لـ y مُقابل x، وذلك فقط في إطار الانحدار ثُنائي المتغيِّرات، أمَّا في حالة وجود أكثر من مُتغيِّر مُفسِّر يكون من الأسهل تحديد القيم الشاذَّة من خلال رسم البواقي بيانيًّا عبر الزمن كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (١٠ ,٥) إلخ.

يُمكننا أن نرى إذًا أن هناك مُفاضلة مُحتملة بين من جهة الحاجة إلى إزالة المشاهدات الشاذَّة التي يُمكن أن يكون لها تأثيرًا مُفرطًا على القيم المقدَّرة بواسطة المربعات الصُّغرى العاديَّة والتي قد تُسبِّب أيضًا عدم اعتدال البواقي، ومن جهة أخرى المفهوم القائل أن كل نُقطة بيانات تُمثِّل معلومة مُفيدة في حد ذاتها، تقترن هذه الأخيرة مع حقيقة أن إزالة المشاهدات قد يُحسِّن مِن تناسُب النموذج للبيانات بشكل زائف، كما نذكر أن الطريقة التي ينبغي اتِّباعُها في مثل هذه الحالات تتمثَّل في إدراج مُتغيِّرات وهميَّة في النموذج فقط إذا كانت هناك ضرورة إحصائيَّة للقيام بذلك، إلى جانب وجود مُبرِّر نظري لإدراجها، عادة ما يتأتى هذا المبرِّر من دراية الباحث بالأحداث التاريخيَّة التي تتعلَّق بالمتغيِّر التابع وبالنموذج خلال فترة العيِّنة قيد الدرس، كما يُمكن استخدام المتغيِّرات الوهميَّة بشكل مُبرِّر لإزالة المشاهدات التي تُمثِّل الأحداث 'التي تقع مرَّة واحدة'، أو الأحداث القُصوى التي يُستبعد جدًّا تكرارُها، والتي يُعتبر مُحتواها المعلوماتي عديم الأهمِّيَّة للبيانات برمَّتها، من الأمثلة عن ذلك نذكر انهيار أسواق الأسهم، الذعر المالي، الأزمات الحكوميَّة، إلخ.

من جهة أخرى نذكر أنه من الممكن أن ينتج عدم الاعتدال أيضًا من أنواع مُعيَّنة من اختلاف التباين والتي تُعرف بـالمسمَّى ARCH، انظر الفصل ٩، يُعتبر عدم الاعتدال في هذه الحالة مُتأصلًا في كافة البيانات، وبالتالي إزالة القيم الشاذة من بواقي مثل هذا النموذج لن تجعل منها بواقي طبيعيَّة.

من الاستخدامات المهمَّة الأخرى للمتغيِّرات الوهميَّة نذكر استخدامها في النمذجة الموسميَّة للبيانات الماليَّة، وكذلك في شرح ما يُسمَّى 'بالحالات الشاذَّة للتقويم'، ونخصُّ بالذكر آثار اليوم من الأسبوع (Day-of-the-Week Effects) وآثار إجازة نهاية الأسبوع (Weekend Effects) والتي سوف تُناقش كلها في الفصل ١٠.

٤, ٧, ٥ إنشاء واستخدام المتغيِّرات الوهميَّة داخل إفيوز

(Dummy variable construction and use in EViews)

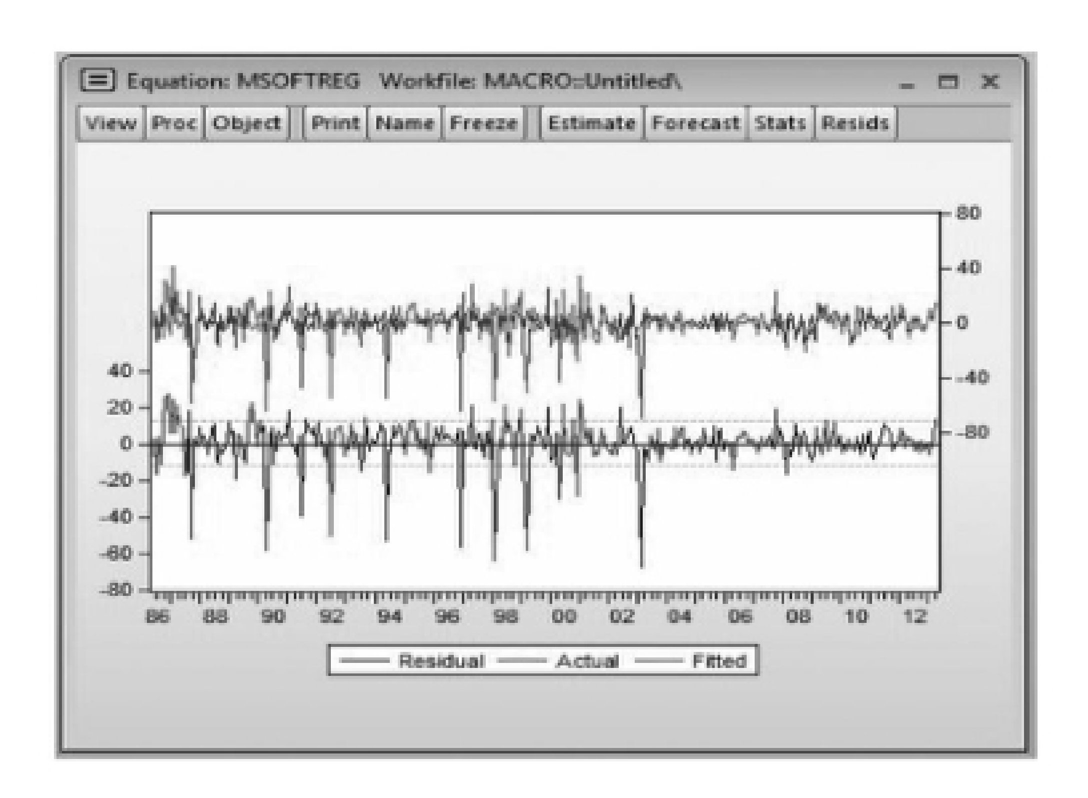
كما رأينا من خلال الرسم البياني للتوزيع الوارد أعلاه يظهر أن عدم الاعتدال في بواقي انحدار مايكروسوفت ناجم عن بعض القيم الشاذة في العيِّنة، يُمكن التعرُّف على مثل هذه القيم إن وُجدت، بواسطة الرسم البياني للقيم الفعليَّة، للقيم المقدَّرة ولبواقي الانحدار، كما يُمكن إنجاز هذا الرسم البياني داخل إفيوز باختيار **View/Actual, Fitted, Residual/Actual, Fitted, Residual Graph**، يتعيَّن أن يظهر هذا الرسم كما في لقطة الشاشة رقم (٣ ,٥).

يُمكن أن نرى من خلال هذا الرسم البياني أن هناك عدَّة قيم شاذَّة كبيرة (سالبة)، لكن أكبرها على الإطلاق حدثت في أوائل سنة ١٩٩٨، وكذلك في أوائل سنة ٢٠٠٣، تُصادف كل هذه القيم الشاذَّة الكبيرة الأشهر التي يكون فيها العائد الفعلي أقل بكثير (أي سالبًا أكثر) من العائد المقدَّر بواسطة النموذج، من المثير للاهتمام كذلك أن باقي شهر أكتوبر ١٩٨٧ ليس مُهمًّا جدًّا لأنه

ورغم أن سعر السَّهم انخفض إلَّا أن قيمة مُؤشر السوق انخفضت أيضًا، وبالتالي فإن انخفاض سعر السّهم كان مُتوقَّعًا ولو جزئيًّا (يُمكن رُؤية ذلك من خلال مُقارنة القيمة الفعليَّة بالقيمة المقدَّرة خلال ذلك الشهر).

لتحديد التواريخ الدقيقة لحدوث أكبر القيم الشاذَّة يُمكننا استخدام الخيار تظليل بالنقر بزر الماوس الأيمن فوق الرسم البياني وتحديد الخيار 'Add Lines & Shading'، لكن رُبما يكون من الأسهل القيام بذلك عن طريق فحص جدول قيم البواقي الذي يُمكن الحصول عليه باختيار **View/Actual, Fitted, Residual/Actual, Fitted, Residual Table**. إذا قُمنا بذلك سوف يظهر بشكل واضح أن الباقيين الأكثر تطرُّفًا (بقيم مُقربة إلى أقرب عدد صحيح) كانا في فبراير ١٩٩٨ (–٤٦,٣)، وفي فبراير ٢٠٠٣ (– ٦٧,٧).

كما ذُكر سابقًا، إحدى طرق إزالة القيم الشاذَّة الكبيرة من البيانات هي طريقة استخدام المتغيِّرات الوهمية، على الرغم من أنه من المغري إنشاء متغيِّر وهمي واحد بأخذ القيمة ١ لكل من فبراير ١٩٩٨ وفبراير ٢٠٠٣ إلا أن هذا الإجراء غير صحيح، ولن يكون له الأثر المرجُو والمتمثِّل في جَعْل كلا الباقِيَيْن مُساويين لصفر، بدلًا من ذلك تتطلَّب منا عملية إزالة القيمتين الشاذَّتين إنشاء متغيِّرين وهميين مُنفصلين، في البداية لإحداث مُتغيِّر وهمي لفبراير ١٩٩٨، نولد سلسلة تُسمى 'FEB98DUM' والتي سوف تحتوي في بادئ الأمر على أصفار لا غير، **نُولد إذًا هذه السلسلة** (تلميح: يُمكن استخدام 'Quick/Gen Series' ثم نكتب في المربع '$FEB98DUM = 0$'. **تنقُر بعد ذلك مرَّتين فوق الكائن الجديد** لفتح جدول البيانات **وتُشغل وضع التحرير** بالنقر فوق 'Edit +/-' ثم نقُوم بإدخال القيمة ١ مرَّة واحدة في الخليَّة التي تُوافق شهر فبراير ١٩٩٨، نترك كل خانات الخلايا الأخرى أصفار).



لقطة الشاشة رقم (٣,٥) بواقي الانحدار، سلاسل القيم الفعليَّة والقيم المقدَّرة.

بمُجرَّد إنشاء هذا المتغيِّر الوهمي **قُم بإعادة الإجراء السابق لإنشاء متغيِّر وهمي آخر يُسمَّى** 'FEB03DUM' والذي يأخذ القيمة ١ في شهر فبراير ٢٠٠٣ وصفر في الخانات الأخرى ثُم **أعد تشغيل الانحدار** الذي يحتوي، إلى جانب كل المتغيِّرات السابقة، على هذين المتغيِّرين الوهميَّين، كما يُمكن إجراء ذلك بطريقة أسهل من خلال النَّقر فوق **كائن النتائج 'Msoftreg'** ثم على الزر **Estimate** **وإضافة المتغيِّرين الوهميَّيْن** في آخر قائمة المتغيِّرات، تكون القائمة النهائيَّة للمتغيِّرات كالآتي:

feb98dum feb03dum ermsoft c ersandp dprod dcredit dinflation dmoney dspread rterm

وتظهر نتائج هذا الانحدار كما في الجدول التالي.

Dependent Variable: ERMSOFT
Method: Least Squares
Date: 07/04/13 Time: 14:45
Sample (adjusted): 1986M05 2013M04
Included observations: 324 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.294125	0.826235	0.355982	0.7221
ERSANDP	1.401288	0.143171	9.787491	0.0000
DPROD	−1.33384	1.206715	−1.10535	0.2699
DCREDIT	−3.95E-05	6.96E-05	−0.56709	0.5711
DINFLATION	3.517510	1.975394	1.78E+00	7.59E-02
DMONEY	−0.02196	0.032097	−0.68416	0.4944
DSPREAD	5.351376	6.302128	0.849138	0.3965
RTERM	4.650169	2.291471	2.029337	0.0433
FEB98DUM	−66.4813	11.60474	−5.72881	0.0000
FEB03DUM	−67.6132	11.58117	−5.83821	0.0000

R-squared	0.346058	Mean dependent var	−0.311466
Adjusted R-squared	0.327315	S.D. dependent var	14.05871
S.E. of regression	11.53059	Akaike info criterion	7.758261
Sum squared resid	41747.69	Schwarz criterion	7.874951
Log likelihood	−1246.838	Hannan-Quinn criter.	7.804837
F-statistic	18.46280	Durbin-Watson stat	2.156576
Prob(F-statistic)	0.000000		

لاحظ أن معلمات المتغيِّرات الوهميَّة في غاية المعنويَّة، وهي تتخذ تقريبًا القِيم التي كانت ستتخذها البواقي المقابلة لها في حالة لم يتم إدراج المتغيِّرات الوهميَّة في النموذج[٣]، بمُقارنة هذه النتائج مع النتائج الواردة سابقًا والتي تستبعد المتغيِّرات الوهميَّة يُمكن الوقوف على أن القيم المقدَّرة لمعاملات المتغيِّرات المتبقِّية تغيَّرت تغيُّرًا طفيفًا جدًّا في هذه الحالة، وأن معنويَّة المعاملات تحسَّنت إلى حد

(٣) نُشير إلى أن التطابق غير التام بين قيم البواقي وقيم معاملات المتغيِّرات الوهميَّة يرجع إلى استخدام مُتغيِّرين وهميَّيْن جنبًا إلى جنب، إذا أدرجنا مُتغيِّرًا وهميًّا واحدًا فقط فإن قيمة معامل المتغيِّر الوهمي سوف تكون مُطابقة لقيمة الباقي.

كبير، كما نُشير إلى أن معلمتا الهيكل الزمني والتضخم غير المُتوقَّع أصبحتا الآن معنويَّة على التوالي عند المستوى ٥٪ وعند المستوى ١٠٪. أمَّا القيمة R^2 فقد ارتفعت من ٠,٢١ إلى ٠,٣٥ بسبب التوافق التام بين المتغيِّرين الوهميين والمشاهدتين الشاذتين القُصويين.

أخيرًا إذا أعدنا مُجدَّدًا فحص نتائج اختبار الاعتدال بالنقر فوق View/Residual Tests/Histogram – Normality Test سوف نرى أن الالتواء والتفرطح على حد السواء أقرب إلى القيم التي يتَّخذانها في حالة الاعتدال، أمَّا إحصاءة اختبار بيرا-جارك فهي تأخذ القيمة ١٦٠١ (مُقابل ١٨٤٥ سابقًا)، وهكذا فإننا نستنتج أن البواقي لا تزال بعيدة كل البعد عن التوزيع الطبيعي، وأن الرَّسم البياني للتوزيع يُظهر أنه لا يزال هناك عدَّة بواقٍ أخرى سالبة كبيرة للغاية، رغم أنه من الممكن الاستمرار في إحداث مُتغيِّرات وهميَّة أخرى إلا أن هناك حدًّا لمدى رغبتنا في القيام بذلك، بالنسبة إلى هذا الانحدار بالذات، فمن غير المحتمل أن نقدر على الحصول على توزيع بواقٍ يكون قريبًا من التوزيع الطبيعي دون استخدام عدد كبير من المتغيِّرات الوهميَّة، كقاعدة عامَّة، في عيِّنة شهريَّة تحتوي على ٣٢٤ مُشاهدة، يكون من المعقول إدراج ربما اثنين أو ثلاثة مُتغيِّرات وهميَّة للقيم الشاذَّة، لكن أكثر من ذلك سوف يكون عددًا مُبالَغًا فيه.

٥,٨ التعدُّد الخطِّي
(Multicollinearity)

عند استخدام طريقة التقدير بالمربعات الصُّغرى العاديَّة نعتمد افتراضًا ضمنيًّا ينص على أن المتغيِّرات المفسِّرة لا ترتبط بعضها البعض، في حالة عدم وجود أي علاقة بين المتغيِّرات المفسِّرة، يُمكن القول إن هذه الأخيرة مُتعامدة فيما بينها، في هذه الحالة لن تسبِّب إضافة أو إزالة مُتغيِّر من مُعادلة الانحدار تغيُّرًا في قيم مُعاملات المتغيِّرات الأخرى.

كما نُشير إلى أنه في أي إطار عملي نجد أن الارتباط بين المتغيِّرات المفسِّرة غير صفري، مع أن هذا عُمومًا سوف لن يكون ضارًّا، بمعنى أن درجة بسيطة من الارتباط تحدث تقريبًا بصفة دائمة بين المتغيِّرات المفسِّرة، لكنها لن تُسبِّب خسارة هامَّة في دقَّة المقدَّرات. ومع ذلك عندما تكون المتغيِّرات المفسِّرة مُرتبطة بشكل كبير للغاية ببعضها البعض فإن هذا يُحدِث مُشكلة تُعرَف بالتعدد الخطِّي (أو تعدد العلاقات الخطِّية)، من الممكن التمييز بين فئتين من التعدد الخطِّي: التعدد الخطِّي التام، والتعدد الخطِّي شبه التام.

يحدث التعدد الخطِّي التام عندما تكون هناك علاقة مضبوطة بين مُتغيِّرين مُفسِّرين أو أكثر، ليس من الممكن في هذه الحالة تقدير أيٍّ من مُعاملات النموذج، لا يُلاحظ التعدد الخطي التام عادة إلا إذا استُخدم نفس المتغيِّر المفسِّر سهوًا مرَّتين في الانحدار، لتوضيح ذلك لنفترض أننا استخدمنا مُتغيِّرين اثنين في دالة الانحدار، قيمة أحدهما ضعف قيمة المتغيِّر الآخر (لنفترض على سبيل المثال أن $x_3 = 2x_2$). إذا استُخدم كل من x_3 و x_2 كمُتغيِّرات مُفسِّرة في نفس الانحدار فلن يكون إذًا مُمكنًا تقدير معاملات النموذج، وبما أن المتغيِّرين مُرتبطان تمامًا ببعضهما البعض فإنهما يحتويان معًا على معلومات تكفي فقط لتقدير معلمة واحدة لا معلمتين، من الناحية التقنية تكمُن الصعوبة في مُحاولة عكس المصفوفة $(X'X)$ بما أنها لن تكون مصفوفة ذات رُتبة كاملة (هناك اثنان من الأعمدة تابعة خطِّيًّا) بحيث يكون معكوس المصفوفة $(X'X)$ غير موجود، وبالتالي لا يُمكن حساب القيم المقدَّرة بطريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة، أي $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$.

أمَّا بالنسبة للتعدُّد الخطي شبه التام فهو عمليًّا الأكثر احتمالًا للحدوث، وينتج عندما تكون هناك علاقة لا يُستهان بها لكن غير مضبوطة بين مُتغيِّرين أو أكثر من بين المتغيِّرات المفسِّرة، كما نُلاحظ أيضًا أن الارتباط القوي بين المتغيِّر التابع ومتغيِّر من المتغيِّرات المستقلة لا يعتبر تعددًا خطيًّا.

بشكل مرئي يُمكن اعتبار أن الفرق بين التعدد الخطي التام وشبه التام يكون كما يلي، لنفترض أن المتغيِّرين x_{2t} و x_{3t} مُرتبطان بشدَّة، إذا قمنا برسم انتشار x_{2t} مُقابل x_{3t} سوف يُوافق التعدد الخطي التام الحالة التي تنتشر فيها جميع النقاط تمامًا على الخط المستقيم، في حين أن التعدد الخطي شبه التام يُوافق الحالة التي تكون فيها جميع النقاط مُنتشرة بالقرب من الخط المستقيم، كلَّما اقتربت هذه النقاط (في مُجملها) من الخط كلَّما كانت العلاقة بين المتغيِّرين أقوى.

٥, ٨, ١ قياس التعدد الخطي شبه التام

(Measuring near multicollinearity)

من المثير للاستغراب أن اختبار التعدد الخطي صعب، وبالتالي كل ما نعرضه هنا هو عبارة عن طريقة بسيطة للتحري عن وجود أشكال التعدد الخطي شبه التام التي يسهل الكشف عنها، تنص هذه الطريقة ببساطة على التمعُّن في مصفوفة الارتباطات بين المتغيِّرات الفرديَّة، لنفترض أن مُعادلة الانحدار تضم ثلاث متغيِّرات (إضافة إلى الحد الثابت)، وبأن الارتباطات بين كل زوج من هذه المتغيِّرات المفسِّرة هي كالآتي:

الارتباط	x_2	x_3	x_4
x_2	-	٠,٢	٠,٨
x_3	٠,٢	-	٠,٣
x_4	٠,٨	٠,٣	-

من الواضح أنه في حالة الاشتباه في وجود تعدُّد خطي فإن المسبب الأرجح لذلك هو الارتباط القوي بين x_2 وx_4 . بطبيعة الحال إذا كانت العلاقة بين المتغيِّرات تنطوي على ثلاثة مُتغيِّرات أو أكثر يكون بينهم علاقة خطِّية مُتداخلة –على سبيل المثال: $x_2 + x_3 \approx x_4$ – فسوف يكون من الصعب جدًّا اكتشاف التعدد الخطِّي شبه التام في هذه الحالة.

٥, ٨, ٢ مشاكل تجاهُل التعدد الخطِّي شبه التام عند تواجده

(Problems if near multicollinearity is present but ignored)

أوَّلًا: سوف يكون R^2 مُرتفعًا، لكن سوف تكون الأخطاء المعياريَّة للمعاملات الفرديَّة مُرتفعة بحيث يبدو الانحدار في مُجمله جيِّدًا، لكن المتغيِّرات الفرديَّة ليست معنويَّة[٤]، ينشأ هذا في سياق المتغيِّرات المفسِّرة الوثيقة الارتباط كنتيجة لصعوبة رصد المساهمة الفرديَّة لكل مُتغيِّر في التناسب العام للنموذج.

ثانيًا: يُصبح الانحدار شديد الحساسيَّة للتغيُّرات البسيطة في توصيف النموذج بحيث تؤدِّي إضافة أو إزالة مُتغيِّر مُفسِّر ما إلى تغيرات كبيرة في قيم المعاملات، أو في معنويَّة المتغيِّرات الأخرى، أخيرًا سوف يجعل التعدد الخطِّي شبه التام من فترات الثقة للمعلمات فترات كبيرة جدًّا، وبالتالي يُمكن أن تؤدِّي اختبارات المعنويَّة نتائج غير مُلائمة بحيث يكون من الصعب استخلاص أي استنتاجات دقيقة.

---

(٤) نُشير إلى أن التعدد الخطي لا يُؤثر على قيمة R^2 في الانحدار.

٥,٨,٣ الحلول المقترحة لمشكلة التعدد الخطِّي

(Solutions to the problem of multicollinearity)

اقتُرح عدد من تقنيات التقدير التي تصح في ظل وجود التعدد الخطِّي، نذكر على سبيل المثال انحدار ريدج (Ridge Regression)، تحليل المكوِّنات الرئيسية التي نُوقشت بإيجاز في مُلحق الفصل السابق، لكن لا يستخدم الكثير من الباحثين هذه التقنيات، ويرجع ذلك لكونها تقنيات قد تكون مُعقَّدة؛ لكون خصائصها غير مفهومة بالقدر الذي هي عليه خصائص المربعات الصُّغرى العاديَّة، علاوة عن ذلك يُشير العديد من المختصِّين في الاقتصاد القياسي بأن التعدُّد الخطِّي هو أساسًا مُشكلة بيانات أكثر من كونه مُشكِّلة نموذج أو طريقة تقدير.

كما تشمل الطرق الأخرى الأكثر تخصُّصًا في مُعالجة التعدد الخطِّي على:

- **تجاهل التعدُّد الخطِّي** إذا كان النموذج يعتبر مقبولًا، أي إحصائيًّا يكون لكل معامل قيمة معقولة وعلامة مُناسبة، هذا ونذكر أنه في بعض الأحيان، لا يُخفض وجود التعدد الخطِّي النسب تي، التي قد تكون معنويَّة دون التعدد الخطِّي، بما فيه الكفاية لجعلها غير معنويَّة، كما تجدر الإشارة إلى أن وجود التعدد الخطِّي شبه التام لا يؤثر على خصائص مُقدِّر المربعات الصُّغرى العاديَّة بكونه أفضل مُقدِّر خطِّي غير مُتحيِّز، أي أن هذا الأخير يظل مُتَّسقًا، غير مُتحيِّز، وكفؤًا، يرجع ذلك إلى كون التعدد الخطِّي شبه التام لا ينتهك أيًّا من الافتراضات الأربع لنموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي، لكن في المقابل وفي ظل وجود التعدد الخطِّي شبه التام يُصبح من الصعب الحصول على أخطاء معياريَّة صغيرة، لا يهمنا هذا الأمر إذا كان الهدف وراء عمليَّة بناء النموذج هو الحصول على تنبُّؤات من النموذج المقدَّر، بما أن التنبُّؤات لن تتأثر بوجود التعدد الخطِّي شبه التام طالما استمرَّت العلاقة بين المتغيِّرات المفسِّرة خلال العيِّنة المتنبَّأ بها.
- **إسقاط أحد المتغيِّرات التي بينها علاقة خطية متداخلة** بحيث تتلاشى المشكلة، غير أن ذلك قد يكون غير مقبول من قِبَل الباحث، لا سيما وإن كانت هناك أسباب نظريَّة قويَّة مُسبقة لإدراج كلا المتغيِّرين في النموذج، كما نذكر أنه في حالة كان المتغيِّر المزال مُهمًّا في عمليَّة توليد بيانات y فإن هذا سوف يؤدِّي إلى ما يُعرَف بتحيُّز المتغيِّر المهمل (Omitted Variable Bias) (انظر القسم ٥، ١٠).
- **تحويل المتغيِّرات المرتبطة بشكل عالٍ إلى نسبة**، ثم إدراج هذه النسبة فقط دون المتغيِّرات الفرديَّة في الانحدار، قد يكون هذا الأمر مرَّة أخرى غير مقبول في حالة كانت النظريَّة الماليَّة تقترح أن التغيُّر في المتغيِّر التابع ينبغي أن ينجم نتيجة للتغيُّرات في المتغيِّرات المفسِّرة الفرديَّة، وليس نتيجة لنسبة هذه الأخيرة.
- أخيرًا وكما ذُكر أعلاه غالبًا ما يُقال أن التعدد الخطِّي شبه التام يُعتبر مشكلة في البيانات أكثر منه مشكلة في النموذج، حيث إن هناك معلومات غير كافية في العيِّنة للحصول على قيم مُقدَّرة لكل المعاملات، لهذا السبب يدفع التعدد الخطِّي شبه التام بالقيم المقدَّرة للمعاملات لأن يكون لها أخطاء معياريَّة كبيرة، وهو ما يحدث تمامًا في حالة كان حجم العيِّنة صغيرًا، عادة ما تُؤدي زيادة حجم العيِّنة إلى زيادة دقَّة تقدير المعاملات، وبالتالي تقليص الأخطاء المعياريَّة للمعاملات، وتمكين النموذج من تجزئة أفضل لآثار مُختلف المتغيِّرات المفسِّرة على المتغيِّر المفسَّر، كما نُشير إلى أن ثمَّة إمكانيَّة أخرى مُتاحة للباحث لتجاوز مشكلة نقص المعلومات وجمع المزيد من البيانات، وذلك على سبيل المثال بأخذ فترة أطول للبيانات، أو كذلك تبديل تواتر المعاينة إلى تواتر أعلى، بطبيعة الحال قد تكون زيادة حجم العيِّنة غير مُمكنة عمليًّا في حالة سبق واستخدمنا كل البيانات المتاحة، هذا وتوجد طريقة أخرى تُمكِّن من زيادة كميَّة

البيانات المتاحة، ما يُمثّل علاجًا مُحتملًا للتعدد الخطّي شبه التام، تتمثّل في استخدام عيِّنة مُجمَّعة (Pooled Sample) وهو ما يتطلّب استخدام البيانات ببُعدَيْها المقطعي والزمني (انظر الفصل ١١).

٤, ٨, ٥ التعدد الخطّي داخل إفيوز

(Multicollinearity in EViews)

بالنسبة إلى المثال المتعلّق بعوائد السهم مايكروسوفت الوارد ذكره سابقًا يُمكن بناء مصفوفة الارتباط لمتغيّرات الاقتصاد الكلّي المستقلّة داخل إفيوز بالنقر فوق**Quick/Group Statistics/Correlations** ثم نقوم بإدخال المتغيّرات الانحداريّة (لا يشمل ذلك المتغيّر المنحدر عليه أو عوائد S&P) في مربع الحوار الذي يظهر:

dprod dcredit dinflation dmoney dspread rterm

سوف تظهر نافذة جديدة تحتوي على مصفوفة ارتباط السلاسل على شكل جدول بيانات:

	DPROD	DCREDIT	DINFLATION	DMONEY	DSPREAD	RTERM
DPROD	1.000000	0.141066	−0.124269	−0.130060	−0.055573	−0.002375
DCREDIT	0.141066	1.000000	0.045164	−0.011724	0.015264	0.009675
DINFLATION	−0.124269	0.045164	1.000000	−0.097972	−0.224838	−0.054192
DMONEY	−0.130060	−0.011724	−0.097972	1.000000	0.213576	−0.086218
DSPREAD	−0.055573	0.015264	−0.224838	0.213576	1.000000	0.001571
RTERM	−0.002375	0.009675	−0.054192	−0.086218	0.001571	1.000000

هل تُشير النتائج إلى أي ارتباطات معنويَّة بين المتغيّرات المستقلَّة؟ في هذه الحالة تحديدًا نرى أن أكبر قيم للارتباط (بالقيمة المطلقة) هي ٠,٢١ وهي تُمثّل الارتباط بين المتغيّر عرض النقود والمتغيّر الهيكل الزمني، وكذلك -٠,٢٢ وهي تُمثّل الارتباط بين المتغيّر الهيكل الزمني والمتغيّر التضخُّم غير المُتوقّع، على الأرجح أن هذه القيم صغيرة بما فيه الكفاية ليكون من المعقول تجاهلها.

٩, ٥ اعتماد صيغة داليَّة خاطئة

(Adopting the wrong functional form)

هناك افتراض ضمني إضافي لنموذج الانحدار الخطّي الكلاسيكي، وهو أن 'الصيغة الداليَّة' المناسبة هي صيغة خطّية، وهذا يعني أنه يُفترض بالنموذج المناسب أن يكون خطّيًا في المعلمات، في الحالة ثُنائيَّة المتغيّرات، يُمكن تمثيل العلاقة بين y و x بخط مُستقيم رغم أنه لا يُمكن دائمًا تأييد هذا الافتراض، أمّا مسألة معرفة ما إذا كان ينبغي للنموذج أن يكون خطّيًا أم لا فيُمكن اختبارها منهجيًّا باستخدام اختبار ريست لرامزي (١٩٦٩) (Ramsey's (1969) RESET Test) الذي يُعتبر اختبار عام لسوء توصيف الصيغة الداليَّة، يعمل هذا الاختبار أساسًا باستخدام حدود من رُتَب عليا للقيم المقدَّرة (على سبيل المثال $\hat{y}_t^2$، $\hat{y}_t^3$، إلخ) في الانحدار الإضافي المساعد، وبالتالي يُعتبر هذا الأخير انحدار لـ y_t، أي المتغيّر التابع في الانحدار الأصلي، على أسس القيم المقدَّرة إلى جانب المتغيّرات المفسِّرة الأصليَّة:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 \hat{y}_t^2 + \alpha_3 \hat{y}_t^3 + \cdots + \alpha_p \hat{y}_t^p + \sum \beta_i x_{it} + v_t \qquad (٥١،٥)$$

يُمكن لقوى القيم المقدَّرة من الرتب العُليا التقاط مجموعة مُتنوّعة من العلاقات اللاخطِّية؛ نظرًا لأنها تتضمن أُسس من رُتَب عليا، وعلى ناتج ضرب المتغيِّرات المفسِّرة الأصليَّة، على سبيل المثال:

$$\hat{y}_t^2 = (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_{2t} + \hat{\beta}_3 x_{3t} + \cdots + \hat{\beta}_k x_{kt})^2 \qquad (٥٢،٥)$$

يتم الحصول على قيمة R^2 من الانحدار رقم (٥١،٥)، أما إحصاءة الاختبار أي TR^2 فهي مُوزَّعة تقارُبيًا حسب التوزيع $\chi^2(p-1)$، لاحظ أن درجات الحرِّية تُساوي $p-1$ وليس p. ينتج هذا بسبب كون p هو أعلى رُتبة في القيم المقدَّرة المستخدمة في الانحدار الإضافي المساعد، وبالتالي يشتمل الاختبار على $p-1$ حد، منها حد واحد للقيمة المقدَّرة المربّعة، حد للقيمة المقدَّرة المكعَّبة، ...، حد لقيمة الأس برتبة p، إذا كانت قيمة إحصاءة الاختبار أكبر من القيمة الحرجة χ^2 فإننا نرفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في صحَّة الصيغة الدالِّية.

٥ , ٩ , ١ ما الذي يجب فعله إذا ثبت أن الصيغة الدالِّية غير مُناسبة؟

(What if the functional form is found to be inappropriate?)

يتمثَّل أحد الحلول الممكنة في الانتقال إلى نموذج لاخطِّي، لكن لا يُقدِّم اختبار ريست للمستخدم أي أدلَّة عمَّا يُمكن أن يكون أفضل توصيف للنموذج! نُشير كذلك إلى أن النماذج اللاخطِّية في المعلمات تستبعد عادة استخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة، وتستوجب استخدام تقنية تقدير لاخطِّية، كما يظل استخدام المربعات الصُّغرى العاديَّة ممكنًا لتقدير النماذج اللاخطِّية شريطة أن تكون خطِّيَّة في المعلمات، على سبيل المثال، إذا كان النموذج الحقيقي على الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{2t}^2 + \beta_4 x_{2t}^3 + u_t \qquad (٥٣،٥)$$

أي أنه متعدد حدود من الدرجة الثالثة في x، وأن الباحث يفترض أن العلاقة بين y_t و x_t هي علاقة خطِّيَّة (أي أن x_{2t}^2 و x_{2t}^3 مفقودة في توصيف النموذج) وهو ما يُمثِّل مُجرد حالة خاصَّة من المتغيِّرات المهملة مع ما يُصاحبُها من مشاكل مُعتادة وعلاج بديهي (انظر القسم ١٠،٥).

ومع ذلك من الممكن أن يكون النموذج لاخطِّيًا جدائيًا (ضربيًا)، هذا ونذكر أن هناك إمكانيَّة ثانية مُلائمة لهذه الحالة تتمثَّل في تحويل البيانات إلى لوغاريتمات، وهذا من شأنه تحويل النماذج الضربيَّة (Multiplicative Models) إلى نماذج تجميعيَّة (Additive Models)، لنأخذ مُجدَّدًا وعلى سبيل المثال نموذج النمو الأُسِّيّ التالي:

$$y_t = \beta_1 x_t^{\beta_2} u_t \qquad (٥٤،٥)$$

بأخذ اللوغاريتم تتحصَّل على:

$$ln(y_t) = ln(\beta_1) + \beta_2 ln(x_t) + ln(u_t) \qquad (٥٥،٥)$$

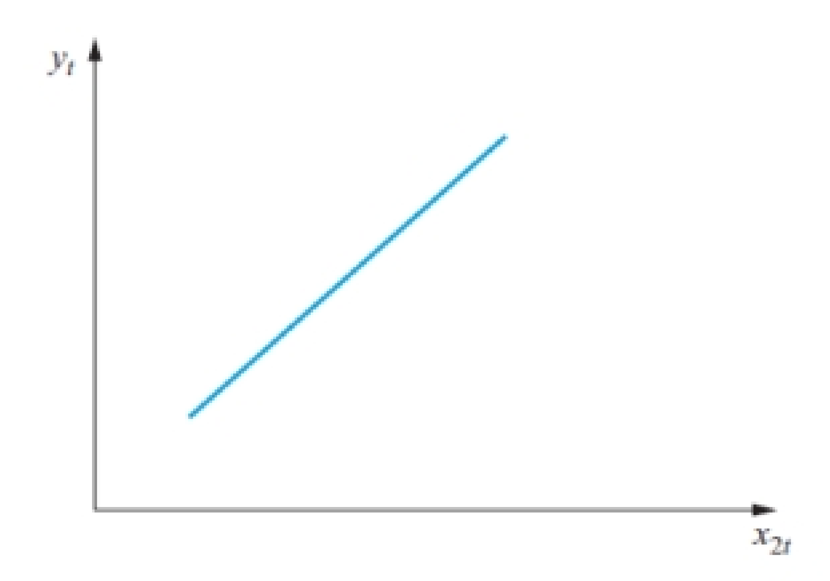
أو

$$Y_t = \alpha + \beta_2 X_t + v_t \qquad (٥٦،٥)$$

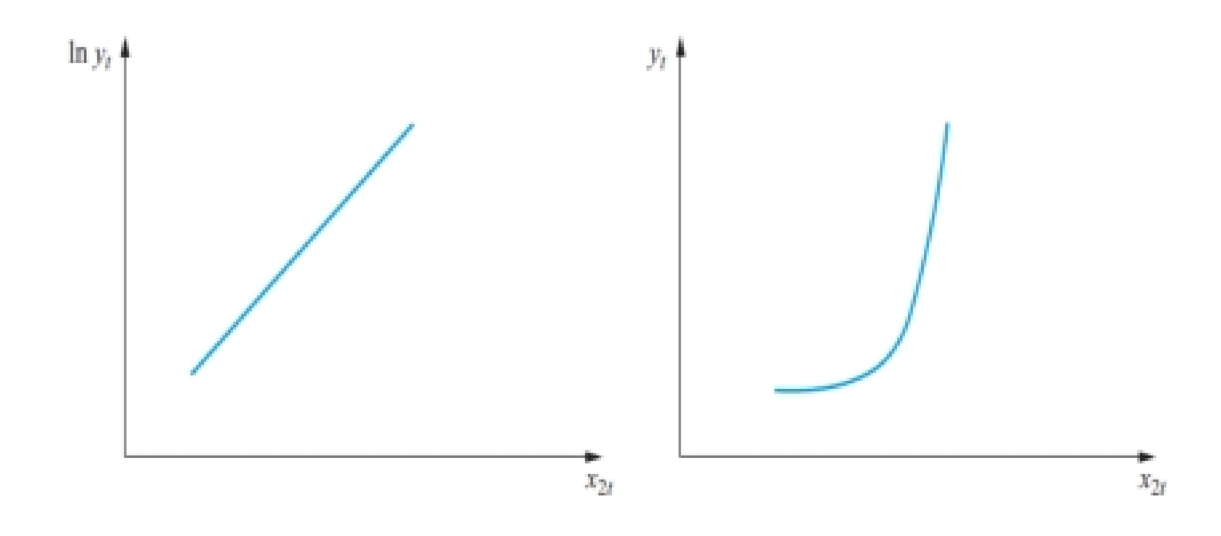
حيث $Y_t = \ln(y_t)$ ، $\alpha = ln(\beta_1)$، $X_t = ln(x_t)$، $v_t = ln(u_t)$. وهكذا يجعل هذا التحويل اللوغاريتمي البسيط من النموذج معادلة انحدار خطِّيَّة ثُنائيَّة المتغيِّر، ويُمكن تقديرها باستخدام المربعات الصُّغرى العاديَّة.

بشكل عام ووفقًا لمعالجة ستوك وواتسن (٢٠١١) ((Stock and Watson (2011))، تُظهر القائمة التالية أربعة صيغ دالِّية مُختلفة للنماذج التي تُعتبر إمَّا خطيَّة أو يُمكن تحويلها إلى خطيَّة بعد إجراء تحويل خطِّي على مُتغيِّر أو أكثر من بين المتغيِّرات المستقلَّة أو المتغيِّر التابع، بهدف التبسيط، تفحص هذه القائمة فقط التوصيف ثُنائي المتغيِّرات، كما نُشير إلى وجوب توخِّي الحذر هنا عند تفسير قيم المعاملات في كل حالة.

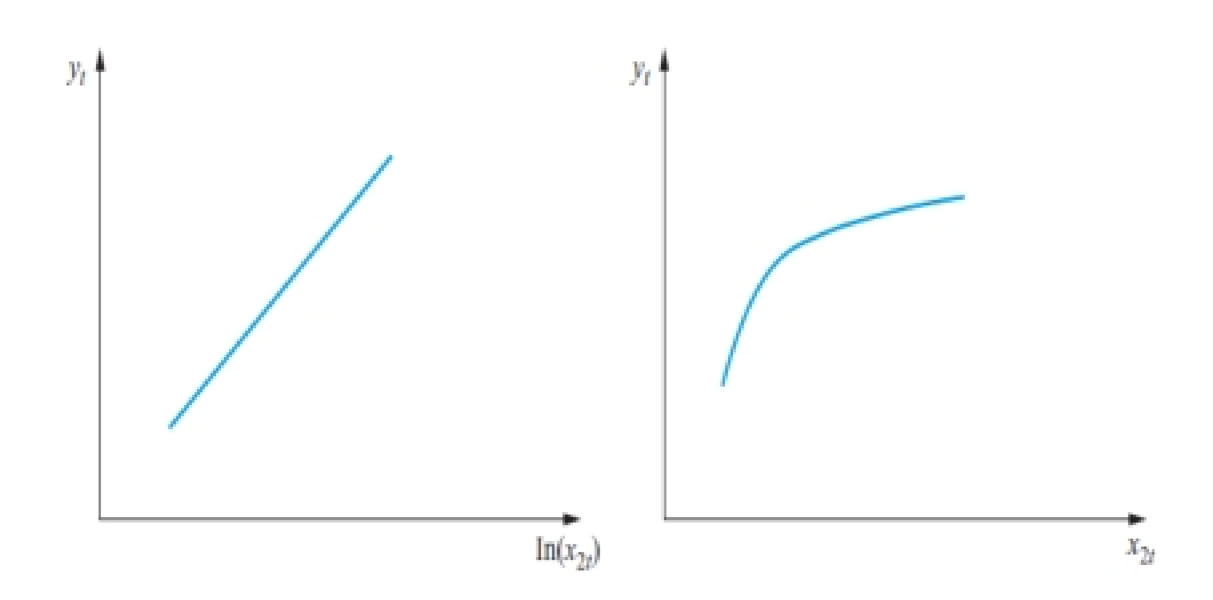
(١) النموذج الخطِّي: $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + u_t$؛ تُؤدي الزيادة في x_{2t} بوحدة واحدة إلى الزيادة في y_t بـ β_2 وحدة.



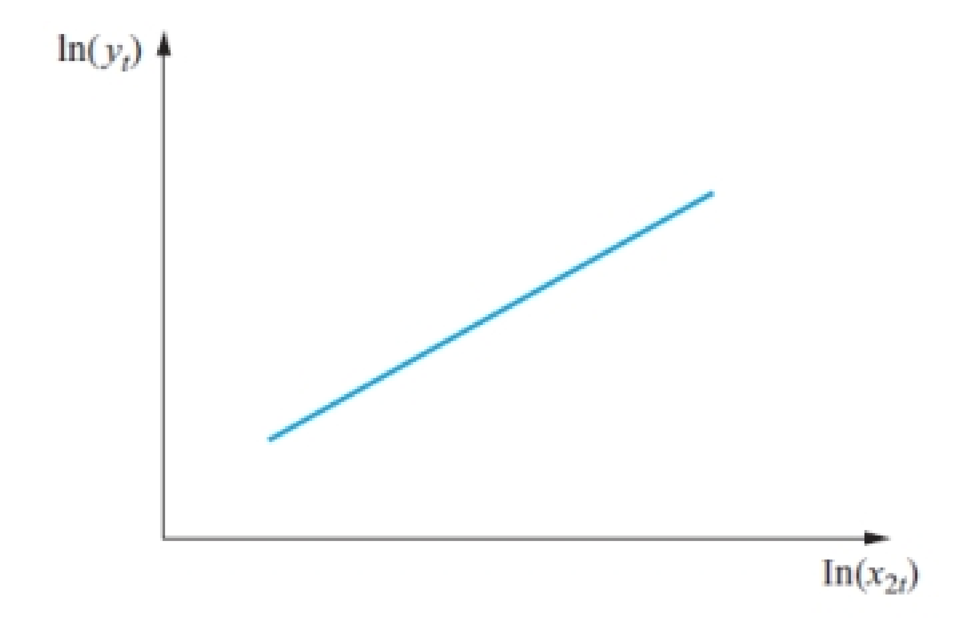
(٢) النموذج الخطِّي اللوغاريتمي (Log-linear Model): $\ln(y_t) = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + u_t$؛ يُسبِّب زيادة في x_{2t} بوحدة واحدة زيادة في y_t بـ $100 \text{ x } \beta_2\%$.



(٣) النموذج اللوغاريتمي الخطِّي (Linear-log Model): $y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln(x_{2t}) + u_t$؛ يُسبِّب زيادة بـ ١٪ في x_{2t} زيادة في y_t بـ $0.01 \times \beta_2$.



(٤) النموذج اللوغاريتمي المزدوج (Double log Model): $\ln(y_t) = \beta_1 + \beta_2 \ln(x_{2t}) + u_t$؛ يُسبِّب زيادة بـ ١٪ في x_{2t} زيادة في y_t بـ $\beta_2\%$. ملحوظة: عند تمثيل y بيانيًّا مقابل x_2 سوف يكون أكثر تعقيدًا حيث إن شكل المنحنى سوف يعتمد على حجم β_2 .



كما نُشير كذلك إلى أننا لا نستطيع استخدام R^2 أو R^2 المعدَّل لتحديد أي من هذه الأنواع الأربع من النماذج هو الأنسب، ويرجع ذلك لكون المتغيِّرات التابعة تختلف من نموذج لآخر.

٢ , ٩ , ٥ إجراء اختبارات ريست باستخدام إفيوز

(RESET tests using EViews)

عند استخدام إفيوز نجد الاختبار ريست لرامزي في القائمة **View** لنافذة الانحدار ('Msoftreg') وتحت **Stability diagnostics/Ramsey RESET test ...**. سوف يطلب منك إفيوز إدخال 'عدد الحدود المقدَّرة'، وهو ما يُعادل عدد أسس القيم المقدَّرة المستخدمة في النموذج، نترك العدد الافتراضي ١ وذلك للأخذ بعين الاعتبار مُربع القيم المقدَّرة لا غير، بالنسبة لهذا الانحدار يُعتبر اختبار ريست لرامزي في حقيقة الأمر اختبارًا لمعرفة ما إذا كانت العلاقة بين فوائض عوائد السهم مايكروسوفت والمتغيِّرات المفسِّرة خطِّيَّة أم لا، تظهر نتائج هذا الاختبار المتضمِّن لعنصر مُقدَّر واحد في الجدول التالي.

Ramsey RESET Test

Equation: MSOFTREG
Specification: ERMSOFT C ERSANDP DPROD DCREDIT DINFLATION DMONEY DSPREAD RTERM FEB98DUM FEB03DUM
Omitted Variables: Squares of fitted values

	Value	df	Probability
t-statistic	1.672232	313	0.0955
F-statistic	2.796359	(1,313)	0.0955
Likelihood ratio	2.881779	1	0.0860

F-test summary:

	Sum of Sq.	df	Mean Squares
Test SSR	369.6734	1	369.6734
Restricted SSR	41747.69	314	132.9544
Unrestricted SSR	41378.02	313	132.1981

تعرض الصفوف الثلاث الأولى نسخ الاختبار تي، إف وكا' على التوالي، كما يُمكن أن نرى أن هناك دليلًا ضعيفًا على وجود اللاخطِّيَّة في معادلة الانحدار (على خلاف المستوى ٥٪، تُشير القيم بي أن إحصاءات الاختبار معنويَّة عند المستوى ١٠٪)، وبالتالي يُستنتج أن هناك تأييدًا لفكرة مُلاءمة النموذج الخطِّي لعوائد السهم مايكروسوفت.

LR-test summary:

	Value	df
Restricted LogL	−1246.838	314
Unrestricted LogL	−1245.397	313

Test Equation:
Dependent Variable: ERMSOFT
Method: Least Squares
Date: 07/04/13 Time: 15:24
Sample: 1986M05 2013M04
Included observations: 324

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.283755	0.893422	−0.317605	0.7510
ERSANDP	1.500030	0.154493	9.709365	0.0000
DPROD	−1.447299	1.205189	−1.200890	0.2307
DCREDIT	−0.000031	0.000070	−0.442150	0.6587
DINFLATION	3.586413	1.970198	1.820331	0.0697
DMONEY	−0.022506	0.032008	−0.703158	0.4825
DSPREAD	4.487382	6.305382	0.711675	0.4772
RTERM	4.517819	2.286315	1.976026	0.0490
FEB98DUM	−104.6090	25.56902	−4.091250	0.0001
FEB03DUM	−123.6420	35.43968	−3.488800	0.0006
FITTED^2	0.011717	0.007007	1.672232	0.0955

R-squared	0.351849	Mean dependent var	−0.311466
Adjusted R-squared	0.331141	S.D. dependent var	14.05871
S.E. of regression	11.49774	Akaike info criterion	7.755540
Sum squared resid	41378.02	Schwarz criterion	7.883898
Log likelihood	−1245.397	Hannan-Quinn criter.	7.806774
F-statistic	16.99122	Durbin-Watson stat	2.109156
Prob(F-statistic)	0.000000		

١٠ , ٥ إهمال مُتغيِّر مُهم

(Omission of an important variable)

ما هي الآثار التي سوف تترتَّب عن استبعاد مُتغيِّر يُعتبر من مُحدِّدات المتغيِّر التابع من النموذج؟ لنفترض على سبيل المثال أن العمليَّة الحقيقيَّة لكن غير المعلومة لتوليد البيانات تُمثَّل بـ:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \beta_5 x_{5t} + u_t \quad (٥٧،٥)$$

لكن الباحث قام بتقدير نموذج على الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \quad (٥٨،٥)$$

بحيث أسقط المتغيِّر x_{5t} من النموذج، ونتيجة لذلك تكون المعاملات المقدرة لجميع المتغيِّرات الأخرى مُتحيِّزة وغير متَّسقة إلَّا إذا كان المتغيِّر المستبعَد غير مُترابط مع كل المتغيِّرات المدرجة، كما نذكر أنه حتى وإن تم استيفاء هذا الشرط فإن القيمة المقدَّرة لمعامل الحد الثابت سوف تكون مُتحيِّزة، مما يعني أن أي تنبؤات مُحدثة من النموذج من شأنه أن تكون مُتحيزة، سوف تكون الأخطاء المعياريَّة كذلك مُتحيِّزة (تحيُّزًا إلى أعلى)، وبالتالي من الممكن أن تُسفر اختبارات الفرضيات عن استدلالات غير مُناسبة، هذا وعرض دوجيرتي (١٩٩٢، ص ١٧٣ – ١٦٨) تخمينات أخرى تتعلَّق بسياق هذا الموضوع.

١١ , ٥ إدراج مُتغيِّر لا صلة له بالموضوع

(Inclusion of an irrelevant variable)

لنفترض الآن أن الباحث قام بنقيض الخطأ الذي قام به في القسم ١٠،٥، أي أن العمليَّة الحقيقيَّة لتوليد البيانات تُمثَّل كالآتي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \quad (٥٩،٥)$$

لكن قام الباحث بتقدير نموذج على الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \beta_5 x_{5t} + u_t \quad (٦٠،٥)$$

وبالتالي دمج المتغيِّر غير الضروري أو المتغيِّر الذي ليس له صلة x_{5t}. وبما أن x_{5t} هو مُتغيِّر ليس له صلة فإن القيمة المنتظرة لـ β_5 هي صفر، على الرغم من أنه في أيِّ تطبيق عملي من المستبعد أن تكون القيمة المقدرة لـ β_5 تُساوي تمامًا لصفر، ونتيجة لإدراج المتغيِّر غير المهم، فإن مُقدَّرات المعاملات وإن ظلَّت مُتَّسقة وغير مُتحيِّزة فهي غير كُفؤة، وهذا يعني أنه من المرجَّح أن تكون الأخطاء المعيارية للمعاملات مُضخَّمة مُقارنة بما يُمكن أن تكون عليه في حالة لم يُدرج المتغيِّر غير المهم في النموذج، يُمكن كذلك للمتغيِّرات التي من شأنها عادة أن تكون معنويَّة حديًّا ألا تكون كذلك في ظل وُجود مُتغيِّرات ليس لها علاقة بالظاهرة. بشكل عام يُمكن القول أيضًا إن مدى خسارة الكفاءة يعتمد بشكل إيجابي على القيمة المطلقة للارتباط بين المتغيِّر غير المهم والمتغيِّرات المفسِّرة الأخرى.

بتلخيص القسمين الأخيرين يُمكن القول إنه من الواضح أنه عندما نُحاول تحديد ما إذا كان الخطأ يتأتى من إدراج مُتغيِّرات أكثر ممَّا يجب، أو أنه يتأتى من إدراج عدد غير كافٍ من المتغيِّرات في نموذج الانحدار، هناك دائمًا مُقايضة بين عدم الاتساق والكفاءة، كما يرى كثير من الباحثين أنه في العالم المثالي سوف يتضمَّن النموذج المتغيِّرات الصحيحة فقط– لا أكثر ولا أقل من ذلك– إلَّا أن المشكلة الأولى تُعتبر أكثر خطورة من الثانية، وبالتالي في العالم الحقيقي ينبغي للمرء أن يُخطئ من جانب إدماج متغيِّرات معنويَّة حديًّا.

١٢ ,٥ اختبارات استقرار المعلمات

(Parameter Stability Tests)

قُمنا إلى حد الآن بتقدير نماذج على الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \quad (٦١،٥)$$

تتضمَّن هذه الانحدارات افتراض ضمني يتمثَّل في ثبات المعلمات (β_1، β_2 و β_3) للعيِّنة برمَّتها، سواء بالنسبة لفترة البيانات المستخدمة في تقدير النموذج أو لأي فترة لاحقة مُستخدمة في بناء التنبُّوات.

يُمكن اختبار هذا الافتراض الضمني باستخدام اختبارات استقرار المعلمات، تتمثَّل الفكرة في الأساس في تقسيم البيانات إلى فترات فرعيَّة، ومن ثم تقدير ثلاثة نماذج، أي نموذج لكل فترة فرعيَّة، ونموذج لكامل البيانات، وبعد ذلك 'نُقارن' مجموع مربعات البواقي لكل نموذج من هذه النماذج، هناك نوعان من الاختبارات التي سوف نتدارسها، وهما اختبار تشاو (Chow Test) (تحليل التباين) واختبارات فشل التنبؤ.

الإطار رقم (٥ ,٧) إجراء اختبار تشاو

(١) *تقسيم البيانات إلى فترتين فرعيتين*، نقوم بتقدير الانحدار للفترة بأكملها ثم، وبشكل مُنفصل، للفترتين الفرعيتين (أي ثلاث انحدارات)، وهكذا نتحصل على مجموع مُربعات بواقي لكل انحدار.

(٢) *يُعتبر الانحدار المقيّد الآن الانحدار المخصص لكامل الفترة* في حين أن "الانحدار غير المُقيّد" يتأتى من جُزأين: جُزء لكل عيّنة فرعيّة. من الممكن إذًا إنشاء اختبار إف يقوم على الفارق بين مجاميع مُربعات البواقي، تكون الإحصاءة كالتالي:

$$\text{إحصاءة الإختبار} = \frac{RSS-(RSS_1+RSS_2)}{RSS_1+RSS_2} \times \frac{T-2k}{k} \quad (٦٢،٥)$$

حيث: RSS = مجموع مربعات البواقي للعيّنة بكاملها

RSS_1 = مجموع مربعات البواقي للعيّنة الفرعيّة ١

RSS_2 = مجموع مربعات البواقي للعيّنة الفرعيّة ٢

T = عدد المشاهدات

$2k$ = عدد المتغيّرات الانحداريّة في الانحدار "غير المُقيّد" (لأن هذا العدد يتكوّن من جُزأين)

k = عدد المتغيّرات الانحداريّة في (كل) انحدار "غير مُقيّد"

الانحدار غير المُقيّد هو انحدار لم يُفرض فيه قيود على النموذج، بما أن القيد يتمثّل في كون المعاملات مُتساوية بين العيّنات الفرعية، فإن الانحدار المقيّد سوف يكون انحدارًا واحدًا للعينة بأكملها، وهكذا فإن هذا الاختبار يُعتبر اختبار لمعرفة إلى أي مدى يكون مجموع مربعات البواقي للعيّنة كلها (RSS) أكبر من حاصل جمع

مجموع مُربعات البواقي للعينتين الفرعيتين ($RSS_1 + RSS_2$). كما نُشير إلى أنه إذا كانت المعاملات لا تتغيّر كثيرًا من عيّنة لأخرى فإن مجموع مربّعات البواقي لن يرتفع كثيرًا عند فرض القيد. وهكذا يُمكن اعتبار إحصاءة الاختبار في المعادلة (٥، ٦٢) تطبيقًا مباشرًا للصيغة العاديّة لاختبار إف المناقش في الفصل ٣. مجموع مربّعات البواقي المقيّد في المعادلة (٥، ٦٢) هو RSS في حين أن مجموع مربّعات البواقي غير المقيّد هو ($RSS_1 + RSS_2$)، أمّا عدد القيود فهو يُساوي عدد المعاملات المقدّرة لكل من الانحدارين، أي k. بالنسبة لعدد المتغيّرات الانحداريّة في الانحدار غير المُقيّد (بما في ذلك الثوابت) فهو $2k$، بما أن الانحدار غير المُقيّد يتكوّن من جُزأين، كل جُزء يضم k مُتغيّرًا انحداريًّا.

(٣) *إجراء الاختبار*، إذا كانت قيمة إحصاءة الاختبار أكبر من القيمة الحرجة للتوزيع إف، وهي $F(k, T - 2k)$، نرفُض إذًا فرضية العدم المتمثّلة في أن المعلمات ثابتة على مر الزمن.

١ , ١٢ , ٥ اختبار تشاو
(The Chow test)

الخطوات التي ينطوي عليها هذا الاختبار مُبيَّنة في الإطار رقم (٥ , ٧)، كما نُشير إلى أنه من الممكن أيضًا استخدام منهج المتغيّرات الوهمية لحساب كلٍّ من اختبار تشاو واختبار فشل التنبؤ، في حالة اختبار تشاو يحتوي الانحدار غير المُقيَّد على مُتغيِّرات وهمية للمقطع (Intercept DummyVariable) ولجميع مُعاملات الميل (انظر أيضًا الفصل ١٠)، لنفترض على سبيل المثال أن الانحدار على الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \qquad (٦٣،٥)$$

إذا تم تقسيم مجموع المشاهدات بحيث تحتوي العيِّنات الفرعية على عدد T_1 و T_2 مُشاهدة (حيث إن $T_2 + T_1 = T$)، سوف يكون الانحدار غير المُقيَّد كالتالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 D_t + \beta_5 D_t x_{2t} + \beta_6 D_t x_{3t} + v_t \qquad (٦٤،٥)$$

حيث $D_t = 1$ إذا كان $t \in T_1$ وصفر خلاف ذلك، بعبارة أخرى يأخذ D_t القيمة واحد لمشاهدات العيِّنة الفرعية الأولى، وصفر لمشاهدات العيِّنة الفرعية الثانية، وعلى ذلك ومن هذا المنظور سوف يكون اختبار تشاو اختبار إف العادي للقيد المشترك: $H_0 : \beta_4 = 0$ و $\beta_5 = 0$ و $\beta_6 = 0$، وتكون المعادلتان رقم (٦٤،٥) و (٦٣،٥) على التوالي الانحدار غير المُقيّد والانحدار المقيّد.

مثال(٤ , ٥) ....

لنفترض أننا الآن في شهر يناير ١٩٩٣، تعتبر الانحدار التالي لـ β نموذج تسعير الأصول الرأسماليّة لعوائد السهم:

$$r_{gt} = \alpha + \beta r_{Mt} + \beta_3 x_{3t} + u_t \qquad (٦٥،٥)$$

حيث يرمُز r_{gt} و r_{Mt} على التوالي إلى فوائض العوائد على أسهم جلاكسو وعلى محفظة السوق، افترض أن اهتمامنا يتجه نحو تقدير بيتا باستخدام بيانات شهريَّة ابتداء من سنة ١٩٨١ وإلى غاية سنة ١٩٩٢، وذلك للمساعدة في اتِّخاذ قرار بخصوص اختيار السهم، كما أبدى باحث آخر قلقه من أن انهيار سوق الأسهم في أكتوبر ١٩٨٧ قد يكون غيَّر جذريًّا العلاقة بين العائد والمخاطرة، اختبر هذا التخمين باستخدام اختبار تشاو، يكون النموذج لكل فترة فرعيَّة كالتالي:

الفترة $1981M1-1987M10$

$$\hat{r}_{gt}=0.24+1.2r_{Mt}\quad T=82\quad RSS_1=0.03555 \tag{٦٦،٥}$$

الفترة $1987M11-1992M12$

$$\hat{r}_{gt}=0.68+1.53r_{Mt}\quad T=62\quad RSS_2=0.00336 \tag{٦٧،٥}$$

الفترة $1981M1-1992M12$

$$\hat{r}_{gt}=0.39+1.37r_{Mt}\quad T=144\quad RSS_1=0.0434 \tag{٦٨،٥}$$

تتمثَّل فرضيَّة العدم في:

$$H_0:\ \alpha_1=\alpha_2 \text{ و } \beta_1=\beta_2$$

حيث تدل الرموز السُّفليَّة ١ و ٢ على التوالي على العيِّنات الفرعيَّة الأولى والثانية، سوف تُقدم إحصاءة الاختبار بالمعادلة التالية:

$$\text{إحصاءة الاختبار}=\frac{144-4}{2}\ \text{X}\ \frac{0.0434-(0.0355+0.00336)}{0.0355+0.00336}=7.698 \tag{٦٩،٥}$$

عند المستوى ٥٪ يجب مُقارنة إحصاءة الاختبار بـ $F(2,140)=3.06$. نرفُض H_0 عند المستوى ٥٪، وبالتالي لا يجُوز استخدام القيد الذي يعتبر أن المعاملات هي نفسها في الفترتين، رُبما تستدعي النمذجة الملائمة توظيف فقط الجزء الثاني من البيانات لتقدير بيتا نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة الذي اكتسب أهمِّية في اتخاذ قرارات استثماريَّة في أوائل سنة ١٩٩٣.

٥ ,١٢ ,٢ اختبار فشل التنبؤ

(The predictive failure test)

هناك مشكلة مع اختبار تشاو تتمثَّل في ضرورة أن تكون البيانات كافية للقيام بالانحدار على كلٍّ من العيِّنات الفرعية، أي أن $T_1 \gg k$، $T_2 \gg k$، قد يكون هذا الأمر غير مُمكن في حالة كان العدد الإجمالي للمشاهدات المتاحة صغيرًا، بل إن ذلك أكثر رُجحانًا عندما يرغب الباحث في دراسة تأثير تقسيم العيِّنة عند نُقطة قريبة جدًّا من بداية العيِّنة أو قريبة جدًّا من نهايتها، هذا وتوجد صيغة بديلة لاختبار استقرار النموذج وهي اختبار فشل التنبؤ الذي يتطلب تقديرًا للعينة بأكملها إلى جانب تقدير لعيِّنة فرعية واحدة، يعمل اختبار فشل التنبؤ من خلال تقدير الانحدار على فترة فرعيَّة "طويلة" (أي على مُعظم البيانات) ومن ثم استخدام القيم المقدَّرة لتلك

المعاملات للتنبؤ بقيم y للفترة الأخرى، يتم بعد ذلك ضمنيًّا مُقارنة هذه التنبؤات لـ y بالقيم الفعليَّة، تتمثَّل فرضية العدم لهذا الاختبار، وعلى الرغم من أنه يُمكن التعبير عنها بعدة طرق مُختلفة في أن أخطاء التنبؤ لجميع المشاهدات المتوقعة هي أصفار.

لحساب هذا الاختبار نقوم بـ:

- **إجراء الانحدار للفترة بأكملها** (الانحدار المقيَّد) والحصول على مجموع مربعات البواقي RSS.
- **إجراء الانحدار للفترة الفرعيَّة "الطويلة"** والحصول على مجموع مربعات البواقي (يُسمَّى RSS_1)، كما نُشير إلى أنه في هذا الكتاب سوف يرمُز T_1 إلى عدد المشاهدات لتقدير الفترة الفرعيَّة الطويلة (حتى وإن كان هذا العدد يأتي في المقام الثاني)، أمَّا إحصاءة الاختبار فتُقدَّم بـ:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{RSS-RSS_1}{RSS_1} \times \frac{T_1-k}{T_2} \qquad (٧٠،٥)$$

حيث T_2 = عدد المشاهدات التي يُحاول النموذج 'التنبؤ' بها، سوف تتبع إحصاءة الاختبار التوزيع $F(T_2\ T_1-k)$.

بهدف تقديم تفسير سهل لصيغة اختبار فشل التنبؤ، نفكر في طريقة بديلة لاختبار فشل التنبؤ باستخدام انحدار يضم مُتغيِّرات وهميَّة، سوف يتم استخدام مُتغيِّر وهمي مُنفصل لكل مُشاهدة من المشاهدات الموجودة في عيِّنة التنبؤ، سوف يكون الانحدار المقيَّد عبارة عن انحدار يضم المتغيِّرات الوهمية والذي سوف يُقدَّر باستخدام T مُشاهدة، إضافة إلى احتوائه لـ $(k+T_2)$ مُتغيِّر انحداري (عدد k مُتغيِّر مُفسِّر أصلي، إضافة إلى مُتغيِّر وهمي لكل مُشاهدة تنبؤ، أي ما مجموعه T_2 مُتغيِّر وهمي)، وبالتالي سوف يكون بسط الجزء الأخير للمعادلة رقم (٧٠،٥) العدد الإجمالي للمُشاهدات (T) ناقص عدد المتغيِّرات الانحداريَّة في الانحدار غير المُقيَّد $(k+T_2)$. وإذ يلاحظ أيضًا أن $T-(k+T_2)=(T_1-k)$ بما أن $T=T_1+T_2$ وهذا يُعطي البسط في الحد الأخير للمعادلة رقم (٧٠،٥). يكون الانحدار المقيَّد إذًا الانحدار الأصلي الذي يحتوي على المتغيِّرات المفسِّرة دون أيٍّ من المتغيِّرات الوهمية، وهكذا فإن عدد القيود سوف يكون عدد المشاهدات في فترة التنبؤ، وهو ما يُعادل عدد المتغيِّرات الوهمية المدرجة في الانحدار غير المقيَّد أي T_2.

لتقديم مثال توضيحي عن ذلك لنفترض أن الانحدار يكون مُجدَّدًا على المعادلة رقم (٦٣،٥)، وأن المشاهدات الثلاث الأخيرة في العيِّنة استُخدمت لاختبار فشل التنبؤ، يضُم الانحدار غير المُقيَّد ثلاثة مُتغيِّرات وهمية؛ واحدة لكل مُشاهدة من المشاهدات في T_2:

$$r_{gt} = \alpha + \beta r_{Mt} + \gamma_1 D1_t + \gamma_2 D2_t + \gamma_3 D3_t + u_t \qquad (٧١،٥)$$

حيث إن $D1_t = 1$ للمشاهدة $T-2$ وصفر خلاف ذلك، $D2_t = 1$ للمشاهدة $T-1$ وصفر خلاف ذلك، $D3_t = 1$ للمشاهدة T وصفر خلاف ذلك، في هذه الحالة $k=2$ و $T_2=3$، تتمثَّل فرضية العدم لاختبار فشل التنبؤ في هذا الانحدار في كون معاملات كل المتغيِّرات الوهمية تُساوي صفرًا (أي أن $H_0: \gamma_1=0$ و $\gamma_2=0$ و $\gamma_3=0$)، هذا ويُعتبر كلا المنهجين المستخدمين في إجراء اختبار فشل التنبؤ والمذكورين أعلاه متكافئين على الرغم من أنه من المرجَّح أن يستغرق إعداد انحدار المتغيِّرات الوهمية وقتًا أطول.

ومع ذلك بالنسبة لكلٍّ من اختبار تشاو واختبار فشل التنبؤ يتَّسم منهج المتغيِّرات الوهمية بميزة أساسيَّة تتمثَّل في كونه يُوفر للمستخدم مزيدًا من المعلومات، تتأتى هذه المعلومات الإضافية من كون المستخدم يستطيع فحص معنويَّة معاملات المتغيِّرات الوهمية الفردية لمعرفة أي جزء من فرضية العدم المشتركة كان السبب وراء رفض هذه الأخيرة، على سبيل المثال وفي إطار انحدار

تشاو، هل المقطع أم معاملات الميل يختلف معنويًّا من عيِّنة فرعيّة لأخرى؟ وفي إطار اختبار فشل التنبؤ يُظهر استخدام منهج المتغيِّرات الوهمية في أي فترة (أو في أي فترات) تختلف أخطاء التنبؤ اختلافًا معنويًّا عن الصفر.

٣, ١٢, ٥ اختبار فشل التنبؤ الخلفي مُقابل اختبار فشل التنبؤ الأمامي

(Backward versus forward predictive failure tests)

هُناك نوعان من اختبارات فشل التنبؤ: الاختبارات الأماميّة والاختبارات الخلفيّة، اختبارات فشل التنبؤ الأمامي هي اختبارات يتم الاحتفاظ فيها بالمشاهدات القليلة الأخيرة لإجراء اختبار التنبؤ، لنفترض على سبيل المثال أن المشاهدات مُتاحة للفترة 1980Q1–2013Q4، يتضمَّن اختبار فشل التنبؤ الأمامي تقدير النموذج على الفترة 1980Q1–2012Q4 والقيام بالتنبؤ على الفترة 2013Q1–2013Q4. من جهة أخرى تسعى اختبارات فشل التنبؤ الخلفي إلى القيام 'بالتنبؤ الخلفي' للمشاهدات القليلة الأولى، على سبيل المثال، إذا كانت البيانات مُتاحة في الفترة 1980Q1–2013Q4 وتم تقدير النموذج على الفترة 1971Q1–2013Q4 يكون التنبؤ الخلفي للفترة 1980Q1–1980Q4، يُقدم كلا نوعي الاختبار دليلًا إضافيًّا عن استقرار علاقة الانحدار خلال كامل فترة العيِّنة.

مثال(٥ , ٥)

لنفترض أن الباحث قرَّر تحديد مدى استقرار النموذج المقدر لعوائد السهم خلال كامل العيِّنة المذكورة في المثال (٤،٥) باستخدام اختبار فشل التنبؤ لمشاهدات العامين الماضيين، سيتم تقدير النماذج التالية:

الفترة $1987M1 - 1992M12$ (كامل العيِّنة)

$$\hat{r}_{gt} = 0.39 + 1.37 r_{Mt} \quad T = 144 \quad RSS_2 = 0.0434 \qquad (٧٢،٥)$$

الفترة $1981M1 - 1990M12$ ('عيِّنة فرعيّة طويلة')

$$\hat{r}_{gt} = 0.39 + 1.37 r_{Mt} \quad T = 120 \quad RSS_1 = 0.0420 \qquad (٧٣،٥)$$

هل يُمكن لهذا الانحدار 'توقُّع' قيم العامين الماضيين على نحو مُلائم؟ تُقدم إحصاءة الاختبار بالمعادلة التالية:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{0.0434-0.0420}{0.0420} \times \frac{120-2}{24} = 0.164 \qquad (٧٤،٥)$$

قارن إحصاءة الاختبار بـ $F(24,118) = 1,66$ عند المستوى ٥٪، وبالتالي لن يتم رفض فرضيّة العدم المتمثِّلة في أنه يُمكن للنموذج التنبؤ على نحو مُلائم بالمشاهدات القليلة الأخيرة، وبذلك نستنتج أن هذا النموذج لا يُعاني من فشل التنبؤ خلال الفترة 1991M1–1992M12.

٤, ١٢, ٥ كيف يُمكن تقرير أي أجزاء فرعيّة مُناسبة تستخدم؟

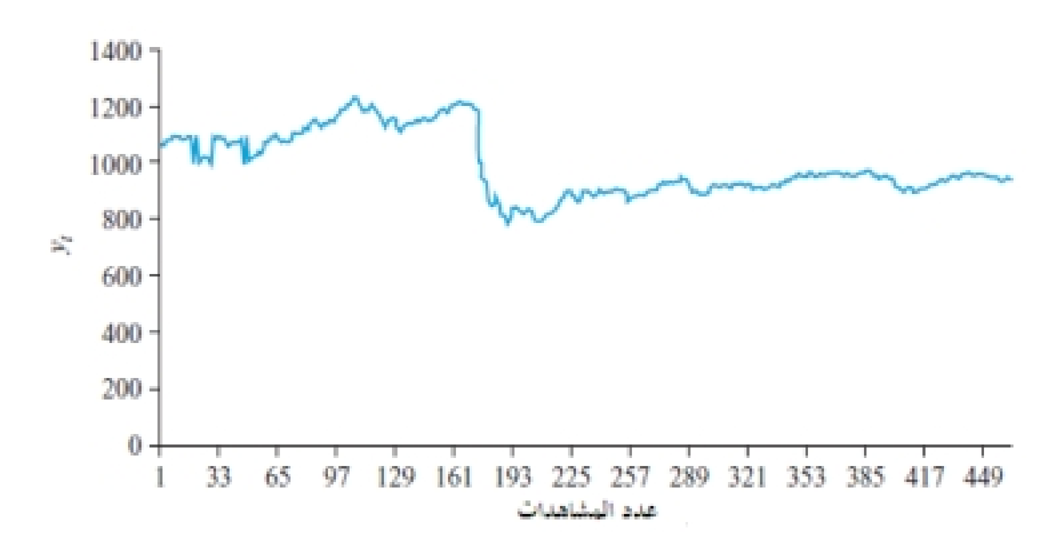
(How can the appropriate sub-parts to use be decided?)

كقاعدة عامة يُمكن استخدام كل الطرق التالية أو بعضها لاختيار مكان تقسيم العيِّنة الكليَّة:

- رسم المتغير التابع بيانيًّا على مر الزمن وتقسيم البيانات وفقًا *لأي تغيُّرات هيكلية واضحة في السلسلة*، كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (١٢,٥).

من الواضح أن y في الشكل رقم (١٢,٥) خضع لانخفاض حادّ في قيمته عند المشاهدة عدد ١٧٥ وأنه من الممكن أن يكون هذا قد سبَّب تغيُّرًا في سلوكها، يُمكن بالتالي إجراء اختبار تشاو مع تقسيم العيِّنة عند هذه المشاهدة.

- تقسيم البيانات وفقًا *لأيَّة أحداث تاريخية هامة معروفة* (مثل انهيار سوق الأسهم، تغيُّر في الهيكل الجزئي للسوق، انتخاب حكومة جديدة)، والحجة هي أن إحداث تغيير كبير في البيئة الضمنيَّة التي يُقاس داخلها y تُعتبر المسبب الأرجح لإحداث تغيُّر هيكلي في معلمات النموذج مُقارنة بتغيير بسيط نسبيًّا.
- استخدام جميع المشاهدات، ما عدا المشاهدات القليلة الأخيرة، والقيام *باختبار فشل التنبؤ الأمامي* على تلك المشاهدات.
- استخدام جميع المشاهدات، ما عدا المشاهدات القليلة الأولى، والقيام *باختبار فشل التنبؤ الخلفي* على تلك المشاهدات.



الشكل رقم (١٢,٥) رسم بياني لمتغيِّر يُظهر اقتراح لتاريخ التغيُّر (**Break date**)

إذا كان النموذج جيِّدًا فإنه سوف يصمد عند إجراء اختبار تشاو أو اختبار فشل التنبؤ بأي تاريخ تغيُّر كان، إذا فشل اختبار تشاو أو اختبار فشل التنبؤ فيُمكن عندئذ اعتماد منهجين؛ إمّا إعادة توصيف النموذج، وذلك على سبيل المثال، بإدراج متغيِّرات جديدة، أو بإجراء تقديرات مُستقلة لكل عيِّنة فرعيَّة، من جهة أخرى إذا لم يُظهر اختبار تشاو أو اختبار فشل التنبؤ أي رفض لفرضيَّة العدم فيصبح عمليًّا من الممكن تجميع كافة البيانات معًا في نموذج واحد، سوف يُؤدي ذلك إلى زيادة حجم العيِّنة، وبالتالي زيادة عدد درجات الحرية مُقارنة بحالة استخدام عينات فرعية مُنعزلة.

٥,١٢,٥ اختبار كوانت لنسبة الإمكان (The QLR test)

تعمل اختبارات تشاو وفشل التنبؤ بشكل مرضي إذا كان بالإمكان تحديد تاريخ الانقطاع الهيكلي (Structural Break) في السلسلة الزمنية الماليَّة، لكن في أغلب الأحيان لا يعرف الباحث مُسبقًا تاريخ التغيُّر، أو أنه لا يعرف سوى أنه يقع ضمن نطاق مُعيَّن (مجموعة فرعيَّة) لفترة العيِّنة، في مثل هذه الظروف، يُمكن بدلًا من ذلك استخدام نسخة مُعدَّلة من اختبار تشاو، *تُعرف باختبار*

كوانت لنسبة الإمكان (QLR)، وتُسمَّى فيها بعد كوانت (١٩٦٠)، يعمل هذا الاختبار عن طريق حساب آليٍّ للإحصاءة المعتادة لاختبار إف لتشاو عديد المرات وبتواريخ تغيُّر مُختلفة ثم يتم اختيار تاريخ التغيُّر الذي يُعطي أكبر قيمة للإحصاءة إف، رغم أن إحصاءة الاختبار من النوع إف فهي سوف تتبع توزيع غير معياري عوضًا عن التوزيع إف، بما أننا انتقينا من بين عدد من الإحصاءات إف أكبرها عوضًا عن فحص واحدة منها.

يُنجز الاختبار على النحو الأمثل فقط عندما يكون مدى تواريخ التغيُّر الممكنة بعيدة بما فيه الكفاية عن نقاط أطراف العيِّنة بأكملها، لذلك من المعتاد 'تقليم' العيِّنة بنسبة ٥٪ (نموذجيًّا) عند كل طرف، لتوضيح ذلك لنفترض أن العيِّنة الكاملة تتضمَّن ٢٠٠ مُشاهدة، نختبر إذًا التغيُّر الهيكلي بين المشاهدات ٣١ و ١٧٠، تعتمد القيم الحرجة على مقدار تقليم العيِّنة، على عدد القيود تحت فرضيَّة العدم (عدد المتغيِّرات الانحداريَّة في الانحدار الأصلي لأن ذلك يُمثل فعليًّا اختبار تشاو)، وكذلك على مُستوى المعنويَّة.

٦ , ١٢ , ٥ اختبارات الاستقرار المبنيَّة على التقدير المتكرِّر

(Stability tests based on recursive estimation)

يُعتبر التقدير المتكرر (Recursive Estimation) بديلًا لاختبار كوانت لنسبة الإمكان، ويُستخدم في الحالة التي يعتقد فيها الباحث أن السلسلة تحتوي على تغيُّر هيكلي لكنه غير مُتأكد من تاريخه، وهو يُعرَف أحيانًا *بالمربعات الصغرى المتكررة* (Recursive Least Squares)، لا يُعتبر هذا الإجراء مُناسبًا إلَّا لبيانات السلاسل الزمنية أو للبيانات المقطعيَّة التي تم ترتيبها بطريقة معقولة (على سبيل المثال، عينة من العوائد السنوية للأسهم مُرتَّبة من حيث الرسملة السوقية (Market Capitalisation))، يتضمَّن التقدير المتكرر ببساطة البدء بعيِّنة فرعية من البيانات، تقدير الانحدار، ثم إضافة مُشاهدة واحدة في كل مرة وبشكل متتالٍ، وإعادة تشغيل الانحدار حتى نصل إلى نهاية العيِّنة، كما نذكر أنه من الشائع أن نبدأ التقدير الأوَّل بأقل عدد مُمكن من المشاهدات أي بـ $k + 1$ مُشاهدة، لذلك يتم في الخطوة الأولى تقدير النموذج باستخدام المشاهدة ١ إلى المشاهدة $k + 1$؛ في الخطوة الثانية استخدام المشاهدة ١ إلى المشاهدة $k + 2$ وهكذا إلى آخره، وفي الخطوة الأخيرة تُستخدم المشاهدة ١ إلى المشاهدة T، سوف تكون النتيجة النهائية عبارة عن إنتاج $T - k$ تقدير مُنفصل لكل معلمة من معلمات نموذج الانحدار.

من المتوقع أن تتَّسم القيم المقدَّرة للمعلمات عند بداية الإجراء المتكررة نوعًا ما بعدم الاستقرار بما أنه تم إنتاج هذه القيم المقدَّرة باستخدام عددًا قليلًا جدًّا من المشاهدات، لكن السؤال الرئيس الذي يُطرح يتمحور حول معرفة ما إذا كانت القيم المقدَّرة ستستقر تدريجيًّا، أم أنَّها ستظل تتقلب على مدى العيِّنة بأكملها، تمثِّل رؤية هذه الأخيرة مُؤشرًا لعدم استقرار المعلمات.

ينبغي أن يكون واضحًا أنه على هذا النحو لا تُعتبر المربعات الصُّغرى المتكرِّرة في حدِّ ذاتها اختبارًا إحصائيًّا لاستقرار المعلمات، بل إنها بالأحرى تُزوِّدنا بمعلومات نوعيَّة يُمكن رسمُها بيانيًّا، وبالتالي فهي تُعطي انطباعًا جدَّ مرئي عن مدى استقرار المعلمات، لكن هناك اختبارين هامين للاستقرار يُعرفان باختبارات CUSUM و CUSUMSQ، تُستمد من بواقي التقدير المتكرِّر (تُعرف بالبواقي المتكرِّرة)[٥]، تستند الإحصاءة CUSUM على نسخة مُطبعة (أي مُقاسة) من المجاميع التراكميَّة للبواقي، تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في الاستقرار التام للمعلمات، تكون إحصاءة CUSUM صفرًا رغم تضمينها العديد من البواقي في المجموع (لأن القيمة

(٥) تستند إحصاءات CUSUM و CUSUMSQ على وجه التحديد على أخطاء التنبؤ بخطوة واحدة للمُستقبل - أي الفوارق بين y_t وقيمته المتوقعة استنادًا إلى المعلمات المقدَّرة في الزمن $t - 1$. انظر جرين (٢٠٠٢، الفصل ٧) (Greene (2002, chapter 7)) للحصول على تفاصيل تقنية كاملة.

المتوقعة للاضطراب تكون دائمًا صفرًا)، يتم عادة رسم مجموعة الأشرطة ±٢ الخطأ المعياري حول القيمة صفر، وأية إحصاءة تقع خارج هذه الأشرطة تُعتبر دليلًا على عدم استقرار المعلمات.

كما يستند اختبار CUSUMSQ على نسخة مُطبعة من المجاميع التراكميَّة لمربعات البواقي، يتم التدرج كالتالي: تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في استقرار المعلمات، تبدأ هذه الإحصاءة بالقيمة صفر، وتُنهي العيِّنة باتخاذها القيمة ١، مُجدَّدًا، عادة ما يتم رسم مجموعة الأشرطة ±٢ الخطأ المعياري حول القيمة صفر، وأية إحصاءة تقع خارج هذه الأشرطة تُعتبر دليلًا على عدم استقرار المعلمات.

Chow Tests

Enter one or more breakpoint dates

1996:01

Regressors to vary across breakpoints

c ersandp dprod dcredit dinflation dmoney dspread rterm

OK Cancel

لقطة الشاشة رقم (٤ ,٥) اختبار تشاو لاستقرار المعلمات.

٧ ,١٢ ,٥ اختبارات الاستقرار داخل إفيوز

(Stability tests in EViews)

للوصول إلى اختبار تشاو داخل إفيوز انقر فوق **View/Stability Diagnostics/Chow Breakpoint Test...** من نافذة الانحدار 'Msoftreg'. ادخل في النافذة الجديدة التي تظهر التاريخ الذي يُعتقد أن تقع فيه نقطة التغيُّر، نكتب المدخل **1996:01** في مُربع الحوار للقطة الشاشة رقم (٤ ,٥) لقسمة العيِّنة إلى النِّصف تقريبًا، كما نُشير إلى أنه ليس من الممكن إجراء اختبار تشاو أو اختبار استقرار المعلمات عندما تكون هناك مُتغيِّرات وهمية شاذَّة في الانحدار، لذلك تأكد من أن FEB98DUM و FEB03DUM قد تم حذفها من قائمة المتغيِّرات، ويُعزى ذلك إلى أنه عندما تُقسَّم العيِّنة إلى جُزأين فإن المتغيِّر الوهمي لأحد الجزأين ستكون له قيم صفريَّة لجميع المشاهدات، وبالتالي هذا من شأنه أن يسبِّب التعدد الخطِّي التام (Perfect Multicollinearity) مع عمود الوحدة المستخدم للحد الثابت، لذا تأكَّد من أن اختبار تشاو يُجرَى باستخدام انحدار يحتوي على كافة المتغيرات المفسِّرة ما عدا الوهميَّة منها، تبعًا للإعدادات الافتراضية يسمح إفيوز لقيم جميع المعلمات أن تختلف بين العيِّنتين الفرعيَّتين في الانحدارات غير المُقيَّدة،

بالرغم أنه يُمكن إذا أردنا ذلك إجبار بعض المعلمات أن تكون ثابتة عبر العيِّنتين الفرعيَّتين، يُقدِّم إفيوز ثلاث نُسخ من إحصاءة الاختبار كما هو مُوضَّح في الجدول التالي.

Chow Breakpoint Test: 1996M01
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints
Varying regressors: C ERSANDP DPROD DCREDIT
DINFLATION DMONEY DSPREAD RTERM
Equation Sample: 1986M05 2013M04

F-statistic	0.756884	Prob. F(8,306)	0.6411
Log likelihood ratio	6.348645	Prob. Chi-Square(8)	0.6082
Wald Statistic	6.055072	Prob. Chi-Square(8)	0.6411

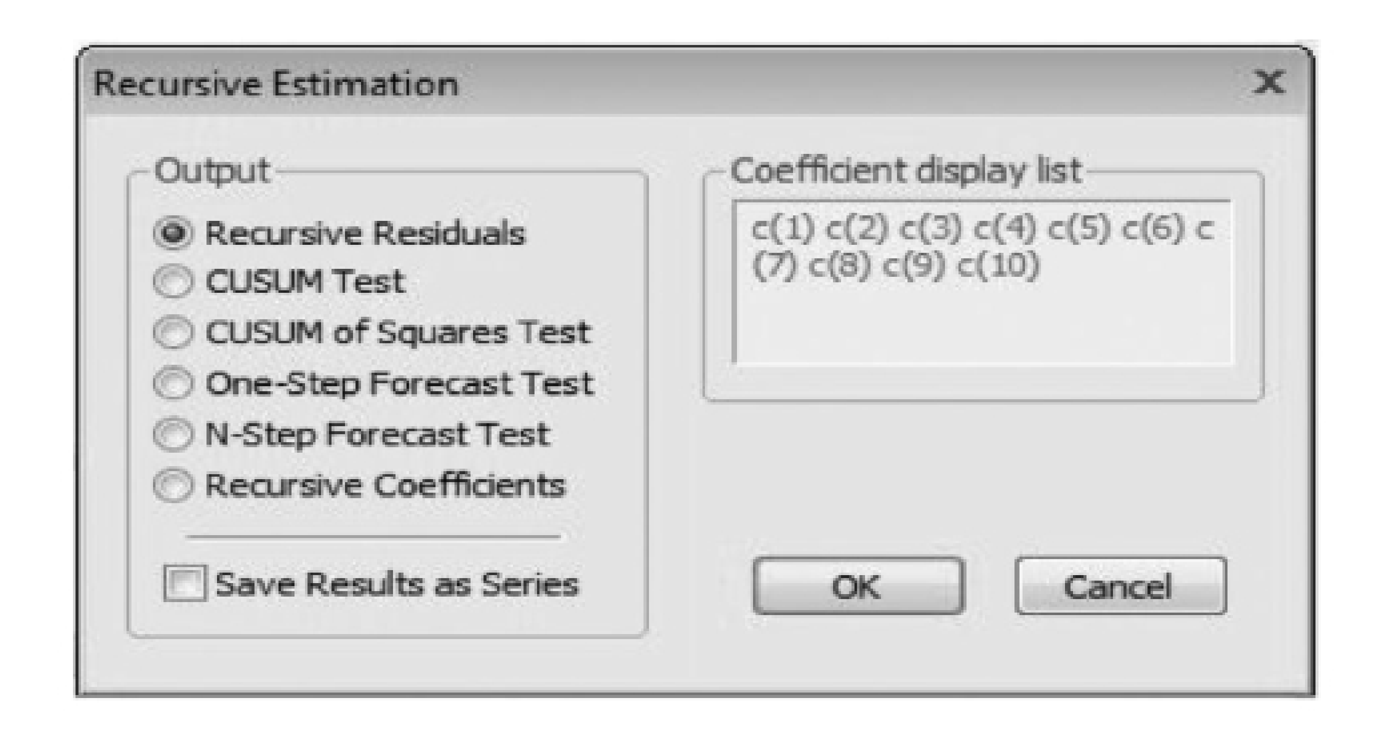
النسخة الأولى من الاختبار هي عبارة عن اختبار إف المألوف الذي يقوم بحساب الصيغة المقيَّدة والصيغة غير المقيّدة للانحدار الإضافي المساعد، ثم 'يُقارن' مجاميع مُربعات البواقي، في حين تستند النسخ الثانية والثالثة على الصيغ χ^2. في هذه الحالة تكون إحصاءات الاختبار الثلاث جميعها أصغر من قيمها الحرجة، ولذلك لا يتم رفض فرضية العدم المتمثّلة في أن المعلمات ثابتة بين العيِّنتين الفرعيَّتين، كما تُشير إلى أنه من الممكن استخدام اختبار تشاو للتنبؤ (أي اختبار فشل التنبؤ) بالنقر فوق **View/Stability Diagnostics/Chow Forecast Test...** من نافذة التقدير، حدِّد ما إذا كان بإمكان النموذج التنبؤ بالمشاهدات الأربعة الأخيرة من خلال إدخال 2003:01 في مربع الحوار يُقدِّم الجدول التالي نتائج هذا الاختبار (نُشير إلى أننا أدرجنا فقط السطرين الأوَّلين من النتائج لعدم الحاجة إلى الباقي في تفسير الاختبار).

Chow Forecast Test
Equation: MSOFTREG
C ERSANDP DPROD DCREDIT DINFLATION DMONEY DSPREAD RTERM
Test predictions for observations from 2013M01 to 2013M04

	Value	df	Probability
F-statistic	0.518180	(4,310)	0.7224
Likelihood ratio	2.159117	4	0.7065

يُشير الجدول إلى أن النموذج يستطيع بالفعل التنبؤ بشكل مناسب بمشاهدات ٢٠٠٧، وبالتالي فإن الاستنتاجات المنبثقة من شكلَيّ الاختبار تُشير إلى أنه لا يوجد أي دليل عن عدم استقرار المعلمات، ومع ذلك فإن ما ينبغي حقًّا استنتاجه هو أن المعلمات

مُستقرّة *بالنسبة إلى هذه التواريخ المعيَّنة للتغيُّر*، ومن الجدير بالذكر أنه من الضروري أن يكون النموذج مُستقرًّا بالنسبة إلى كل تواريخ التغيُّر التي نختارُها حتى يُمكن اعتباره نموذجًا مُناسبًا، لاختبار ذلك هناك طريقة جيِّدة تتمثَّل في استخدام أحد الاختبارات التي تستند على التقدير المتكرِّر.

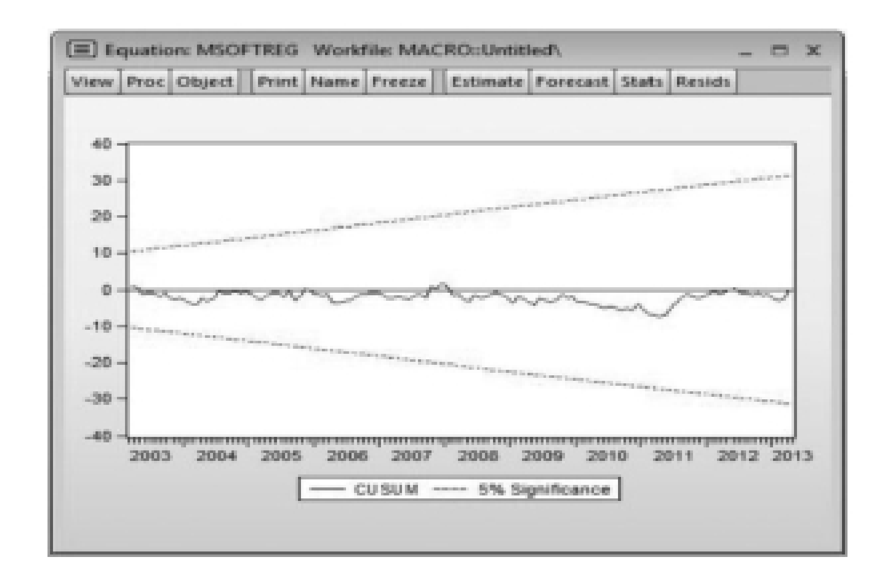


لقطة الشاشة رقم (٥ , ٥) رسم القيم المقدَّرة للمعاملات المتكرِّرة

انقر فوق View/Stability Diagnostics/Recursive Estimates (OLS Only)...، سوف تظهر لك قائمة كما في لقطة الشاشة رقم (٥ , ٥) تحتوي على عدد من الخيارات بما في ذلك اختبارات CUSUM و CUSUMSQ المذكورة أعلاه إلى جانب إتاحة الفرصة لرسم المعاملات المقدَّرة بشكل مُتكرِّر.

أوّلًا: حدِّد الخانة بجانب **Recursive coefficients** وعندها سوف نتحصَّل على التقديرات المتكرِّرة لكل المعلمات المدرجة في الإطار 'Coefficient display list' الذي يضم افتراضيًّا جميع المعلمات، انقر فوق **OK** وسوف تبرز لنا ثمانية أشكال صغيرة؛ واحدٍ لكل معلمة، تُظهر التقديرات المتكرِّرة ومن حولها الأشرطة ±٢ الخطأ المعياري، وكما ذُكر آنفًا تستغرق المعاملات بعض الوقت لكي تستقرَّ بما أن المجموعات القليلة الأولى قُدِّرت باستخدام عيِّنات صغيرة، وعلى ضوء ما تقدَّم تُعتبر القيم المقدَّرة للمعلمات مُستقرَّة عبر الزمن بشكل ملحوظ، لنعد الآن إلى **View/Stability Diagnostics/Recursive Estimates (OLS Only)...** ونقوم باختيار **CUSUM Test**. يرد في لقطة الشاشة رقم (٦ , ٥) الرسم البياني الناتج عن ذلك.

بما أن الخط يقع تمامًا في نطاقات الثقة فإن الاستنتاج يكون ثانية عدم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في استقرار المعلمات، **نقوم الآن بتكرار ما سبق لكن نستخدم الاختبار CUSUMSQ بدلًا من الاختبار CUSUM**. هل نُبقي على نفس الاستنتاج؟ (نعم) لماذا؟



لقطة الشاشة رقم (٦, ٥) الرسم البياني لاختبار **CUSUM**.

١٣, ٥ أخطاء القياس

(Measurement Errors)

كما سبق وذُكر آنفًا من بين افتراضات نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي نجد افتراض عدم تصادُفِيَّة المتغيِّرات المفسّرة، من بين سُبل انتهاك هذه الفرضيَّة نذكر وجود علاقة سببيَّة ذات اتِّجاهين بين المتغيِّر المفسِّر والمتغيِّر المفسَّر، سوف تُناقش هذه الحالة (تحيُّز المعادلات الآنيَّة) بالتفصيل في الفصل ٧، كما نذكر أن هناك حالة أخرى لا ينطبق فيها هذا الافتراض، وهي وجود *خطأ قياس* في متغيِّر مُفسِّر أو أكثر، وهو ما يُعرف في بعض الأحيان بمسألة *الأخطاء في قياس المتغيِّرات* (Errors-in-Variables)، كما يُمكن أن تحدث أخطاء القياس في العديد من الحالات، على سبيل المثال في مُتغيِّرات الاقتصاد الكلي التي غالبًا ما تكون كمِّيَّات مُقدَّرة (الناتج المحلِّي الإجمالي، التضخُّم، إلخ)، كذلك أغلب المعلومات الواردة في حسابات الشركة. على نحو مُماثل نُصادف أحيانًا حالة لا نستطيع خلالها مُشاهدة أو الحصول على بيانات مُتغيِّر ما نكون بحاجة إليه، وبالتالي نحتاج إلى استخدام مُتغيِّر بديل (Proxy Variable) مُمثِّلًا له، نذكر على سبيل المثال أن العديد من النماذج تضمُّ كميَّات مُتوقَّعة (مثل التضخُّم المتوقَّع)، ولكن نظرًا لأنه لا يمكننا عادة قياس التوقعات، فإننا بحاجة إلى استخدام مُتغيِّر بديل، وبشكل أعم، يُمكن أن يكون خطأ القياس حاضرًا في المتغيِّر التابع أو في المتغيِّر المستقل، وستتناول الأقسام الفرعية التالية كل حالة من هذه الحالات.

١, ١٣, ٥ خطأ القياس في المتغيِّر (أو المتغيِّرات) المفسِّر

(Measurement error in the explanatory variable(s))

لنفترض من أجل التبسيط أننا نرغب في تقدير نموذج يحتوي على مُتغيِّر مُفسِّر واحد فقط، x_t:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t \quad (٧٥،٥)$$

حيث يُمثِّل u_t حد الاضطراب، لنفترض كذلك أننا قُمنا بخطأ عند قياس x_t بحيث بدلًا من رصد قيمته الصحيحة رصدنا نُسخة مُشوَّشة منها، $\tilde{x}_t$، تضم x_t الفعلي إضافة إلى بعض التشويش (Noise) v_t مُستقلًا عن كل من x_t و u_t:

$$\tilde{x}_t = x_t + v_t \tag{٧٦،٥}$$

نأخذ المعادلة رقم (٧٥،٥) ونقوم داخلها بتعويض x_t بقيمته من المعادلة رقم (٧٦،٥) فنتحصَّل على:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2(\tilde{x}_t - v_t) + u_t \tag{٧٧،٥}$$

يُمكننا إعادة كتابة هذه المعادلة بصياغة حد الخطأ المركب $(u_t - \beta_2 v_t)$ على حدة:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2\tilde{x}_t + (u_t - \beta_2 v_t) \tag{٧٨،٥}$$

كما ينبغي من خلال المعادلات رقم (٧٦،٥) و (٧٨،٥) توضيح أن المتغيِّر المفسِّر المقاس بشكل خاطئ $(\tilde{x})$ وحد الخطأ المركّب $(u_t - \beta_2 v_t)$ مُترابطان؛ لأن كليهما يعتمـــد على v_t، وبالتالي فإن شرط عدم تصادُفيَّة المتغيِّرات المفسِّرة غير مُتوفِّر، يُسبب ذلك معلمات مُقدَّرة بشكل غير مُتَّسق، ويُمكن إثبات أن حجم التحيُّز في القيم المقدَّرة هـــو دالة في تبـــاين التشـــويش في x_t باعتبارها نسبة من التباين الكلي للاضطراب، كما يُمكن كذلك إثبات أنه عندما يكون β_2 موجبًا فإن التحيُّز سوف يكون سالبًا، ولكن إذا كان β_2 سالبًا فإن التحيُّز سوف يكون موجبًا، أي بعبارة أخرى سوف تكون القيم المقدَّرة دائمًا مُتحيِّزة نحو الصفر نتيجة لتشويش القياس.

عندما يتم قياس المتغيرات المفسِّرة بشكل خاطئ، يُمكن أن يكون تأثير تحيُّز التقدير هذا تأثيرًا هامًّا جدًّا، كما يُمكن أن يكون مسألة خطيرة، وبشكل خاص عند اختبار نماذج تسعير الأصول، يتكوَّن النهج التقليدي لاختبار نماذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، والذي أول من بادر إلى تقديمه هُما فاما وماكبث (١٩٧٣) ((Fama and MacBeth (1973))، من مرحلتين (نُوقشت بمزيد من التفصيل في الفصل ١٤)، تتمثَّل المرحلة الأولى في إجراء انحدارات مُنفصلة للسلاسل الزمنيَّة لكل شركة لتقدير المعاملات بيتا، فيما تتضمَّن المرحلة الثانية إجراء انحدارات مقطعيَّة لعوائد الأسهم على المعاملات بيتا، وبما أن المعاملات بيتا مُقدَّرة في المرحلة الأولى عوضًا عن كونها مرصودة مُباشرة، فإنها سوف تحتوي بالتأكيد على خطأ قياس، يُسمَّى هذا التأثير في الأدبيات الماليَّة أحيانًا بتحيُّز *التخفيف*، أمَّا الاختبارات الأولى لنماذج تسعير الأصول الرأسماليَّة فقد أظهرت أن العلاقة بين المعامل بيتا والعوائد هي علاقة موجبة لكنَّها أقل مما كان مُتوقَّعًا، وهذا ما يحدث بالضبط نتيجة الخطأ في قياس معاملات بيتا، وقد اقتُرِحت العديد من المناهج لحل هذه المسألة، أكثرها شيوعًا هو منهج استخدام بيتا المحفظة عوضًا عن استخدام بيتا الأسهم الفردية في المرحلة الثانية، يُؤمل أن يُخفِّف ذلك من خطأ التقدير في المعاملات بيتا، كما أن هناك منهجًا بديلًا يرجع لشانكن (١٩٩٢) ((Shanken (1992)) ويتمثَّل في تعديل الأخطاء المعياريَّة في انحدار المرحلة الثانية لتتكيَّف مُباشرة مع أخطاء القياس في المعاملات بيتا، سوف يقدِّم الفصل ١٤ مزيدًا من النقاش حول هذه المسألة.

٢ ,١٣ , ٥ خطأ القياس في المتغيِّر المفسَّر

(Measurement error in the explained variable)

يُعتبر خطأ القياس في المتغيِّر المفسَّر أقل خطورة بكثير ممَّا هو عليه في المتغير المفسِّر (المتغيِّرات المفسِّرة). للتذكر فإن أحد الدوافع لإدراج حد الاضطراب في نموذج الانحدار هو أنه يستطيع التقاط أخطاء القياس في y. وهكذا فعندما يُقاس المتغيِّر المفسَّر بشيء من الخطأ فإن حد الاضطراب سوف يكون مزيجًا مركَّبًا من حد الاضطراب المعتاد، إضافة إلى مصدر آخر للتشويش يتمثَّل في أخطاء القياس، في مثل هذه الظروف سوف تظل القيم المقدَّرة للمعلمات مُتَّسقة وغير مُتحيِّزة، وكذلك تظل الصيغة المعتادة

المستخدمة في حساب الأخطاء المعياريَّة صيغة مناسبة، العاقبة الوحيدة التي تترتب عن ذلك هي أن التشويش الإضافي يعني زيادة حجم الأخطاء المعياريَّة مُقارنة مع حالة عدم وجود أخطاء قياس في y.

١٤ , ٥ إستراتيجية لإنشاء نماذج الاقتصاد القياسي ومناقشة فلسفات بناء النموذج
(A strategy for constructing econometric models and a discussion of model-building philosophies)

يتمثَّل الهدف من وراء بناء نماذج الاقتصاد القياسي في إنشاء نموذج تجريبي ملائمًا إحصائيًّا يستوفي افتراضات نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي، يكون شحيحًا (من حيث عدد المتغيِّرات)، لديه تفسير نظري سليم، ولديه كذلك 'الشكل' المناسب (أي أن كل علامات المعاملات 'صحيحة'، وكذلك كل أحجامها).

لكن كيف سيعمل الباحث على تحقيق هذا الهدف؟ هناك منهج دارج في بناء النماذج يُعرف ب 'LSE' أو منهجيَّة التدرُّج من العام إلى الخاص (General-to-Specific Methodology) المقترنة بسارجان وهندري، ينطوي هذا المنهج أساسًا على البدء بنموذج كبير يكون إحصائيًّا مُلائمًا، ثم تقييد النموذج وإعادة ترتيبه للوصول إلى صيغة نهائيَّة شحيحة، كما يُشدِّد منهج هندري (انظر جيلبرت (١٩٨٦ (Gilbert (1986))) على أن النموذج الجيِّد هو النموذج الذي يكون مُتَّسقا مع البيانات ومع النظريَّة، يشمل النموذج الجيِّد أيضا النماذج المنافسة، وهو ما يعني أن بإمكانه تفسير كل ما يُمكن للنماذج المنافسة تفسيره وأكثر من ذلك، كما تُشير منهجية هندري إلى الاستخدام الواسع لاختبارات التشخيص للتأكد من الصلاحيَّة الإحصائية للنموذج.

كما تذكر أن هناك فلسفة بديلة لبناء نماذج الاقتصاد القياسي سبقت بحوث هندري، وهي فلسفة تقوم على البدء بأبسط نموذج، ثم وبشكل مُتتالٍ نُضيف إليه مُتغيِّرات بحيث يصبح تدريجيًّا أكثر تعقيدًا وأفضل في وصفه للواقع، يُعرف هذا المنهج المقترن بكويمنس (١٩٣٧ (Koopmans (1937))) أحيانًا بمنهج النمذجة من 'الخاص إلى العام' (Specific-to-General Approach)، أو بمنهج النمذجة المتجه 'من القاعدة إلى القمة'، كما أطلق جيلبرت (١٩٨٦) على هذا المنهج تسمية 'مُتوسط الانحدار الاقتصادي' بما أنه تم التطرُّق إلى مُعظم النماذج التطبيقيَّة في الاقتصاد القياسي على هذا النحو.

انتقد هندري والمتعاونون معه بشدَّة هذا المنهج بشكل رئيس على أساس أن اختبارات التشخيص إن وُجدت تُجرَى كما لو أنها اعتبارات ثانويَّة وبشكل محدود جدًّا، ومع ذلك إذا لم تُجرَ اختبارات التشخيص أو أنها لم تُجرَ إلَّا في نهاية عمليَّة بناء النموذج فمن المحتمل أن تكون جميع الاستدلالات السابقة باطلة، بالإضافة إلى ذلك إذا كان النموذج الأولي المحدَّد عمومًا موصوفًا بشكل سيئ فإن اختبارات التشخيص نفسها لا يُمكن الاعتماد عليها بالضرورة للدلالة على مصدر المشكلة، على سبيل المثال إذا أُهمل النموذج المحدَّد في البداية مُتغيِّرات مُهمَّة في حد ذاتها مُترابطة تلقائيًّا فإن إدراج فترات إبطاء للمتغيِّرات المدرجة في النموذج لن يكون العلاج المناسب لمعنويَّة إحصاءة الاختبار DW، وبالتالي فإن النموذج المختار في نهاية المطاف في إطار منهج التدرُّج من الخاص إلى العام يُمكن أن يكون دون المثاليَّة، حيث إن النموذج المختار باستخدام منهج التدرُّج من العام إلى الخاص يُمثِّل البيانات على نحو أفضل، في إطار منهج هندري تأتي اختبارات تشخيص الصلاحيَّة الإحصائية للنموذج في المقام الأوَّل، مع فحصٍ لاستدلالات النظريَّة الماليَّة المستقات من النموذج المتبقي إلى حين التوصُّل إلى النموذج الملائم إحصائيًّا.

استنادًا لهندري وريتشارد (١٩٨٢ (Hendry and Richard (1982))) ينبغي للنموذج النهائي المقبول أن يَفِي بالعديد من المعايير (مُعدَّلة قليلًا هنا)، يجب أن يكون النموذج:

- مقبولًا منطقيًا.
- يتَّفق مع النظريَّة الماليَّة الأساسيَّة، بما في ذلك استيفاء أية قيود مهمَّة على المعلمات.
- لديه مُتغيِّرات انحداريَّة غير مُترابطة مع حد الخطأ.
- لديه قيم مُقدَّرة للمعلمات مُستقرة طوال العيِّنة بأكملها.
- لديه بواقٍ تكون تشويشًا أبيض (White Noise) (أي أنها عشوائية تمامًا ولا تُظهر أية أنماط مُحدَّدة).
- قادرًا على تفسير نتائج جميع النماذج المنافسة له وزيادة.

تُعرف آخر نقطة من النقاط السابقة *بمبدأ الشمولية* (Encompassing Principle)، عندما يُؤوِي النموذج داخله نموذجًا أصغر منه فإنه يحتويه دائمًا بشكل جزئي، لكن يُحبَّذ النموذج الصغير بشكل خاص إذا كان يستطيع تفسير نتائج النموذج الأوسع، وهو ما يُعرف بالشموليَّة الشحيحة.

ومن مزايا المنهج المتجه من العام إلى الخاص هو أنه يُعتبر مُناسبًا إحصائيًا، وأن النظريَّة التي تستند عليها النماذج عادة لا تقول شيئًا بخصوص هيكل فترة إبطاء النموذج، وبالتالي فإن هيكل فترة الإبطاء المدرج في النموذج النهائي يُحدَّد إلى حد كبير بالبيانات نفسها، بالإضافة إلى ذلك عادة ما تُعتبر التبعات الإحصائية الناجمة عن استبعاد مُتغيِّرات مُهمَّة أكثر خطورة من تلك الناجمة عن إدراج مُتغيِّرات ليس لها علاقة بالظاهرة.

تُجرَى المنهجية المتدرِّجة من العام إلى الخاص على النحو التالي، تتمثَّل الخطوة الأولى في تشكيل نموذج 'كبير' يتكوَّن من العديد من المتغيِّرات في الجانب الأيمن من المعادلة، يُعرف هذا النموذج بالنموذج المعمَّم غير المقيَّد (Generalised Unrestricted Model) والذي يجب أن ينبثق من النظريَّة الماليَّة إضافة إلى وجوب احتوائه على جميع المتغيِّرات التي يُعتقد أنها تُؤثر على المتغيِّر التابع، يتعيَّن على الباحث في هذه المرحلة التأكُّد من أن النموذج يستوفي كل افتراضات نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي، عند انتهاك هذه الفرضيَّات يتعيَّن اتِّخاذ الإجراءات المناسبة لمعالجة ذلك، على سبيل المثال تطبيق اللوغاريتمات، إضافة فترات إبطاء، إضافة مُتغيِّرات وهميَّة.

من المهم إجراء الخطوات السابقة قبل إجراء أي اختبار فرضيات، كما تجدر الإشارة إلى أنه ينبغي أن تُفسر اختبارات التشخيص الواردة أعلاه بكل حذر بوصفها اختبارات عامة بدلًا من أنها اختبارات خاصة، بعبارة أخرى ينبغي تفسير رفض اختبار تشخيص لفرضيَّة عدم مُعيَّنة على أن هناك خللًا ما في النموذج، وهكذا وعلى سبيل المثال، إذا أظهر اختبار ريست أو اختبار وايت رفضًا لفرضيَّة العدم فلا يجب تفسير هذه النتائج مُباشرة على أنها تعني أن الإجراء المناسب هو إيجاد حل على التوالي للشكل الداليِّ غير المُناسب، أو لاختلاف تباين البواقي، من الممكن في كثير من الأحيان أن تُسبب مشكلة واحدة في النموذج انتهاك العديد من الفرضيات في آن واحد، على سبيل المثال، من الممكن أن يُسبِّب إسقاط مُتغيِّر من النموذج إخفاقًا في اختبار ريست، أيضًا في اختبار اختلاف التباين، وفي اختبار الارتباط الذاتي، وبالمثل يُمكن لعدد قليل من القيم الشاذَّة الكبيرة التسبُّب في عدم الاعتدال وارتباط البواقي (في حالة كانت مُتقاربة من بعضها في العيِّنة)، وفي اختلاف التباين (في حالة حدوث القيم المتطرفة لعدد قليل من المتغيِّرات المفسِّرة)، وعلاوة على ذلك لا تعمل اختبارات التشخيص في حد ذاتها على النحو الأمثل في ظل وجود أنواع أخرى من سوء التوصيف؛ لأنها تفترض بالأساس أن النموذج موصوف بشكل صحيح في جميع النواحي الأخرى، على سبيل المثال ليس من الواضح أن اختبارات اختلاف التباين سوف تعمل بشكل جيِّد إذا كانت البواقي مُترابطة تلقائيًا.

بعد الحصول على النموذج الذي يستوفي افتراضات نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي يُمكن أن يكون النموذج كبيرًا جدًّا، بحيث يضم عددًا كبيرًا من فترات الإبطاء ومن المتغيِّرات المستقلَّة، تتمثَّل المرحلة الثانية إذًا في إعادة ضبط مُتغيِّرات النموذج وذلك بالتخلُّص من المتغيِّرات الانحداريَّة التي تكون غير معنويَّة جدًّا. قد تختلف كذلك بعض المعاملات عن بعضها البعض اختلافًا بسيطًا بحيث يُمكن دمجها. كما يجب في كل مرحلة التحقق من أن افتراضات نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي لا تزال قائمة. إذا كان الأمر كذلك، ينبغي أن يكون الباحث توصَّل إلى نموذج تجريبي مُلائمًا إحصائيًا يُمكن استخدامه في اختبار النظريَّات الماليَّة الضمنيَّة، في التنبؤ بالقيم المستقبليَّة للمتغيِّر التابع وكذلك في صياغة السياسات.

ومع ذلك فإنه غني عن القول إن المنهج المتّجه من العام إلى الخاص لديه أيضًا نُقاده. لا يُمكن تنفيذ هذا المنهج إذا كان حجم العيِّنة صغيرًا أو مُتوسِّطًا. في مثل هذه الحالات، سوف يدل العدد الكبير من المتغيِّرات المفسِّرة ضمنًا على عدد صغير من درجات الحرية. وقد يعني ذلك أن أيًا من المتغيِّرات سيكون معنوي، خصوصًا إذا كانت هذه الأخيرة جدّ مُترابطة. إذا كان الأمر كذلك، فلن يكون واضحًا أي مُتغيِّر من القائمة الطويلة الأصليَّة للمُتغيِّرات الانحداريَّة المرشَّحة يجب حذفه لاحقًا. بالإضافة إلى ذلك وفي كل الحالات، يُمكن أن يكون للقرار المتعلّق بما يتعيّن حذفه من المتغيِّرات انعكاسات وخيمة على التوصيف النهائي للنموذج. كما يُمكن لمتغيِّر ما له مُعامل غير معنوي أن يُصبح معنوي في مرحلة لاحقة إذا ما أُسقطت مُتغيِّرات أخرى بدلًا عنه.

من الناحية النظريَّة، يجب التحقّق بعناية من حساسيَّة التوصيف النهائي لمختلف المسارات المحتملة لحذف المتغيِّرات؛ غير أن ذلك قد يعني فحص العديد (وربما المئات) من التوصيفات الممكنة. كما يُمكن أن يُؤدي ذلك أيضًا إلى العديد من النماذج النهائية التي لا يبدو أيّ منها أفضل بصورة ملحوظ من الآخرين.

كما نأمل أن يُؤدّي المنهج المتّجه من العام إلى خاص، إذا ما اتُّبع كما ينبغي حتى النهاية، إلى الحصول على نموذج سليم إحصائيًا ينجح في اجتياز كافة الاختبارات المعتادة لتشخيص النماذج ويحتوي فقط على مُتغيِّرات انحداريَّة معنويَّة إحصائيًا. ومع ذلك، يُمكن أن يكون النموذج النهائي أيضًا مخلوقًا غريبًا يخلو من أيّ تفسير نظري. كما سوف يكون هناك أكثر من مُجرد فُرصة عابرة أمام هذا النموذج ليكون نتاج لعملية تنقيب في البينات أثبتت صحّتها إحصائيًا. من شأن هذا النموذج أن يتناسب إلى حد كبير مع عيّنة البيانات التي بين يدينا، لكن من الممكن أن يفشل فشلًا ذريعًا عند تطبيقه على عيّنات أُخرى إذا لم يستند على نحو سليم إلى النظرية. سوف نجد فيما يلي مثال آخر عن استخدام نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي في مجال الماليَّة، يقوم على دراسة لمحدّدات التصنيف الائتماني السيادي (Sovereign Credit Rating) من قِبل كانتور وباكر (١٩٩٦) ((Cantor and Packer (1996)).

٥,١٥ محدِّدات التصنيف الائتماني السِّيادي

(Determinants of sovereign credit ratings)

٥,١٥,١ خلفية

(Background)

تُعتبر التصنيفات الائتمانية السيادية تقييمًا لمخاطر الديون التي تُصدرها الحكومات، وهي تُجسِّد تقديرًا لاحتمال عدم وفاء المقترض بالتزاماته، هناك وكالتان أمريكيتان شهيرتان للتصنيف، وهما وكالة موديز ووكالة ستاندرد آند بورز (S&P)، وهي وكالات

تُوفِّر تصنيفات لكثير من الحكومات، وعلى الرغم من أن الوكالتين تستخدمان رموزًا مُختلفة للدلالة على المخاطرة المقترنة بمقترض مُعيَّن إلَّا أن التصنيفات التي تُوفِّرها مُتشابهة، ينقسم التصنيف إلى فئتين رئيستين: فئة استثماريَّة (Investment Grade) وفئة مُضاربة (Speculative Grade)، تتميَّز الجهات المُصْدِرة للسندات ذات التصنيف الاستثماريِّ بقدرة سداد جيِّدة أو مقبولة، في حين تتميَّز الجهات المُصْدِرة للسندات ذات التصنيف الخاضع للمضاربة إمَّا بدرجة عالية من عدم التأكد بشأن ما إذا كانت ستقوم بالسداد، أو أنها أصلًا عاجزة عن السداد، أعلى تصنيف تمنحه هذه الوكالات هو 'A ثلاث مرَّات'، والذي يُشار إليه بـ 'Aaa' في تصنيف موديز، وبـ 'AAA' في تصنيف S&P، وهو تصنيف يُمنح لأعلى مُستوى قدرة سداد، بالنسبة لعيِّنة كانتور وباكر فإن أقل درجة تصنيف سيادي مُسندة هي B3 (بتصنيف موديز) أو -B (بتصنيف S&P)، وبالتالي فإن عدد تصنيفات نوع الدَّيْن من الأعلى إلى الأدنى مرتبةً الممنوحة للحكومات هو ١٦ صنفًا.

يتمحور الهدف الرئيس لورقة بحث كانتور وباكر في محاولة شرح ونمذجة الكيفيَّة التي توصَّلت بها الوكالات إلى تصنيفاتها، وعلى الرغم من أن التصنيفات في حد ذاتها مُتاحة للعموم إلَّا أن النماذج أو الأساليب المستخدمة للوصول إلى تلك التصنيفات ظلَّت تكتنفها السريَّة، كما لا توفِّر هذه الوكالات تقريبًا أي تفسير عن الأوزان النسبيَّة للعوامل التي يتشكَّل منها التصنيف، وبالتالي فإن نموذج محدِّدات التصنيفات الائتمانية السيادية يمكن أن يكون مفيدًا في تقييم ما إذا كانت وكالات التصنيف تصرَّفت بصورة عقلانية أم لا، كما يُمكن أيضًا أن تُستخدم مثل هذه النماذج في محاولة التنبؤ بالتصنيف الذي سيتم منحه لمقترض سيادي لم يسبق تصنيفه، أو عند احتمال حدوث إعادة تصنيف، وتواصل ورقة البحث -إضافة إلى مسائل أخرى- النظرَ فيما إذا كانت التصنيفات تُضاف أم لا إلى جملة المعلومات المتاحة للعموم، وعمَّا إذا كان من الممكن تحديد العوامل التي تُؤثر على كيفيَّة استجابة العائدات السياديَّة لإعلانات التصنيف.

٢, ١٥, ٥ البيانات

(Data)

تحصَّل كانتور وباكر (١٩٩٦) على عيِّنة تتألَّف من تصنيفات ديون حكوميَّة لتسع وأربعين دولة، بدءًا من سبتمبر ١٩٩٥، وتتراوح بين التصنيفات الواردة أعلاه. يُقاس مُتغيِّر التصنيف كميًّا بحيث يتم منح الدرجة ١٦ لأعلى جودة ائتمان (Aaa/AAA) في العيِّنة، في حين يتم منح الدرجة ١ لأدنى تصنيف سيادي (-B3/B)، تُشكِّل هذه الدرجة المتغيِّرَ التابع، أمَّا العوامل التي تُستخدم لتفسير التغيُّر في درجات التصنيفات فهي مُتغيِّرات الاقتصاد الكلي، تُجسِّد كل هذه المتغيِّرات العوامل التي من المحتمل أن تُؤثر على قدرة الحكومة واستعدادها لخدمة تكاليف ديونها، ومن الناحية المثاليَّة يتبغي أن يتضمَّن النموذج أيضًا مُتغيِّرات بديلة للعوامل الاجتماعية والسياسية، لكنها مُتغيِّرات يصعُب قياسها بموضوعية، وبالتالي لن يتم تضمينها في النموذج، كما نذكر أن كيفيَّة إعداد قائمة العوامل لم تكن واضحة في ورقة البحث، بالنسبة للمتغيِّرات (مع وحدات قياسها) المدرجة في النموذج فهي:

- *مُتوسِّط دخل الفرد* (في سنة ١٩٩٤، بآلاف الدولار الأمريكي)، يذكر كانتور وباكر أن مُتوسِّط دخل الفرد يُحدِّد الوعاء الضريبي الذي يُؤثر بدوره على قدرة الحكومة على تحصيل الإيرادات.
- *نُمو الناتج المحلي الإجمالي* (المتوسِّط السنوي لـ ١٩٩١-٤، ٪)، يُذكر أن زيادة معدل نمو الناتج المحلي الإجمالي تُعتبر مقياسًا لمدى السهولة التي ستصبح عليها خدمة تكاليف الديون في المستقبل.

- *التضخُّم* (المتوسِّط السنوي لـ ٤- ١٩٩٢، ٪)، يذكر كانتور وباكر أن ارتفاع مُعدَّل التضخُّم يُوحِي بأنه سوف يُستخدم تمويل نقدي تضخُّمي لخدمة الدين عندما تكون الحكومة غير راغبة أو غير قادرة على رفع العائدات المطلوبة من خلال نظام الضرائب.
- *الميزان المالي* (أو الرصيد المالي) (مُتوسِّط فائض الميزانية الحكومية السنوية كنسبة من الناتج المحلي الإجمالي لـ ٤- ١٩٩٢، ٪)، مرة أخرى يُظهر العجز المالي الكبير أن الحكومة لديها قدرة ضعيفة نسبيًّا على تحصيل إيرادات إضافية وخدمة تكاليف الديون.
- *الميزان الخارجي* (مُتوسِّط فائض الحساب الجاري السنوي كنسبة من الناتج المحلي الإجمالي لـ ٤- ١٩٩٢، ٪)، يذكر كانتور وباكر أن عجز الحساب الجاري المستمر يُؤدي إلى زيادة المديونية الخارجية، وهو أمر قد لا يُمكن تحمُّله على المدى الطويل.
- *الديون الخارجية* (الديون بالعملة الأجنبية كنسبة من الصادرات في سنة ١٩٩٤، ٪)، نفس الاستنتاج كما بالنسبة للميزان الخارجي (وهو التغيُّر في الديون الخارجية مع مرور الوقت).
- *مُتغيِّر وهمي للتنمية الاقتصاديَّة* (=١ إذا كان البلد مصنَّفًا مُتقدِّمًا من قِبَل صندوق النقد الدولي و ٠ خلاف ذلك)، يذكر كانتور وباكر أن وكالات التصنيف الائتماني تُدرَك أن البلدان النامية أكثر خطورة نسبيًّا ممَّا تُقرُّه قيم العوامل الأخرى المذكورة أعلاه.
- *مُتغيِّر وهمي لسوابق التخلُّف عن السداد* (=١ إذا كان البلد قد تخلَّف عن السداد سابقًا و ٠ خلاف ذلك)، يُمكن القول: إن الدول التي فشلت في السابق في سداد الدين تتكبَّد انخفاضًا كبيرًا في تصنيفها الائتماني.

كما تُشير إلى أنــه تم تحويــل مُتغيرات الدخـل والتضخُّم إلى مُتغيِّرات لوغاريتمية، وأن النموذج خـطيّ، استُخـدمت في تقـديره المربعــات الصُّغرى العـاديَّة، سـوف يُلاحـظ بعض قــراء هذا الكتـاب الذيـن لديهم خلفية في الاقتصـاد القياسي أن طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة ليست تمامًا طريقة التقدير الصحيحة عندما يكون بإمكان المتغيِّر التابع اتِّخاذ قيم من بين مجموعة محدودة معيَّنــة من القيم (في هذه الحــالة، ١، ٢، ٣،...، ١٦)، في مثـــل هذه التطبيقـــات عــادة ما تُـعتبر تقنيـــة بروبيت مرتَّب (ordered probit) (لا يشملها هذا النص) من بين التقنيات الأكثر ملاءمة، هذا ويذكر كانتور وباكر أن أي منهج آخر خلاف منهج المربعات الصُّغرى العاديَّة سيكون غير قابل للتنفيذ نظرًا لحجم العيِّنة الصغير نسبيًّا (تسع وأربعون مُشاهدة)، والعدد الكبير من فئات التصنيف (ست عشرة فئة).

عُرضت نتائج انحدار قيمة التصنيف على المتغيِّرات المذكورة أعلاه في الجدول ٥ لكانتور وباكر، تم تكييف هذه النتائج وعرضها هنا كما في الجدول رقم (٢, ٥)، أُجريت أربعة انحدارات، كل منها يضمُّ نفس المتغيِّرات المستقلة، لكن المتغيِّر التابع مُختلف، هذا وأُجريت انحدارات لدرجة التصنيف المقدَّمة من قِبَل كل وكالة على حدة مع عرضٍ للنتائج في الأعمدة (٤) و (٥) من الجدول رقم (٥ , ٢)، تُعطي وكالات التصنيف في بعض الأحيان درجات مُختلفة لبلد ما، ففيها يتعلَّق بإيطاليا على سبيل المثال تمنح وكالة موديز لهذا البلد التصنيف 'A1'، وهو ما يُولِّد الدرجة ١٢ على مقياس ١٦، في المقابل تمنح وكالة التصنيف S&P لهذا البلد التصنيف 'AA'، وهو ما يُولد الدرجة ١٤ على مقياس ١٦، أي أعلى بدرجتين، وبالتالي تم إجراء انحدار يضم مُتوسِّط الدرجة للوكالتين، وكذلك الفارق بين الدرجتين كمُتغيِّرات تابعة، تُعرض النتائج على التوالي في الأعمدة (٣) و (٦) من الجدول رقم (٢, ٥).

الجدول رقم (٥,٢) مُحدِّدات وآثار التصنيفات الائتمانية السيادية

المتغيّر المفسر (١)	العلامة المتوقعة (٢)	المتغيّر التابع			
		مُتوسّط التصنيف (٣)	تصنيف موديز (٤)	تصنيف S&P (٥)	الفارق بين موديز و S&P (٦)
المقطع	؟	١,٤٤٢ (٠,٦٦٣)	٣,٤٠٨ (١,٣٧٩)	٠,٥٢٤- (٠,٢٢٣-)	*٣,٩٣٢ (٢,٥٢١)
مُتوسّط دخل الفرد	+	***١,٢٤٢ (٥,٣٠٢)	***١,٠٢٧ (٤,٠٤١)	***١,٤٥٨ (٦,٠٤٨)	***٠,٤٣١- (٢,٦٨٨-)
نُمو الناتج المحلي الإجمالي	+	٠,١٥١ (١,٩٣٥)	٠,١٣٠ (١,٥٤٥)	**٠,١٧١ (٢,١٣٢)	٠,٠٤٠- (٠,٧٥٦-)
التضخّم	-	***٠,٦١١- (٢,٨٣٩-)	٠,٦٣٠- (٢,٧٠١-)	***,٥٩١- (٢,٦٧١-)	٠,٠٣٩- (٠,٢٦٥-)
الميزان المالي	+	٠,٠٧٣ (١,٣٢٤)	٠,٠٤٩ (٠,٨١٨)	*٠,٠٩٧ (١,٧١)	٠,٠٤٨- (١,٢٧٤-)
الميزان الخارجي	+	٠,٠٠٣ (٠,٣١٤)	٠,٠٠٦ (٠,٥٣٥)	٠,٠٠١ (٠,٠٤٦)	٠,٠٠٦ (٠,٧٧٩)
الدين الخارجي	-	***٠,٠١٣- (٥,٠٨٨-)	***,٠١٥- (٥,٣٦٥-)	***,٠١١- (٤,٢٣٦-)	***٠,٠٠٤- (٢,١٣٣-)
مُتغيّر وهمي للتنمية الاقتصاديّة	+	***٢,٧٧٦ (٤,٢٥)	***٢,٩٥٧ (٤,١٧٥)	***٢,٥٩٥ (٣,٨٦١)	٠,٣٦٢ (٠,٨١)
مُتغيّر وهمي لسوابق التخلّف عن السداد	-	***٢,٠٤٢- (٣,١٧٥-)	**١,٦٣- (٢,٠٩٧-)	***٢,٦٢٢- (٣,٩٦٢-)	***١,١٥٩ (٢,٦٣٢)
R^2 المعدّل		٠,٩٢٤	٠,٩٠٥	٠,٩٢٦	٠,٨٣٦

ملاحظات: وُضعت النسب في بين قوسين، تُشير * ، ** و *** إلى المعنويّة عند المستويات ١٠٪، ٥٪ و ١٪ على التوالي.

المصدر: كانتور وباكر (١٩٩٦)، أعيد نشره بترخيص من *المستثمر المؤسّسي* (Institutional Investor).

٥,١٥,٣ تفسير النماذج
(Interpreting the models)

يصعب تفسير النماذج من حيث الصلاحية الإحصائية، بما أنه عمليًا لم يتم إجراء أيّة اختبارات تشخيص، كما تُعتبر قيم R^2 المعدَّل للانحدارات المقطعية، والتي تتجاوز ٩٠٪ في كل انحدار من انحدارات التصنيف الثلاث، مُرتفعة مُشيرة بذلك إلى أن النموذج يبدو قادرًا على التقاط مُعظم تغيُّرية التصنيفات حول قيمها المتوسّطة على امتداد العيِّنة، كما نذكر أنه ليس هناك فيما يبدو أي محاولة لإعادة ضبط مُتغيّرات النموذج المقدَّم في ورقة البحث، لذا يُفترض أن المؤلِّفَيْن توصَّلا إلى هذه المجموعة من النماذج بعد شيء من البحث.

كما تتميَّز البواقي في هذا التطبيق على وجه الخصوص بتفسير مثير للاهتمام باعتبارها الفرق بين التصنيفات الفعلية والتصنيفات المجهَّزة من الانحدار، سوف تكون التصنيفات الفعلية أعدادًا صحيحة بين ١ و ١٦ على الرغم من أن القيم المجهَّزة من الانحدار -وبالتالي البواقي- يُمكن أن تتَّخذ أيَّة قيمة حقيقية، يذكر كانتور وباكر أن النموذج يُقدِّم نتائج جيِّدة بما أنه ليس هناك بواقٍ أكبر من ٣ بحيث لا يوجد أي تصنيف مُقدَّر أكبر بثلاث رُتب من التصنيف الحقيقي، وأن أربع دول فقط لديها بواقٍ أكبر من رُتبتين، وعلاوة على ذلك فإن ٧٠٪ من البلدان توقَّعت تصنيفاتها على نحو صحيح (أي أن القيمة المطلقة للبواقي أقل من ٠,٥).

لننتقل الآن إلى تفسير النماذج من منظور مالي؛ فمن المثير للاهتمام فحص ما إذا كان للمعاملات علامات وأحجام مُتوقَّعة أم لا، تُعرض العلامات المتوقَّعة لنتائج الانحدار الموضوعة في الأعمدة (٣)-(٥)، في العمود (٢) من الجدول رقم (٥,٢) (مثلما حدَّدها هذا الكاتب)، كما يُمكن أن نرى أن كل المعاملات لها علامات مُتوقَّعة، على الرغم من أن مُتغيِّرات الميزان المالي والميزان الخارجي ليست معنويَّة، أو أنها معنويَّة هامشيًّا في جميع الحالات الثلاث، كما يُمكن تفسير المعاملات على أنها مُتوسِّط التغيُّر في درجة التصنيف التي قد تنجم عن التغيُّر بوحدة واحدة في المتغيِّر، فعلى سبيل المثال، سوف يُؤدِّي الارتفاع في الدخل الفردي بـ ١٠٠٠$ في المتوسط إلى زيادة التصنيف بـ ١,٠ وحدة وفقًا لتصنيف موديز، وبـ ١,٥ وحدة وفقًا لتصنيف S&P، ويُشير المتغيِّر الوهمي للتنمية أن البلدان المتقدمة في المتوسط لديها تصنيف أعلى بثلاث درجات من دولة نامية بنفس الخصائص، وبافتراض تَساوِي كل العوامل الأخرى سوف يكون تصنيف البلد الذي سبق له التخلُّف عن السداد أقل بمرتبتين من تصنيف بلد أوفى دائمًا بمستحقَّاته.

يبدو عُمومًا أن وكالات التصنيف تضع أوزانًا مُماثلة لكل المتغيِّرات، وهذا يتَّضح من خلال تشابه المعاملات والمعنويات في الأعمدة (٤) و (٥) من الجدول رقم (٥,٢)، يُختبر ذلك بشكل رسمي في العمود (٦) من الجدول، حيث يُمثِّل الفرق بين تصنيف وكالة موديز وتصنيف وكالة ستاندرد آند بورز المتغيِّر التابع، كما تُشير إلى أن هناك فقط ثلاثة مُتغيِّرات مرجحة إحصائيًّا بشكل مُختلف معنويًّا من قِبَل الوكالتين، تُخصِّص وكالة S&P أوزانًا مُرتفعة لمتغيِّرات الدخل وسوابق التخلُّف عن السداد، في حين تُولِي وكالة موديز مزيدًا من الاهتمام للدَّيْن الخارجي.

٤,١٥,٥ العلاقة بين التصنيفات والعائدات

(The relationship between ratings and yields)

يُحاول كانتور وباكر في ورقة البحث هذه تحديد ما إذا كانت التصنيفات تُقدِّم أية معلومات إضافيَّة مُفيدة لنمذجة التغيُّرية المقطعيَّة لهوامش العائدات السياديَّة تزيد عن تلك الواردة في بيانات الاقتصاد الكلي المتاحة للعموم، يُصبح المتغيِّر التابع الآن هامش العائد، أي: لوغاريتم (العائد على السند السيادي - العائد على سند الخزانة الأمريكية).

يُمكن القول: إن هذا المقياس للهامش ليس مقياسًا دقيقًا، وأنه ينبغي تعريف هامش الائتمان الحقيقي بكامل منحنى الجودة الائتمانية عوضًا عن تحديده بنقطتين فقط من على المنحنى، لكن وبصرف النظر عن هذه المسألة تُعرض في الجدول رقم (٥,٣) النتائج المتوصَّل إليها.

تُعرض ثلاثة انحدارات في الجدول رقم (٥,٣)، يُشار إليها بالتوصيفات (١)، (٢) و (٣)، أوَّل تلك الانحدارات هو انحدار لوغاريتم الهامش على ثابت ومُتوسِّط التصنيف لا غير (العمود (١)، والذي يُظهر أن التصنيفات لها تأثير عكسي معنوي للغاية على الهامش، أمَّا التوصيف (٢) فهو يُمثِّل انحدار لوغاريتم الهامش على مُتغيِّرات الاقتصاد الكلِّي المستخدمة في التحليل السابق.

هذا وتَرِد العلامات المتوقَّعة (مثلما حدَّدها هذا الكاتب) في العمود (٢)، وكما يُلاحظ فإن جميع المعاملات لها علامات مُتوقَّعة، مع أنه لا يوجد الآن سوى معامل الدَّيْن الخارجي ومعاملات المتغيِّرات الوهميَّة التي تتميَّز بمعنويَّة إحصائيَّة، بالنسبة إلى

التوصيف (٣) فهو يُمثِّل الانحدار على كلٍّ من مُتوسط التصنيف ومُتغيِّرات الاقتصاد الكليّ، عندما يتم تضمين التصنيف مع عوامل الاقتصاد الكلي فإن أيًا من هذه الأخيرة لم يَعُدْ معنويًا باستثناء معامل التصنيف الذي يختلف إحصائيًا اختلافًا معنويًا عن الصفر، تُجسِّد قيم R^2 المعدَّل هذا الاستنتاج، حيث إن هذه القيم تكون أكبر عندما يضم الانحدار فقط التصنيف، وأقل قليلًا عندما يحتوي الانحدار على مُتغيِّرات الاقتصاد الكلِّي والتصنيف، كما يُمكن للمرء أن يُلاحظ أيضًا أنه في ظل التوصيف (٣) أصبحت الآن لمعاملات مُتغيِّرات الدخل *الفردي*، نُمو الناتج المحلي الإجمالي والتضخُّم علامات خاطئة، في الواقع لا يُعَدُّ ذلك مُشكلة حقيقيَّة؛ لأنه إذا كان المعامل غير معنوي إحصائيًا فإنه في إطار اختبار الفرضيات لا يُمكن تمييزه عن الصفر، وبالتالي فإنه لا يهم ما إذا كان المعامل فعلًا غير معنوي وموجبًا، أو غير معنوي وسالبًا، فقط المعاملات التي على حد سواء لها علامات خاطئة وذات معنويَّة إحصائيَّة تدل على أن هناك مُشكلة في الانحدار.

الجدول رقم (٣ , ٥) هل تُضاف التصنيفات إلى المعلومات المتاحة للعموم؟

المتغيّر	العلامة المتوقّعة	المتغيّر التابع: لوغاريتم (هامش العائد)		
		(١)	(٢)	(٣)
المقطع	؟	***٢,١٠٥ (١٦,١٤٨)	٠,٤٦٦ (٠,٣٤٥)	٠,٠٧٤ (٠,٠٧١)
مُتوسّط التصنيف	−	**٠,٢٢١- (-١٩,١٧٥)		***٠,٢١٨- (-٤,٢٧٦)
مُتوسّط دخل الفرد	−		٠,١٤٤- (-٠,٩٢٧)	٠,٢٢٦ (١,٥٢٣)
نُمو الناتج المحلي الإجمالي	−		٠,٠٠٤- (-٠,١٤٢)	٠,٠٢٩ (١,٢٢٧)
التضخّم	+		٠,١٠٨ (١,٣٩٣)	٠,٠٠٤- (-٠,٠٦٨)
الميزان المالي	−		٠,٠٣٧- (-١,٥٥٧)	٠,٠٢- (-١,٠٤٥)
الميزان الخارجي	−		٠,٠٣٨- (-١,٢٩)	٠,٠٢٣- (-١,٠٠٨)
الدين الخارجي	+		***٠,٠٠٣ (٢,٦٥١)	٠,٠٠٠ (٠,٠٩٥)
مُتغيّر وهمي للتنمية الاقتصاديّة	−		***٠,٧٢٣- (-٢,٠٥٩)	٠,٣٨- (-١,٣٤١)
مُتغيّر وهمي لسوابق التخلّف عن السداد	+		***٠,٦١٢ (٢,٥٧٧)	٠,٠٨٥ (٠,٣٨٥)
R^2 المعدّل	؟	٠,٩١٩	٠,٨٥٧	٠,٩١٤

ملاحظات: وُضعت النسب تي بين قوسين، تُشير *، ** و*** إلى المعنويَّة عند المستويات ١٠٪، ٥٪ و ١٪ على التوالي

المصدر: كانتور وباكر (١٩٩٦)، أعيد نشره بترخيص من *المستثمر المؤسّسي* (*Institutional Investor*).

وبالتالي يُستنتج من خلال هذا الجزء من ورقة البحث أن مُتغيِّرات الاقتصاد الكليِّ المتاحة للعموم لا تتضمَّن معلومات إضافيَّة أخرى يُمكن الاستفادة منها في التنبؤ بهامش العائد أكثر من تلك التي يتضمَّنها التصنيف، وهكذا فإن المعلومات الواردة في التصنيفات تشمل تلك الواردة في مُتغيِّرات الاقتصاد الكليِّ.

٥ , ١٥ , ٥ ما الذي يُحدِّد كيفيَّة رد فعل السوق إثر الإعلان عن التصنيفات الائتمانيَّة؟

(What determines how the market reacts to ratings announcements?)

نظر كانتور وباكر أيضًا فيما إذا كان من الممكن بناء نموذج للتنبؤ بكيف ستكون ردَّة فعل السوق إثر الإعلان عن التصنيفات الائتمانيَّة من حيث التغيُّر الناتج في هامش العائد، أي لوغاريتم$\left(\frac{\text{العائد} - \text{العائد على سندات الخزينة}}{\text{العائد على سندات الخزينة}}\right)$، خلال فترة يومين من وقت الإعلان، تشمل العيِّنة المستخدمة في التقدير كل إعلان عن تغيُّر في التصنيف وقع بين عامي ١٩٨٧ و ١٩٩٤، ورد تسع وسبعون إعلانًا مُوزَّعة على ثمانية عشر بلدًا، من بين تلك الإعلانات هناك تسعة وثلاثون تغيُّر تصنيفٍ فعلي من قِبَل وكالة تصنيف فأكثر، وأُدرجت أربعون منها على أنها من المحتمل أن تشهد إعادة تصنيف في المستقبل القريب، والتي تُسمى حسب وكالة موديز 'بقائمة المراقبة'، وبالقائمة 'الاستشرافية' حسب وكالة S&P، أمَّا المتغيِّرات المفسِّرة فهي بالأساس مُتغيِّرات وهمية لـ:

- ما إذا كان الإعلان إيجابيًّا، أي تحسُّن في التصنيف.
- ما إذا كان هناك تغيُّر فعلي في التصنيفات، أو مُجرد احتمال أن تشهد إعادة تصنيف.
- ما إذا كان السند ذا تصنيف استثماري أو ذا تصنيف خاضع للمضاربة.
- ما إذا كان هناك إعلان تصنيفات أخرى في الستين يومًا السابقة.
- فجوة التصنيفات بين الإعلان والوكالة الأخرى.

كما استخدم كذلك المتغيِّر الأساسي التالي:

- التغيُّر في الهامش خلال الستين يومًا السابقة.

تَرِد النتائج في الجدول رقم (٤ , ٥)، لكن نكتفي في هذا النص بإدراج التوصيف النهائي (المرقَّم ٥ في الجدول عدد ١١ لكانتور وباكر) الذي يحتوي على كافة المتغيِّرات المذكورة أعلاه، وكما يتبيَّن من الجدول رقم (٤ , ٥) فإنه يبدو أن أداء النماذج ضعيف نسبيًّا في شرح كيفيَّة رد فعل السوق إثر إعلانات التصنيف، كما نذكر أن قيمة R^2 المعدَّل هي فقط ١٢٪، وهي الأعلى للتوصيفات الخمس التي تم اختبارها من طرف المؤلفين، علاوة على ذلك من بين المتغيِّرات السبع المستخدمة في النموذج هناك فقط مُتغيِّران معنويَّان ومُتغيِّر معنوي هامشيًّا، وبالتالي يُمكن القول إن تغيُّرات العائد عقب الإعلان عن سندات ذات تصنيف خاضع للمضاربة أعلى بكثير من تغيُّرات العائد عقب الإعلان عن سندات ذات تصنيف استثماريٍّ، وأن تغيُّرات التصنيف هذه لها التأثير الأكبر على هوامش العائدات إذا كان هناك اتِّفاق بين وكالات التصنيف في وقت الإفصاح عن الإعلان، بالإضافة إلى ذلك تتغيَّر العوائد بشكل ملحوظ أكثر إذا كان هناك إعلان سابق في الستين يومًا الماضية مما لو لم يكن هناك إعلان سابق، من جهة أخرى ليس لمعرفة ما إذا كان الإعلان هو تحسين أو تخفيض في التصنيف، ولا لمعرفة ما إذا كان هناك تغيُّر فعلي في التصنيف، أو أنه مجرد اسم على قائمة المراقبة، ولا لمعرفة ما إذا كان الإعلان صادرًا عن وكالة موديز أو عن وكالة S&P، ولا لمعرفة مقدار التغيُّر السابق للهامش النسبي خلال الستين يومًا الماضية، تأثير ملحوظ على رد فعل السوق إثر الإعلان عن التصنيف الائتماني.

٦, ١٥, ٥ الاستنتاجات

(Conclusions)

- خلاصة القول: يبدو أن هناك ستة عوامل تلعب دورًا كبيرًا في تحديد التصنيفات الائتمانية السياديَّة، وهي الدخل، نمو الناتج المحلي الإجمالي، التضخم، الدين الخارجي، بلد مُصنِّع أم لا، وسوابق التخلُّف عن السداد.
- تُوفِّر التصنيفات الائتمانيَّة أكثر معلومات عن العائدات ممَّا تُوفِّره جميع عوامل الاقتصاد الكلي مُجتمعة.
- لا أحد يستطيع تحديد بأي درجة كانت من الثقة العواملَ التي تُحدِّد كيف سيكون رد فعل الأسواق إثر الإعلان عن التصنيفات الائتمانيَّة.

الجدول رقم (٥, ٤) ما الذي يحدد ردود الفعل على إعلان التصنيفات؟

المتغيِّر التابع: لوغاريتم الهامش النسبي	
المتغيِّر التابع	المعامل (نسبة ت)
المقطع	٠,٠٢- (١,٤-)
الإعلانات الإيجابيّة	٠,٠١ (٠,٣٤)
تغيّرات التصنيف	٠,٠١- (٠,٣٧-)
إعلانات موديز	٠,٠٢ (١,٥١)
فئة استثماريّة غير مخاطرة	**٠,٠٣ (٢,٣٣)
التغيّر في الهوامش النسبيّة من اليوم –٦٠ إلى اليوم –١	٠,٠٦- (١,١-)
فجوة التصنيف	*٠,٠٣ (١,٧)
إعلانات تصنيف أخرى من اليوم –٦٠ إلى اليوم –١	**٠,٠٥ (٢,١٥)
R^2 المعدّل	٠,١٢

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- تجانس التباين
- اختلاف التباين
- الارتباط الذاتي
- نموذج ديناميكي
- حل التوازن
- أخطاء معياريّة حصينة
- الالتواء
- التفرطح
- التعدّد الخطّي
- الصيغة الدالّية
- القيمة الشاذّة
- المتغيّر المُهمل
- مُتغيّر غير مُهم
- استقرار المعلمات
- المربعات الصغرى المتكررة
- المنهج المتدرّج من العام إلى الخاص
- خطأ القياس

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) هل الافتراضات الموضوعة تتعلّق بحدود الخطأ غير المرصودة (u_t) أم أنها تتعلّق بمثيلاتها في العيّنة ($\hat{u}_t$)؟ اشرح إجابتك.

(٢) ما هو النمط (الأنماط) التي يُحبَّذ تواجدها في الرسم البياني للبواقي؟ ولماذا؟

(٣) قام باحث بتقدير النموذج التالي لعوائد سوق الأسهم، لكنه يعتقد أنه قد يكون هناك مُشكلة ما في هذا النموذج، بحساب النسب تي ودراسة معنوياتها وبفحص قيمة R^2 أو غير ذلك، اقترح ما يُمكن أن يكون وراء هذه المشكلة.

$$\underset{}{y_t} = \underset{(0.436)}{0.638} + \underset{(0.291)}{0.402x_{2t}} - \underset{(0.763)}{0.891x_{3t}} \quad R^2 = 0.96, \quad \bar{R}^2 = 0.89 \qquad (٧٩،٥)$$

كيف يُمكن التوصُّل إلى حل للمشكلة المتصوَّرة؟

(٤) (أ) وضِّح باستخدام الترميز الجبري واشرح الافتراض المتعلّق باضطرابات نموذج الانحدار الخطّي الكلاسيكي، والذي يُشار إليه بمصطلح 'تجانس التباين'.

(ب) ما هي العواقب المترتّبة على نموذج الانحدار إذا لم تكن الأخطاء مُتجانسة التباين؟

(ج) كيف كنت ستتصرف إذا وجدت أن (ب) هو واقع الحال؟

(٥) (أ) ماذا تفهم من مُصطلح 'الارتباط الذاتي'؟

(ب) يشتبه أحد الخبراء في الاقتصاد القياسي في أن بواقي نموذجه يُمكن أن تكون مُترابطة ذاتيًا، اشرح الخطوات المتَّبعة في اختبار هذه النظريَّة باستخدام اختبار ديربن-واتسن.

(ج) يأخذ هذا الخبير في الاقتصاد القياسي بتوجيهاتك (!!!) فيما يخص الجزء (ب) ويحسب قيمة إحصاءة ديربن-واتسن وهي ٩٥, ٠، كما نُشير إلى أن للانحدار ستين مُشاهدة وثلاثة مُتغيِّرات مُفسِّرة (بالإضافة إلى الحد الثابت)، قُم بإجراء هذا الاختبار، ما هو استنتاجك؟

(د) لكي نأخذ بعين الاعتبار الارتباط الذاتي يُقرر الخبير في الاقتصاد القياسي استخدام نموذج في الفروق الأولى مع إضافة ثابت:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta x_{2t} + \beta_3 \Delta x_{3t} + \beta_4 \Delta x_{4t} + u_t \quad (٨٠،٥)$$

بمُحاولة حساب حل المدى الطويل لهذا النموذج اشرح ما الذي قد يُسبب مُشكلة في تقدير النماذج التي تكون كُليًا في الفروق الأولى.

(هـ) استقر رأي الخبير في الاقتصاد القياسي على نموذج يضم على حد السواء الفروق الأولى للمتغيِّرات وحدود مُستويات المتغيِّرات المتباطئة:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta x_{2t} + \beta_3 \Delta x_{3t} + \beta_4 \Delta x_{4t} + \beta_5 x_{2t-1} + \beta_6 x_{3t-1} + \beta_7 x_{4t-1} + u_t \quad (٨١،٥)$$

هل لا يزال بالإمكان استخدام اختبار ديربن-واتسن على نحو صحيح في هذه الحالة؟

(٦) احسب حل المدى الطويل الساكن لنموذج الاقتصاد القياسي الديناميكي التالي:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta x_{2t} + \beta_3 \Delta x_{3t} + \beta_4 y_{t-1} + \beta_5 x_{2t-1} + \beta_6 x_{3t-1} + \beta_7 x_{3t-4} + u_t \quad (٨٢،٥)$$

(٧) فيما يُستخدم اختبار ريست لرامزي؟ ما الذي يُمكن فعله في حالة فشل هذا الاختبار؟

(٨) (أ) لماذا من الضروري افتراض أن اضطرابات نموذج الانحدار مُوزَّعة بشكل طبيعي؟

(ب) كيف يُمكن في حالة نمذجة اقتصاديَّة قياسيَّة عمليَّة مُعالجةُ مُشكلة عدم اعتدال البواقي؟

(٩) (أ) اشرح مُصطلح 'الاستقرار الهيكلي للمعلمة'؟

(ب) يعتقد خبير في الاقتصاد القياسي المالي أن انهيار سوق الأسهم في أكتوبر ١٩٨٧ أدَّى إلى تغيُّر جذري في العلاقة بين العائد والمخاطرة التي تقدمها مُعادلة نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي، لذلك قرَّر هذا الخبير اختبار هذه الفرضية باستخدام اختبار تشاو، قُدِّر النموذج باستخدام بيانات شهريَّة من يناير ١٩٨١ إلى ديسمبر ١٩٩٥، ثم أُجري اختباران آخران مُنفصلان للعيِّنتين الفرعيَّين اللتين تُغطِّيان بيانات ما قبل وما بعد انهيار السوق، أمَّا النموذج فهو:

$$r_t = \alpha + \beta R_{mt} + u_t \quad (٨٣،٥)$$

وبذلك يتم انحدار فائض عائد الورقة الماليَّة في الزمن t على مُتغيِّر بديل لمحفظة السوق في الزمن t، بالنسبة لنتائج الانحدارات الثلاث المقدَّرة لإحدى الأسهم فهي كالتالي:

:1995$M$12–1981$M$1

$$r_t = 0{,}0215 + 1{,}491 r_{mt} \quad RSS = 0{,}189 \quad T = 180 \quad (٨٤،٥)$$

:1987M10–1981M1

$$r_t = 0{,}0163 + 1{,}308 r_{mt} \quad RSS = 0{,}079 \quad T = 82 \tag{٨٥،٥}$$

:1995M12–1987M11

$$r_t = 0{,}0360 + 1{,}613 r_{mt} \quad RSS = 0{,}082 \quad T = 98 \tag{٨٦،٥}$$

(ج) فيما يخص α و β، ما هي فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة التي يُجرَى اختبارها هنا.

(د) قُم بالاختبار، ما هو استنتاجك؟

(١٠) بالنسبة لنفس النموذج الوارد أعلاه، وعلى ضوء النتائج التالية، قُم باختبار فشل التنبؤ الخلفي واختبار فشل التنبؤ الأمامي:

:1995$M$12–1981$M$1

$$r_t = 0{,}0215 + 1{,}491 r_{mt} \quad RSS = 0{,}189 \quad T = 180 \tag{٨٧،٥}$$

:1994M12–1981M1

$$r_t = 0{,}0212 + 1{,}478 r_{mt} \quad RSS = 0{,}148 \quad T = 168 \tag{٨٨،٥}$$

:1995M12–1982M1

$$r_t = 0{,}0217 + 1{,}523 r_{mt} \quad RSS = 0{,}182 \quad T = 168 \tag{٨٩،٥}$$

ما هو استنتاجك؟

(١١) لماذا يُستحسَن إزالة المتغيِّرات غير المعنويَّة من الانحدار؟

(١٢) اشرح السبب وراء عدم إمكانيَّة إدراج مُتغيِّر وهمي شاذّ في نموذج الانحدار عند إجراء اختبار تشاو لاستقرار المعلمات، هل ستُثار نفس المشكلة لو كنت بصدد إجراء اختبار فشل التنبؤ؟ لماذا أو لماذا لا؟

(١٣) أعِد فتح الملف 'macro.wf1' وقم بتطبيق الإجراء المتدرِّج مُتضمِّنًا جميع المتغيِّرات المفسِّرة على النحو الذي أُدرجت به أعلاه، أي ersandp dprod dcredit dinflation dmoney dspread rterm مع أخذ ٥٪ كمعيار أدنى صارم لإدراج المتغيِّرات في النموذج، قُم بعد ذلك بفحص النموذج الناتج من كلا الناحيتين الماليَّة والإحصائيَّة من خلال فحص علامات، أحجام ومعنوية القيم المقدَّرة للمعلمات، وكذلك بإجراء كل اختبارات تشخيص صلاحية النموذج.

(أ) اشرح مُصطلح 'خطأ القياس'.

(ب) كيف ينشأ خطأ القياس؟

(ج) هل أن خطأ القياس يكون أكثر خطورة إذا كان في المتغيِّر التابع، أو في المتغيِّر المستقل (المتغيِّرات المستقلَّة) للانحدار؟ فسِّر إجابتك.

(د) ما هو التأثير المحتمل لخطأ القياس على اختبارات نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، وما هي الحلول الممكنة.

الفصل السادس

نمذجة السلاسل الزمنية أحادية المتغيِّر والتنبؤ بها

Univariate time series modelling and forecasting

مخرجات التعلم

ستتعلم في هذا الفصل كيفية:

- شرح الخصائص المميزة لأنواع مختلفة من العمليات التصادفيّة
- تحديد نموذج السلسلة الزمنية المناسب لسلسلة بيانات معيّنة
- إعداد تنبؤات خاصة بنماذج الانحدار الذاتي للمتوسط المتحرك (*ARMA*) والتمهيد الأسي
- تقييم دقة التنبؤات باستخدام مقاييس مختلفة
- تقدير نماذج السلاسل الزمنيّة وإعداد تنبؤات منها في إفيوز

٦,١ مقدّمة

(Introduction)

تُعتبر *نماذج السلاسل الزمنيّة أحاديّة المتغيّر* فئة من التواصيف نُحاول من خلالها نمذجة المتغيّرات الماليّة والتنبؤ بها باستخدام المعلومات المتضمّنة في قيمها السابقة فقط، وفي القيم الحاليّة والسابقة لحد الخطأ، قد تتعارض هذه الممارسة مع *النماذج الهيكليّة* (Structural Models) ذات الطابع المتعدِّد المتغيِّرات، والتي تُحاول تفسير التغيُّرات في متغيِّر نتيجة تحرُّكات في القيم الحاليَّة أو السابقة لمتغيِّرات (مُفسِّرة) أخرى، تكون نماذج السلاسل الزمنيَّة عادة نظريةً، ممَّا يعني أن إنشاءها واستخدامها لا يستند إلى أي نموذج نظري ضمني لسلوك المتغيِّر، في الحقيقة تُعتبر نماذج السلاسل الزمنيَّة مُحاولة لالتقاط -بطريقة عمليَّة- الخصائص الهامَّة للبيانات المرصودة التي تبرز من مجموعة متنوِّعة (لكن غير مُحدَّدة) من النماذج الهيكليَّة، هناك فئة هامَّة من نماذج السلاسل الزمنيَّة، وهي فئة نماذج الانحدار الذاتي للمتوسِّطات المتحرِّكة المتكاملة Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Models التي ترتبط عادة ببوكس وجنكينز (١٩٧٦) (Box and Jenkins (1976)) ، كما يُمكن أن تكون نماذج السلاسل الزمنيَّة مُفيدة عندما يكون النموذج الهيكلي غير مُناسب، فعلى سبيل المثال نفترض أن هناك مُتغيِّر y_t يسعى الباحث إلى تفسير تحرُّكاته، من الممكن أن المتغيِّرات التي يُعتقد

أنها تقود تحركات y_t لا يُمكن مُشاهدتها، أو لا يُمكن قياسها، أو أن مُتغيِّرات الدفع هذه تم قياسها بتواتر مُشاهدة أقل من تواتر مُشاهدة y_t، على سبيل المثال يُمكن أن تكون السلسلة y_t سلسلة من عوائد السهم اليوميَّة، وأن المتغيِّرات المفسِّرة المحتملة قد تكون مُؤشرات الاقتصاد الكلي التي تتوفَّر بشكل شهري، بالإضافة إلى ذلك، وكما سنرى لاحقًا في هذا الفصل تكون النماذج الهيكليَّة عادة غير صالحة عند التنبؤ خارج العيِّنة، تدفع هذه الملاحظات إلى تناوُل نماذج السلاسل الزمنيَّة البحتة التي تُمثِّل محور اهتمام هذا الفصل.

يكون النهج المعتمد لاستعراض هذا الموضوع كالتالي: نحتاج أولًا إلى تحديد مجموعة من الرموز وتعريف العديد من المفاهيم الهامة بهدف تعريف وتقدير واستخدام النماذج ARIMA. بعد ذلك سوف يتناول الفصل خصائص ومميزات نماذج معيَّنة من فئة النماذج ARIMA، هذا ويسعى الكتاب إلى الإجابة عن السؤال التالي: 'بالنسبة لنموذج سلاسل زمنيَّة محدَّد وبقيم معلمات مُعيَّنة، كيف ستكون خصائصه المميِّزة؟'، عقب ذلك سيتم عكس المسألة بحيث يتم طرح السؤال المعاكس: 'باعتبار مجموعة من البيانات ذات خصائص محدَّدة ما هو النموذج المقبول لوصف البيانات؟'

٦,٢ بعض الرموز والمفاهيم

(Some notation and concepts)

تُعرِّف الأقسام الفرعية التالية وتشرح العديد من المفاهيم الهامة في تحليل السلاسل الزمنية، سوف يتم لاحقًا في هذا الفصل الرجوع إلى كل مفهوم من هذه المفاهيم وتفسيره، أوَّل هذه المفاهيم يتعلَّق بمفهوم سكون السلسلة من عدمه، يتميَّز تحديد ما إذا كانت السلسلة ساكنة أم لا بأهميَّة كبيرة، وذلك لأن سكون السلسلة من عدمه يُمكن أن يُؤثر بشدة على سلوكها وعلى خصائصها أيضًا، لن نُقدِّم حاليًا مُناقشة أكثر تفصيلًا للسكون ولكيفية اختباره، وإنما سوف نستعرض ذلك في الفصل ٨.

٦,٢,١ عملية ساكنة تمامًا

(A strictly stationary process)

العمليَّة الساكنة تمامًا (Strictly Stationary Process) هي عمليَّة حيث يكون:

$$F_{y_{t_1},y_{t_2},\ldots,y_{t_T}}(y_1,\ldots,y_T) = F_{y_{t_1+k},y_{t_2+k},\ldots,y_{t_T+k}}(y_1,\ldots,y_T) \quad (١،٦)$$

وذلك لكل $t_1\ t_2\ \ldots\ t_T \in Z$ ولكل $k \in Z$ و $T = 1\ 2\ \ldots$. يرمز F إلى دالة التوزيع المشترك لمجموعة من المتغيِّرات العشوائيَّة (تونغ (١٩٩٠، ص ٣) (Tong, 1990, p.3))، يُمكن القول كذلك إن القياس الاحتمالي للمتتالية $\{y_t\}$ هو نفس القياس الاحتمالي لـ $\{y_{t+k}\}\ \forall k$ (حيث '$\forall k$' يعني 'لكل قيم k'). بعبارة أخرى، تكون السلسلة ساكنة تمامًا إذا ظل توزيع قِيَمها كما هو مع مرور الزمن، ممَّا يعني أن احتمال أن يقع y في مجال مُعيَّن هو نفس الاحتمال الآن كما في أي وقت في الماضي أو في المستقبل.

٦,٢,٢ عملية ساكنة سكونًا ضعيفًا

(A weakly stationary process)

إذا كانت سلسلة تستوفي المعادلات (٦، ٢)- (٦، ٤) لـــ $t = 1\ 2\ \ldots\ \infty$، فيُقال أنها ساكنة سكونًا ضعيفًا، أو أن لها تغايرًا ساكنًا (Covariance Stationary):

$$(1) \quad E(y_t) = \mu \tag{٦،٢}$$

$$(2) \quad E(y_t - \mu)(y_t - \mu) = \sigma^2 < \infty \tag{٦،٣}$$

$$(3) \quad E\left(y_{t_1} - \mu\right)\left(y_{t_2} - \mu\right) = \gamma_{t_2 - t_1} \ \forall \ t_1, t_2 \tag{٦،٤}$$

تُفيد هذه المعادلات الثلاث بأن العمليَّة الساكنة يجب أن يكون لها على التوالي وسط ثابت، تباين ثابت، وهيكل تغاير ذاتي (Autocovariance) ثابت، ربما تكون تعريفات وسط وتباين المتغير العشوائي معروفة لدى القراء، لكن ربما لا تكون التغايرات الذاتيَّة كذلك.

تحدِّد التغايرات الذاتيَّة كيف يرتبط y بقيمه السابقة، بالنسبة إلى سلسلة ساكنة فإن التغايرات الذاتيَّة لا تعتمد سوى على الفارق بين t_1 و t_2 بحيث يكون التغاير بين y_t و y_{t-1} هو نفس التغاير بين y_{t-10} و y_{t-11}، إلخ، يُعرف العزم:

$$E\left(y_t - E(y_t)\right)\left(y_{t-s} - E(y_{t-s})\right) = \gamma_s \quad s = 0, 1, 2, \ldots \tag{٦،٥}$$

بأنه *دالة التغاير الذاتي*. عندما يكون $s = 0$ فإننا نتحصَّل على التغاير الذاتي عند فترة إبطاء صفر والذي يُمثِّل التغاير الذاتي بين y_t و y_t أي تباين y. تُعرف هذه التغايرات γ_s أيضًا بأنها تغايرات ذاتيَّة بما أنها تُمثِّل تغايرات y مع قيمها السابقة، لكن لا تُعتبر التغايرات الذاتيَّة مقياسًا مُفيدًا بشكل خاص للعلاقة بين y وقيمها السابقة؛ نظرًا لأن قيم التغايرات الذاتيَّة تعتمد على وحدات قياس y_t، وبالتالي فإن القيم التي تتَّخذها ليس لها تفسير مباشر.

وبالتالي من الأنسب استخدام الارتباطات الذاتيَّة الـمُطَبَّعة بقسمتها على التباين:

$$\tau_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} \quad s = 0, 1, 2, \ldots \tag{٦،٦}$$

السلسلة τ_s لها الآن الخاصيَّة المعتادة لمعاملات الارتباط، وهي أن حدود قيمها تتراوح بين ±١. في حالة كان $s = 0$ نتحصَّل على الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء صفر، أي الارتباط بين y_t و y_t والذي يُساوي بطبيعة الحال ١. إذا رسمنا τ_s بيانيًّا تبعًا لـ $s = 0, 1, 2, \ldots$ فإننا نتحصَّل على شكل بياني يُعرف *بدالة الارتباط الذاتي* (Autocorrelation Function (acf)) أو *تصوير الارتباط* (Correlogram).

٦،٢،٣ عملية التشويش الأبيض

(A white noise process)

يُمكن بشكل عام القول إن عمليَّة التشويش الأبيض هي عمليَّة ليس لها هيكل ملموس، أمَّا تعريف عمليَّة التشويش الأبيض فهي كالتالي:

$$E(y_t) = \mu \tag{٦،٧}$$

$$var(y_t) = \sigma^2 \tag{٦،٨}$$

$$\gamma_{t-r} = \begin{cases} \sigma^2 & if \ t = r \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{٦،٩}$$

وبالتالي يكون لعمليَّة التشويش الأبيض وسط وتباين ثابتان، وتغايرات ذاتيَّة صفرية باستثناء التغاير الذاتي عند فترة الإبطاء صفر، يُمكن التعبير عن هذه الخاصِّية الأخيرة بالقول: إن كل مُشاهدة غير مُرتبطة بكل القيم الأخرى في المتتالية، وبالتالي سوف تكون دالة الارتباط الذاتي لعمليَّة التشويش الأبيض صفرًا باستثناء ذروة وحيدة تُساوي ١ عند $s = 0$، إذا كان $\mu = 0$ وتحقَّقت الشروط الثلاث، فإن العمليَّة تُعرَف بأنها تشويش أبيض بوسط صفري.

إذا افترضنا إضافة إلى ذلك أن y_t مُوزَّعة طبيعيًّا فإن عيِّنة مُعاملات الارتباط الذاتي تكون أيضًا مُوزَّعة تقاربيًّا حسب التوزيع الطبيعي:

$$\hat{\tau}_s \sim approx.\, N(0,1/T)$$

حيث يُمثِّل T حجم العيِّنة و $\hat{\tau}_s$ مُعامل الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء s المقدَّر من العيِّنة، يُمكن استخدام هذه النتيجة لإنشاء اختبارات المعنوية لمعاملات الارتباط الذاتي، وذلك عن طريق بناء منطقة عدم الرفض (شبيه بفترة الثقة) لمعامل الارتباط الذاتي المقدَّر لتحديد ما إذا كان يختلف معنويًّا عن الصفر أم لا، فعلى سبيل المثال: إذا $s \neq 0$ تكون منطقة عدم الرفض عند المستوى ٩٥٪ كالتالي:

$$\pm 1.96 \text{ x } \frac{1}{\sqrt{T}}$$

بالنسبة لقيمة محدَّدة من s، إذا كان معامل الارتباط الذاتي للعيِّنة $\hat{\tau}_s$ يقع خارج هذه المنطقة فإنه يتم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن القيمة الحقيقيَّة للمعامل عند فترة الإبطاء s هي صفر.

من الممكن كذلك اختبار الفرضيَّة المشتركة المتمثِّلة في أن معاملات الارتباط τ_k وعددها m تُساوي كلها معًا صفر، وذلك باستخدام الإحصاءة Q المطوَّرة من قبل بوكس وبيرس (١٩٧٠) ((Box and Pierce (1970)):

$$Q = T \sum_{k=1}^{m} \hat{\tau}_k^2 \qquad (١٠،٦)$$

حيث T = حجم العيِّنة و m = الحد الأقصى لطول فترة الإبطاء.

يتم تربيع معاملات الارتباط لكيلا تُلغي المعاملات الموجبة والمعاملات السالبة بعضها البعض، وبما أن مجموع مربعات مُتغيِّرات مُستقلَّة تتبع التوزيع الطبيعي المعياري في حد ذاته مُتغيِّر χ^2 بدرجات حرِّية مُساوي لعدد المربعات في الجمع، فإنه يُمكن القول إنه تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن كل معاملات الارتباط الذاتي وعددها m تُساوي صفرًا، تتبع الإحصاءة Q تقارُبيًّا التوزيع χ_m^2، وكما في أي اختبار فرضية مُشتركة يكفي أن يكون معامل ارتباط ذاتي واحد معنوي إحصائيًّا ليتم رفض فرضية عدم الاختبار.

غير أن اختبار بوكس–بيرس يتميَّز بخصائص ضعيفة في العيِّنات الصغيرة مما يعني أنه يؤدي إلى قرار خاطئ في كثير من الأحيان إذا كانت العيِّنات الصغيرة، هذا وتم تطوير بديل مُشابه لاختبار بوكس–بيرس له خصائص جيِّدة في العيِّنات الصغيرة، تُعرف الإحصاءة المعدَّلة بإحصاءة ليونغ بوكس (١٩٧٨) ((Ljung–Box (1978)):

$$Q^* = T(T+2) \sum_{k=1}^{m} \frac{\hat{\tau}_k^2}{T-k} \sim \chi_m^2 \qquad (١١،٦)$$

من الواضح من صيغة الإحصاءة أنها تقاربي (أي عندما يزيد حجم العيِّنة إلى ما لا نهاية) تُلغي الحدود $(T + 2)$ و $(T - k)$ في صيغة ليونغ-بوكس كل منهما الآخر بحيث تُعادل هذه الإحصاءة اختبار بوكس-بيرس. تُعتبر هذه الإحصاءة مُفيدة جدًّا كاختبار portmanteau (اختبار عام) للتبعيَّة الخطِّيَّة في السلسلة الزمنيَّة.

مثال (١ ,٦)

لنفترض أن الباحث قام بتقدير أول خمس معاملات ارتباط ذاتي باستخدام سلسلة تضم ١٠٠ مُشاهدة ووجد أنها كالتالي:

فترة الإبطاء	١	٢	٣	٤	٥
معامل الارتباط الذاتي	٠,٢٠٧	٠,٠١٣-	٠,٠٨٦	٠,٠٠٥	٠,٠٢٢-

اختبر معنويَّة كل معامل من معاملات الارتباط الفرديَّة، ثم اختبر معنويَّة المعاملات الخمس كلها معًا باستخدام اختبارات بوكس-بيرس وليونغ-بوكس.

يُمكن إنشاء فترة ثقة بنسبة ٩٥٪ لكل معامل باستخدام:

$$\pm 1.96 \text{ x } \frac{1}{\sqrt{T}}$$

حيث $T = 100$ في هذه الحالة، وبالتالي تكون قاعدة اتخاذ القرار هي رفض فرضيَّة العدم المشتركة المتمثِّلة في أن المعامل المحدد يُساوي صفرًا عندما تقع قيمة المعامل خارج المدى (-١,٩٦، +١,٩٦)، بالنسبة إلى هذا المثال نستنتج أن معامل الارتباط الذاتي الأول يختلف معنويًّا دون سواه عن الصفر عند المستوى ٥٪.

ننتقل الآن إلى الاختبارات المشتركة حيث تتمثَّل فرضيَّة العدم في أن معاملات الارتباط الذاتي الخمس تُساوي كلها معًا صفرًا، أي:

$$H_0: \tau_1 = 0, \tau_2 = 0, \tau_3 = 0, \tau_4 = 0, \tau_5 = 0$$

تُعطي المعادلات التالية إحصاءات اختبار بوكس-بيرس وليونغ-بوكس على التوالي:

$$Q = 100 \text{ x } (0.207^2 + -0.013^2 + 0.086^2 + 0.005^2 + -0.022^2) = 5.09 \quad (١٢،٦)$$

$$Q^* = 100 \text{ x } 102 \text{ x } \left(\frac{0.207^2}{100-1} + \frac{-0.013^2}{100-2} + \frac{0.086^2}{100-3} + \frac{0.005^2}{100-4} + \frac{-0.022^2}{100-5}\right) = 5.26 \quad (١٣،٦)$$

نتحصَّل على القيم الحرجة المناسبة من التوزيع χ^2 بخمس درجات حرِّية والتي تُساوي ١١,١ عند المستوى ٥٪ و ١٥,١ عند المستوى ١٪، من الواضح في كلتا الحالتين أنه لا يُمكن رفض فرضيَّة العدم المشتركة المتمثِّلة في أن معاملات الارتباط الذاتي الخمس تُساوي كلها معًا صفرًا، لاحظ أنه في هذا المثال أدَّى الاختبار الفردي إلى رفض فرضيَّة العدم في حين أن الاختبار المشترك لم يُؤدِّ إلى نفس النتيجة، تظهر هذه النتيجة غير المُتوقعة نتيجة لضعف قوَّة الاختبار المشترك، مع أن أربعة من بين الارتباطات الذاتيَّة الخمس لم تكن معنويَّة، وبالتالي خفَّفت المعاملات غير المعنويَّة في الاختبار المشترك من تأثير معامل الارتباط الذاتي المعنوي، كما نذكر كذلك أن حجم العيِّنة المستخدم في هذا المثال مُتواضع بالمقارنة مع تلك المتوفِّرة عادة في مجال الماليَّة.

٦,٣ عمليات المتوسّط المتحرّك

(Moving average processes)

أبسط فئة من نماذج السلاسل الزمنيَّة التي يُمكن اعتبارها هي عمليات المتوسّط المتحرّك، لنعرّف $u_t\ (t = 1, 2, 3, \ldots)$ بأنه عمليَّة تشويش أبيض حيث $E(u_t) = 0$ و $var(u_t) = \sigma^2$. يُعتبر إذًا

$$y_t = \mu + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \cdots + \theta_q u_{t-q} \quad (٦،١٤)$$

نموذج مُتوسّط مُتحرّك من الرتبة q ويُرمز إليه بـ $MA(q)$، يُمكن صياغة ذلك باستخدام الترميز سيغما كالتالي:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{q} \theta_i u_{t-i} + u_t \quad (٦،١٥)$$

يُعتبر نموذج المتوسّط المتحرّك ببساطة تركيبة خطّية من عمليات تشويش أبيض، حيث يعتمد y_t على القيم الحالية والسابقة لحد اضطراب التشويش الأبيض، سيتم لاحقًا مُعالجة المعادلة رقم (٦،١٥)، ويُمكن الحصول على مثل هذه العمليَّة بطريقة أسهل من خلال إدخال ترميز عامل فترة الإبطاء (Lag Operator)، هذا ونكتب $Ly_t = y_{t-1}$ للإشارة إلى تباطؤ y_t بفترة واحدة، كما نستخدم الترميز $L^i y_t = y_{t-i}$ للدلالة على فترة إبطاء y_t بـــ i فترة (أي القيمة التي يتّخذها y_t قبل i فترة)، نُشير إلى أنه في بعض الكتب والدراسات يُسمى عامل فترة الإبطاء 'بعامل الإزاحة الخلفي' (Backshift Operator) ويُرمز إليه بـــ B، باستخدام ترميز عامل فترة الإبطاء يُمكن كتابة المعادلة رقم (٦،١٥) كالتالي:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{q} \theta_i L^i u_t + u_t \quad (٦،١٦)$$

أو كالتالي:

$$y_t = \mu + \theta(L) u_t \quad (٦،١٧)$$

حيث: $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \cdots + \theta_q L^q$.

فيما يلي من الفصل سوف نستبعد غالبًا الثابت μ من المعادلات، تُخفّف إزالة μ من المعادلات إلى حد كبير من تعقيدات الجبر المستخدم، وذلك دون الإخلال بالعمومية، لفهم ذلك نعتبر عيّنة من المشاهدات لسلسلة z_t بمتوسّط $\bar{z}$، يُمكن ببساطة إنشاء سلسلة صفرية الوسط y_t، وذلك بطرح $\bar{z}$ من كل مُشاهدة z_t.

تتمثّل الخصائص المميّزة لعمليَّة المتوسّط المتحرّك من الرتبة q المذكورة أعلاه في ما يلي:

$$E(y_t) = \mu \quad (٦،١٨)$$

$$var(y_t) = \gamma_0 = \left(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2\right)\sigma^2 \quad (٦،١٩)$$

$$covariance\ \gamma_s = \begin{cases} (\theta_s + \theta_{s+1}\theta_1 + \theta_{s+2}\theta_2 + +\theta_q\theta_{q-s})\sigma^2 & for\ \ s = 1,2,\ldots,q \\ 0 & for\ \ s > q \end{cases} \quad (٦،٢٠)$$

وهكذا يكون لعمليَّة المتوسّط المتحرّك وسط ثابت، تباين ثابت، وارتباطات ذاتيَّة قد تكون غير صفريَّة عند حد فترة الإبطاء ودائمًا صفرية بعد ذلك، سوف تُشتق كلٌّ من هذه النتائج أدناه.

مثال(٢، ٦)

لنعتبر العمليَّة $MA(2)$ التالية:

$$y_t = u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} \tag{٢١،٦}$$

حيث إن u_t عمليَّة تشويش أبيض صفرية الوسط وبتباين σ^2.

(١) احسب وسط وتباين y_t.

(٢) استنتج دالة الارتباط الذاتي لهذه العمليَّة (أي صياغة الارتباطات الذاتيَّة ... $\tau_1, \tau_2,$ كدالة في المعلمات θ_1 و θ_2).

(٣) إذا كان $\theta_1 = -0.5$ و $\theta_2 = 0.25$، ارسم دالة الارتباط الذاتي لـــ y_t.

الحل:

(١) إذا كان:

$$E(u_{t-1}) = 0 \ \forall \ i \text{ فإن } (u_t) = 0 \tag{٢٢،٦}$$

وعليه تكون القيمة المتوقَّعة لحد الخطأ صفرًا لكل الفترات الزمنيَّة، كما يُعطي تطبيق التوقُّعات على كلا الجانبين من المعادلة رقم (٢١،٦) التالي:

$$E(y_t) = E(u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2}) = E(u_t) + \theta_1 E(u_{t-1}) + \theta_2 E(u_{t-2}) \tag{٢٣،٦}$$

$$var(y_t) = E[y_t - E(y_t)][y_t - E(y_t)] \tag{٢٤،٦}$$

لكن $E(y_t) = 0$، وعليه يكون العنصر الأخير داخل كل مجموعة أقواس معقوفة أو مربعة في المعادلة رقم (٢٤،٦) صفرًا، وتختزل المعادلة في:

$$var(y_t) = E[(y_t)(y_t)] \tag{٢٥،٦}$$

نُعوِّض y_t في المعادلة رقم (٢٥،٦) بالجانب الأيمن للمعادلة رقم (٢١،٦):

$$var(y_t) = E[(u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2})(u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2})] \tag{٢٦،٦}$$

$$var(y_t) = E\left[u_t^2 + \theta_1^2 u_{t-1}^2 + \theta_2^2 u_{t-2}^2 + cross_products\right] \tag{٢٧،٦}$$

لكن $E\left[cross_products\right] = 0$ بما أن $cov(u_t, u_{t-s}) = 0$ عندما يكون $s \neq 0$. وبالتالي يُمثِّل '$cross - products$' (ناتج ضرب العناصر المتقاطعة) صيغة شاملة لكل حدود u التي تتضمَّن رموزًا سُفليَّة زمنيَّة مُختلفة، مثل $u_{t-1}u_{t-2}$ أو $u_{t-5}u_{t-20}$ إلخ، مرَّة أخرى لا داعي أن نقلق بخصوص ناتج ضرب هذه الحدود بما أنها في الواقع تُمثِّل التغايرات الذاتيَّة لــــ u_t والتي تُساوي صفرًا بحكم تعريفها، ويرجع ذلك لكون u_t عمليَّة أخطاء عشوائية والتي تكون تغايراتها الذاتيَّة صفرًا (باستثناء عند فترة الإبطاء صفر). وهكذا نتحصل على:

$$var(y_t) = \gamma_0 = E[u_t^2 + \theta_1^2 u_{t-1}^2 + \theta_2^2 u_{t-2}^2] \quad (٢٨،٦)$$

$$var(y_t) = \gamma_0 = \sigma^2 + \theta_1^2\sigma^2 + \theta_2^2\sigma^2 \quad (٢٩،٦)$$

$$var(y_t) = \gamma_0 = (1+\theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma^2 \quad (٣٠،٦)$$

يُمكن أن تُفسَّر γ_0 أيضًا على أنها التغاير الذاتي عند فترة الإبطاء صفر.

(٢) لنحسب الآن دالة الارتباط الذاتي لـــ y_t. نُنهي أولًا التغايرات الذاتيَّة ثم الارتباطات الذاتيَّة، وذلك بقسمة التغايرات الذاتيَّة على التباين.

يكون التغاير الذاتي عند فترة الإبطاء ١ كالتالي:

$$\gamma_1 = E[y_t - E(y_t)][y_{t-1} - E(y_{t-1})] \quad (٣١،٦)$$

$$\gamma_1 = E[y_t][y_{t-1}] \quad (٣٢،٦)$$

$$\gamma_1 = E[(u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2})(u_{t-1} + \theta_1 u_{t-2} + \theta_2 u_{t-3})] \quad (٣٣،٦)$$

بتجاهل حاصل ضرب العناصر المتقاطعة مرَّة أخرى، يُمكن كتابة المعادلة رقم (٣٣،٦) كالتالي:

$$\gamma_1 = E[\theta_1 u_{t-1}^2 + \theta_1\theta_2 u_{t-2}^2] \quad (٣٤،٦)$$

$$\gamma_1 = \theta_1\sigma^2 + \theta_1\theta_2\sigma^2 \quad (٣٥،٦)$$

$$\gamma_1 = (\theta_1 + \theta_1\theta_2)\sigma^2 \quad (٣٦،٦)$$

يكون التغاير الذاتي عند فترة الإبطاء ٢ كالتالي:

$$\gamma_2 = E[y_t - E(y_t)][y_{t-2} - E(y_{t-2})] \quad (٣٧،٦)$$

$$\gamma_2 = E[y_t][y_{t-2}] \quad (٣٨،٦)$$

$$\gamma_2 = E[(u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2})(u_{t-2} + \theta_1 u_{t-3} + \theta_2 u_{t-4})] \quad (٣٩،٦)$$

$$\gamma_2 = E[\theta_2 u_{t-2}^2] \quad (٤٠،٦)$$

$$\gamma_2 = \theta_2\sigma^2 \quad (٤١،٦)$$

ويكون التغاير الذاتي عند فترة الإبطاء ٣ كالتالي:

$$\gamma_3 = E[y_t - E(y_t)][y_{t-3} - E(y_{t-3})] \quad (٤٢،٦)$$

$$\gamma_3 = E[y_t][y_{t-3}] \quad (٦،٤٣)$$

$$\gamma_3 = E[(u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2})(u_{t-3} + \theta_1 u_{t-4} + \theta_2 u_{t-5})] \quad (٦،٤٤)$$

$$\gamma_3 = 0 \quad (٦،٤٥)$$

وبالتالي $\gamma_s = 0$ لكل $s > 2$، ستكون كل التغايرات الذاتيَّة للعمليَّة $MA(2)$ مُساوية لصفر لكل طول فترة إبطاء s أكبر من ٢.

يكون الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ٠ كالتالي:

$$\tau_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1 \quad (٦،٤٦)$$

يكون الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ١ كالتالي:

$$\tau_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(\theta_1+\theta_1\theta_2)\sigma^2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma^2} = \frac{(\theta_1+\theta_1\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} \quad (٦،٤٧)$$

والارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ٢ كالتالي:

$$\tau_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} = \frac{(\theta_2)\sigma^2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma^2} = \frac{\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} \quad (٦،٤٨)$$

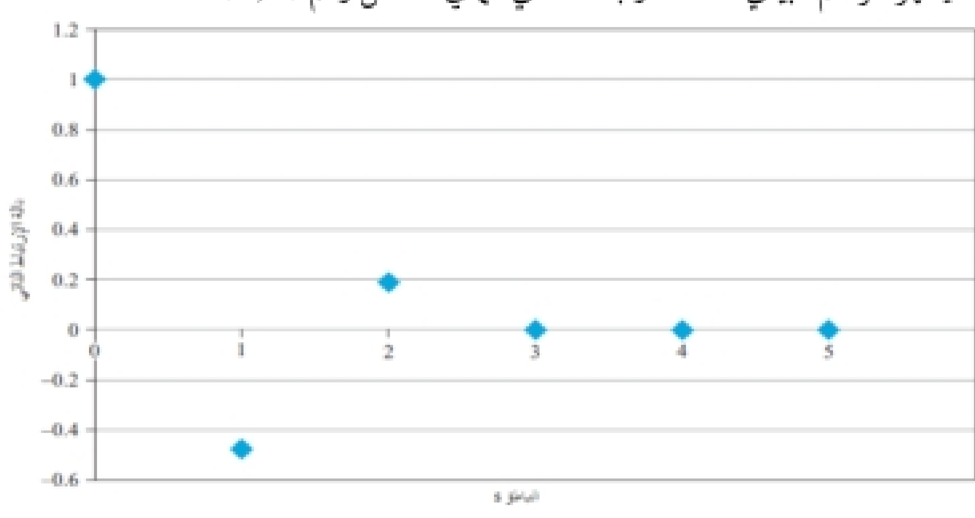
أمّا الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ٣ فهو:

$$\tau_3 = \frac{\gamma_3}{\gamma_0} = 0 \quad (٦،٤٩)$$

يكون الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء s كالتالي:

$$\tau_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} = 0 \quad \forall \; s > 2 \quad (٦،٥٠)$$

(٣) بتعويض $\theta_1 = -0.5$ و $\theta_2 = 0.25$ داخل المعادلات السابقة نتحصَّل على أوَّل معاملين للارتباط الذاتي وهما $\tau_1 = -0.476$ و $\tau_2 = 0.190$. بالنسبة للنموذج $MA(2)$، سوف تكون كل الارتباطات الذاتيَّة لفترات الإبطاء الأكبر من ٢ مُساوية لصفر، وبالتالي سوف يظهر الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي كما في الشكل رقم (٦،١).



الشكل رقم (٦،١) دالة الارتباط الذاتي لعمليَّة $MA(2)$.

٦,٤ عمليات الانحدار الذاتي

(Autoregressive processes)

نموذج الانحدار الذاتي هو نموذج لا تعتمد فيه القيمة الحالية لمتغيّر y سوى على قيمه في الفترات السابقة إضافة إلى حد خطأ، يُمكن صياغة نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p، والذي يُرمز إليه بـــ $AR(p)$، كما يلي:

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + u_t \quad (٦،٥١)$$

حيث يُمثّل u_t حد اضطراب التشويش الأبيض، هذا ونحتاج إلى مُعالجة المعادلة رقم (٦،٥١) لإثبات خصائص نموذج الانحدار الذاتي، كما يُمكن كتابة هذه المعادلة بطريقة أكثر تراصًا باستخدام الترميز سيغما كما يلي:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i y_{t-i} + u_t \quad (٦،٥٢)$$

أو كتابتها باستخدام عامل فترة الإبطاء كما يلي:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i L^i y_t + u_t \quad (٦،٥٣)$$

أو:

$$\emptyset(L) y_t = \mu + u_t \quad (٦،٥٤)$$

حيث $\emptyset(L) = \left(1 - \emptyset_1 L - \emptyset_2 L^2 - \cdots - \emptyset_p L^p\right)$.

الإطار رقم (٦,١) شروط سكون النموذج $AR(p)$

تُحدّد قيمة μ بصفر في المعادلة رقم (٦، ٥٤) لعمليّة $AR(p)$ لها وسط صفري ويُرمز إليها بـ y_t، فنتحصل على:

$$\emptyset(L) y_t = u_t \quad (٦،٥٥)$$

يُمكن القول إن العمليّة ساكنة إذا أمكن كتابة:

$$y_t = \emptyset(L)^{-1} u_t \quad (٦،٥٦)$$

حيث يتقارب $\emptyset(L)^{-1}$ من الصفر وهذا يعني أن الارتباطات الذاتيّة سوف تنخفض كلما زاد طول فترة الإبطاء. يضم فك $\emptyset(L)^{-1}$ عند حسابه عددًا لامُتناهي من الحدود، ويُمكن كتابته كعمليّة $MA(\infty)$، على سبيل المثال: $a_1 u_{t-1} + a_2 u_{t-2} + a_3 u_{t-3} + \cdots + u_t$. إذا كانت العمليّة المقدّمة في المعادلة رقم (٦، ٥٤) عمليّة ساكنة فإن معاملات العمليّة $MA(\infty)$ سوف تنخفض كلما زاد طول فترة الإبطاء، في المقابل إذا كانت العمليّة غير ساكنة، فإن المعاملات في العمليّة $MA(\infty)$ لن تتقارب من الصفر عندما يزيد طول فترة الإبطاء.

يتمثّل شرط اختبار سكون النموذج $AR(p)$ العام في أن جذور 'المعادلة المميّزة':

$$1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \cdots - \phi_p z^p = 0 \quad (٦،٥٧)$$

تقع كلها خارج دائرة الوحدة، سُمّيت المعادلة المميّزة هكذا لأنها تحدّد خصائص العمليّة y_t، فعلى سبيل المثال، سوف تعتمد دالة الارتباط الذاتي للعمليّة AR على جذور هذه المعادلة المميّزة والتي تُعتبر دالة متعددة الحدود في z.

١ , ٤ , ٦ شرط السكون (The stationarity condition)

يُعتبر السكون خاصِّية مرغوبة للنموذج AR المقدَّر لعدَّة أسباب، أحد الأسباب الهامَّة هو أن النموذج الذي يضم معاملات غير ساكنة سوف يُظهر خاصِّية غير جيِّدة تتمثَّل في أن قيم حد الخطأ سوف يكون لها تأثير لا يتناقص مع مرور الزمن على القيمة الحاليَّة لــ y_t، في العديد من الحالات يُمكننا القول إن ذلك غير منطقي ومُستبعَد من الناحية التجريبيَّة، سوف نعرض في الفصل ٨ المزيد من المناقشة حول هذه المسألة، هذا ويُعرَّف الإطار رقم (١ , ٦) جبريًّا شرط السكون.

مثال(٣ , ٦)..

هل النموذج التالي ساكن؟

$$y_t = y_{t-1} + u_t \quad (٦،٥٨)$$

بهدف اختبار ذلك نقوم أولًا بكتابة y_{t-1} باستخدام ترميز عامل فترة الإبطاء (أي Ly_t)، ونأخذ هذا الحد إلى الجانب الأيسر من المعادلة رقم (٦،٥٨) ثم نحلِّل المعادلة إلى عوامل:

$$y_t = Ly_t + u_t \quad (٦،٥٩)$$

$$y_t - Ly_t = u_t \quad (٦،٦٠)$$

$$y_t(1 - L) = u_t \quad (٦،٦١)$$

وبالتالي تكون المعادلة المميِّزة كالتالي:

$$1 - z = 0 \quad (٦،٦٢)$$

ويكون لها جذر $z = 1$ يقع على دائرة الوحدة لا خارجها، في الواقع هذا النموذج $AR(p)$ الخاص المقدَّم في المعادلة رقم (٦،٥٨) يُعرف بالسير العشوائي (Random Walk) (انظر الفصل ٨).

كما يُمكن أيضًا اعتماد هذا النهج لنماذج الانحدار الذاتي التي لها فترات إبطاء أطول، وحيث يكون سكون العمليَّة من عدمه أقل وضوحًا، على سبيل المثال، هل العمليَّة التالية ساكنة؟

$$y_t = 3y_{t-1} - 2.75y_{t-2} + 0.75y_{t-3} + u_t \quad (٦،٦٣)$$

نقوم مُجدَّدًا في المرحلة الأولى بصياغة هذه المعادلة باستخدام ترميز عامل فترة الإبطاء، وتحويل كل عناصر y إلى الجانب الأيسر من المعادلة:

$$y_t = 3Ly_t - 2.75L^2y_t + 0.75L^3y_t + u_t \quad (٦،٦٤)$$

$$(1 - 3L + 2.75L^2 - 0.75L^3)y_t = u_t \quad (٦،٦٥)$$

تكون المعادلة المميِّزة:

$$1 - 3z + 2.75z^2 - 0.75z^3 = 0 \quad (٦،٦٦)$$

ولحسن الحظ يُمكن تحليلها إلى عوامل كالتالي:

$$(1-z)(1-1.5z)(1-0.5z) = 0 \quad (٦٧،٦)$$

بحيث تكون الجذور: $z = 1$، $z = 2/3$ و $z = 2$، واحد فقط من بين هذه الجذور يقع خارج دائرة الوحدة وبالتالي فإن العمليَّة التي ورد وصفها في المعادلة رقم (٦٣،٦) ليست ساكنة.

٢ , ٤ , ٦ نظرية وولد للتحليل

(Wold's Decomposition Theorem)

تنص نظرية وولد للتحليل على أن كل سلسلة ساكنة يُمكن تحليلها إلى مجموع عمليَّتين مُستقلَّتين: جُزء حتمي بحت، وجُزء تصادفي بحت يكون بمثابة $MA(\infty)$، في إطار نمذجة الانحدار الذاتي، هناك طريقة بسيطة للتعبير عن هذه النظرية، وذلك بالقول إن كل نموذج انحدار ذاتي من الرتبة p ساكن، بدون ثابت وبدون عناصر أخرى يُمكن صياغته كنموذج مُتوسِّط مُتحرِّك من رتبة لامُتناهية، تُعتبر هذه النتيجة مُهمَّة لاشتقاق دالة الارتباط الذاتي لعمليَّة الانحدار الذاتي.

بالنسبة للنموذج $AR(p)$ المقدَّم على سبيل المثال في المعادلة رقم (٥١،٦) (نُحدد قيمة μ بصفر، وذلك بهدف التبسيط)، وبصياغته باستخدام ترميز متعدد حدود فترة الإبطاء، $\emptyset(L)y_t = u_t$، يكون حليل وولد كالتالي:

$$y_t = \psi(L)u_t \quad (٦٨،٦)$$

حيث: $\psi(L) = \emptyset(L)^{-1} = \left(1 - \emptyset_1 L - \emptyset_2 L^2 - \cdots - \emptyset_p L^p\right)^{-1}$.

تتمثَّل خصائص عمليَّة الانحدار الذاتي فيما يلي، تُعطي المعادلة التالية وسط y (غير الشرطي):

$$E(y_t) = \frac{\mu}{1-\emptyset_1-\emptyset_2-\cdots-\emptyset_p} \quad (٦٩،٦)$$

كما يُمكن الحصول على دوال التغايرات والترابطات الذاتيَّة عن طريق حل مجموعة من المعادلات الآنيَّة تُعرف بمعادلات يول-والكر (Yule–Walker Equations)، تُصوِّر معادلات يول-والكر الارتباط (τ_s) كدالة في معاملات الانحدار الذاتي $(\emptyset_s)$:

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \emptyset_1 + \tau_1\emptyset_2 + \cdots + \tau_{p-1}\emptyset_p \\
\tau_2 &= \tau_1\emptyset_1 + \emptyset_2 + \cdots + \tau_{p-2}\emptyset_p \\
&\vdots \\
\tau_p &= \tau_{p-1}\emptyset_1 + \tau_{p-2}\emptyset_2 + \cdots + \emptyset_p
\end{aligned} \quad (٧٠،٦)$$

لكل نموذج انحدار ذاتي ساكن تنخفض دالة الارتباط الذاتي نحو الصفر بمعدَّل هندسي[١]، سوف نستخلص هذه الخصائص لعمليَّة الانحدار الذاتي من خلال المبادئ الأولى أدناه باستخدام مثال توضيحي.

مثال(٤ , ٦) ....

لنعتبر النموذج $AR(1)$ البسيط التالي:

---

(١) نُشير إلى أن τ_s لا يتبع تمامًا مُتتالية هندسيَّة، وإنما القيمة المطلقة لـ τ_s تحدُّها سلسلة هندسية، وهذا يعني أن دالة الارتباط الذاتي لا تتناقص برتابة، ويُمكن أن تُغيِّر علامتها.

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + u_t \quad (٦،٧١)$$

(١) احسب وسط y_t (غير الشرطي).

فيما تبقّى من السؤال نحدّد قيمة الثابت بصفر ($\mu = 0$) بهدف التبسيط.

(٢) احسب تباين y_t (غير الشرطي) (Unconditional Variance).

(٣) استنتج دالة الارتباط الذاتي لهذه العمليّة.

الحل:

(i) تُعطي القيمة المتوقّعة للصيغة رقم (٦،٧١) الوسط غير الشرطي:

$$E(y_t) = E(\mu + \emptyset_1 y_{t-1}) \quad (٦،٧٢)$$

$$E(y_t) = \mu + \emptyset_1 E(y_{t-1}) \quad (٦،٧٣)$$

لكن أيضًا:

$$y_{t-1} = \mu + \emptyset_1 y_{t-2} + u_{t-1} \quad (٦،٧٤)$$

وبالتالي بتعويض y_{t-1} في المعادلة رقم (٦،٧٣) بعناصر الجانب الأيمن للمعادلة رقم (٦،٧٤) نتحصّل على:

$$E(y_t) = \mu + \emptyset_1\big(\mu + \emptyset_1 E(y_{t-2})\big) \quad (٦،٧٥)$$

$$E(y_t) = \mu + \emptyset_1\mu + \emptyset_1^2 E(y_{t-2}) \quad (٦،٧٦)$$

بتأخير المعادلة رقم (٦،٧٤) بفترة واحدة إضافيّة نتحصّل على:

$$y_{t-2} = \mu + \emptyset_1 y_{t-3} + u_{t-2} \quad (٦،٧٧)$$

وبتكرار الخطوات السابقة مرّة أخرى يكون لدينا:

$$E(y_t) = \mu + \emptyset_1\mu + \emptyset_1^2 E\big(\mu + \emptyset_1 E(y_{t-3})\big) \quad (٦،٧٨)$$

$$E(y_t) = \mu + \emptyset_1\mu + \emptyset_1^2\mu + \emptyset_1^3 + E(y_{t-3}) \quad (٦،٧٩)$$

نأمل أن يكون بإمكان القراء الآن رؤية النمط الظاهر في العناصر المكوّنة لـ $E(y_t)$، وبعد إجراء n استبدال مُشابه نتحصّل على:

$$E(y_t) = \mu(1 + \emptyset_1 + \emptyset_1^2 + \cdots + \emptyset_1^{n-1}) + \emptyset_1^t E(y_{t-n}) \quad (٦،٨٠)$$

طالما أن النموذج ساكن أي $|\emptyset_1| < 1$ فإن $\emptyset_1^{\infty} = 0$. إذًا بإدراج الحدود عندما يكون $n \to \infty$ فإننا نتحصَّل على $\lim_{n\to\infty} \emptyset_1^{t} E(y_{t-n}) = 0$ وبالتالي:

$$E(y_t) = \mu(1 + \emptyset_1 + \emptyset_1^2 + \cdots) \tag{٦،٨١}$$

هذا ونذكِّر بأن هناك قاعدة جبرية تنص على أن المجموع المتناهي لعدد لامُتناهٍ من عناصر سلسلة تتناقص بمعدَّل هندسي يُساوي 'قيمة العنصر الأول في السلسلة مقسومًا على (ناقص الفارق المشترك)، حيث يُمثِّل الفارق المشترك القيمة التي يُضرب بها كل عنصر للحصول على العنصر التالي، وبالتالي يُمكن استنادًا إلى المعادلة رقم (٦،٨١) القول إن:

$$E(y_t) = \frac{\mu}{1+\emptyset_1} \tag{٦،٨٢}$$

وبالتالي نتحصَّل على القيمة المتوقَّعة أو القيمة المتوسِّطة لعمليَّة الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى بقسمة معلمة المقطع على واحد ناقص معامل الانحدار الذاتي.

(ii) نحسب الآن تباين y_t مع تحديد μ بصفر:

$$y_t = \emptyset_1 y_{t-1} + u_t \tag{٦،٨٣}$$

يُمكن كتابة هذه المعادلة بشكل مُكافئ كالتالي:

$$y_t (1 - \emptyset_1 L) = u_t \tag{٦،٨٤}$$

استنادًا إلى نظرية وولد للتحليل يُمكن صياغة النموذج $AR(p)$ كنموذج $MA(\infty)$:

$$y_t = (1 - \emptyset_1 L)^{-1} u_t \tag{٦،٨٥}$$

$$y_t = (1 + \emptyset_1 L + \emptyset_1^2 L^2 + \cdots) u_t \tag{٦،٨٦}$$

أو:

$$y_t = u_t + \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_1^2 u_{t-2} + \emptyset_1^3 u_{t-3} + \cdots \tag{٦،٨٧}$$

طالما أن $|\emptyset_1| < 1$ أي طالما أن العمليَّة y_t ساكنة فإن هذا المجموع سيكون مُتقاربًا.

من خلال تعريف تباين مُتغيِّر عشوائي ما، y_t، من الممكن كتابة:

$$var(y_t) = E[y_t - E(y_t)][y_t - E(y_t)] \tag{٦،٨٨}$$

لكن $E(y_t) = 0$ بما أننا حدَّدنا قيمة μ بصفر للحصول على المعادلة رقم (٦،٨٣). وبالتالي:

$$var(y_t) = E(y_t)(y_t) \tag{٦،٨٩}$$

$$var(y_t) = E(u_t + \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_1^2 u_{t-2} + \cdots)(u_t + \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_1^2 u_{t-2} + \cdots) \tag{٦،٩٠}$$

$$var(y_t) = E[u_t^2 + \emptyset_1^2 u_{t-1}^2 + \emptyset_1^4 u_{t-2}^2 + \cdots + cross - products] \quad (٩١،٦)$$

كما ذكرنا سابقًا يُمكن إزالة '*cross_products*' (ناتج ضرب العناصر المتقاطعة) من المعادلة.

$$var(y_t) = \gamma_0 = E[u_t^2 + \emptyset_1^2 u_{t-1}^2 + \emptyset_1^4 u_{t-2}^2 + \cdots] \quad (٩٢،٦)$$

$$var(y_t) = \sigma^2 + \emptyset_1^2 \sigma^2 + \emptyset_1^4 \sigma^2 + \cdots \quad (٩٣،٦)$$

$$var(y_t) = \sigma^2(1 + \emptyset_1^2 + \emptyset_1^4 + \cdots) \quad (٩٤،٦)$$

في حال كان $|\emptyset_1| < 1$ فإنه يُمكن كتابة المجموع اللامتناهي في المعادلة رقم (٩٤،٦) كالتالي:

$$var(y_t) = \frac{\sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)} \quad (٩٥،٦)$$

(iii) لنعد الآن إلى حساب دالة الارتباط الذاتي، يجب أوّلًا حساب التغايرات الذاتيّة، يتم ذلك باتباع معالجات جبريّة شبيهة بالمعالجات السابقة للتباين، وانطلاقًا من تعريف التغايرات الذاتيّة لمتغيّر عشوائي، كما في السابق سوف نرمز إلى التغايرات الذاتيّة عند فترات الإبطاء $1, 2, 3, \ldots, s$ بـــ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \ldots, \gamma_s$.

$$\gamma_1 = cov(y_t, y_{t-1}) = E[y_t - E(y_t)][y_{t-1} - E(y_{t-1})] \quad (٩٦،٦)$$

وبما أننا حدّدنا قيمة μ بصفر يكون $E(y_t) = 0$ و $E(y_{t-1}) = 0$ وبالتالي:

$$\gamma_1 = E[y_t y_{t-1}] \quad (٩٧،٦)$$

وذلك بموجب النتيجة أعلاه المتمثّلة في أن $E(y_t) = E(y_{t-1}) = 0$، وهكذا نتحصّل على:

$$\gamma_1 = E[(u_t + \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_1^2 u_{t-2} + \cdots)(u_{t-1} + \emptyset_1 u_{t-2} + \emptyset_1^2 u_{t-3} + \cdots)] \quad (٩٨،٦)$$

$$\gamma_1 = E\left[\emptyset_1 u_{t-1}^2 + \emptyset_1^3 u_{t-2}^2 + \cdots + cross_products\right] \quad (٩٩،٦)$$

يُمكن مُجدَّدًا تجاهُل ناتج ضرب العناصر المتقاطعة، وبالتالي:

$$\gamma_1 = \emptyset_1 \sigma^2 + \emptyset_1^3 \sigma^2 + \emptyset_1^5 \sigma^2 + \cdots \quad (١٠٠،٦)$$

$$\gamma_1 = \emptyset_1 \sigma^2 (1 + \emptyset_1^2 + \emptyset_1^4 + \cdots) \quad (١٠١،٦)$$

$$\gamma_1 = \frac{\emptyset_1 \sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)} \quad (١٠٢،٦)$$

بالنسبة للتغاير الذاتي الثاني:

$$\gamma_2 = cov(y_t, y_{t-2}) = E[y_t - E(y_t)][y_{t-2} - E(y_{t-2})] \quad (١٠٣،٦)$$

باستخدام نفس القواعد المطبَّقة سابقًا على التغاير عند فترة الإبطاء ١، نتحصَّل على:

$$\gamma_2 = E[y_t y_{t-2}] \quad (٦،١٠٤)$$

$$\gamma_2 = E[(u_t + \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_1^2 u_{t-2} + \cdots)(u_{t-2} + \emptyset_1 u_{t-3} + \emptyset_1^2 u_{t-4} + \cdots)] \quad (٦،١٠٥)$$

$$\gamma_2 = E\left[\emptyset_1^2 u_{t-2}^2 + \emptyset_1^4 u_{t-3}^2 + \cdots + cross_products\right] \quad (٦،١٠٦)$$

$$\gamma_2 = \emptyset_1^2 \sigma^2 + \emptyset_1^4 \sigma^2 + \cdots \quad (٦،١٠٧)$$

$$\gamma_2 = \emptyset_1^2 \sigma^2 (1 + \emptyset_1^2 + \emptyset_1^4 + \cdots) \quad (٦،١٠٨)$$

$$\gamma_2 = \frac{\emptyset_1^2 \sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)} \quad (٦،١٠٩)$$

بإمكاننا الآن رؤية النمط الظاهر في العناصر المكوِّنة للتغايرات الذاتيَّة، إذا كرَّرنا هذه الخطوات لـ γ_3 فإننا نتحصَّل على الصيغة التالية:

$$\gamma_3 = \frac{\emptyset_1^3 \sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)} \quad (٦،١١٠)$$

كما تُعطي المعادلة التالية التغاير الذاتي عند كل فترة إبطاء s:

$$\gamma_s = \frac{\emptyset_1^s \sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)} \quad (٦،١١١)$$

يُمكن الآن الحصول على دالة الارتباط الذاتي من خلال قسمة التغايرات بالتباين بحيث نتحصَّل على:

$$\tau_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1 \quad (٦،١١٢)$$

$$\tau_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{\left(\frac{\emptyset_1 \sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)}\right)}{\left(\frac{\sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)}\right)} = \emptyset_1 \quad (٦،١١٣)$$

$$\tau_2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{\left(\frac{\emptyset_1^2 \sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)}\right)}{\left(\frac{\sigma^2}{(1-\emptyset_1^2)}\right)} = \emptyset_1^2 \quad (٦،١١٤)$$

$$\tau_3 = \emptyset_1^3 \quad (٦،١١٥)$$

تُعطي المعادلة التالية الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء s:

$$\tau_s = \emptyset_1^s \quad (٦،١١٦)$$

والذي يعني أن $corr(y_t, y_{t-s}) = \emptyset_1^s$، هذا ونُشير إلى أن استخدام مُعادلات يول-والكر يُعطي نفس النتائج.

٦,٥ دالة الارتباط الذاتي الجزئي

(Partial Autocorrelation Function)

تقيس دالة الارتباط الذاتي الجزئي (ويُرمز إليها بـ τ_{kk}) الارتباط بين مُشاهدة قبل k فترة والمشاهدة الحاليّة بعد السيطرة على المشاهدات في فترات الإبطاء المتوسِّطة (أي كل فترات الإبطاء التي تكون أصغر من k)، أو بعبارة أخرى الارتباط بين y_t و y_{t-k} بعد حذف تأثيرات المتغيِّرات $y_{t-k+1}, y_{t-k+2}, \dots, y_{t-1}$، فعلى سبيل المثال تقيس دالة الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ٣ الارتباط بين y_t و y_{t-3} بعد حذف تأثيرات المتغيِّرات y_{t-1} و y_{t-2}.

عند فترة الإبطاء ١ يتساوى معامل الارتباط الذاتي مع معامل الارتباط الذاتي الجزئي؛ لأنه لا يوجد تأثيرات لمتغيِّرات متأخرة يجب إزالتها، وبالتالي $\tau_{11} = \tau_1$ حيث يُمثِّل τ_1 معامل الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ١.

عند فترة الإبطاء الثاني:

$$\tau_{22} = (\tau_2 - \tau_1^2)/(1 - \tau_1^2) \qquad (٦،١١٧)$$

حيث يُمثِّل τ_1 و τ_2 على التوالي معاملات الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ١ و ٢، أما بالنسبة لفترات الإبطاء التي تزيد عن اثنين فإن صيغ الارتباطات الذاتيَّة الجزئيَّة تكون أكثر تعقيدًا، وبالتالي فإن عرضها يتجاوز نطاق هذا الكتاب، ومع ذلك سوف نعرض تفسيرًا بديهيًّا للشكل المميَّز لدالة الارتباط الذاتي الجزئي لعمليَّة المتوسِّط المتحرِّك وعمليَّة الانحدار الذاتي.

بالنسبة لعمليَّة الانحدار الذاتي من الرتبة p، ستكون هناك علاقة مُباشرة بين y_t و y_{t-s} إذا كان $s \leq p$، لكن إذا كان $s > p$ فإنه لا توجد علاقة مُباشرة بينهما، لنأخذ على سبيل المثال النموذج $AR(3)$ التالي:

$$y_t = \emptyset_0 + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \emptyset_3 y_{t-3} + u_t \qquad (٦،١١٨)$$

من خلال النموذج هناك علاقة مُباشرة بين y_t و y_{t-1} وبين y_t و y_{t-2} وبين y_t و y_{t-3}، وتغيب هذه العلاقة بين y_t و y_{t-s} إذا كان $s > 3$، وبالتالي يكون لدالة الارتباط الذاتي الجزئي عادة معاملات ارتباط ذاتي جزئي غير صفريَّة عند فترات الإبطاء التي لا تتجاوز رتبة النموذج لكن تصبح هذه المعاملات صفرية بعد ذلك، في حالة النموذج $AR(3)$، فإن ثلاثة معاملات الارتباط الذاتي الجزئي الأولى فقط لن تكون صفريَّة.

ما هو الشكل الذي تتَّخذه دالة الارتباط الذاتي الجزئي لعمليَّة المتوسط المتحرك؟ من الممكن التفكير في تحويل النموذج MA إلى نموذج AR من أجل النظر فيما إن كان هناك ارتباط مُباشر بين y_t و y_{t-k}، $k = 1, 2, \dots$. في الواقع طالما أن العمليَّة $MA(q)$ قابلة للعكس (Invertible) فإنه يُمكن صياغتها كنموذج $AR(\infty)$، وبالتالي المطلوب الآن هو تعريف قابلية العكس (Invertibility).

٦,٥,١ شرط قابليَّة العكس

(The invertibility condition)

من المطلوب عادة أن تكون جذور المعادلة المميّزة للنموذج $MA(q)$ أكبر من واحد من حيث القيمة المطلقة، رياضيًّا يتطابق شرط قابليَّة العكس مع شرط السكون، لكن يتمثَّل الفرق بينهما في أن الأول يُنسب للعمليَّة MA في حين يُنسب الثاني للعمليَّة AR، في

إطار التمثيل $AR(\infty)$، يمنع هذا الشرط النموذج من الانفجار بحيث يتقارب $\theta^{-1}(L)$ نحو الصفر، يعرض الإطار رقم (٦ ,٢) شرط قابليَّة العكس للنموذج $MA(2)$.

الإطار رقم (٦ ,٢) شرط قابليّة العكس للنموذج $MA(2)$

بهدف دراسة شكل دالة الارتباط الذاتي الجزئي لعمليات المتوسّط المتحرّك نستعرض العمليّة $MA(2)$ التالية لـ y_t:

$$y_t = u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} = \theta(L)u_t \quad (٦،١١٩)$$

يُمكن صياغة هذه العمليّة $MA(2)$ كعمليّة $AR(\infty)$ شريطة أن تكون قابلة للعكس:

$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} c_i\, L^i\, y_{t-i} + u_t \quad (٦،١٢٠)$$

$$y_t = c_1 y_{t-1} + c_2 y_{t-2} + c_3 y_{t-3} + \cdots + u_t \quad (٦،١٢١)$$

بعد الصياغة على هذا الشكل من الواضح الآن أنه بالنسبة لنموذج المتوسّط المتحرّك هناك علاقات مُباشرة بين القيمة الحاليّة لـ y_t وبين كل قيمها السابقة، وبالتالي فإن دالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج $MA(q)$ تنخفض بمعدّل هندسي بدلًا من أن تتضاءل نحو الصفر بعد فترة الإبطاء q كما هو الحال بالنسبة لدالة الارتباط الذاتي، وهكذا يُمكن القول إن دالة الارتباط الذاتي للنموذج AR لها نفس الشكل الأساسي لدالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج MA وأن دالة الارتباط الذاتي للنموذج MA لها نفس شكل دالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج AR.

٦ ,٦ العمليات ARMA

(ARMA processes)

نتحصّل على النموذج $ARMA(p,q)$ بدمج النماذج $AR(p)$ و $MA(q)$، يُشير مثل هذا النموذج إلى أن القيمة الحاليَّة لسلسلة ما، y، تعتمد خطيًّا على قيمها السابقة إضافة إلى توليفة من القيم الحاليَّة والسابقة لحد خطأ التشويش الأبيض، هذا ويُمكن كتابة النموذج كالتالي:

$$\emptyset(L)y_t = \mu + \theta(L)u_t \quad (٦،١٢٢)$$

حيث:

$$\emptyset(L) = 1 - \emptyset_1 L - \emptyset_2 L^2 - \cdots - \emptyset_p L^p$$

و

$$\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \cdots + \theta_q L^q$$

أو كذلك:

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \cdots + \theta_q u_{t-q} + u_t \quad (١٢٣،٦)$$

مع:

$$; E(u_t^2) = \sigma^2; E(u_t u_s) = 0,\ t \neq s E(u_t) = 0$$

تتكوَّن خصائص العملية $ARMA$ من مزيج من الخصائص؛ جُزء من الانحدار الذاتي (AR) وجُزء من المتوسِّط المتحرك (MA)، هذا ونُشير إلى أن دالة الارتباط الذاتي الجزئي مُفيدة بشكل خاص في هذا السياق، من جهة أخرى يُمكن لدالة الارتباط الذاتي وحدها التمييز بين عمليَّة انحدار ذاتي بحتة وبين عمليَّة مُتوسِّط مُتحرك بحتة، ومع ذلك تنخفض دالة الارتباط الذاتي للعمليَّة $ARMA$ بمعدَّل هندسي كما في حالة العمليَّة AR البحتة، لذلك تكون دالة الارتباط الذاتي الجزئي مُفيدة للتمييز بين العمليَّة $AR(p)$ والعمليَّة $ARMA(p,q)$ حيث إن للأولى دالة ارتباط ذاتي تنخفض بمعدَّل هندسي، لكن دالة الارتباط الذاتي الجزئي تؤول إلى الصفر بعد فترة الإبطاء p، في حين أن للأخيرة دالة ارتباط ذاتي ودالة ارتباط ذاتي جزئي كلاهما ينخفض بمعدَّل هندسي.

يُمكننا الآن تلخيص الخصائص المميِّزة للعمليات AR، MA و $ARMA$، تتمثَّل خصائص عمليَّة الانحدار الذاتي في:

- انخفاض دالة الارتباط الذاتي بمعدَّل هندسي.
- عدد النقاط غير الصفريَّة لدالة الارتباط الذاتي الجزئي يُساوي رتبة الانحدار الذاتي.

أمَّا خصائص عمليَّة المتوسِّط المتحرِّك فهي:

- عدد النقاط غير الصفريَّة لدالة الارتباط الذاتي يُساوي رتبة المتوسِّط المتحرِّك.
- انخفاض دالة الارتباط الذاتي الجزئي بمعدَّل هندسي.

أخيرًا تتمثَّل خصائص عمليَّة الانحدار الذاتي للمتوسط المتحرك في:

- انخفاض دالة الارتباط الذاتي بمعدَّل هندسي.
- انخفاض دالة الارتباط الذاتي الجزئي بمعدَّل هندسي.

في الواقع تُعطي المعادلة التالية وسط سلسلة الانحدار الذاتي للمتوسط المتحرك:

$$E(y_t) = \frac{\mu}{1-\emptyset_1-\emptyset_2-\cdots-\emptyset_p} \quad (١٢٤،٦)$$

تُظهر دالة الارتباط الذاتي توليفات من السلوك المستمد من الجزأين AR و MA لكن بالنسبة لفترات الإبطاء التي تزيد عن q، تكون دالة الارتباط الذاتي ببساطة مُطابقة لدالة الارتباط الذاتي للنموذج $AR(p)$ الفردي بحيث يُهيمن الجزء AR في المدى الطويل، كما لا يتطلَّب الحصول على دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي قواعد جبريَّة جديدة، وإنما يُعتبر ذلك أمرًا مُملًّا، وبالتالي نترك ذلك كتمرين للقراء المهتمين.

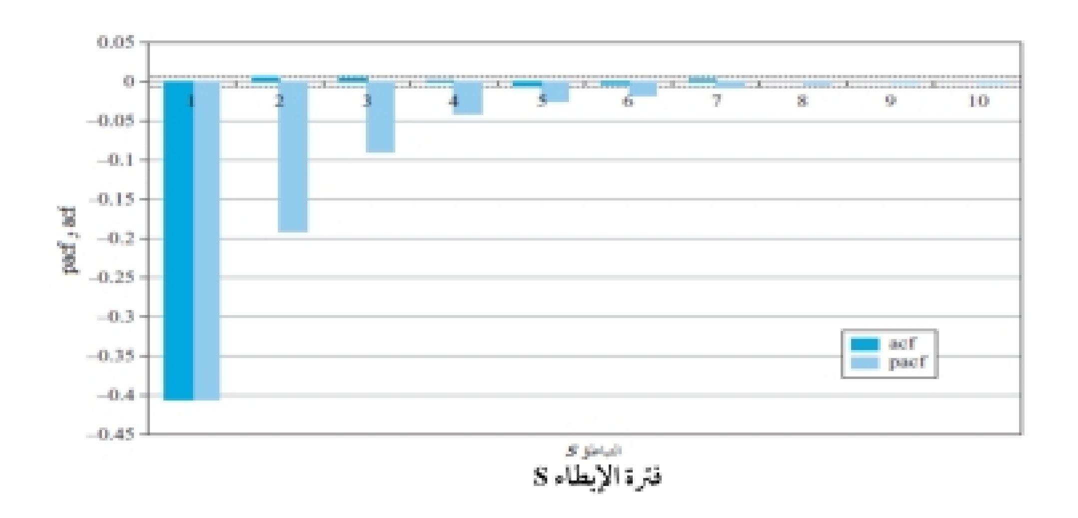
٦,٦,١ الرسوم البيانيَّة لدوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيِّنة للعمليات القياسيَّة (Sample acf and pacf plots for standard processes)

تُعطي الأشكال رقم (٦,٢)-(٦,٨) بعض الأمثلة عن عمليات نموذجيَّة من فصيلة العمليات $ARMA$ إلى جانب دوال الارتباط الذاتي، والارتباط الذاتي الجزئي المميِّزة لهذه العمليات، نُشير إلى أن دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لم تُنتج بطريقة تحليليَّة من خلال الصيغ المناسبة للنموذج قيد الدرس، وإنما باستخدام ١٠٠.٠٠٠ مُشاهدة مُتحصَّل عليها عن طريق المحاكاة، وباعتبار اضطرابات مُستمدة من التوزيع الطبيعي، يتضمَّن كل شكل من الأشكال نطاقات رفض (ذات طرفين) بمستوى ٥٪ مُمثَّلة بالخطوط المتقطِّعة، تستند هذه النطاقات إلى الصيغة $\pm 0.0062 = \left(\pm 1.96 \text{ x } \frac{1}{\sqrt{100000}}\right)$ وتُحسب بنفس الطريقة المبيَّنة أعلاه، لاحظ كيف أنه في كل حالة تتطابق دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي عند فترة الإبطاء الأوَّل.

نرى في الشكل رقم (٦,٢) أن العمليَّة $MA(1)$ لها دالة ارتباط ذاتي معنويَّة عند فترة الإبطاء ١ دون سواه، في حين أن دالة الارتباط الذاتي الجزئي تنخفض بمعدَّل هندسي، وتستمر معنويَّة إلى حدود فترة الإبطاء ٧، نرى كذلك أن دالة الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء ١ وكل الارتباطات الذاتيَّة الجزئيَّة سالبة، وذلك نتيجة المعامل السالب في العمليَّة المولِّدة لـــ MA.

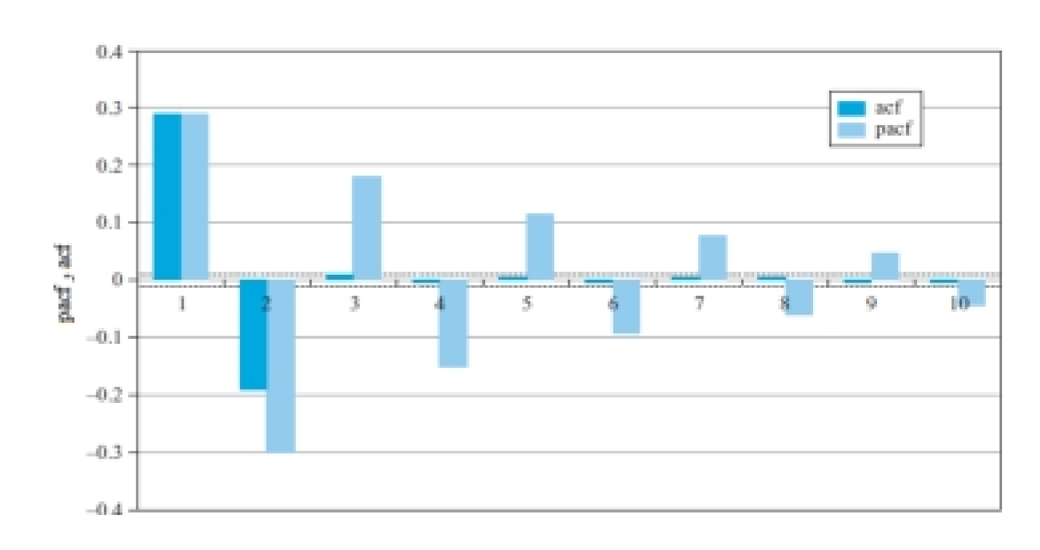
تُعتبر هياكل دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي في الشكل رقم (٦,٣) مرَّة أخرى مُتوقَّعة، حيث إن فقط أوَّل معاملين للارتباط الذاتي معنويان، في حين تنخفض معاملات الارتباط الذاتي الجزئي بمعدَّل هندسي، كما نُشير كذلك إلى أنه نظرًا لكون المعامل الثاني لحد الخطأ المتباطئ سالب فإن دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي تتناوب بين مُوجبة وسالبة، في حالة دالة الارتباط الذاتي الجزئي نُسمِّي هذه الدالة المتناوبة والمتناقصة 'بالموجة الجيبية المتناقصة' (Damped Sine Wave) أو 'بالمنحنى الجيبي المتناقص'.

أمَّا بالنسبة لنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة ١ وبمعامل مُرتفع نسبيًّا، أي بمعامل قريب نسبيًّا من القيمة ١، فإنه من المتوقَّع أن تتضاءل دالة الارتباط الذاتي ببطء نسبيًّا، وهذا ما نُلاحظه تمامًا هنا في الشكل رقم (٦,٤). مُجدَّدًا وكما هو مُتوقَّع بالنسبة للنموذج $AR(1)$، فإن معامل الارتباط الذاتي الجزئي الأول فقط معنوي، في حين أن باقي المعاملات الأخرى تقريبًا صفر وغير معنويَّة.



الشكل رقم (٦,٢) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيِّنة

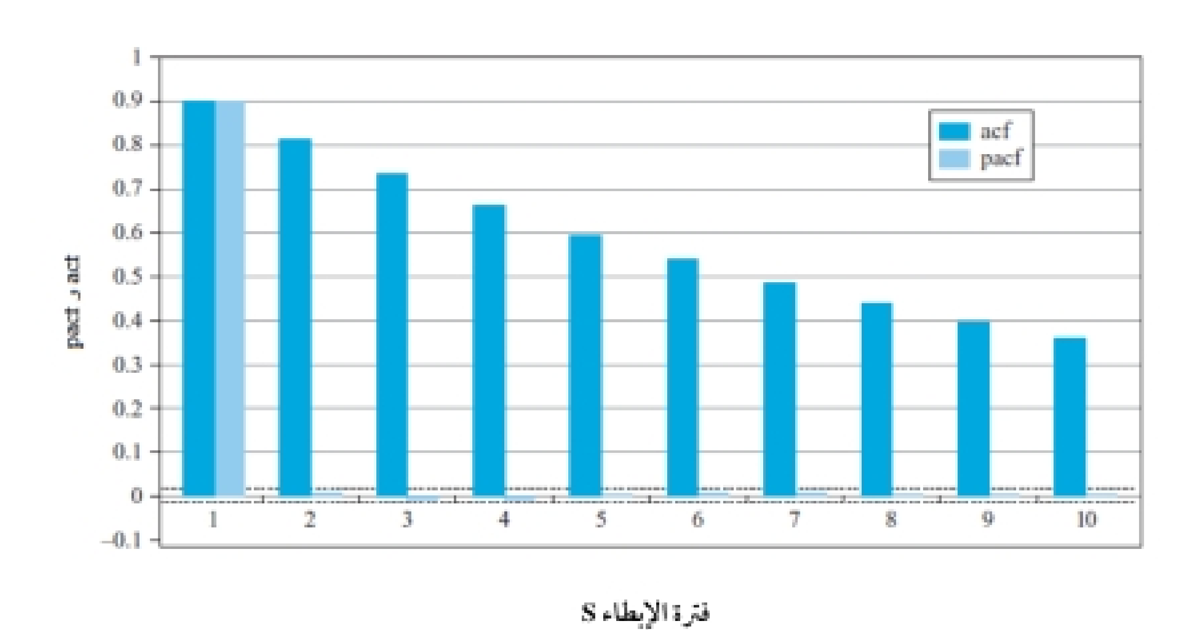
في حالة نموذج $MA(1)$: $y_t = -0.5u_{t-1} + u_t$



الشكل رقم (٦,٣) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيّنة

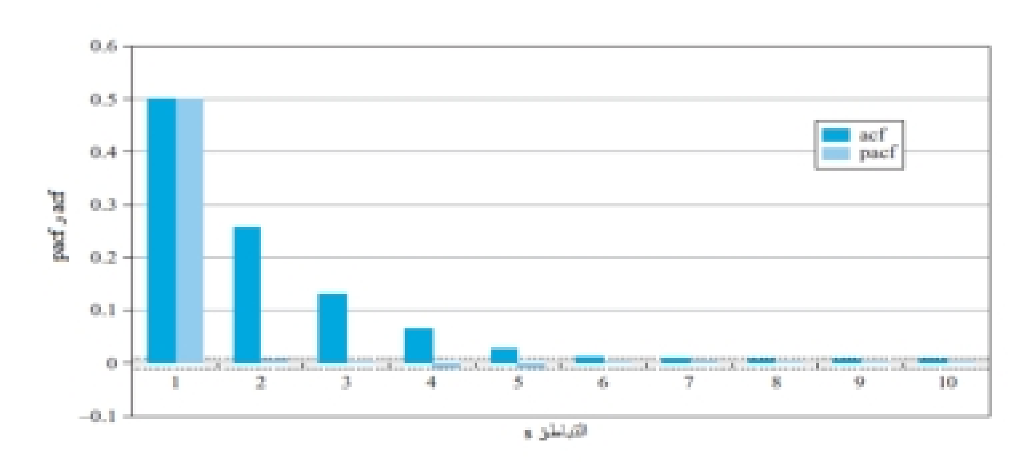
في حالة نموذج $MA(2)$: $y_t = 0.5u_{t-1} - 0.25u_{t-2} + u_t$

يرسم الشكل رقم (٦,٥) بيانيًا نموذج $AR(1)$ مُولَّدًا باستخدام حدود أخطاء متطابقة لكن بمعامل انحدار ذاتي أصغر بكثير، في هذه الحالة تتضاءل دالة الارتباط الذاتي بسرعة أكبر بكثير مما كانت عليه في المثال السابق، وتُصبح فعلًا غير معنويّة بعد خمسة فترات إبطاء تقريبًا.



الشكل رقم (٦,٤) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيّنة

في حالة نموذج $AR(1)$ ينخفض ببطء: $y_t = 0.9y_{t-1} + u_t$

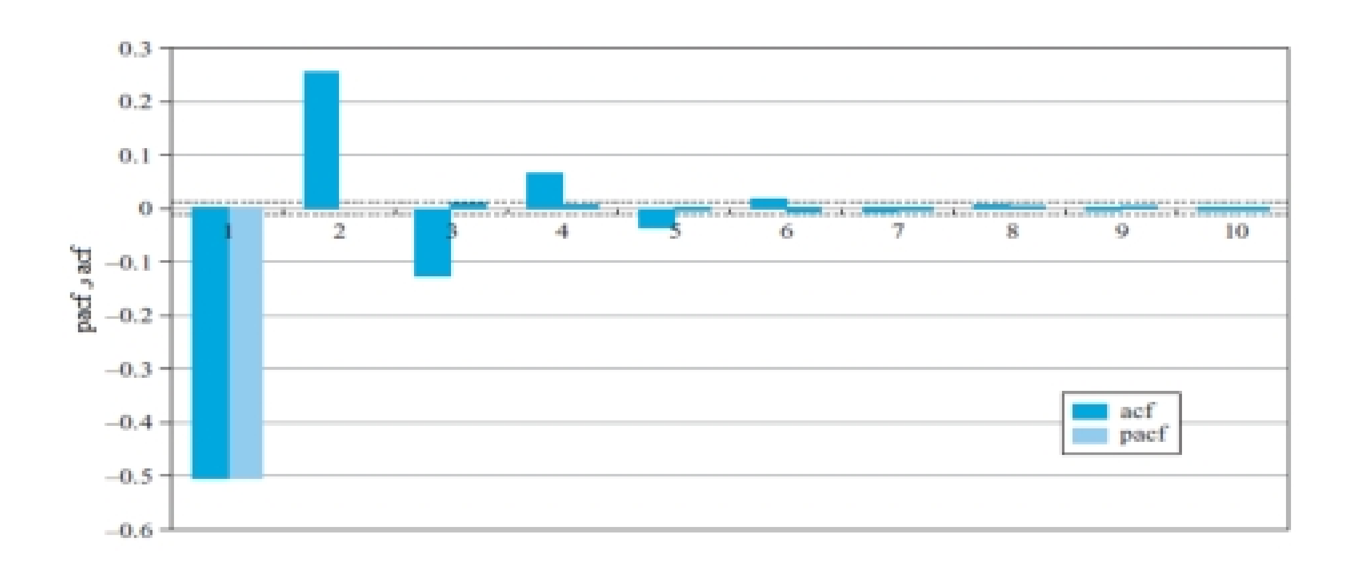


فترة الإبطاء S

الشكل رقم (٦،٥) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيِّنة

في حالة نموذج $AR(1)$ ينخفض بأكثر سرعة: $y_t = 0.5y_{t-1} + u_t$

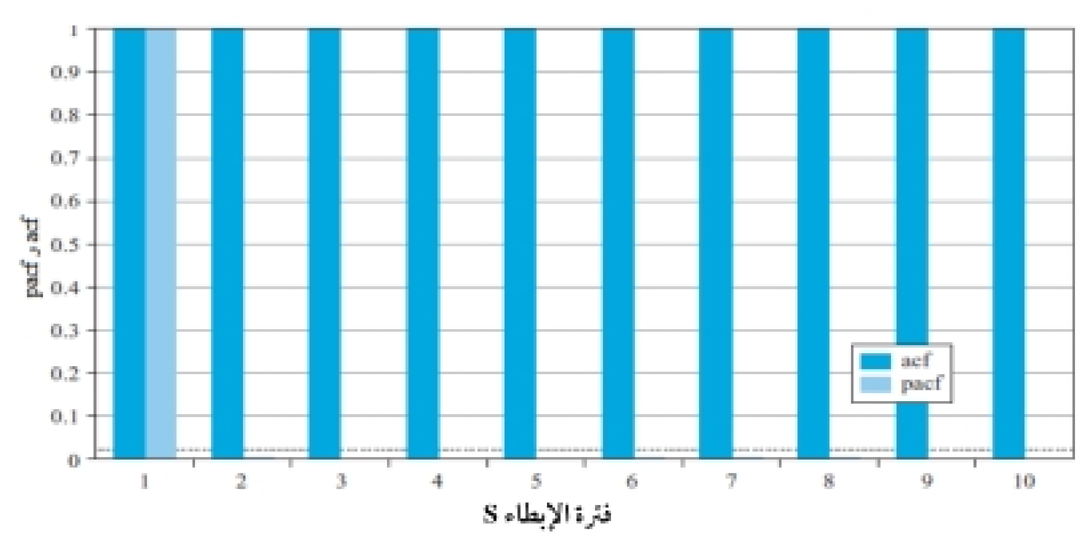
كما يُظهر الشكل رقم (٦،٦) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لنموذج $AR(1)$ مطابق للنموذج المستخدم في الشكل رقم (٦،٥)، باستثناء أن معامل الارتباط الذاتي أصبح الآن سالبًا، يُؤدي ذلك إلى ظهور شكل المنحنى الجيبي المتضائل في دالة الارتباط الذاتي التي تُصبح مرَّة أخرى غير معنويَّة بعد خمسة فترات إبطاء تقريبًا، هذا ونُذكِّر أن معامل الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء s في هذا النموذج $AR(1)$ يُساوي $(-0.5)^s$. سوف يكون هذا المعامل مُوجبًا إذا كان s عددًا زوجيًّا وسالبًا إذا كان s عددًا فرديًّا، كما أن معامل الارتباط الذاتي الجزئي الأوَّل فقط معنوي (وسالب) دون المعاملات الأخرى.



فترة الإبطاء S

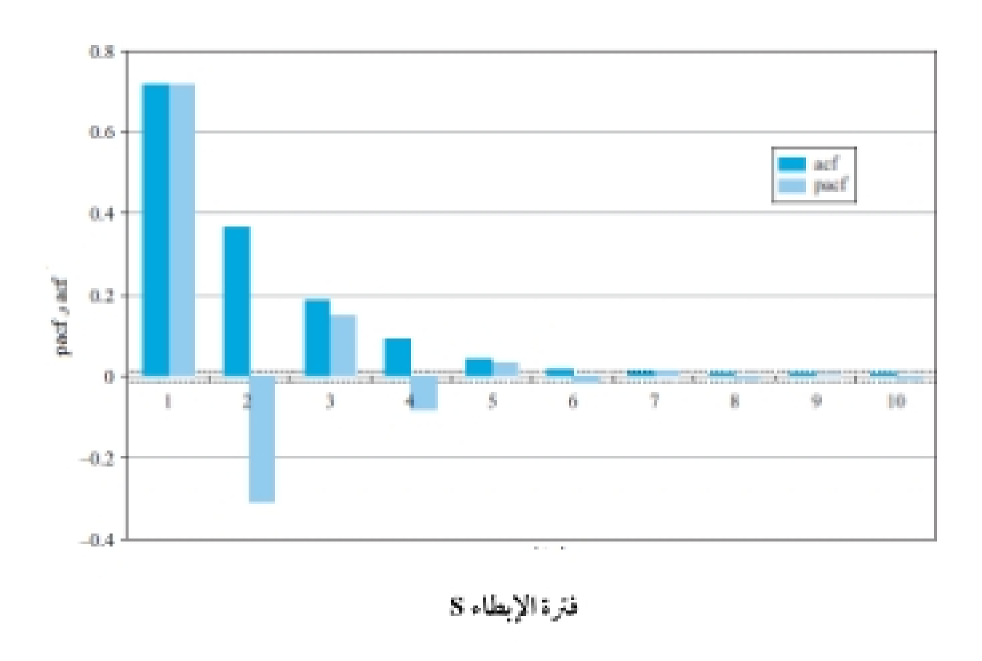
الشكل رقم (٦،٦) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيِّنة

في حالة نموذج $AR(1)$ ينخفض بأكثر سرعة وبمعامل سالب: $y_t = 0.5y_{t-1} + u_t$



الشكل رقم (٦,٧) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيّنة
في حالة نموذج غير ساكن (أي معامل الوحدة): $y_t = y_{t-1} + u_t$

يرسم الشكل رقم (٦,٧) بيانيًّا دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة غير ساكنة (انظر الفصل ٨ لمزيد من المناقشة)، حيث يُساوي معامل المتغيِّر التابع المتباطئ الوحدة، ونتيجة لذلك فإن الصدمات على y لا تتلاشى أبدًا، وتستمر في النظام إلى ما لانهاية، وبالتالي تظل دالة الارتباط الذاتي ثابتة نسبيًّا عند مُستوى الوحدة حتى عند فترة الإبطاء ١٠، في الواقع حتى عند فترة الإبطاء ١٠ انخفض معامل الارتباط الذاتي فقط إلى القيمة ٠,٩٩٨٩.



الشكل رقم (٦,٨) دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعيّنة
في حالة نموذج $ARMA(1,1)$: $y_t = 0.5y_{t-1} + 0.5u_{t-1} + u_t$

كما نُشير كذلك إلى أنه في بعض الحالات وعلى عكس ما يبدو في الشكل رقم (٦,٧) فإن دالة الارتباط الذاتي تتضاءل بالنسبة لهذه العمليَّة غير الساكنة، وذلك بسبب طابعها غير المُستقر، إضافة إلى الدقة الحاسوبية المحدودة، ومع ذلك فإن دالة الارتباط الذاتي الجزئي تكون معنويَّة فقط عند فترة الإبطاء ١، مما يُشير بشكل صحيح إلى أن نموذج الانحدار الذاتي بدون حد مُتوسط مُتحرِّك هو الأنسب.

أخيرًا يرسم الشكل رقم (٦,٨) بيانيًّا دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لعمليَّة *ARMA* مُختلطة، وكما هو مُتوقَّع من مثل هذه العمليَّة فإن دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي كلاهما تنخفض بمعدَّل هندسي: انخفاض دالة الارتباط الذاتي نتيجة الجزء *AR*، وانخفاض دالة الارتباط الذاتي الجزئي نتيجة الجزء *MA*، غير أن المعاملات المرتبطة بالأجزاء *AR* و *MA* صغيرة بما يكفي لتصبح معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي كلاهما غير معنويَّة اعتبارًا من فترة الإبطاء ٦.

٦,٧ بناء النماذج *ARMA*: منهجيَّة بوكس-جنكينز

(Building ARMA models: the Box–Jenkins approach)

على الرغم من وجود النماذج *ARMA* قبلهما إلَّا أن بوكس وجنكينز (١٩٧٦) كانا أوَّل مَن تناول مهمَّة تقدير النماذج *ARMA* بطريقة ممنهجة، يتَّصف نهجهما بكونه نهجًا عمليًّا واقعيًّا يتطوي على ثلاث خطوات:

(١) تحديد النموذج (Identification)

(٢) تقدير النموذج

(٣) تشخيص النموذج (Diagnostic Checking)

نمر الآن إلى شرح هذه الخطوات بمزيد من التفصيل.

الخطوة ١

تتضمَّن هذه الخطوة *تحديد رتبة النموذج الضروريَّة* لالتقاط السمات الديناميكية للبيانات، تُستخدم إجراءات تعتمد على التمثيل البياني (رسم البيانات عبر الزمن ورسم دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي) لتحديد التوصيف الأنسب.

الخطوة ٢

تتضمَّن هذه الخطوة *تقدير معلمات النموذج* المحدَّد في الخطوة ١، يُمكن القيام بذلك باستخدام المربعات الصغرى، أو طريقة أخرى تُعرف بالإمكان الأعظم، على حسب النموذج.

الخطوة ٣

تتضمَّن هذه الخطوة *فحص النموذج*، أي تحديد ما إذا كان النموذج المحدَّد والمقدَّر مقبولًا أم لا، اقترح بوكس وجنكينز طريقتين للقيام بذلك: تشخيص توفيق النموذج بعدد من المتغيِّرات أكثر من المطلوب (أو المطابقة المفرطة) (Overfitting) وتشخيص البواقي، تعني *المطابقة المفرطة* تعمُّد توفيق نموذج أكبر من النموذج الذي يلزم لالتقاط ديناميكيات البيانات والمحدَّد في المرحلة ١، إذا كان النموذج المحدَّد في الخطوة ١ مناسبًا فإن أيَّة عناصر أخرى تُضاف إلى النموذج *ARMA* لن تكون معنويَّة، أمَّا *تشخيص البواقي* فيشمل فحص البواقي للبحث عن الترابط الخطِّي الذي إن وُجد فقد يُشير إلى أن النموذج المحدَّد في البداية غير مُناسب لالتقاط خصائص البيانات، يُمكن هنا استخدام اختبار دالة الارتباط الذاتي، اختبار دالة الارتباط الذاتي الجزئي، أو كذلك اختبار يونغ-بوكس.

ومن الجدير بالذكر أن 'اختبارات التشخيص' في منهجيَّة بوكس-جنكينز تتضمَّن أساسًا اختبارات الارتباط الذاتي فقط بدلًا من أن تتضمَّن المجموعة الواسعة من الاختبارات المشار إليها في الفصل ٤، نذكر كذلك أنه وبهدف تحديد مدى مُلاءمة النموذج لا ينتج عن مثل هذه الاختبارات سوى نموذج موصوف بمعلمات أقل من المطلوب (صغير جدًّا)، ولا يُمكنها أن تُسفر عن نموذج موصوف بمعلمات أكثر من المطلوب (كبير جدًّا).

يُعتبر فحص مدى خُلو البواقي من الارتباط الذاتي أكثر شيوعًا بكثير من حيث الاستخدام مُقارنة بفحص إمكانيَّة توفيق النموذج بعدد من المتغيِّرات يكون أكثر من المطلوب، ويرجع ذلك جُزئيًّا لكون النماذج $ARMA$ يُمكن أن تُؤدي إلى عوامل مُشتركة في النموذج الذي يضم عددًا من المتغيِّرات أكثر من المطلوب، والذي يجعل من عمليَّة تقدير النموذج عمليَّة صعبة، ومن الاختبارات الإحصائيَّة اختبارات خاطئة، فعلى سبيل المثال إذا كان النموذج الصحيح هو النموذج $ARMA(1,1)$ وتعمَّدنا توفيق النموذج $ARMA(2,2)$ للبيانات فهذا سوف يُؤدي إلى ظهور عوامل مُشتركة تحول دون تحديد جميع المعلمات في هذا النموذج الأخير، لا تظهر هذه المشكلة مع النماذج AR و MA البحتة، وإنما تظهر فقط مع العمليات المختلطة.

نسعى عادة إلى تشكيل *نموذج شحيح* (Parsimonious Model) وهو نموذج يصف كل خصائص البيانات المهمَّة باستخدام أقل عدد مُمكن من المعلمات (أي نموذج أبسط ما يكون)، يُحبَّذ النموذج الشحيح لأن:

- مجموع مُربعات البواقي *يتناسب عكسيًّا* مع عدد درجات الحرِّية، ومن شأن النموذج الذي يحتوي على مُتغيِّرات بفترات إبطاء أو حدود أخطاء بفترات إبطاء غير هامَّة (وبالتالي معلمات غير ضرورية) أن يؤدي عادة إلى زيادة الأخطاء المعيارية للمعلمات، مما يعني أنه سيكون من الصعب إيجاد علاقات قويَّة في البيانات، وعن السؤال عمَّا إذا كانت الزيادة في عدد المتغيرات (أي انخفاض عدد درجات الحرية) ستؤدي فعلًا إلى ارتفاع أو انخفاض الأخطاء المعياريَّة للمعلمات المقدَّرة، فذلك يعتمد بشكل واضح على مدى انخفاض مجموع مُربعات البواقي وعلى الأحجام النسبية لـ T و k، فإذا كانت قيمة T كبيرة جدًّا مُقارنة بقيمة k، يُرجَّح أن يفوق انخفاض مجموع مُربعات البواقي الانخفاض في $T - k$، ولذلك تنخفض الأخطاء المعياريَّة، وبالتالي يقع الاختيار في معظم الأحيان على النماذج 'الكبيرة' التي تضم العديد من المعلمات عندما يكون حجم العيِّنة كبيرًا.
- قد تميل النماذج التي تضم العديد من المتغيرات غير الضروريَّة إلى أن تتلاءم مع الخصائص المميِّزة للبيانات التي لا يمكن تكرارها خارج العيِّنة، وهذا يعني أن النماذج قد تبدو مُلائمة للبيانات بشكل جيِّد جدًّا، وربما تكون قيمة R^2 مُرتفعة إلَّا أنها تُعطي تنبؤات غير دقيقة للغاية، هناك تفسير آخر لهذا المفهوم مُقتبس من الفيزياء، وهو التمييز بين 'الإشارة' و 'التشويش'، والهدف من ذلك هو إعداد نموذج يستطيع *التقاط الإشارة* (الخصائص الهامَّة في البيانات، أو الاتجاهات العامَّة، أو الأنماط الأساسيَّة) دون التشويش (الجانب العشوائي البحت للسلسلة).

٦,٧,١ استخدام معايير المعلومات لاختيار النموذج *ARMA*

(Information criteria for ARMA model selection)

لا تُستخدم عادة الرسومات البيانيَّة لدوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لإتمام مرحلة تحديد النموذج، والسبب وراء ذلك هو أنه عند استخدام بيانات حقيقيَّة 'غير مُرتَّبة' فإنه وللأسف نادرًا ما تُظهر هذه البيانات الأنماط البسيطة المعروضة في

الأشكال (٦،٢)- (٦،٨)، وهذا يجعل من الصعب جدًّا تفسير دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي، وبالتالي فإنه من الصعب تحديد نموذج للبيانات، هناك طريقة أخرى لتحديد النموذج تُزيل نوعًا ما من عدم الموضوعيَّة المتضمَّنة في تفسير دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي، وتعتمد على استخدام ما يُعرف *بمعايير المعلومات*، تتكوَّن معايير المعلومات من عُنصرين: عُنصر مُرتبط بمجموع مُربعات البواقي (*RSS*) وعُنصر جزاء لخسران درجات الحريَّة المتأتي من إدراج معلمات إضافيَّة، وهكذا سوف يكون لإضافة مُتغيِّر أو فترة إبطاء جديدة إلى النموذج أثران مُتناقضان على معايير المعلومات؛ سوف ينخفض مجموع مُربعات البواقي، في المقابل سوف يرتفع عُنصر الجزاء.

يتمثَّل الهدف في اختيار عدد معلمات يُمكِّن من تصغير قيمة معايير المعلومات، وهكذا فإن إضافة مُتغيِّر جديد في النموذج لن يُخفِّض في قيمة المعايير إلَّا إذا كان انخفاض مجموع مُربعات البواقي يغلب على ارتفاع قيمة عُنصر الجزاء، هناك العديد من المعايير المختلفة حسب مدى قوَّة حد الجزاء، أكثر ثلاثة معايير شُهرة هي معيار أكايكي للمعلومات (Akaike's Information Criterion (AIC)) (١٩٧٤)، معيار المعلومات البايزي لشوارز (١٩٧٨) ((Schwarz's Bayesian Information Criterion (SBIC)) ومعيار هنان-كوين ((Hannan–Quinn Criterion (HQIC))، يُمكن صياغة هذه المعايير جبريًّا على التوالي كالآتي:

$$AIC = ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} \quad (٦،١٢٥)$$

$$SBIC = ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T} ln\, T \quad (٦،١٢٦)$$

$$HQIC = ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} ln(ln(T)) \quad (٦،١٢٧)$$

حيث يُمثِّل $\hat{\sigma}^2$ تباين البواقي (وهو يُعادل مجموع مُربعات البواقي مقسومًا على عدد المشاهدات T)، ويُمثِّل $k = p + q + 1$ إجمالي عدد المعلمات المقدَّرة و T حجم العيِّنة، نقوم بتصغير معايير المعلومات تحت قيد $p \le \bar{p}, q \le \bar{q}$ أي بتحديد حد أعلى لعدد عناصر المتوسِّطات المتحرِّكة ($\bar{q}$) و/ أو عدد عناصر الانحدار الذاتي ($\bar{p}$) التي سوف تُدرج في النموذج.

ومن الجدير بالذِّكر أن معيار المعلومات البايزي لشوارز يضم عُنصر جزاء أقوى من عُنصر جزاء معيار أكايكي للمعلومات في حين يقع عُنصر جزاء معيار هنان-كوين بينهما، كما يُمكن أن يُنظر إلى مقدار R^2 المعدَّل كمعيار للمعلومات، على الرغم من أنه يُعتبر من المعايير الهشَّة نظرًا لكونه يختار دائمًا أكبر النماذج.

٢، ٧، ٦ أي معيار يجب تفضيله إذا اقترحت هذه المعايير درجات مُختلفة للنموذج؟

(Which criterion should be preferred if they suggest different model orders?)

يُعتبر معيار المعلومات البايزي لشوارز معيارًا شديد الاتِّساق (لكنَّه غير كُفء)، ومعيار أكايكي للمعلومات معيار غير مُتَّسق لكنَّه عادة أكثر كفاءة، بعبارات أخرى: يُعطي معيار المعلومات البايزي لشوارز تقارُبيًّا درجات صحيحة للنموذج في حين يُعطي معيار أكايكي للمعلومات في المتوسِّط نماذج كبيرة جدًّا حتى وإن كانت كمِّية البيانات لامُتناهية، من جهة أخرى نجد أن مُتوسِّط الاختلاف في درجات النموذج المختارة لعيِّنات مُختلفة مأخوذة من مُجتمع ما أكبر في حالة معيار المعلومات البايزي لشوارز مُقارنة بمعيار أكايكي للمعلومات، وبالتالي عُمومًا لا يوجد معيار يتفوَّق بشكل كامل على المعيار الآخر.

٦,٧,٣ النمذجة *ARIMA*

(ARIMA modelling)

تتميَّز النمذجة *ARIMA* عن النمذجة *ARMA* بكون لديها حرفًا إضافيًّا في اسمها المختصر وهو الحرف '*I*' الذي يرمز إلى كلمة 'مُتكامل' (Integrated)، تُعرف *عملية الانحدار الذاتي المتكامل* بأنها عمليَّة تكون فيها المعادلة المميزة لها جذر على دائرة الوحدة، يأخذ الباحثون عادة عند اللزوم فرق المتغيِّر، ثم يقومون ببناء نموذج *ARMA* على فروق هذه المتغيِّرات، هذا ويُعادل النموذج $ARMA(p,q)$ على مُتغيِّر طبِّقت عليه الفروق d مرَّة النموذج $ARIMA(p,d,q)$ على البيانات الأصليَّة، انظر الفصل ٨ لمزيد من التفاصيل، نفترض فيما تبقى من هذا الفصل أن البيانات المستخدمة في بناء النموذج ساكنة، أو أنه تم تحويلها بشكل مُناسب لجعلها ساكنة، وبالتالي لن نتعمَّق سوى في دراسة النماذج *ARMA*.

٦,٨ بناء النماذج *ARMA* داخل إفيوز

(Constructing ARMA models in EViews)

٦,٨,١ الاستعداد لبدء العمل

(Getting started)

يستخدم هذا المثال سلسلة شهريَّة لأسعار المساكن في المملكة المتَّحدة سبق وأن أُدرِجَت في ملف عمل إفيوز في الفصل ١، تضم هذه السلسلة ٢٦٨ مُشاهدة شهريَّة تبدأ من فبراير ١٩٩١ (نُذكِّر أننا نفقد مُشاهدة شهر يناير عند إنشاء القيمة المتباطئة) وتنتهي في مايو ٢٠١٣.

يتمثَّل الهدف من وراء هذا التمرين في بناء نموذج *ARMA* للتغيُّرات في أسعار المساكن، نُذكِّر بأن هناك ثلاث مراحل مُتَّبعة، وهي: تحديد النموذج، تقدير النموذج، وتشخيص النموذج، ننتهي من المرحلة الأولى من خلال النظر إلى معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للتعرُّف على هيكل البيانات.

٦,٨,٢ تقدير معاملات الارتباط الذاتي إلى حدود فترة إبطاء اثنا عشر

(Estimating the autocorrelation coefficients for up to twelve lags)

نتقُر مرَّتين فوق السلسلة **DHP** ثم نتقُر فوق **View** ونختار **... Correlogram**. في النافذة 'Correlogram Specification' نقوم باختيار **Level** (بما أن السلسلة قيد الدرس سبق وأن قمنا بتحويلها إلى عوائد مئويَّة، أو إلى نسب مئوية للتغيُّرات)، وفي المربَّع 'Lags to include' نكتب **١٢** وننقر فوق **OK**، تُعطي لقطة الشاشة رقم (٦,١) الناتج، وما يتضمَّنه من اختبارات إحصائيَّة هامَّة.

Series: DHP Workfile: UKHP::Untitled\

View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Graph | Stats

Correlogram of DHP

Date: 07/06/13 Time: 10:10
Sample: 1991M01 2013M05
Included observations: 268

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.356	0.356	34.360	0.000
2	0.432	0.350	85.175	0.000
3	0.240	0.021	100.96	0.000
4	0.200	-0.013	111.96	0.000
5	0.139	0.006	117.26	0.000
6	0.138	0.047	122.55	0.000
7	0.074	-0.022	124.07	0.000
8	0.117	0.052	127.87	0.000
9	0.176	0.147	136.49	0.000
10	0.141	0.024	142.09	0.000
11	0.247	0.127	159.32	0.000
12	0.295	0.181	183.90	0.000

لقطة الشاشة رقم (٦ ,١) تقدير تصوير الارتباط

من الواضح جليًّا من خلال الأعمدة الأولى أن السلسلة ثابتة نوعا ما؛ نظرًا لأن السلسلة أصلًا على شكل تغيُّرات مئوية، هذا وتنخفض دالة الارتباط الذاتي ببطء شديد، كما يبدو أن المعاملين الأولين للارتباط الذاتي الجزئي دون غيرهما في غاية المعنويَّة، في حين أن معاملات الارتباط الذاتي معنويَّة حتى فترة الإبطاء السادسة (تتجاوز كلها الخطوط المنقَّطة في الصورة)، وغير معنويَّة عند فترة الإبطاء السابعة، ثم تعود بعد ذلك معنويَّة ابتداء من فترة الإبطاء الثامنة، يُعطي العمود الرابع والخامس للمخرج القيم العدديَّة لمعاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي من فترة الإبطاء ١ إلى فترة الإبطاء ١٢، ونجد طول فترة الإبطاء في العمود الثالث.

يُعطي العمود قبل الأخير للمخرج الإحصاءات الناتجة عن اختبار ليونغ-بوكس، حيث إن عدد فترات الإبطاء المدرجة في المجموع يُساوي رقم الصف (أي العدد في العمود الثالث)، تتبع إحصاءات الاختبار $\chi^2(1)$ عند الصف الأول، $\chi^2(2)$ عند الصف الثاني، إلخ ويُقدِّم العمود الأخير قيم بي المرتبطة بإحصاءات الاختبار هذه.

كما نُذكِّر أنه كقاعدة عامَّة فإننا نُصنِّف معامل ارتباط ذاتي مُحدَّد على أنه معنوي إذا تجاوز النطاق $\pm 1.96 \times 1/(T)^2$ حيث يرمُز T إلى عدد المشاهدات، في مثالنا هذا يُعتبر مُعامل الارتباط الذاتي معنويًّا إذا كان أكبر من ٠.١١ تقريبًا أو أصغر من -٠.١١ . بطبيعة الحال يكون هذا النطاق أوسع عندما يكون تواتر المعاينة شهريًّا كما هو الحال في مثالنا هذا مُقارنة بالتواتر اليومي، حيث يكون هناك أكثر مُشاهدات، هذا ويمكن استنتاج أن مُعاملات الارتباط الذاتي الستة الأولى (وكذلك الارتباط الذاتي عند فترة الإبطاء الثامنة إلى فترة الإبطاء الثانية عشر)، وأول معاملين للارتباط الذاتي الجزئي (وكذلك الارتباط الذاتي الجزئي التاسع، الحادي عشر والثاني عشر) تُعتبر معنويَّة بموجب هذه القاعدة، وبما أن معامل الارتباط الذاتي الأوَّل معنوي للغاية فإن إحصاءة اختبار ليونغ-بوكس المشترك ترفض عند المستوى ١٪ فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم وجود ارتبط ذاتي، وذلك لكل أعداد فترات الإبطاء المأخوذة في الاعتبار، هذا ويمكن استنتاج أن عملية *ARMA* المختلطة يمكن أن تكون مُناسبة، على الرغم من أنه من الصعب تحديد درجاتها المناسبة بدقة في ظل لهذه النتائج، سوف نستخدم الآن معايير المعلومات بهدف إجراء المزيد من الدراسة لهذه المسألة.

٣,٨,٦ استخدام معايير المعلومات لتحديد درجات النموذج

(Using information criteria to decide on model orders)

كما هو مُبيَّن أعلاه قد يكون من الصعب جدًّا عمليًّا اتخاذ قرار بشأن درجات النموذج المناسبة من خلال الاطِّلاع على دوال الارتباط الذاتي، هذا وتوجد طريقة أبسط للقيام بذلك تتمثَّل في اختيار درجات النموذج التي تُصغِّر قيمة معيار المعلومات، ومن النقاط الجديرة بالملاحظة نذكر أن الكتب وحزم البرامج الإحصائيَّة غالبًا ما تختلف في طريقة بنائها لإحصائية الاختبار، فعلى سبيل المثال الصيغ الواردة سابقًا في هذا الفصل لمعايير أكايكي وشوارز للمعلومات هي:

$$AIC = ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} \tag{٦،١٢٨}$$

$$SBIC = ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T}(ln\,T) \tag{٦،١٢٩}$$

حيث يُمثِّل $\hat{\sigma}^2$ مُقدِّر لتباين اضطرابات الانحدارات u_t، k عدد المعلمات و T حجم العيِّنة، عند استخدام معيار يقوم على الأخطاء المعياريَّة المقدَّرة، يجب اختيار النموذج الذي يُعطي أقل قيمة لمعيار أكايكي للمعلومات ولمعيار المعلومات البايزي لشوارز، من ناحية ثانية يستخدم إفيوز صياغة لإحصاءة الاختبار مُستمدَّة من قيمة دالة لوغاريتم الإمكان (Log-Likelihood Function) وتعتمد على تقدير الإمكان الأعظم (انظر الفصل ٩)، أمَّا صيغ إفيوز المقابلة فهي:

$$AIC_l = -2l/T + \frac{2k}{T} \tag{٦،١٣٠}$$

$$SBIC_l = -2l/T + \frac{k}{T}(ln\,T) \tag{٦،١٣١}$$

حيث $l = -\frac{T}{2}\left(1 + (2\pi) + ln(\hat{u}'\hat{u}/T)\right)$.

للأسف لا يُعتبر هذا التعديل سليمًا؛ لأنه يُؤثر على القوة النسبية لعنصر الجزاء مُقارنة بتباين الأخطاء، وأحيانًا يُؤدي بحزم البرامج المختلفة إلى تحديد درجات نموذج مُختلفة لنفس البيانات والمعيار.

لنفترض أننا نعتقد أن النماذج $ARMA$ من الرتبة (0,0) إلى (5,5) تُعتبر كلها نماذج مقبولة لتغيُّرات أسعار المساكن، يترتَّب عن ذلك النظر في ستة وثلاثين نموذجًا ($ARMA(0,0), ARMA(1,0), ARMA(2,0), \ldots, ARMA(5,5)$)، أي من صفر إلى خمس فترات إبطاء في كلٍّ من عناصر الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرِّك.

يُمكن القيام بذلك في إفيوز من خلال تقدير كل نموذج من هذه النماذج بشكل مُنفصل، ونُسجِّل في كل مرَّة قيمة معايير المعلومات[٢]، يُمكن إتمام ذلك بالطريقة التالية، من القائمة الرئيسة لإفيوز ننقر فوق **Quick** ونختار **... Estimate Equation**، سوف يفتح إفيوز نافذة توصيف المعادلة، وفي مُحرِّر توصيف المعادلة نكتب على سبيل المثال:

```
dhp c ar(1) ma(1)
```

(٢) يُمكن بدلًا من ذلك لأي قارئ يُجيد كتابة برامج في إفيوز وضع تكرار حلقي على درجات النموذج وحساب جميع قيم معايير المعلومات معًا، انظر الفصل ١٣.

نُحدِّد في إعدادات التقدير التالي: **LS – Least Squares (NLS and ARMA)**، كما نُحدِّد كامل العيِّنة، ثم ننقر فوق **OK**، وهذا من شأنه توصيف النموذج $ARMA(1,1)$، يرد في الجدول أدناه مُخرج التقدير.

Dependent Variable: DHP
Method: Least Squares
Date: 07/06/13 Time: 10:20
Sample (adjusted): 1991M03 2013M05
Included observations: 267 after adjustments
Convergence achieved after 8 iterations
MA Backcast: 1991M02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.448704	0.180581	2.484784	0.0136
AR(1)	0.840140	0.063711	13.18666	0.0000
MA(1)	−0.56410	0.097038	−5.81321	0.0000

R-squared	0.205312	Mean dependent var	0.436493
Adjusted R-squared	0.199292	S.D. dependent var	1.202504
S.E. of regression	1.076028	Akaike info criterion	2.995603
Sum squared resid	305.5590	Schwarz criterion	3.035909
Log likelihood	−396.9130	Hannan-Quinn criter.	3.011794
F-statistic	34.10301	Durbin-Watson stat	2.114776
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	.84
Inverted MA Roots	.56

يُمكن من الناحية النظريَّة تفسير هذا الناتج بطريقة مُماثلة لتلك الطريقة المناقَشة في الفصل ٣، غير أنه في الواقع من الصعب جدًّا تفسير قيم المعلمات المقدَّرة، كأن نقول على سبيل المثال إن 'ارتفاع x بوحدة واحدة يُؤدي إلى ارتفاع y بـ β وحدة'، ويرجع ذلك جزئيًّا إلى أن بناء نماذج $ARMA$ لا يستند إلى أيِّ نظرية اقتصادية أو ماليَّة، فمن الأفضل في كثير من الأحيان عدم مُحاولة حتَّى تفسير تقديرات المعلمات الفردية، لكن بدلًا من ذلك دراسة مدى كون النموذج مقبولًا ككل، وتحديد ما إذا كان يصف البيانات بطريقة جيِّدة ومدى إنتاجه لتوقُّعات دقيقة (إذا كان ذلك هو المستهدَف من التمرين، وهو ما يحدث غالبًا).

كما يظهر في المخرج معكوس جذور المعادلة المميِّزة لـ AR و MA، يُمكن استخدام هذه الجذور للتحقُّق مما إذا كانت العملية التي يتضمَّنها النموذج ساكنة وقابلة للعكس، لكي تكون أجزاء النموذج AR و MA ساكنة وقابلة للعكس على التوالي يجب أن تكون القيمة المطلقة لمعكوس الجذور أصغر من واحد في كل حالة، كما في مثالنا هذا، كما نُشير كذلك إلى أن الجذور في هذه الحالة تُطابق قيم (القيم المطلقة) تقديرات المعلمات (بما أن هناك عُنصر AR وحيد وعُنصر MA وحيد)، لكن عُمومًا يختلف الأمر إذا كان لدينا عدَّة فترات إبطاء، هذا ونجد في أوَّل جزء من مُخرج إفيوز لتقدير النماذج $ARMA$ عدد التكرارات التي تم استخدامها في عملية تقدير النموذج، وهذا يدل على أنه في الحقيقة تم استخدام طريقة تكرار رقميَّة للاستمثال بهدف تقدير المعاملات (انظر الفصل ٩ لمزيد من التفاصيل).

بتكرار هذه الخطوات على النماذج $ARMA$ الأخرى نتحصَّل على كل القيم المطلوبة لمعايير المعلومات، ولإعطاء مثال إضافي، في حالة النموذج $ARMA(5,5)$ يجب كتابة ما يلي في مُربع تحرير توصيف المعادلة:

dhp c ar(1) ar(2) ar(3) ar(4) ar(5) ma(1) ma(2) ma(3) ma(4) ma(5)

معايير المعلومات للنموذج $ARMA$ المطبّق على النسب المئويّة للتغيّر في سلسلة أسعار المساكن في المملكة المتّحدة						
AIC						
q/p	٠	١	٢	٣	٤	٥
٠	٣,٢٠٧	٣,١٣٧	٢,٩٩٩	٢,٩٨٩	٢,٩٨٣	٢,٩٨١
١	٣,٠٨٢	٢,٩٩٥	٢,٩٦٨	٢,٩٥٩	٢,٩٩٠	٢,٩٨٢
٢	٢,٩٥٣	٢,٩٦٠	٢,٩٦٨	٢,٩٥٢	٢,٩٥٢	٢,٩٤١
٣	٢,٩٥٨	٢,٩٦٤	٢,٩٦٩	٢,٩٦٠	٢,٩٤٩	٢,٩٥٣
٤	٢,٩٦٥	٢,٩٧٢	٢,٩٢٥	٢,٩٣٢	٢,٩٤٠	٢,٩٠٣
٥	٢,٩٧٦	٢,٩٥٧	٢,٩٥٥	٢,٩١٩	٢,٩٤٥	٢,٩١٨
$SBIC$						
q/p	٠	١	٢	٣	٤	٥
٠	٣,٢٢٠	٣,١٦٤	٣,٠٣٩	٣,٠٤٣	٣,٠٥٠	٣,٠٦١
١	٣,١٠٩	٣,٠٣٦	٣,٠٢١	٣,٠٢٦	٣,٠٧١	٣,٠٧٦
٢	٢,٩٩٣	٣,٠١٤	٣,٠٣٦	٣,٠٣٣	٣,٠٤٦	٣,٠٤٩
٣	٣,٠١٢	٣,٠٣١	٣,٠٥٠	٣,٠٥٤	٣,٠٥٧	٣,٠٧٥
٤	٣,٠٣٣	٣,٠٥٤	٣,٠١٩	٣,٠٤١	٣,٠٦٢	٣,٠٣٨
٥	٠٥٨,٣	٣,٠٥٢	٣,٠٦٣	٣,٠٤١	٣,٠٨٠	٣,٠٦٧

لاحظ أنه بهدف تقدير النموذج $ARMA(5,5)$، من الضروري كتابة قائمة بكل العناصر على النحو الوارد أعلاه بدلًا من أن نكتفي ببساطة بكتابة 'dhp c ar(5) ma(5)' على سبيل المثال، وهو ما من شأنه أن يُعطي نموذجًا يضم مُتغيّرًا تابعًا بخمس فترات إبطاءوحد خطأ كذلك بخمس فترات إبطاء لكن دون باقي العناصر الأخرى، وفيما يلي قيم جميع معايير أكايكي وشوارز للمعلومات المحسوبة باستخدام إفيوز.

إذًا، ما هو النموذج الذي يُصغّر فعلًا معايير المعلومات؟ تُمكّن معايير المعلومات في مثالنا هذا من اختيار نماذج مُختلفة: يختار AIC النموذج $ARMA(4,5)$ في حين يختار $SBIC$ النموذج الأقل معلمات $ARMA(2,0)$ أي النموذج $AR(2)$. هذه النماذج المختارة مُوضّحة في الجدول بأرقام سوداء داكنة، يختار المعيار $SBIC$ في مُعظم الحالات نموذجًا إن لم يكن أصغر، فهو بنفس حجم النموذج الذي يختاره معيار AIC (أي بعدد معلمات مُساوٍ إن لم يكن أقل)؛ لأن المعيار الأوّل يتضمّن عُنصر جزاء أكثر صرامة، وهذا يعني أن المعيار $SBIC$ يُجازي على إدراج عناصر إضافية بشكل أكثر حدّة، كما تُعطي العديد من النماذج المختلفة نفس القيم تقريبًا لمعايير المعلومات ممًا يُشير إلى أن النماذج المختارة لا تقدّم وصفًا واضحًا للبيانات، وأن هناك توصيفات أخرى تناسب البيانات بنفس القدر، كما نُشير كذلك إلى أنه بإمكاننا استخدام معيار هنان-كوين حيث يُمكن تحديد درجات النموذج المناسبة باستخدام هذا النهج.

٩ , ٦ أمثلة عن نمذجة السلاسل الزمنية في مجال الماليَّة
(Examples of time series modelling in finance)

١ , ٩ , ٦ تعادل أسعار الفائدة المغطاة والمكشوفة
(Covered and uncovered interest parity)

حظي موضوع تحديد سعر عُملة ما بما يُقابله من العملات الأخرى (أي سعر الصرف) بقدر كبير من الأهميَّة في الدراسات التجريبيَّة للأدبيات الماليَّة الدوليَّة، وفي هذا الإطار تمت دراسة ثلاث فرضيات على وجه الخصوص، وهي تعادل أسعار الفائدة المغطاة (CIP)، أسعار الفائدة المكشوفة (UIP) وتعادل القوة الشرائية ((Purchasing Power Parity (PPP))، سوف نتطرَّق في هذا الفصل إلى أوَّل فرضيَّتين كأمثلة توضيحيَّة، في حين سيتم مُناقشة تعادل القوة الشرائية في الفصل ٨، هذا وتُعتبر كل هذه الفرضيات الثلاث مُهمَّة للطلاب في مجال الماليَّة؛ لأن انتهاك فرضيَّة أو أكثر من هذه الفرضيات قد يُتيح إمكانيَّة المراجحة (Arbitrage)، أو على الأقل سوف تقدِّم المزيد من المعلومات حول كيفيَّة عمل الأسواق الماليَّة، سوف نُناقش هنا كل هذه المسائل بإيجاز؛ ولمزيد من التعمُّق انظر كوثبرتسون ونيتسش (٢٠٠٤) ((Cuthbertson and Nitzsche (2004)) والمراجع العديدة الواردة فيه.

٢ , ٩ , ٦ تعادل أسعار الفائدة المغطاة
(Covered interest parity)

تعادل أسعار الفائدة المغطاة في أبسط معانيه يعني أنه في حالة كانت الأسواق الماليَّة كُفؤة فإنه من غير الممكن تحقيق أرباح دون مُجازفة من خلال الاقتراض بمعدل فائدة خالٍ من المخاطرة بالعملة المحلية، أو تحويل الأموال المقترضة إلى عملة (أجنبيَّة) أخرى واستثمارها هناك بمعدلات خالية من المخاطرة، وتجميد البيع الآجل لضمان دعم سعر الصرف للعملة المحلية، وبالتالي في حال توفُّر تعادل أسعار الفائدة المغطاة من الممكن كتابة:

$$f_t - s_t = (r - r^*)_t \qquad (١٣٢،٦)$$

حيث يُمثِّل f_t و s_t لوغاريتمات السعر الآجل والسعر الفوري للعملة المحليَّة مُقابل العملة الأجنبيَّة في الزمن t، r نسبة الفائدة المحليَّة و r^* نسبة الفائدة الأجنبية، تُعتبر هذه المعادلة شرط التوازن الذي يجب أن يتحقَّق، وإلَّا فسوف تظهر فُرص مُراجحة خالية من المخاطرة (Riskless Arbitrage Opportunities)، ووجود مثل هذه المراجحة من شأنه أن يضمن أن أي انحراف عن شرط التوازن لا يمكن أن يستمر إلى أجل غير مُتناهٍ، كما تجدر الإشارة إلى أن تعادل أسعار الفائدة المغطاة تتضمَّن العديد من الافتراضات حيث تكون المعدلات الخالية من المخاطر حقًّا خالية من المخاطر، أي أنه لا توجد إمكانية للأخطار الضمنيَّة، كما يُفترض كذلك عدم وجود تكاليف المعاملات كرسوم السماسرة، وهوامش الشراء والبيع، ورسم الدمغة، إلخ، وغياب الرقابة على حركة رؤوس الأموال بحيث يمكن تحويل الأموال من عملة إلى أخرى دون قيود.

٦,٩,٣ تعادل أسعار الفائدة المكشوفة

(Uncovered interest parity)

للحصول على تعادل أسعار الفائدة المكشوفة، نأخذ تعادل أسعار الفائدة المغطاة، ونُضيف إليه شرطًا آخر يُعرف 'بالسعر الآجل غير المتحيِّز' (Forward Rate Unbiasedness)، يُشير السعر الآجل غير المُتحيِّز إلى أن السعر الآجل للعملة الأجنبية ينبغي أن يكون مُقدَّرًا غير مُتحيِّز للقيمة المستقبلية للسعر الفوري، إذا لم يتحقَّق هذا الشرط فإنه يوجد نظريًّا فُرص مُراجحة خالية من المخاطرة، تُشير نظريَّة تعادل أسعار الفائدة المكشوفة في جوهرها إلى أن التغير المتوقع في سعر الصرف ينبغي أن يكون مُساويًا للفارق في أسعار الفائدة بين تلك المتاحة بدون مخاطرة في كلٍّ من العملات، جبريًّا يُمكن صياغة ذلك على النحو التالي:

$$s_{t+1}^{e} - s_t = (r - r^{*})_t \qquad (١٣٣،٦)$$

حيث نحتفظ بنفس الرموز كما في السابق في حين يرمز s_{t+1}^{e} إلى التوقُّع في الزمن t بسعر الصرف الفوري عند الزمن $t + 1$.

أمَّا عن مجموع الكتابات التي اهتمَّت باختبار تعادل أسعار الفائدة المغطاة، وتعادل أسعار الفائدة المكشوفة فعددها هائلًا، حيث تضم هذه الكتابات المئات من المنشورات، ومن غير المستغرب أن اختبارات تعادل أسعار الفائدة المغطاة (لكونه شرط مُراجحة بحتة) تميل إلى عدم رفض فرضية تعادل الأسعار، كما أجرى تايلور (١٩٨٧، ١٩٨٩) ((Taylor (1987, 1989)) دراسات مُعمَّقة عن تعادل أسعار الفائدة المغطاة، وخلص إلى أن هناك فترات تاريخية كانت فيها المراجحة مُربحة، ولا سيما خلال الفترات التي تخضع فيها أسعار الصرف إلى الرقابة، تأخذ الاختبارات البسيطة نسبيًّا لتعادل أسعار الفائدة المكشوفة وللسعر الآجل غير المُتحيِّز شكل المعادلات على الصيغة (١٣٣،٦)، وتُضيف إليها حدودًا أخرى هامَّة، في حالة تحقُّق تعادل أسعار الفائدة المكشوفة فإن هذه الحدود المضافة يجب أن تكون غير معنويَّة، كما اختبر إيتو (١٩٨٨) ((Ito (1988)) تعادل أسعار الفائدة المكشوفة لسعر صرف الين مُقابل الدولار مع سعر الصرف الآجل لثلاث أشهر للفترة الممتدَّة بين يناير ١٩٧٣ وفبراير ١٩٨٥، تنقسم فترة العيِّنة إلى ثلاث فترات نتيجة للانقطاعات الهيكليَّة الظاهرة في السلسلة، وهنا نُشير إلى أنه جرى العمل بالرقابة على تحركات رؤوس الأموال في اليابان حتى سنة ١٩٧٧ قبل أن يقع التخفيف من بعضها وإزالتها نهائيًّا سنة ١٩٨٠، يُؤكد اختبار تشاو حدس إيتو، ويدل على أنه يجب تحليل فترات العيِّنة الثلاث كلًّا على حدة، هذا وقد تم تقدير انحدارين مُنفصلين لكل فترة من الفترات الفرعيَّة الثلاث للعيِّنة:

$$s_{t+3} - f_{t,3} = a + b_1(s_t - f_{t-3,3}) + b_2(s_{t-1} - f_{t-4,3}) + u_t \qquad (١٣٤،٦)$$

حيث يُمثِّل s_{t+3} نسبة الفائدة الفوريَّة المتداولة في الزمن $t + 3$، $f_{t,3}$ نسبة الفائدة الآجلة لثلاث فترات مُستقبليَّة والمتاح في الزمن t، إلى غير ذلك، ويرمُز u_t إلى حد الخطأ، من الطبيعي هنا اختبار الفرضيَّة المشتركة التالية:

$$H_0: a = 0 \text{ and } b_1 = 0 \text{ and } b_2 = 0$$

تُمثِّل هذه الفرضيَّة القيد الذي ينص على أن القيمة المتوسِّطة لانحراف نسبة الفائدة الآجلة عن نسبة الفائدة الفعليَّة لا تختلف معنويًّا عن الصفر ($a = 0$)، وأن هذا الانحراف يجب أن يكون مُستقلًّا عن كل المعلومات المتاحة في الزمن t ($b_1 = 0$ و $b_2 = 0$).

الجدول رقم (١ , ٦) نتائج اختبار تعادل أسعار الفائدة

فترة العيّنة	١٩٧٣ الشهر ١ – ١٩٧٧ الشهر ٣	١٩٧٧ الشهر ٤ – ١٩٨٠ الشهر ١٢	١٩٨١ الشهر ١ – ١٩٨٥ الشهر ٢
المجموعة أ: القيم المقدّرة واختبار الفرضيات لـ			
$s_{t+3} - f_{t,3} = a + b_1(s_t - f_{t-3,3}) + b_2(s_{t-1} - f_{t-4,3}) + u_t$			
القيمة المقدّرة لـ a	٠,٠٠٩٩	٠,٠٠٣١	٠,٠٢٧
القيمة المقدّرة لـ b_1	٠,٠٢٠	٠,٢٤	٠,٠٧٧
القيمة المقدّرة لـ b_2	٠,٣٧-	٠,١٦	٠,٢١-
الاختبار المشترك $x^2(3)$	٢٣,٣٨٨	٥,٢٤٨	٦,٠٢٢
قيمة پي للاختبار المشترك	٠,٠٠٠	٠,١٥٥	٠,١١١
المجموعة ب: القيم المقدّرة واختبار الفرضيات لـ			
$s_{t+3} - f_{t,3} = a + b(s_t - f_{t,3}) + v_t$			
القيمة المقدّرة لـ a	٠,٠٠	٠,٠٥٢-	٠,٨٩-
القيمة المقدّرة لـ b	٠,٠٩٥	٤,١٨	٢,٩٣
الاختبار المشترك $x^2(2)$	٣١,٩٢٣	٢٢,٠٦	٥,٣٩
قيمة پي للاختبار المشترك	٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,٠٧

المصدر: إيتو (١٩٨٨). أعيد نشره بترخيص من مطبعة مجلات معهد ماساتشوستس للتقنية.

هذا ويجب استيفاء جميع هذه الشروط الثلاث لكي يتحقَّق تعادُل أسعار الفائدة المكشوفة، أمَّا المعادلة الثانية التي قام إيتو باختبارها فهي كالتالي:

$$s_{t+3} - f_{t,3} = a + b(s_t - f_{t,3}) + v_t \quad (١٣٥،٦)$$

حيث يُمثِّل v_t حد الخطأ، وتكون الفرضيَّة المهمَّة في هذه الحالة كالتالي: $H_0: a = 0 \text{ and } b = 0$.

تختبر المعادلة رقم (١٣٤،٦) ما إذا كانت أخطاء التنبؤ (Forecast Error) السابقة تتضمَّن معلومات مُفيدة للتنبؤ بالفرق بين سعر الصرف الفعلي في الزمن $t + 3$ وقيمته التي تنبأ بها سعر الصرف الآجل، أمَّا المعادلة رقم (١٣٥،٦) فتختبر إذا كان للعلاوة الآجلة قُدرة على التنبؤ بالفارق بين سعر الصرف الفعلي في الزمن $t + 3$ وقيمته التي تنبَّأ بها سعر الصرف الآجل، وردت النتائج التي تتعلَّق بفترات العيِّنة الثلاث في الجدول رقم ٣ في ورقة بحث إيتو، هذه النتائج وقع تعديلها وعرضها هنا في الجدول رقم (١ , ٦).

أمَّا الاستنتاج الرئيس فيتمثَّل في الفشل الواضح فيما يخص تحقُّق تعادُل أسعار الفائدة المكشوفة خلال فترة الرقابة الصارمة على تحركات رؤوس الأموال، لكن الأدلة ضد تعادُل أسعار الفائدة المكشوفة تقل شيئًا فشيئًا مع التخلي عن هذه الرقابة.

١٠, ٦ التمهيد الأُسِّي

(Exponential smoothing)

يُعتبر التمهيد الأسي طريقة أخرى للنمذجة (لا يعتمد على نهج ARIMA)، وهو لا يستخدم سوى توليفة خطِّية من القيم السابقة للسلسلة بهدف نمذجتها وتوليد تنبؤات بقيمها المستقبليَّة، ونظرًا إلى أنه لن يتم استخدام سوى القيم السابقة للسلسلة قيد الدرس فإن السؤال الوحيد المتبقِّي هو معرفة مقدار الأوزان التي ينبغي إرفاقها لكل مُشاهدة من المشاهدات السابقة، من المتوقَّع أن تحظى المشاهدات الأخيرة بأكبر قدر من الأهميَّة في المساعدة على التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة، إذا كان الأمر كذلك فمن المحبَّذ أن يضع النموذج وزنًا للمشاهدات الأحدث أكبر من وزن المشاهدات الأبعد زمنيًا، من ناحية أخرى تظل المشاهدات الأبعد زمنيًا تحتوي على بعض المعلومات المفيدة للتنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة، وهذا الأمر لا ينطبق في إطار المتوسط المتحرك، أمَّا نموذج التمهيد الأسي فمن شأنه أن يُحقِّق ذلك من خلال فرض نظام ترجيح يتراجع هندسيًا على القيم المتأخِّرة للسلسلة، تكون معادلة النموذج كالتالي:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1} \qquad (١٣٦،٦)$$

حيث يُمثِّل α ثابت التمهيد ويكون $0 < \alpha < 1$، y_t القيمة الحالية المتحقِّقة و S_t القيمة الحالية الممهَّدة.

بما أن $\alpha + (1-\alpha) = 1$ فإنه تتم نمذجة S_t كمتوسِّط مُرجَّح للمشاهدة الحاليَّة y_t والقيمة الممهَّدة السابقة، هذا ويمكن إعادة كتابة النموذج السابق للتعبير لإظهار نظام الترجيح الأسي بشكل أكثر وضوحًا، بتأخير المعادلة رقم (١٣٦،٦) بفترة واحدة، نتحصَّل على التعبير التالي:

$$S_{t-1} = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)S_{t-2} \qquad (١٣٧،٦)$$

بتأخير المعادلة السابقة مرَّة أخرى نتحصَّل على:

$$S_{t-2} = \alpha y_{t-2} + (1-\alpha)S_{t-3} \qquad (١٣٨،٦)$$

بتعويض S_{t-1} المقدَّم في المعادلة رقم (١٣٧،٦) داخل المعادلة رقم (١٣٦،٦) نتحصَّل على:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)S_{t-2}) \qquad (١٣٩،٦)$$

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2 S_{t-2} \qquad (١٤٠،٦)$$

بتعويض S_{t-2} المقدَّم في المعادلة رقم (١٣٨،٦) داخل المعادلة رقم (١٤٠،٦) نتحصَّل على:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2(\alpha y_{t-2} + (1-\alpha)S_{t-3}) \qquad (١٤١،٦)$$

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2\alpha y_{t-2} + (1-\alpha)^3 S_{t-3} \qquad (١٤٢،٦)$$

وبإجراء عدد T تعويضات مُتتالية من هذا النوع نتحصَّل على:

$$S_t = \left(\sum_{i=0}^{T} \alpha(1-\alpha)^i y_{t-i}\right) + (1-\alpha)^{T+1} S_{t-1-T} \quad (١٤٣،٦)$$

بما أن $\alpha > 0$ فإن تأثير كل مُشاهدة ينخفض بمعدَّل هندسي كلَّما تقدمت مُشاهدات المتغيِّر في الزمن، في النهاية، عندما $T \to \infty$ فإن $(1-\alpha)^T S_0 \to 0$ وهكذا فإن القيمة الحاليَّة المُمهَّدة تكون عبارة عن مجموع لامُتناهٍ مرجّح هندسيًّا من المشاهدات السابقة.

هذا ونتحصَّل على التنبؤات من نمـوذج التمهيد الأسي من خـلال القيمـة الحاليَّة الممهّدة، وذلك لأي عدد من الخطوات المستقبليَّة s:

$$f_{t,s} = S_t, s = 1, 2, 3, \ldots \quad (١٤٤،٦)$$

يُمكن اعتبار نموذج التمهيد الأسِّي حالة خاصة لنموذج بوكس-جنكينز $ARIMA(0,1,1)$ بمعامل MA يُساوي $(\alpha - ١)$، انظر جرانجر ونيوبولد (١٩٨٦، ص ١٧٤) (Granger and Newbold (1986, p. 174)).

تُعرف الطريقة المذكورة السابقة بالتمهيد الأسِّي الأحادي أو البسيط، ويمكن تعديلها للأخذ بعين الاعتبار الاتجاهات العامَّة (طريقة هولت) (Holt's method) أو الأخذ بعين الاعتبار الموسمية (طريقة وينتر) (Winter's method) في المتغير الأساسي، لن نُتابع عرض هذه النماذج الموسَّعة في هذا النص؛ نظرًا لوجود طريقة أفضل لنمذجة الاتِّجاهات العامَّة (باستخدام عمليَّة جذر الوحدة، انظر الفصل ٨) والموسميَّة (انظر الفصل ١٠) الموجودة عادة في البيانات الماليَّة.

يتمتع التمهيد الأسِّي بعدَّة مزايا مُقارنة بفئة النماذج $ARMA$ الأكثر تعقيدًا المُناقشة سابقًا، أولًا: من الواضح أنه من السهل جدًّا استخدام التمهيد الأسِّي، كما أنه لا داعي لتحديد عدد المعلمات التي يجب تقديرها (على افتراض اعتبار تمهيد أسِّي مُفرد فقط)، وبالتالي فإنه من السَّهل تحديث النموذج كلَّما أُتيحت مُشاهدات جديدة.

من بين عُيوب التمهيد الأسِّي نجد أنه بسيط بشكل مُبالَغ فيه، كما أنَّه غير مرن، هذا ويُمكن اعتبار نماذج التمهيد الأسِّي نموذجًا من عائلة النماذج $ARIMA$، والتي ليست بالضرورة الأمثل لالتقاط الارتباط الخطِّي في البيانات، كما أن تنبؤات نموذج التمهيد الأسِّي لا تقترب من الوسط طويل الأجل للمتغيِّر عند زيادة أفق التنبؤ. ينتج عن ذلك أن التنبؤات طويلة الأجل تتأثر بشكل مُفرط بالمشاهدات الأخيرة في تاريخ السلسلة قيد الدرس، وبالتالي ستكون هذه التنبؤات دون المستوى الأمثل.

سنُقدِّم مُناقشة حول كيفية تقدير نماذج التمهيد الأسِّي باستخدام إفيوز بعد القسم التالي الذي يتناول التوقع في الاقتصاد القياسي.

٦, ١١ التوقع في الاقتصاد القياسي

(Forecasting in econometrics)

على الرغم من أن عبارتا 'التوقع' و'التنبؤ' تعطيان أحيانًا معاني مُختلفة في بعض الدراسات، إلَّا أنه في هذا النص سيتم استخدام الكلمتين على أنهما مترادفان، في هذا السياق، يعني التوقع أو التنبؤ ببساطة مُحاولة *لتحديد القيم التي من المرجَّح أن تتَّخذها السلسلة*، وبطبيعة الحال يُمكن أن يكون التنبؤ أيضًا مُفيدًا في إطار البيانات المقطعية العرضيَّة، وعلى الرغم من أن المناقشة أدناه تُشير إلى بيانات السلاسل الزمنية إلَّا أن بعض النقاشات تنطبق على البيانات المقطعية العرضيَّة.

كما أن تحديد دقة التنبؤ لنموذج ما يُعتبر بمثابة اختبار هام لمدى مُلاءمته للبيانات، كما ذهب بعض المختصِّين في الاقتصاد القياسي إلى القول بأن الصلاحيَّة الإحصائية للنموذج من حيث انتهاكه أو لا لافتراضات نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي، ومـا إذا كـان يتضمَّن معلمـات غير معنويَّة إلى حد بعيد، غير مهمَّة إذا كـان النموذج يُنتج توقعـات دقيقـة، هذا وتُنـاقش

الأقســام الفرعيــة التالية للكتاب لماذا يتم وضع التوقعات، وكيف تتم التوقعات من عدة فئات هامة من النماذج، وكيف تُقيّم التوقعات، وما إلى ذلك.

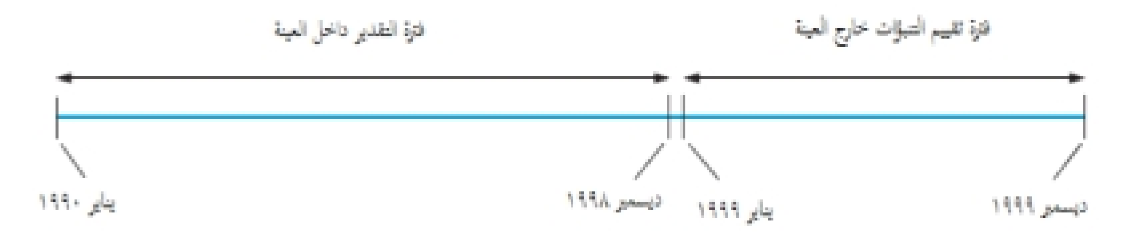
١ , ١١ , ٦ لماذا نقوم بالتوقُّع؟

(Why forecast?)

يرجع القيام بالتوقعات أساسًا لكونها مُفيدة! غالبًا ما تتضمَّن القرارات الماليَّة التزامًا طويل الأجل بالموارد التي تتوقف عوائدها على ما سيحدث في المستقبل، وفي هذا الإطار سوف تعكس القرارات التي تم اتخاذها اليوم توقعات الحالة المستقبلية للعالم، وكلما كانت تلك التوقعات أكثر دقة كلما كان من المرجَّح الحصول على منفعة (أو أموال!) أكبر.

هذا ونذكر فيما يلي بعض الأمثلة في مجال الماليَّة أين تحظى التوقعات المتحصَّل عليها من نماذج الاقتصاد القياسي بالأهميَّة:

- توقُّع عائد الغد لسهم ما.
- توقُّع *أسعار المساكن* بالنظر إلى خصائصها.
- توقُّع *مخاطرة المحفظة* خلال السنة القادمة.
- توقُّع تقلُّب عوائد السندات.
- توقُّع الارتباط ليوم الغد بين تحركات سوق الأسهم الأمريكية والبريطانية.
- توقُّع العدد المحتمل *للتخلف عن السداد* في محفظة قروض الإسكان.



الشكل رقم (٩ , ٦) استخدام فترة داخل العيّنة وفترة خارج العيّنة للتحليل

من الواضح مُجدَّدًا أنه يُمكن تطبيق التوقُّع إما في إطار البيانات المقطعية العرضيَّة، أو في إطار السلاسل الزمنية، كما أنه من المفيد التمييز بين نهجين للتوقُّع:

- التنبؤ (الهيكلي) المبني على الاقتصاد القياسي: هذا النوع يربط مُتغيِّرًا تابعًا بمتغيِّر أو عدَّة مُتغيِّرات مُستقلَّة. تعمل مثل هذه النماذج عادة بشكل جيِّد في المدى الطويل؛ لأن العلاقات طويلة الأجل بين المتغيِّرات تنشأ عادة نتيجة شروط عدم المراجحة وكفاءة السوق، ومن الأمثلة على تلك التنبؤات نجد التنبؤ بالعوائد المستمد من نماذج تسعير الأصول، أو كذلك التنبؤ بسعر الصرف طويل الأجل القائم على نظريَّة تعادل القوَّة الشرائيَّة، أو على نظريَّة تعادل أسعار الفائدة المكشوفة.
- تنبؤ السلاسل الزمنيَّة: ويتضمَّن محاولة توقُّع القيم المستقبليَّة لسلسلة ما بالنظر إلى قيمها السابقة و/ أو القيم السابقة لحد الخطأ.

هذا ونذكر أن التمييز بين هذين النوعين من التوقُّع غير واضح بعض الشيء، فعلى سبيل المثال ليس من الواضح لأي تصنيف تنتمي نماذج متَّجه الانحدار الذاتي (Vector Autoregressive Models) (لمراجعة شاملة، انظر الفصل ٧).

من المهم كذلك التمييز بين تنبؤ النقطة (Point Forecast) وتنبؤ الفترة (Interval Forecast)، يقوم *تنبؤ النقطة* بالتنبؤ بقيمة واحدة للمتغيِّر محل الاهتمام، في حين أن *تنبؤ الفترة* يُوفِّر نطاقًا من القيم التي يُتوقَّع أن تقع فيه القيمة المستقبلية للمتغير، وعند مستوى معين من الثقة.

٦,١١,٢ الفرق بين التنبؤات داخل العيِّنة والتنبؤات خارج العيِّنة

(The difference between in-sample and out-of-sample forecasts)

التنبؤات داخل العيِّنة (In-Sample Forecasts) هي تلك التنبؤات التي يتم توليدها لنفس مجموعة البيانات المستخدمة في تقدير معلمات النموذج، لهذا السبب نتوقَّع أن تكون 'تنبؤات' نموذج ما جيدة نسبيًّا داخل العيِّنة، لذلك فإن النهج المعقول لتقييم النموذج من خلال فحص دقَّة التنبؤات لا يتمثَّل في استخدام كل المشاهدات في تقدير معلمات النموذج، وإنما نستثني بعض المشاهدات، تُستخدم العيِّنة الأخيرة والتي تُعرف أحيانًا باسم *العيِّنة المستبعدة* لبناء التنبؤات خارج العيِّنة (Out-of-Sample Forecasts).

لتقديم مثال يُوضِّح هذا التمييز نفرض أن بحوزتنا البعض من العوائد الشهريَّة لمؤشر FTSE خلال ١٢٠ شهرًا (من يناير ١٩٩٠ إلى ديسمبر ١٩٩٩)، من الممكن استخدام كل المشاهدات لبناء النموذج (وتوليد تنبؤات داخل العيِّنة فقط)، أو استبعاد بعض المشاهدات من عمليَّة التقدير كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (٦,٩).

ما يمكن القيام به في هذه الحالة هو استخدام البيانات بدءًا من شهر ١ من السنة ١٩٩٠ وحتى شهر ١٢ من السنة ١٩٩٨ لتقدير معلمات النموذج، ومن ثم التنبؤ بمشاهدات سنة ١٩٩٩ من خلال المعلمات المقدرة، وبطبيعة الحال يُحدَّد تاريخ بدء وانتهاء الفترة داخل العيِّنة، والفترة خارج العيِّنة بطريقة نوعًا ما تعسُّفية، وبناء على تقدير الباحث، وهكذا يُمكننا معرفة إلى أي مدى تقترب تنبؤات أشهر ١٩٩٩ من قيمها الحقيقيَّة المقدَّمة في العيِّنة المستبعدة، يُعتبر هذا الإجراء اختبارًا أفضل للنموذج مُقارنة بفحص ملاءمة النموذج داخل العيِّنة، ويرجع ذلك لكون المعلومات الواردة في الشهر ١ من السنة ١٩٩٩ والأشهر الموالية لم تُستخدم عند تقدير معلمات النموذج.

٦,١١,٣ بعض المصطلحات الأخرى: التنبؤات بخطوة واحدة للمستقبل مُقابل التنبؤات المتعددة الخطوات للمستقبل والعيِّنة المتحرِّكة مُقابل العيِّنة المتكررة

(Some more terminology: one-step-ahead versus multi-step-ahead forecasts and rolling versus recursive samples)

يُعرف *التنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل* (One-step-ahead forecast) بأنه تنبؤ يتم إنشاؤه للمشاهدة التالية فقط في حين أن *التنبؤات المتعددة الخطوات للمستقبل* (Multi-step-ahead forecasts) هي تلك التي يتم إنشاؤها لـــ ١، ٢، ٣، ...، s خطوة للمستقبل بحيث يكون أفق التنبؤ s فترة مُقبلة، الاختيار بين التنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل والتنبؤ المتعدد الخطوات للمستقبل يكون حسب أفق التنبؤ محل اهتمام الباحث.

لنفترض أننا استخدمنا البيانات الشهرية للمؤشر FTSE كما هو موضح في المثال أعلاه، إذا توقَّفت فترة التقدير داخل العيِّنة في ديسمبر ١٩٩٨، فيمكن إنتاج تنبؤات تصل إلى اثني عشر خطوة للمستقبل، مما يُعطي اثني عشر تنبؤًا يمكنُ مقارنتها بالقيم الفعلية

للسلسلة، مُقارنة القيم الفعلية بالقيم المتنبّأ بها بهذه الطريقة ليست مثالية؛ لأن أفق التنبؤ يتفاوت من خطوة إلى اثنتي عشرة خطوة مُستقبليّة، فعلى سبيل المثال، يمكن أن نصادف حالة يُنتج فيها النموذج تنبؤات جيّدة جدًّا لآفاق قصيرة (خطوة أو خطوتين مثلًا)، لكنــه ينتج توقُّعــات غير دقيقة لآفاق أبعد، لن يكون بالإمكان تقييم مـا إذا كـان هذا ما يحدث في الواقع أم لا، حيث لن يكون مُتاحًا سوى تنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل، تنبؤ بخطوتين للمستقبل، إلخ، هذا ويتطلب تقييم التنبؤات عيّنة مستبعدة أكبر بكثير.

هناك طريقة فعّالة للتحايل على هذه المشكلة تتمثّل في استخدام *نافذة متكررة* (Recursive window) أو *نافذة متحرّكة* (Rolling window) والتي تُولِّد سلسلة من التنبؤات لعدد مُعين من الخطوات المستقبليّة، نموذج التنبؤ المتكرر هو عبارة عن نموذج يتم فيه تحديد تاريخ التقدير الأوّلي، لكن تُضاف بعد ذلك مُشاهدات إضافية إلى فترة التقدير على أساس مُشاهدة في كل مرة، في المقابل في النافذة المتحرّكة يكون طول الفترة داخل العيّنة المستخدمة في تقدير النموذج ثابتًا، حيث إن تاريخ بدء وانتهاء العيّنة يزيد كلٌّ منهما بمشاهدة واحدة، لنفترض الآن أننا سنهتم فقط بالتنبؤات بفترة، بفترتين، وبثلاث فترات مُستقبليّة، يُمكن إنتاج هذه التنبؤات باستخدام طريقة النافذة المتكررة وطريقة النافذة المتحرّكة:

الهدف: إنتاج تنبؤات بفترة، بفترتين وبثلاث فترات مُستقبليّة لـ :	البيانات المستخدمة في تقدير معلمات النموذج	
	نافذة متحركة	نافذة متكررة
الشهر ١، ٢ و ٣ لسنة ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ١٢ ١٩٩٨	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ١٢ ١٩٩٨
الشهر ٢، ٣ و ٤ لسنة ١٩٩٩	شهر ٢ ١٩٩٠ - شهر ١ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ١ ١٩٩٩
الشهر ٣، ٤ و ٥ لسنة ١٩٩٩	شهر ٣ ١٩٩٠ - شهر ٢ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٢ ١٩٩٩
الشهر ٤، ٥ و ٦ لسنة ١٩٩٩	شهر ٤ ١٩٩٠ - شهر ٣ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٣ ١٩٩٩
الشهر ٥، ٦ و ٧ لسنة ١٩٩٩	شهر ٥ ١٩٩٠ - شهر ٤ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٤ ١٩٩٩
الشهر ٦، ٧ و ٨ لسنة ١٩٩٩	شهر ٦ ١٩٩٠ - شهر ٥ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٥ ١٩٩٩
الشهر ٧، ٨ و ٩ لسنة ١٩٩٩	شهر ٧ ١٩٩٠ - شهر ٦ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٦ ١٩٩٩
الشهر ٨، ٩ و ١٠ لسنة ١٩٩٩	شهر ٨ ١٩٩٠ - شهر ٧ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٧ ١٩٩٩
الشهر ٩، ١٠ و ١١ لسنة ١٩٩٩	شهر ٩ ١٩٩٠ - شهر ٨ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٨ ١٩٩٩
الشهر ١٠، ١١ و ١٢ لسنة ١٩٩٩	شهر ١٠ ١٩٩٠ - شهر ٩ ١٩٩٩	شهر ١ ١٩٩٠ - شهر ٩ ١٩٩٩

يُحدَّد طول العيّنة في النوافذ المتحرّكة أعلاه بشكل ثابت عند ١٠٨ مُشاهدات، في حين أن عدد المشاهدات المستخدمة في تقدير المعلمات في حالة النافذة المتكررة يزيد كلما نزلنا أسفل الجدول.

٤ , ١١ , ٦ التنبؤ باستخدام السلاسل الزمنية مُقابل التنبؤ باستخدام النماذج الهيكلية

(Forecasting with time series versus structural models)

يُعتبر مفهوم *التوقعات الشرطيّة* (Conditional Expectations) ضروريًا لفهم كيفيّة إنشاء التنبؤات، يُمكن صياغة التوقُّع الشرطي كالتالي:

$$E(y_{t+1}|\Omega_t)$$

ينص هذا التعبير على أن القيمة المتوقعة لــ y في الزمن $t+1$، مشروطة (|) بجميع المعلومات المتاحة حتى الزمن t (Ω_t)، يتناقض ذلك مع التوقُّع غير الشرطي لــ y وهو القيمة المتوقعة لــ y دون أي إشارة إلى الزمن، أي وسط y غير الشرطي، هذا ويُستخدم مُؤثر التوقعات الشرطيَّة لتوليد تنبؤات بقيم السلسلة، أمَّا عن كيفيَّة تقييم هذا التوقع الشرطي فهذا يعتمد بطبيعة الحال على النموذج قيد الدرس، كما نُشير إلى أنه سيتم تطوير عدة فئات من نماذج التنبؤ في هذا الفصل وفي الفصول اللاحقة.

أول ما تجدر ملاحظته هو أنه بحكم تعريفه يكون التنبؤ الأمثل لعمليَّة تشويش أبيض بوسط صفري كالتالي:

$$E(u_{t+s}|\Omega_t) = 0 \; \forall \, s > 0 \qquad (٦،١٤٥)$$

يُوضح الإطار رقم (٦,٣) أبسط طريقتين للتنبؤ، والتي يُمكن استخدامها تقريبًا في كل الحالات.

الإطار رقم (٦,٣) طرق التنبؤ

(١) افتراض عدم وجود تغيّرات بحيث يُساوي التنبؤ f بقيمة y بعد s خطوة مستقبليّة القيمة الحاليّة لـ y:

$$E(y_{t+s}\,|\Omega_t) = y_t \qquad (٦،١٤٦)$$

يتّصف مثل هذا التنبؤ بكونه الأمثل إذا كانت السلسلة y_t تتبع عملية سير عشوائي.

(٢) في ظل غياب نموذج كامل، يُمكن توليد التنبؤات باستخدام مُتوسّط السلسلة طويل الأجل. تكون التنبؤات التي تستخدم الوسط غير الشرطي أكثر فائدة من التنبؤات 'دون تغيّر'، وذلك لكل سلسلة تتميّز بالعودة إلى المتوسّط (Mean-Reverting) (أي سلسلة ساكنة).

تُعتبر نماذج السلاسل الزمنية عمومًا أكثر ملاءمة من النماذج الهيكلية في إنتاج التنبؤات بالسلاسل الزمنية. لتوضيح ذلك نتناول نموذج الانحدار الخطِّي التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + u_t \qquad (٦،١٤٧)$$

للتنبؤ بــ y نحتاج التوقع الشرطي لقيمتها المستقبليَّة، بأخذ التوقعات لكلا جانبَي المعادلة رقم (٦،١٤٧) نتحصَّل على:

$$E(y_t\,|\Omega_{t-1}) = E(\beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + u_t) \qquad (٦،١٤٨)$$

يُمكن أن تُؤخذ المعلمات خارج مُؤثر التوقعات؛ نظرًا لأن لدينا دالة انحدار مُجتمع، وبالتالي يُفترض أن تكون المعلمات معلومة، يُمكن الحصول على التعبير التالي:

$$E(y_{t+1|t}) = \beta_1 + \beta_2 E(x_{2t}) + \beta_3 E(x_{3t}) + \cdots + \beta_k E(x_{kt})) \qquad (١٤٩،٦)$$

لكن تظل مشكلة أخرى: ماذا عن $E(x_{2t})$، إلخ؟ تذكّر أن المعلومات مُتاحة فقط إلى حدود الزمن $t-1$ وعليه تكون قيم هذه المتغيّرات غير معلومة، من الممكن التنبؤ بقيم هذه المتغيّرات، لكن سوف يتطلب ذلك مجموعة أخرى من نماذج التنبؤ لكل متغيّر مُفسّر، وطالما أن التنبؤ بالمتغيرات المفسّرة قد يكون بنفس درجة الصعوبة أو حتى أكثر صعوبة من التنبؤ بالمتغيّر المفسَّر، فإن هذه المعادلة عديمة المنفعة! وفي ظل غياب مجموعة من التنبؤات للمتغيّرات المفسّرة يُمكن أن يتّجه تفكيرنا إلى استخدام $\bar{x}_2$، إلخ، أي القيم المتوسّطة للمتغيّرات المفسّرة، ممّا يُعطي المعادلة التالية:

$$E(y_t) = \beta_1 + \beta_2 \bar{x}_2 + \beta_3 \bar{x}_3 + \cdots + \beta_k \bar{x}_k = \bar{y}\,! \qquad (١٥٠،٦)$$

وبالتالي إذا استُخدمت القيم المتوسطة للمتغيّرات المفسّرة كمدخلات للنموذج، فإن كل ما يمكن الحصول عليه كتنبؤ هو القيمة المتوسطة لـ y، هذا ويُعتبر التنبؤ باستخدام نماذج سلاسل زمنيّة بحتة أمرًا رائجًا نسبيًّا؛ لأنه يتجنّب هذه المشكلة.

٥ , ١١ , ٦ التنبؤ باستخدام النماذج $ARMA$

(Forecasting with $ARMA$ models)

يُعتبر التنبؤ باستخدام نماذج $ARMA$ عمليّة بسيطة نوعًا ما لحساب التوقعات الشرطيّة، على الرغم من أنه يُمكن استخدام أي ترميز منطقي ومُتناسق إلّا أنه في هذا الكتاب سوف نعتمد الاصطلاحات التالية، نرمُز بـــ $f_{t,s}$ التنبؤ المتحصّل عليه باستخدام النموذج $ARMA(p,q)$، في الزمن t لـــ s خُطوة مُستقبليّة لسلسلة ما y. تُولد التنبؤات باستخدام ما يُعرف بدالة التنبؤ، وهي دالة عادة ما تكون على الشكل التالي:

$$f_{t,s} = \sum_{i=1}^{p} a_i\, f_{t,s-i} + \sum_{j=1}^{q} b_j\, u_{t+s-j} \qquad (١٥١،٦)$$

حيث:

$$f_{t,s} = y_{t+s}, s \leq 0;\; u_{t+s} = 0, s > 0 = u_{t+s}, s \leq 0$$

ويُمثّل a_i و b_j على التوالي معاملات الانحدار الذاتي والمتوسّط المتحرّك، سنُقدّم الآن توضيحًا لكيفيّة توليد تنبؤات لعمليات AR و MA مُنفصلة والذي سيقودنا إلى المعادلة العامة رقم (١٥١،٦) أعلاه.

٦ , ١١ , ٦ التنبؤ بالقيمة المستقبليّة للعمليّة $MA(q)$

(Forecasting the future value of an $MA(q)$ process)

لعملية المتوسط المتحرك ذاكرة لا يتجاوز طولها q، وهذا من شأنه الحد من أفق التنبؤ المعقول، لنفترض على سبيل المثال أننا قُمنا بتقدير نموذج $MA(3)$:

$$y_t = \mu + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \theta_3 u_{t-3} + u_t \qquad (١٥٢،٦)$$

بما أنه يُفترض ثبات المعلمات عبر الزمن، فإذا كانت هذه العلاقة تنطبق على السلسلة y في الزمن t فإنه يُفترض أنها تنطبق أيضًا على y في الزمن ... $t+1$ $t+2$. وبالتالي يُمكننا إضافة ١ إلى كل رمز سُفلي للزمن في المعادلة رقم (١٥٢،٦)، كذلك يُمكننا إضافة ٢، ٣ إلخ لنتحصَّل على ما يلي:

$$y_{t+1} = \mu + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1} + \theta_3 u_{t-2} + u_{t+1} \quad (١٥٣،٦)$$

$$y_{t+2} = \mu + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t + \theta_3 u_{t-1} + u_{t+2} \quad (١٥٤،٦)$$

$$y_{t+3} = \mu + \theta_1 u_{t+2} + \theta_2 u_{t+1} + \theta_3 u_t + u_{t+3} \quad (١٥٥،٦)$$

لنفترض أن جميع المعلومات حتى نهاية المدة t مُتوفِّرة، وأننا نرغب في الحصول على التنبؤات لـ ١، ٢، ٣، ...، s خطوة للمستقبل أي تنبؤات لـ y في الزمن $t+s$ ... $t+1$ $t+2$. تُعتبر $y_t, y_{t-1}, \dots$ و $u_t, u_{t-1}, \dots$ مُتغيِّرات معلومة، وبالتالي فإن إنتاج تنبؤات هو مُجرد تطبيق للتوقُّع الشرطي على المعادلة رقم (١٥٣،٦):

$$f_{t,1} = E(y_{t+1|t}) = E(\mu + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1} + \theta_3 u_{t-2} + u_{t+1} \,|\Omega_t) \quad (١٥٦،٦)$$

حيث يُمثِّل $E(y_{t+1|t})$ كتابة مُختزلة لـ $E(y_t \,|\Omega_{t-1})$:

$$f_{t,1} = E(y_{t+1|t}) = \mu + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1} + \theta_3 u_{t-2} \quad (١٥٧،٦)$$

وبالتالي تُعطي هذه التوليفة الخطِّية لحدود الاضطراب التنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل الذي نقوم به في الزمن t لـ y، هذا ونُشير إلى أنه من غير المناسب تحديد قيم حدود الاضطرابات هذه بمتوسِّطها غير الشرطي والذي يُساوي صفرًا، ويرجع ذلك لكون ما يهمنا هو *التوقع الشرطي* لقيم حدود الاضطرابات، وبالنظر إلى أن جميع المعلومات المعروفة حتى الزمن t مُتاحة، فإن قيم حدود الخطأ حتى الزمن t تكون معلومة، أمَّا u_{t+1} فهو غير معلوم في الزمن t وبالتالي فإن $E(u_{t+1|t}) = 0$، إلخ.

تتشكَّل التنبؤات بخطوتين للمستقبل بتطبيق التوقُّع الشرطي على المعادلة رقم (١٥٤،٦):

$$f_{t,2} = E(y_{t+2|t}) = E(\mu + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t + \theta_3 u_{t-1} + u_{t+2} \,|\Omega_t) \quad (١٥٨،٦)$$

$$f_{t,2} = E(y_{t+2|t}) = \mu + \theta_2 u_t + \theta_3 u_{t-1} \quad (١٥٩،٦)$$

في الحالة أعلاه، u_{t+2} غير معلوم لأن المعلومات مُتاحة فقط حتى الزمن t لذلك تُحدَّد قيمة $E(u_{t+2})$ بصفر، نستمر بتطبيق نفس القواعد لتوليد تنبؤات بـ ٣، ٤، ...، s خطوة للمستقبل:

$$f_{t,3} = E(y_{t+3|t}) = E(\mu + \theta_1 u_{t+2} + \theta_2 u_{t+1} + \theta_3 u_t + u_{t+3} \,|\Omega_t) \quad (١٦٠،٦)$$

$$f_{t,3} = E(y_{t+3|t}) = \mu + \theta_3 u_t \quad (١٦١،٦)$$

$$f_{t,4} = E(y_{t+4|t}) = \mu \quad (١٦٢،٦)$$

$$f_{t,s} = E(y_{t+s|t}) = \mu \;\forall\; s \geq 4 \quad (١٦٣،٦)$$

بما أن النموذج $MA(3)$ له ذاكرة لا تمتد سوى لثلاث فترات، فإن كل التنبؤات بأربع خطوات للمستقبل أو أكثر سوف تنهار إلى قيمة المقطع، ومن الواضح أنه إذا لم يكن هناك حد ثابت في النموذج فإن التنبؤات بأربع خطوات للمستقبل أو أكثر للنموذج $MA(3)$ سوف تكون صفر.

٧, ١١, ٦ التنبؤ بالقيمة المستقبليَّة للعمليَّة $AR(p)$

(Forecasting the future value of an $AR(p)$ process)

خلافًا لعملية المتوسط المتحرك فإن لعملية الانحدار الذاتي ذاكرة لامتناهية، لتوضيح ذلك افترض أننا قُمنا بتقدير النموذج $AR(2)$:

$$y_t = \mu + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + u_t \qquad (١٦٤،٦)$$

بافتراض مُجدَّدًا استقرار المعلمات فإن هذه المعادلة تنطبق على الأزمنة $t+1$، $t+2$، إلخ:

$$y_{t+1} = \mu + \emptyset_1 y_t + \emptyset_2 y_{t-1} + u_{t+1} \qquad (١٦٥،٦)$$

$$y_{t+2} = \mu + \emptyset_1 y_{t+1} + \emptyset_2 y_t + u_{t+2} \qquad (١٦٦،٦)$$

$$y_{t+3} = \mu + \emptyset_1 y_{t+2} + \emptyset_2 y_{t+1} + u_{t+3} \qquad (١٦٧،٦)$$

من السهل إنشاء تنبؤ بفترة واحدة للمستقبل، وذلك لكون جميع المعلومات المطلوبة معروفة في الزمن t، يُؤدي تطبيق مُؤثر التوقعات على المعادلة رقم (١٦٥،٦) وتحديد $E(u_{t+1})$ بصفر إلى:

$$f_{t,1} = E\left(y_{t+1|t}\right) = E(\mu + \emptyset_1 y_t + \emptyset_2 y_{t-1} + u_{t+1} \mid \Omega_t) \qquad (١٦٨،٦)$$

$$f_{t,1} = E\left(y_{t+1|t}\right) = \mu + \emptyset_1 E(y_t \mid t) + \emptyset_2 E(y_{t-1} \mid t) \qquad (١٦٩،٦)$$

$$f_{t,1} = E\left(y_{t+1|t}\right) = \mu + \emptyset_1 y_t + \emptyset_2 y_{t-1} \qquad (١٧٠،٦)$$

يُمكن اتباع نفس الطريقة لتوليد تنبؤات بخطوتين للمستقبل:

$$f_{t,2} = E\left(y_{t+2|t}\right) = E(\mu + \emptyset_1 y_{t+1} + \emptyset_2 y_t + u_{t+2} \mid \Omega_t) \qquad (١٧١،٦)$$

$$f_{t,2} = E\left(y_{t+2|t}\right) = \mu + \emptyset_1 E(y_{t+1} \mid t) + \emptyset_2 E(y_t \mid t) \qquad (١٧٢،٦)$$

تُعتبر الحالة السابقة الآن أكثر صعوبة قليلًا؛ لأن $E(y_{t+1})$ غير معلوم مع أنه يُمثِّل في الواقع التنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل، بحيث تُصبح المعادلة رقم (١٧٢،٦) كالتالي:

$$f_{t,2} = E\left(y_{t+2|t}\right) = \mu + \emptyset_1 f_{t,1} + \emptyset_2 y_t \qquad (١٧٣،٦)$$

وبطريقة مُماثلة تُعطي المعادلات التالية على التوالي التنبؤات بثلاث، أربع، ...، s خطوة للمستقبل:

$$f_{t,3} = E\left(y_{t+3|t}\right) = E(\mu + \emptyset_1 y_{t+2} + \emptyset_2 y_{t+1} + u_{t+3} \,|\Omega_t) \tag{١٧٤،٦}$$

$$f_{t,3} = E\left(y_{t+3|t}\right) = \mu + \emptyset_1 E(y_{t+2}|t) + \emptyset_2 E(y_{t+1}|t) \tag{١٧٥،٦}$$

$$f_{t,3} = E\left(y_{t+3|t}\right) = \mu + \emptyset_1 f_{t,2} + \emptyset_2 f_{t,1} \tag{١٧٦،٦}$$

$$f_{t,4} = \mu + \emptyset_1 f_{t,3} + \emptyset_2 f_{t,2} \tag{١٧٧،٦}$$

إلخ. وبالتالي:

$$f_{t,s} = \mu + \emptyset_1 f_{t,s-1} + \emptyset_2 f_{t,s-2} \tag{١٧٨،٦}$$

الجدول رقم (٦,٢) تجميع أخطاء التنبؤ

الخطوات المستقبلية	التنبؤ	الفعلي	الخطأ التربيعي	القيمة المطلقة للخطأ
١	٠,٢٠	٠,٤٠-	٠,٣٦٠ = ٢(٠,٤٠ - -٠,٢٠)	٠,٦٠٠ = |٠,٤٠ - -٠,٢٠|
٢	٠,١٥	٠,٢٠	٠,٠٠٢ = ٢(٠,٢٠ - -٠,١٥)	٠,٠٥٠ = |٠,٢٠ - -٠,١٥|
٣	٠,١٠	٠,١٠	٠,٠٠٠ = ٢(٠,١٠ - -٠,١٠)	٠,٠٠٠ = |٠,١٠ - -٠,١٠|
٤	٠,٠٦	٠,١٠-	٠,٠٢٦ = ٢(٠,١٠ - -٠,٠٦)	٠,١٦٠ = |٠,١٠ - -٠,٠٦|
٥	٠,٠٤	٠,٠٥-	٠,٠٠٨ = ٢(٠,٠٥ - -٠,٠٤)	٠,٠٩٠ = |٠,٠٥ - -٠,٠٤|

وهكذا فإن التنبؤ بـ s خطوة للمستقبل للعمليّة $AR(2)$ يُساوي المقطع + معامل فترة الإبطاء بفترة واحدة مضروبًا في تنبؤ الأفق 1- s + معامل فترة الإبطاء بفترتين مضروبًا في تنبؤ الأفق 2 - s.

كما يُمكن بسهولة توليد تنبؤات للنموذج $ARMA(p, q)$ بنفس الطريقة من خلال تطبيق القواعد المستخدمة في الأجزاء المكوِّنة له، وباستخدام الصيغة العامة المقدَّمة في المعادلة رقم (١٥١،٦).

٨ , ١١ , ٦ التحقُّق مما إذا كان التنبؤ دقيقًا أم لا

(Determining whether a forecast is accurate or not)

لنفترض على سبيل المثال أنه يُتوقَّع أن يكون العائد على مُؤشر FTSE ليوم الغد ٠.٢، وأن العائد الفعلي هو -٠.٤. هل يُعتبر ذلك تنبؤًا دقيقًا؟ من الواضح أنه لا يُمكن أن نُحدِّد ما إذا كان نموذج التنبؤ جيدًا أم لا استنادًا إلى تنبؤ واحد ومشاهدة واحدة فقط، وبالتالي من الناحية العملية، عادة ما نقوم بالتنبؤات على امتداد فترة خارج العيِّنة، وبعد ذلك نقوم بمقارنتها بالقيم الفعلية، ويجمع الفرق بينها بطريقة أو بأخرى، يُعرَّف خطأ التنبؤ للمشاهدة t بأنه الفرق بين القيمة الفعلية للمشاهدة t وقيمة التنبؤ لهذه المشاهدة، يكون خطأ التنبؤ المعرَّف بهذه الطريقة مُوجبًا (سالبًا) إذا كانت التنبؤات مُنخفضة (مُرتفعة) أكثر من اللازم، لذلك لا يُمكن أن نكتفي بجمع أخطاء التنبؤ؛ لأن الأخطاء الموجبة والأخطاء السالبة سوف يُلغي كلٍ منهما الآخر، وهكذا قبل تجميع أخطاء التنبؤات نقوم عادة بتربيعها أو أخذ قيمها المطلقة مما يجعلها مُوجبة، ولمعرفة طريقة عمل تجميع الأخطاء، نأخذ المثال المقدَّم في الجدول رقم (٦ , ٢) أين قُمنا بتنبؤات لسلسلة تصل إلى خمس خطوات للمستقبل ثم نقوم بمقارنتها بالمشاهدات الفعليَّة (تم تقريب كل الحسابات إلى ثلاث أرقام عشريَّة).

نقوم الآن بحساب متوسِّط الخطأ التربيعي ((Mean Squared Error (MSE) ومتوسِّط الخطأ المطلق (mean absolute error (MAE)) بأخذ القيمة المتوسِّطة للعمود الخامس والسادس على التوالي:

$$MSE = (0.360 + 0.002 + 0.000 + 0.026 + 0.008)/5 = 0.079 \quad (٦،١٧٩)$$

$$MAE = (0.600 + 0.050 + 0.000 + 0.160 + 0.090)/5 = 0.180 \quad (٦،١٨٠)$$

إذا أخذنا هذه المتوسِّطات كلًّا بمفرده فهناك القليل ممَّا يُمكن استخلاصه بالنظر إلى حجم متوسِّط الخطأ التربيعي، أو حجم متوسِّط الخطأ المطلق؛ لأن قيمة الإحصاءة غير محدودة من أعلى (كما هو الحال بالنسبة لمجموع مربعات البواقي)، بدلًا من ذلك يُمكن مُقارنة متوسِّط الخطأ التربيعي، أو متوسِّط الخطأ المطلق لنموذج ما بمتوسطات نماذج أخرى لنفس البيانات ولنفس فترة التنبؤ، والنموذج (أو النماذج) الذي له أدنى قيمة لمقياس الخطأ يمكن القول بأنه الأكثر دقَّة.

يُقدِّم متوسِّط الخطأ التربيعي دالة خطأ تربيعيَّة، لذلك يُمكن أن يكون مُفيدًا بشكل خاص في الحالات التي تكون فيها أخطاء التنبؤ الكبيرة بشكل مُفرط أكثر جسامة من الأخطاء الأصغر، غير أنه يُمكن أيضًا اعتبار ذلك عيبًا في الحالة المعاكسة على الرغم من أنه يُمكن توجيه نفس الانتقادات لجميع طرق المربعات الصُغرى. وبالفعل ذهب ديلمان (١٩٨٦) ((Dielman (1986) إلى القول بأنه عندما تكون هناك قيم مُتطرفة فإنه ينبغي استخدام القيم المطلقة الصغرى بدلًا من المربعات الصغرى لتحديد معلمات النموذج، كما يرى ماكريداكيس (١٩٩٣، ص ٥٢٨) ((Makridakis (1993, p. 528) أن متوسط الخطأ النسبي المطلق ((Mean Absolute Percentage Error (MAPE) يُعتبر "مقياس نسبي يتضمن أفضل الخصائص من بين معايير الدقة المختلفة".

هذا ونستخدم مرَّة أخرى $f_{t,s}$ لنرمز إلى التنبؤات بـ s خُطوة للمستقبل التي نقوم بها في الزمن t للمتغيِّر و y_t القيمة الفعليَّة للمتغيِّر في الزمن t، يُمكن إذًا تعريف متوسِّط الخطأ التربيعي كالتالي:

$$MSE = \frac{1}{T-(T_1-1)}\sum_{t=T_1}^{T}\left(y_{t+s} - f_{t,s}\right)^2 \quad (١٨١،٦)$$

حيث يُمثّل T حجم العيِّنة الإجمالي (فترة داخل العيِّنة + فترة خارج العيِّنة) و T_1 رقم أوّل مُشاهدة مُستخدمة في التنبؤ خارج العيِّنة، وبالتالي تمتد فترة التقدير داخل العيِّنة بين المشاهدة ١ والمشاهدة $(T_1 - 1)$ وتخصَّص المشاهدات T_1 إلى T للتنبؤ خارج العيِّنة، أي أن إجمالي العيِّنة المستبعدة يكون $T - (T_1 - 1)$.

يقيس متوسّط الخطأ المطلق متوسّط القيمة المطلقة لخطأ التنبؤ ويُقدَّم بالمعادلة التالية:

$$MAE = \frac{1}{T-(T_1-1)}\sum_{t=T_1}^{T}\left|y_{t+s} - f_{t,s}\right| \quad (١٨٢،٦)$$

يقوم متوسط الخطأ النسبي المطلق المعدَّل (Adjusted MAPE (AMAPE)) أو متوسط الخطأ النسبي المطلق المتماثل (symmetric MAPE) بتصحيح مشكلة عدم التماثل بين القيم الفعليَّة وقيم التنبؤ:

$$AMAPE = \frac{100}{T-(T_1-1)}\sum_{t=T_1}^{T}\left|\frac{y_{t+s}-f_{t,s}}{y_{t+s}+f_{t,s}}\right| \quad (١٨٣،٦)$$

يبرز التماثل في المعادلة رقم (١٨٣،٦) بما أننا قسمنا خطأ التنبؤ على كل من متوسّط القيمة الفعليَّة ومتوسّط قيمة التنبؤ، وهكذا على سبيل المثال، سوف يكون متوسط الخطأ النسبي المطلق المعدَّل هو نفسه سواء كان التنبؤ ٠,٥ والقيمة الفعليَّة ٠,٣ أو كانت القيمة الفعليَّة ٠,٥ والتنبؤ ٠,٣، غير أن الأمر يختلف فيما يتعلّق بالصيغة العاديَّة لمتوسط الخطأ النسبي المطلق حيث إن المقام ببساطة y_{t+s} وهكذا سواء كان y_t أو $f_{t,s}$ أحدهما أكبر من الآخر فإن ذلك سوف يُؤثر على النتيجة:

$$MAPE = \frac{100}{T-(T_1-1)}\sum_{t=T_1}^{T}\left|\frac{y_{t+s}-f_{t,s}}{y_{t+s}}\right| \quad (١٨٤،٦)$$

كما أن لمتوسط الخطأ النسبي المطلق خاصيَّة إضافيَّة مُثيرة للإعجاب مُقارنة بمتوسّط الخطأ التربيعي، وهي أنه يُمكن تفسيره بأنه الخطأ المئوي، وعلاوة عن ذلك فإن قيمته محدودة من أسفل بصفر.

للأسف لا يُمكن استخدام التعديل في الحالات التي يُمكن أن تأخذ فيها السلسلة والتنبؤات علامات عكسيَّة (كما هو الحال في إطار التنبؤ بالعوائد مثلًا)، ويرجع ذلك إلى أن قيمة التنبؤ والقيمة الفعلية قد تتساويان بالصدفة المحضة، وتكون علامتهما مُعاكسة، وبالتالي يُلغي تقريبًا كلٌّ منهما الآخر في المقام، وهذا من شأنه أن يُؤدي إلى قيم جد كبيرة وشاذة لمتوسط الخطأ النسبي المطلق المعدَّل، لننظر في المثال التالي: لنفترض أن قيمة التنبؤ $f_{t,s} = 3$ لكن القيمة الفعليَّة هي $y_{t+s} = 0.0001$. تُضيف هذه المشاهدة إلى إجمالي متوسّط الخطأ التربيعي، القيمة التالية:

$$\frac{1}{391} \times \ (0.0001 - 3)^2 = 0.0230 \quad (١٨٥،٦)$$

وهي قيمة كبيرة لكنها واردة جدًّا؛ لأنها في كثير من الحالات تنتمي إلى نطاق البيانات، لكن هذه المشاهدة الوحيدة تُضيف إلى إجمالي متوسط الخطأ النسبي المطلق القيمة التالية:

$$\frac{100}{391}\left|\frac{0.0001-3}{0.0001}\right| = 6760 \quad (١٨٦،٦)$$

لمتوسط الخطأ النسبي المطلق ميزة، وهي أنه بالنسبة لعمليَّة السير العشوائي في المستويات اللوغاريتميَّة (أي تنبؤ صفري)، يأخذ هذا المعيار القيمة واحد (أو ١٠٠ إذا ضربنا الصيغة في ١٠٠ للحصول على نسبة مئويَّة كما في المعادلة أعلاه)، وبالتالي إذا كان

نموذج التنبؤ يُعطي متوسط الخطأ النسبي المطلق أصغر من واحد (أو ١٠٠) فإنه يتفوَّق على نموذج السير العشوائي، في الواقع لا يُمكن الوثوق في هذا المعيار إذا كانت السلسلة يُمكن أن تأخذ قيمًا مُطلقة أصغر من واحد.

هناك معيار آخر رائج، وهو الإحصاءة U لثيل (١٩٦٦) ((Theil's U-statistic (1966)) والتي تُعرَّف كالتالي:

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{t=T_1}^{T}\left(\frac{y_{t+s}-f_{t,s}}{y_{t+s}}\right)^2}}{\sqrt{\sum_{t=T_1}^{T}\left(\frac{y_{t+s}-fb_{t,s}}{y_{t+s}}\right)^2}} \qquad (١٨٧،٦)$$

حيث يُمثِّل $fb_{t,s}$ التنبؤ المتحصَّل عليه من نموذج مرجعي (يكون عادة نموذج بسيط كنموذج السير العشوائي على سبيل المثال)، عندما تُساوي قيمة الإحصاءة U واحدًا فذلك يعني أن النموذج قيد الدرس والنموذج المرجعي يتسويان من حيث الدقَّة (أو من حيث عدم الدقَّة)، وإذا كانت قيمة هذه الاحصاءة أصغر من واحد فذلك يعني أن النموذج قيد الدرس يتفوَّق على النموذج المرجعي، والعكس صحيح إذا كانت الإحصاءة $U > 1$، وعلى الرغم من أنه من الواضح أن هذا المقياس مُفيدًا كما زعم ماكريداكيس وهيبون (١٩٩٥) ((Makridakis and Hibon (1995)) إلَّا أنه لا يخلو من المشاكل؛ لأنه إذا تساوى $fb_{t,s}$ مع y_{t+s} فإن قيمة U سوف تكون لامُتناهية؛ لأن مقام الإحصاءة سوف يكون صفرًا، كما تتأثر قيمة U كذلك بالقيم الشاذَّة على غرار متوسِّط الخطأ التربيعي، ولن يكون لها دلالة تُذكر[٣].

٦ ، ١١ ، ٩ دالة الخسارة الإحصائيَّة مُقابل دوال الخسارة الماليَّة أو الاقتصاديَّة

(Statistical versus financial or economic loss functions)

تقوم العديد من دراسات الاقتصاد القياسي التي تهتم بالتنبؤ بتقييم نجاح النموذج باستخدام دوال خسارة إحصائيَّة من قَبِيل تلك الموضَّحة أعلاه، غير أن ذلك لا يعني بالضرورة أن النماذج المصنَّفة على أنها دقيقة نظرًا لأن لديها أصغر متوسط خطأ تنبؤ تربيعي مُفيدة في الحالات العمليَّة، لتقديم مثال توضيحي دقيق، بيَّن مُؤخرًا جيرلو، إيروين وليو (١٩٩٣) (Gerlow, Irwin and Liu (1993)) أن دقة التنبؤات وفقًا للمعايير الإحصائية التقليدية يُمكن أن تُقدِّم مُؤشرًا بسيطًا عن الربحية المحتملة جراء استخدام تلك التنبؤات في إستراتيجية تداول السوق، لذلك فإن النماذج التي تتَّسم بضعف أدائها لأسباب إحصائيَّة يُمكن أن تظل تُحقِّق أرباحًا إذا استُخدمت في التداول والعكس صحيح.

ومن جهة أخرى وُجد أن النماذج التي يُمكن أن تتنبأ بدقة بعلامة العوائد المستقبلية، أو يُمكنها التنبؤ بنقاط التحول في السلسلة تكون أكثر ربحية (ليتش وتانر (١٩٩١)) ((Leitch and Tanner (1991)). اقترح بيساران وتيمرمان (١٩٩٢) (Pesaran and Timmerman (1992)) ورفينس (١٩٩٥) ((Refenes (1995)) مُؤشرين مُحتملين عن قدرة النموذج على التنبؤ بتغيُّرات الاتجاه بغض النظر عن حجم هذه التغيُّرات، وفيما يلي نُقدِّم على التوالي الصيغ المناسبة لهذين المعيارين:

$$\%\text{ correct sign predictions} = \frac{1}{T-(T_1-1)}\sum_{t=T_1}^{T} z_{t+s} \qquad (١٨٨،٦)$$

حيث يرمُز '% correct sign predictions' إلى نسبة التنبؤات الصحيحة بالعلامات و:

---

(٣) نُشير إلى أن صيغة الإحصاءة U لثيل المشار إليها في إفيوز مُختلفة قليلًا.

$$z_{t+s} = 1 \quad \text{if } (y_{t+s} f_{t,s}) > 0$$
$$z_{t+s} = 0 \quad otherwise$$
(خلاف ذلك)

$$\% \text{ correct direction change predictions} = \frac{1}{T-(T_1-1)} \sum_{t=T_1}^{T} z_{t+s} \qquad (١٨٩،٦)$$

حيث يرمُز '% correct direction change predictions' إلى نسبة التنبؤات الصحيحة بتغيّر الاتجاه و:

$$z_{t+s} = 1 \quad \text{if } (y_{t+s} - y_t)(f_{t,s} - y_t) > 0$$
$$z_{t+s} = 0 \quad otherwise$$
(خلاف ذلك)

وبالتالي يُقدِّم المعيار في كل حالة على التوالي نسبة العلامات المتوقعة بشكل صحيح، ونسبة التوقعات الصحيحة بتغيُّر الاتجاه لبعض من الأفق الزمنيَّة s.

وبالنظر إلى مدى قوَّة كل معيار من المعايير الثلاثة المذكورة أعلاه (متوسِّط الخطأ التربيعي، متوسِّط الخطأ المطلق، ونسبة التنبؤات الصحيحة بالعلامات) في فرض حد جزاء على الأخطاء الكبيرة مُقارنة بالأخطاء الصغيرة، يُمكن ترتيب هذه المعايير على النحو التالي:

فرض جزاء أقل على الأخطاء الكبيرة ← فرض جزاء أكثر حدَّة على الأخطاء الكبيرة

معيار التنبؤ بالعلامة ← متوسِّط الخطأ المطلق ← متوسِّط الخطأ التربيعي

يضع متوسِّط الخطأ التربيعي حد جزاء أشد للأخطاء الكبيرة مُقارنة بالأخطاء الصغيرة، أمَّا متوسِّط الخطأ المطلق فيُجازي الأخطاء الكبيرة والأخطاء الصغيرة على قدم المساواة، في حين أن معيار التنبؤ بالعلامة لا يُجازي الأخطاء الكبيرة أكثر ممَّا يُجازي الأخطاء الصغيرة.

١٠ , ١١ , ٦ النظريَّة الماليَّة وتحليل السلاسل الزمنيَّة

(Finance theory and time series analysis)

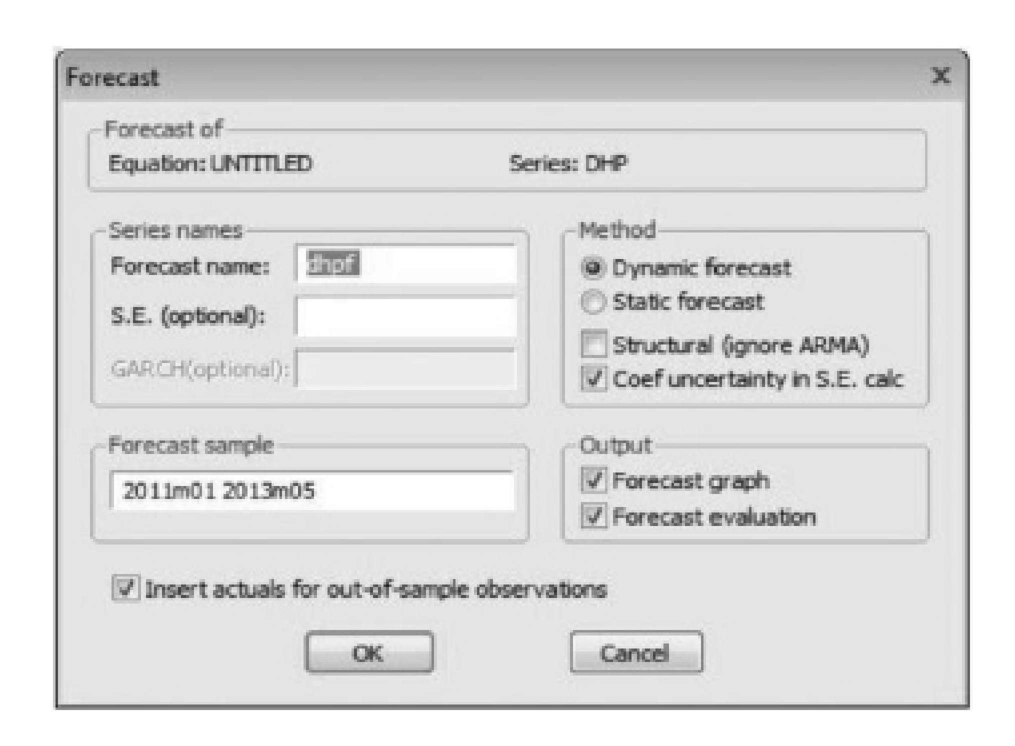
قدَّم تشو (١٩٧٨) ((Chu (1978)) مثالًا عن تحديد النموذج *ARIMA* وتقديره واستخدامه في التنبؤ في إطار أسعار السلع الأساسية، وجد تشو أن النماذج *ARIMA* مُفيدة في التنبؤ قصير الأجل مُقارنة بالنماذج الهيكليَّة، لكنَّه خلص كذلك إلى أنها أقل دقَّة عند آفاق أطول، كما لُوحظ كذلك أن نماذج *ARIMA* لها قُدرة محدودة على التنبؤ بالتحركات غير العادية في الأسعار.

ذكر تشو (١٩٧٨) أنه بالرغم من أن النماذج *ARIMA* قد تبدو أنها تفتقر تمامًا إلى الدافع النظري وإلى التفسير، إلَّا أن ذلك ليس بالضرورة صحيحًا، فقد استشهد تشو بالعديد من أوراق البحث، كما قدَّم مثالًا إضافيًّا ليُظهر أن التوصيفات *ARIMA* تبدو طبيعيًّا كمعادلات مُختزلة الشكل (Reduced Form Equations) (انظر الفصل ٧) تتماشى مع بعض العلاقات الهيكلية الأساسية، في مثل هذه الحالة لن تكون النماذج *ARIMA* مُناسبة وسهلة التقدير فقط، وإنما يُمكن أيضًا أن تكون قائمة على أسس من النظرية الماليَّة أو الاقتصادية.

٦,١٢ إجراء التنبؤ باستخدام النماذج *ARIMA* في إفيوز

(Forecasting using *ARIMA* models in EViews)

بمجرَّد الانتهاء من اختبار رتبة النموذج المحدَّد، وتقدير النموذج لمجموعة البيانات المختارة، من المهم استخدام النموذج للتنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة، لنفترض أننا قُمنا بتقدير النموذج $AR(2)$ الذي تم اختياره لسلسلة نسبة التغيُّر في أسعار المساكن باستخدام مُشاهدات الفترة الممتدَّة بين فبراير ١٩٩١ وديسمبر ٢٠١٠، وتركنا المشاهدات التسع والعشرين المتبقِّية لإنشاء تنبؤات واختبار دقَّة التنبؤ (للفترة التي تتراوح بين يناير ٢٠١١ ومايو ٢٠١٣).



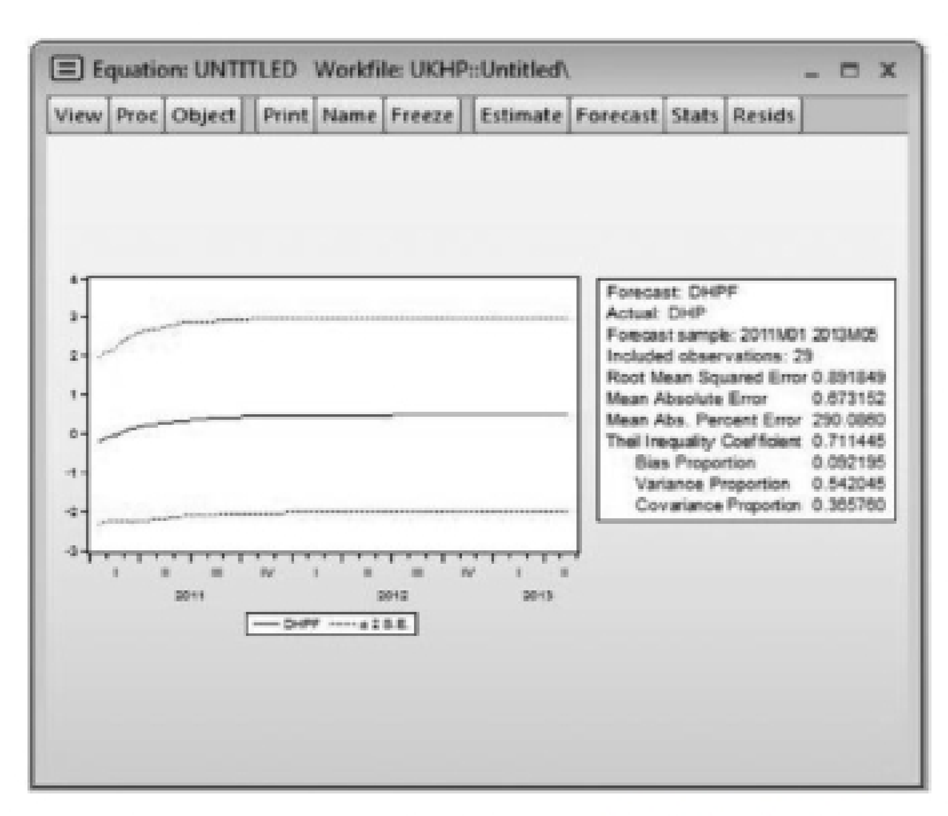
لقطة الشاشة رقم (٦,٢) الخيارات المتاحة عند إعداد التنبؤات

بالانتهاء من تقدير النموذج المطلوب وبمجرَّد قيام إفيوز بفتح النافذة التي تعرض المخرج، انقر فوق الأيقونة **Forecast**، نقوم في هذه الحالة بإدخال مدى العيِّنة على النحو التالي: 2011M01–2013M05. هذا ويتضمَّن إفيوز طريقتين لإنشاء التنبؤات: طريقة ديناميكية وأخرى إستاتيكيَّة، تُحدِّد الخيار **Dynamic** لحساب تنبؤات مُتعدِّدة الخطوات بدءًا من أوَّل فترة في عيِّنة التنبؤ، أو **Static** لحساب سلسلة من التنبؤات بخطوة واحدة للمستقبل، وذلك بإضافة مُشاهدة واحدة بعد كل تنبؤ إلى أن نصل إلى آخر العيِّنة، كما أن هناك مُربعاً يتيح لك اختيار استخدام القيم الفعلية بدلًا من القيم المتنبأ بها للمتغيِّرات التابعة المتباطئة، وذلك للمشاهدات خارج العيِّنة، تُظهر لقطة الشاشة رقم (٦,٢) النافذة المستخدمة لإدخال هذه الخيارات في حين تُعطي لقطات الشاشة رقم (٦,٣) و (٦,٤) مُخرجات التنبؤات الديناميكية والإستاتيكيَّة، يقوم إفيوز تلقائيًا بحفظ التنبؤات في السلسلة الجديدة DHPF. إذا تفحصنا هذه السلسلة فسنرى أن جميع المشاهدات حتى مُشاهدة شهر ديسمبر ٢٠١٠ هي نفس مُشاهدات السلسلة الأصليَّة (وذلك لأننا لم نقم بتنبؤ هذه المشاهدات) لكن تُمثِّل نقاط البيانات اعتبارًا من يناير ٢٠١١ التنبؤات المتحصَّل عليها من النموذج $AR(2)$.

في كل حالة تُرسم التنبؤات بخط مُستمر في حين تُرسم فترة الثقة بخطَّين مُنقَّطين، بالنسبة للتنبؤات الديناميكيَّة من الواضح أن التنبؤات تتقارب سريعًا من قيمة المتوسّط غير الشرطي طويل الأمد وذلك كُلما زاد أفق التنبؤ، بطبيعة الحال لا يحدث ذلك مع سلسلة التنبؤات بخطوة واحدة للمستقبل الناتجة عن الأمر 'static'. هذا ويتم في مربع الرسم البياني عرض العديد من المقاييس المفيدة الأخرى التي تتعلّق بأخطاء التنبؤ، بما في ذلك جذر متوسّط الخطأ التربيعي (Square Root of the Mean Squared Error (RMSE))، ومتوسّط الخطأ المطلق، متوسط الخطأ النسبي المطلق والإحصاءة *U* لثيل، في كلتا الحالتين تزيد قيمة متوسط الخطأ النسبي المطلق للتنبؤات الديناميكية والإستاتيكيَّة عن ١٠٠٪، وهو ما يُمكن أن يحدث في بعض الحالات للأسباب التي أشرنا إليها سابقًا، يُشير ذلك إلى أن تنبُّؤات النموذج غير قادرة على تفسير الكثير من تباين جُزء البيانات الوارد خارج العيِّنة، وهذا أمر مُتوقَّع؛ لأنه من الصعب التنبؤ بتغيُّرات أسعار المساكن مثلما هو الحال بالنسبة لأية أصول أخرى!

يُوفر إفيوز جُزءًا آخر من المعلومات المفيدة، وهو تحليل أخطاء التنبؤ، يُمكن تحليل متوسط خطأ التنبؤ التربيعي إلى نسبة من التحيُّز، نسبة من التباين ونسبة من التغاير، يقيس عنصر *التحيُّز* مدى اختلاف مُتوسط التنبؤات عن مُتوسط البيانات الفعلية (أي ما إذا كانت التنبؤات متحيزة أم لا)، وبالمثل يقيس عنصر *التباين* الفرق بين تباين التنبؤات وتباين البيانات الفعليَّة، في حين يلتقط عنصر *التغاير* أيَّ جزء غير مُتماثل مُتبقٍّ من أخطاء التنبؤ، وكما كان مُتوقعًا فإن التنبؤات ليست متحيزة، هذا وتكون التنبؤات الدقيقة غير متحيزة، ولها أيضًا نسبة تباين صغيرة، بحيث ينبغي أن يرجع مُعظم خطأ التنبؤ إلى عنصر التغاير (غير المنتظم أو المتبقي)، لمزيد من التفاصيل انظر جرانجر ونيوبولد (١٩٨٦).

وبطبيعة الحال من شأن عملية التنبؤ القوية استخدام فترة خارج العيِّنة أطول من سنتين، أو مُساوية للفترة المستخدمة هنا، وربما تستخدم بشكل مُتوازن عدة نماذج مُتنافسة، وتُقارن أيضًا دقة التنبؤات من خلال فحص مقاييس الخطأ الواردة في المربع بعد الرسوم البيانيَّة للتنبؤات.

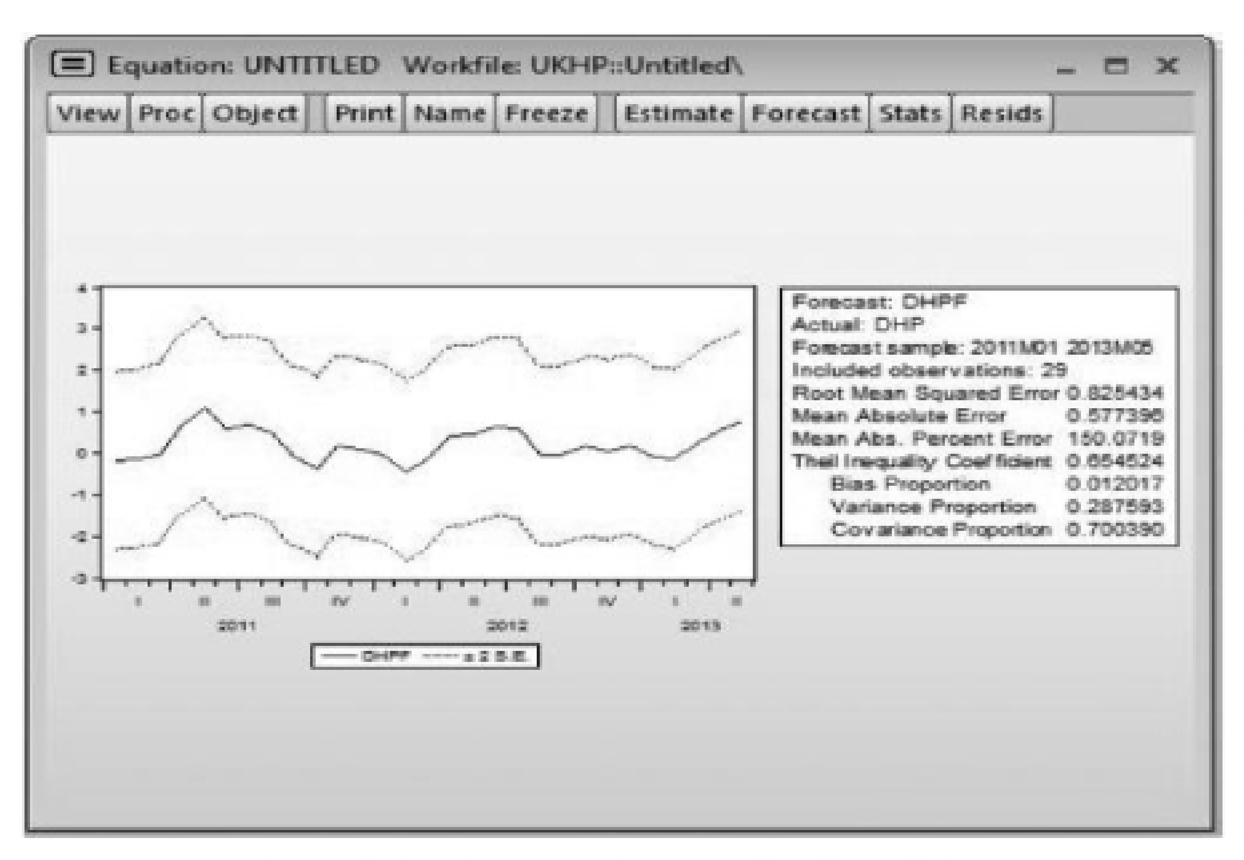


لقطة الشاشة رقم (٦،٣) التنبؤات الديناميكيَّة لنسبة التغيرات في أسعار المساكن

٦,١٣ نماذج التمهيد الأسي في إفيوز
(Exponential smoothing models in EViews)

يمكن تقدير هذه الفئة من النماذج بسهولة داخل إفيوز بالنقر مرَّتين فوق المتغيِّر المطلوب في ملف العمل، بحيث يظهر جدول بيانات لهذا المتغير، ونقوم باختيار **Proc** من شريط الأزرار لهذا المتغير ثم **Exponential Smoothing/ Simple Exponential Smoothing...**، سوف تظهر شاشة مع خيارات كما في لقطة الشاشة رقم (٦,٥).

هناك مجموعة مُتنوعة من أساليب التمهيد المتاحة تتضمَّن الطرق الأحاديَّة والمزدوجة وطرقًا مُختلفة للأخذ بعين الاعتبار الموسمية والاتجاهات العامَّة في البيانات، نقوم باختيار **Single** (تمهيد أسِّي)، وهي طريقة التمهيد الوحيدة التي تمت مُناقشتها في هذا الكتاب، ثم نُحدِّد فترة عيِّنة التقدير بـ **1991M1 – 2010M12** لترك تسعة وعشرين مُشاهدة لإجراء التنبؤ خارج العيِّنة، بالنقر فوق **OK** نتحصَّل على النتائج المعروضة في الجدول التالي.

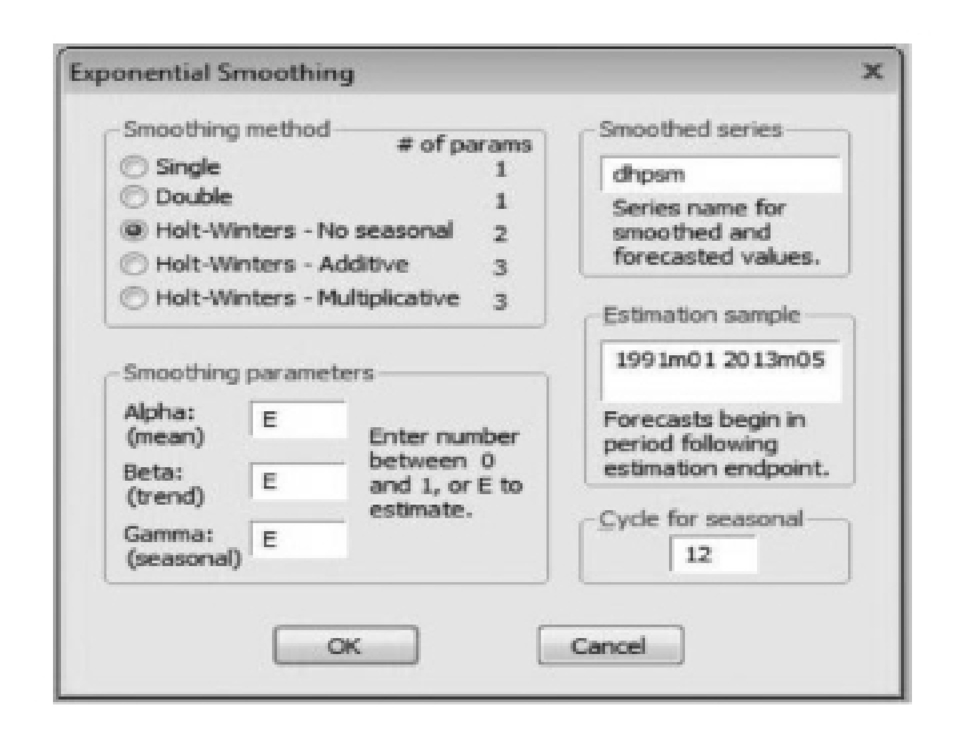


لقطة الشاشة رقم (٦,٤) التنبؤات الإستاتيكيَّة لنسبة التغيُّرات في أسعار المساكن

Date: 07/06/13 Time: 14:31
Sample: 1991M02 2010M12
Included observations: 239
Method: Single Exponential
Original Series: DHP
Forecast Series: DHPSM

Parameters: Alpha		0.2400
Sum of Squared Residuals		299.3045
Root Mean Squared Error		1.119071
End of Period Levels:	Mean	−0.458934

يتضمَّن المخرج القيمة المقدرة لمعامل التمهيد (تُساوي ٠,٢٤ في هذه الحالة)، إضافة إلى مجموع مربعات البواقي لفترة التقدير داخل العيِّنة، وكذلك جذر متوسِّط الخطأ التّربيعي للتنبؤات التسعة والعشرين، هذا وتكون القيمة الممهَّدة النهائية في العيِّنة عبارة عن التنبؤات لتلك المشاهدات التسعة والعشرين (والتي سوف تكون في هذه الحالة -٠,٤٥٨٩٣٤)، يقوم إفيوز تلقائيًّا بحفظ القيم الممهّدة (أي القيم المقدَّرة من النموذج) والتنبؤات في سلسلة تسمى 'DHPSM'.



لقطة الشاشة رقم (٦,٥) تقدير نماذج التمهيد الأسّي

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- نماذج $ARIMA$
- MA قابل للعكس
- دالة الارتباط الذاتي
- منهجيّة بوكس-جنكينز
- التمهيد الأسّي
- نافذة متحرّكة
- تنبؤ متعدّد الخطوات
- متوسط الخطأ النسبي المطلق
- اختبار ليونغ-بوكس
- نظرية وولد للتحليل
- دالة الارتباط الذاتي الجزئي
- معيار المعلومات
- نافذة متكررة
- خارج العيّنة
- متوسّط الخطأ التربيعي

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) ما هي أوجه الاختلاف بين نموذج الانحدار الذاتي ونموذج المتوسّط المتحرك؟

(٢) لماذا تُعتبر النماذج $ARMA$ مُفيدة بشكل خاص للسلاسل الزمنيّة الماليّة؟ اشرح الفرق بين عمليات AR، MA و $ARMA$ بدون استخدام مُعادلات أو عمليات رياضيّة؟

(٣) تتناول النماذج الثلاث التالية التي يرى الباحث أنها يُمكن أن تكون نماذج مقبولة لأسعار سوق الأسهم:

$$y_t = y_{t-1} + u_t \tag{١٩٠،٦}$$

$$y_t = 0.5y_{t-1} + u_t \tag{١٩١،٦}$$

$$y_t = 0.8u_{t-1} + u_t \tag{١٩٢،٦}$$

(أ) إلى أيّة فئة من النماذج تنتمي هذه الأمثلة؟

(ب) كيف ستبدو دالة الارتباط الذاتي لكل عمليّة من هذه العمليّات؟ (لست بحاجة إلى حساب دالة الارتباط الذاتي، استعرض ببساطة شكل الدالة بالنظر إلى النموذج الذي استمدت منه).

(ج) ما هو النموذج الأرجح لتمثيل أسعار سوق الأسهم من منظور نظري ولماذا؟ إذا كان أي من النماذج الثلاثة يُمثل فعلًا الأسلوب الذي تتحرك به أسعار سوق الأسهم، فأي من هذه النماذج يُمكن استخدامه لكسب المال من خلال التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة؟

(د) بالقيام بسلسلة من التعويضات المتتالية أو من خلال معرفتك بسلوك هذه الأنواع من العمليات، استعرض في كل حالة مدى استمرار الصدمات في السلسلة.

(٤) (أ) صف الخطوات التي أشار بوكس وجنكينز (١٩٧٦) إلى ضرورة اتّباعها عند إنشاء النموذج *ARMA*.

(ب) أيّ جانب من جوانب هذه المنهجيّة كان بشكل خاص موضع انتقادات ولماذا؟

(ج) صف إجراءً بديلًا يُمكن استخدامه لهذا الجانب.

(٥) تمكّنت من الحصول على القيم المقدّرة التالية للنموذج $AR(2)$ لبعض بيانات العوائد:

$$y_t = 0.803y_{t-1} + 0.682y_{t-2} + u_t \qquad (١٩٣،٦)$$

حيث تكون عمليّة الخطأ u_t تشويش أبيض، بفحص المعادلة المميّزة، تحقق من سكون النموذج المقدّر.

(٦) تسعى باحثة إلى تحديد الرتبة المناسبة للنموذج *ARMA* بهدف وصف بعض البيانات الفعليّة التي تتضمّن ٢٠٠ مُشاهدة مُتاحة، بحوزة هذه الباحثة الأرقام التالية التي تخص التباين المقدّر للبواقي (أي $log(\hat{\sigma}^2)$) لمختلف النماذج المرشّحة، هذا وتَعتبر هذه الباحثة أن رتبة نموذج أكبر من (٣،٣) غير ضروريّة لنمذجة ديناميكيات البيانات، ما هي رتبة النموذج 'المثلى'؟

رتبة النموذج $ARMA(p,q)$	$log(\hat{\sigma}^2)$
(٠،٠)	٩٣٢،٠
(١،٠)	٨٦٤،٠
(٠،١)	٩٠٢،٠
(١،١)	٨٣٦،٠
(٢،١)	٨٠١،٠
(١،٢)	٨٢١،٠
(٢،٢)	٧٨٩،٠
(٣،٢)	٧٧٣،٠
(٢،٣)	٧٨٢،٠
(٣،٣)	٧٦٤،٠

(٧) كيف يُمكنك تحديد ما إذا كانت رتبة النموذج التي اقترحتها للسؤال ٦ فعلًا مُناسبة؟

(٨) 'باعتبار أن الهدف من وراء عمليّة النمذجة الاقتصاديّة القياسيّة هو إيجاد النموذج الأكثر 'مُلاءمة' للبيانات، فإن إضافة المزيد من فترات الإبطاء للنموذج *ARMA* سوف يُؤدي في كل الحالات تقريبًا إلى مُلاءمة أفضل، وبالتالي يُعتبر النموذج الذي يضم عددًا كبيرًا من المتغيّرات الأفضل لأنه يكون أقرب إلى مُلاءمة البيانات'، علّق على صحّة هذا القول من عدمه.

(٩) (أ) تحصّلت على هذه العيّنة من الارتباطات الذاتيّة والارتباطات الذاتيّة الجزئيّة لعيّنة تتكوّن من ١٠٠ مُشاهدة لبيانات فعليّة:

فترة الإبطاء	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
دالة الارتباط الذاتي	٤٢٠,٠	١٠٤,٠	٠٣٢,٠	٢٠٦,٠−	١٣٨,٠−	٠٤٢,٠	٠١٨,٠−	٠٧٤,٠
دالة الارتباط الجزئي	٦٣٢,٠	٣٨١,٠	٢٦٨,٠	١٩٩,٠	٢٠٥,٠	١٠١,٠	٠٩٦,٠	٠٨٢,٠

هل بإمكانك تحديد أنسب عمليَّة سلاسل زمنيَّة لهذه البيانات؟

(ب) استخدم اختبار ليونغ-بوكس Q^* لتحديد ما إذا كانت الثلاث مُعاملات الأولى للارتباط الذاتي مُجتمعة تختلف معنويًّا عن الصفر.

(١٠) قُمت بتقدير النموذج $ARMA(1,1)$ التالي لجزء من بيانات سلسلة زمنيَّة:

$$y_t = 0.036 + 0.69y_{t-1} + 0.42u_{t-1} + u_t$$

افترض أن بحوزتك بيانات حتى الزمن $t-1$، أي أنك تعلم أن $y_{t-1} = 3.4$ و $\hat{u}_{t-1} = -1.3$.

(أ) أحصل على التنبؤات للسلسلة y في الأزمنة t، $t+1$ و $t+2$ باستخدام النموذج $ARMA$ المقدّر.

(ب) إذا تبيَّن أن القيم الفعلية للسلسلة هي -٠٣٢,٠، ٩٦١,٠ و ٢٠٣,٠ في الأزمنة t، $t+1$ و $t+2$، احسب متوسِّط الخطأ التربيعي (خارج العيِّنة).

(ج) اقترح أحد الزملاء أن نموذجًا تمهيديًّا أسِّيًّا بسيطًا يُمكن أن يكون أكثر فائدة للتنبؤ بالسلسلة، مع العلم أن قيمة ثابت التمهيد تُساوي ١٥,٠، وأحدث قيمة مُمهّدة مُتاحة S_{t-1} هي ٠٣٠٥,٠، احصل على التنبؤات للسلسلة y في الأزمنة t، $t+1$ و $t+2$ باستخدام هذا النموذج.

(د) باعتبار إجاباتك على الأجزاء (أ) إلى (ج) من السؤال، حدِّد أيًّا من نموذج بوكس-جنكينز أم نموذج التمهيد الأسِّي يُعطي تنبؤات أكثر دقَّة في هذا التطبيق.

(١١) (أ) اشرح الأشكال النمطيَّة المتوقَّعة لدوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعمليات التصادفيَّة التالية:

- تشويش أبيض
- $AR(2)$
- $MA(1)$
- $ARMA(2,1)$

(ب) تتناول العمليَّة $ARMA$ التالية:

$$y_t = 0.21 + 1.32y_{t-1} + 0.58u_{t-1} + u_t$$

حدِّد ما إذا كان الجزء MA لهذه العمليَّة قابلًا للعكس أم لا.

(ج) أنتج تنبؤات بفترة، بفترتين، بثلاث وبأربع فترات مُستقبليَّة للعمليَّة المقدَّمة في الجزء (ب).

(د) اذكر بإيجاز معيارين من بين المعايير المتاحة لتقييم التنبؤات المتحصَّل عليها في الجزء (ج)، مع إبراز الخصائص المختلفة لكل منهما.

(هـ) ما هي الطريقة المستخدمة لتقدير معلمات النموذج $ARMA$؟ اشرح بإيجاز طريقة عملها ولماذا تُعتبر طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة غير مُناسبة؟

(١٢) (أ) اشرح بإيجاز أيَّة اختلافات تراها بين خصائص بيانات الاقتصادي الكليّ والبيانات الماليَّة، أي من هذه الخصائص تُشير إلى استخدام أدوات اقتصادية مُختلفة لكل فئة من البيانات؟

(ب) تتناول معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي المقدَّرة باستخدام ٥٠٠ مُشاهدة لسلسلة أسبوعيَّة ساكنة y_t:

فترة الإبطاء	دالة الارتباط الذاتي	دالة الارتباط الجزئي
١	٠,٣٠٧	٠,٣٠٧
٢	٠,٠١٣-	٠,٢٦٤
٣	٠,٠٨٦	٠,١٤٧
٤	٠,٠٣١	٠,٠٨٦
٥	٠,١٩٧-	٠,٠٤٩

باستخدام قاعدة عامَّة بسيطة حدِّد أيًّا من معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي إن وُجدت تعتبر معنويَّة عند المستوى ٥٪، استخدم كلًّا من إحصاءة بوكس-بيرس وإحصاءة ليونغ-بوكس لاختبار فرضيَّة العدم المشتركة المتمثِّلة في أن معاملات الارتباط الذاتي الخمس الأولى تُساوي سويًّا صفرًا.

(ج) أي عملية ترى مبدئيًّا أنها تمثل النموذج الأنسب للسلسلة في الجزء (ب)؟ اشرح إجابتك.

(د) طُلب من باحثين تقدير النموذج $ARMA$ لسلسلة العوائد اليوميَّة لسعر صرف الدولار الأمريكي مُقابل الجنيه الإسترليني والتي يُشار إليها بـ x_t. قام الباحث (أ) باستخدام معيار شوارز لتحديد رتبة النموذج المناسبة وتوصَّل إلى النموذج $ARMA(0,1)$. أمَّا الباحث (ب) فاستخدم معيار معلومات أكايكي، ويرى أن النموذج $ARMA(2,0)$ هو النموذج الأمثل، تكون النماذج المقدَّرة كالتالي:

(أ) $\hat{x}_t = 0.38 + 0.10u_{t-1}$

(ب) $\hat{x}_t = 0.63 + 0.17x_{t-1} - 0.09x_{t-2}$

حيث يُمثِّل u_t حد الخطأ.

تم منحك البيانات التالية حتى اليوم z (أي $t = z$)

$$x_z = 0.31, x_{z-1} = 0.02, x_{z-2} = -0.16$$

$$u_z = -0.02, u_{z-1} = 0.13, u_{z-2} = 0.19$$

قم بإعداد تنبؤات للأيام الأربعة التالية (أي للأيام $z+1$، $z+2$، $z+3$، $z+4$) من كلا النموذجين.

(هـ) اذكر بإيجاز الطريقتين المقترحتين من قِبَل بوكس وجنكينز (١٩٧٦) لتحديد مدى مُلاءمة النماذج المقترحة في الجزء (د).

(و) افترض أنه تبيَّن أن القيم الفعليَّة للسلسلة x في الأيام $z + 1$، $z + 2$، $z + 3$، $z + 4$ هي على التوالي: ٠,٦٢، ٠,١٩، -٠,٣٢، و ٠,٧٢. حدِّد أيَّ نموذج من نماذج الباحثين أنتج تنبؤات أكثر دقَّة.

(١٣) من ملف الإكسل 'CAPM.XLS'، اختر اثنين من بين سلاسل الأسهم، وقم بإعداد العوائد المركبة المستمرة ثم أجْرِ تحليلًا سلسليًا زمنيًا لهذه العوائد، يجب أن يتضمَّن التحليل التالي:

(أ) فحص دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي.

(ب) تقدير معيار المعلومات لكل رتبة نموذج *ARMA* بين (٠،٠) و (٥،٥).

(ج) تقدير النموذج الذي ترى أنه الأنسب بناءً على النتائج التي تحصلت عليها من الجزأين الأخيرين لهذا السؤال.

(د) إنشاء إطار تنبؤ لمقارنة الدقَّة التنبؤية لـــ:

- النموذج *ARMA* الذي قُمت باختياره.
- نموذج $ARMA(1,1)$ اعتباطي.
- نموذج التمهيد الأسّي الأحادي.
- سير عشوائي بحد ثابت (Random Walk with Drift) في مستويات لوغاريتم الأسعار (تلميح: يسهل القيام بذلك إذا ما تعاملنا مع العوائد على أنها $ARMA(0,0)$، أي نقوم ببساطة بتقدير نموذج لا يضم سوى حد ثابت).

(هـ) قارن بعد ذلك النموذج المجهَّز للبيانات بالنماذج المقدَّرة في الفصل ٤ والتي ترتكز على مُتغيِّرات خارجيَّة (Exogenous Variables). أيّ نوع من النماذج تُفضل ولماذا؟

الفصل السابع

النماذج متعددة المتغيِّرات
Multivariate models

مخرجات التعلم

سوف تتعلم في هذا الفصل كيفيّة:

- مقارنة منهج المعادلة الواحدة والمنهج القائم على النظم لبناء النماذج والتمييز بينها
- مناقشة الأسباب والعواقب، والحلول المقترحة لتحيُّز المعادلات الآنية
- اشتقاق معادلات مختزلة الشكل من النموذج الهيكلي
- وصف طرق مختلفة لتقدير نماذج المعادلات الآنية
- شرح المزايا والعيوب النسبية لنمذجة متجه الانحدار الذاتي
- تحديد ما إذا كانت معادلة من نظام ما محدّدة
- تقدير أطوال فترات الإبطاء المثلى، الاستجابات النبضيّة (Impulse Responses) وتحليلات التباين (Variance Decompositions)
- إجراء اختبارات السببية لجرانجر

٧,١ الدوافع
(Motivations)

تعتبر كل النماذج الهيكلية التي تم النظر فيها حتى الآن نماذج معادلات ذات متغيِّر وحيد على الشكل التالي:

$$y = X\beta + u \tag{١،٧}$$

يتمثَّل أحد افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي في أن المتغيِّرات المفسِّرة *غير تصادفيَّة* أو ثابتة في العيِّنات المتكررة، هناك طرق مختلفة لوضع هذا الشرط، بعضها دقيق بدرجة مُتفاوتة، ولكن جميعها لها نفس الدلالة العامة، ويمكن القول أيضًا إنه يفترض أن كافة المتغيِّرات الواردة في المصفوفة X تكون *خارجية* (Exogenous)، أي أن قيمها تحدَّد خارج تلك المعادلة، يُعتبر ذلك

تعريفًا عمليًا بسيطًا نوعًا ما للخارجيّة، على الرغم من أن هناك عدة تعريفات بديلة ممكنة؛ سوف يتم إعادة النظر في هذه المسألة في وقت لاحق من هذا الفصل، هناك طريقة أخرى لتوضيح ذلك وهي أن النموذج 'مشروطًا' بالمتغيّرات في X.

وكما ذُكر في الفصل ٣، يفترض أن المصفوفة X ليس لها توزيع احتمالي، كما نُشير أيضًا إلى أن العلاقة السببية في هذا النموذج تتّجه من X إلى y وليس العكس، أي أن التغيُّرات في قيم المتغيِّرات المفسِّرة تسبب تغيُّرات في قيم y، ولكن التغيُّرات في قيمة y لن تؤثر على المتغيِّرات المفسِّرة، من ناحية أخرى يُعتبر y متغيِّرًا *داخليًا* (Endogenous) أي متغيِّر يتم تحديد قيمته بواسطة المعادلة رقم (١،٧).

الهدف من الجزء الأول من هذا الفصل هو فحص أحد الظروف الهامة التي يُنتهك فيها الافتراض المذكور سابقًا، سوف يتم بعد ذلك النظر في تأثير مثل هذا الانتهاك على مقدر المربعات الصغرى العادية، لتوضيح حالة يُمكن أن يظهر فيها مثل هذه الظاهرة نأخذ المعادلتين التاليتين اللتين تصفان نموذجًا ممكنًا لإجمالي العرض الكلي (على مستوى الدولة) للمساكن الجديدة (أو أي أصل ماديّ آخر):

$$Q_{dt} = \alpha + \beta P_t + \gamma S_t + u_t \quad (٢،٧)$$

$$Q_{st} = \lambda + \mu P_t + \kappa T_t + v_t \quad (٣،٧)$$

$$Q_{dt} = Q_{st} \quad (٤،٧)$$

حيث:

Q_{dt} = كمية المساكن الجديدة المطلوبة في الزمن t

Q_{st} = كمية المساكن الجديدة المعروضة (المبنية) في الزمن t

P_t = (متوسط) سعر المساكن الجديدة السائد في الزمن t

S_t = السعر البديل (المساكن القديمة على سبيل المثال)

T_t = متغيِّر يمثل حالة تكنولوجيا بناء المساكن، u_t و v_t هي حدود الخطأ.

المعادلة رقم (٢،٧) هي معادلة لنمذجة الطلب على المساكن الجديدة، والمعادلة رقم (٣،٧) هي مُعادلة لنمذجة عرض المساكن الجديدة، أمَّا المعادلة رقم (٤،٧) فتمثِّل شرط التوازن، حيث لا يوجد فائض في الطلب (أناس يرغبون وقادرون على شراء مساكن جديدة ولكن لا يفعلون)، ولا فائض في العرض (مساكن شُيِّدَت وبقيت فارغة نظرًا لقلة الطلب).

بافتراض أن السوق يكون دائمًا واضحًا، أي أن السوق يكون دائمًا في حالة توازن، وعند إسقاط الرموز السفلية للزمن بهدف التبسيط يُمكن أن تكتب المعادلات رقم (٢،٧)–(٤،٧) كما يلي:

$$Q = \alpha + \beta P + \gamma S + u \quad (٥،٧)$$

$$Q = \lambda + \mu P + \kappa T + v \quad (٦،٧)$$

تشكل المعادلات رقم (٥،٧) و (٦،٧) معًا الشكل الهيكلي المتزامن للنموذج أو مجموعة من المعادلات الهيكلية، بحسب النظريّة الاقتصاديَّة أو الماليَّة، تضم هذه المعادلات المتغيِّرات التي يُفترض أن تكون مرتبطة ببعضها البعض في علاقة من هذا

الشكل، المقصود هنا هو أن السعر والكمية يتم تحديدهما في آنٍ واحد (السعر يؤثر على الكمية، والكمية تؤثر على السعر)، وبالتالي وبهدف بيع المزيد من المساكن، وبافتراض تَساوي كل العوامل الأخرى، سوف يضطر المشيِّد إلى تخفيض السعر، بالتساوي من أجل الحصول على سعر أعلى لكل مسكن يجب على المُشيد بناء وتوقُّع بَيْع عدد أقل من المساكن، P و Q متغيِّران داخليان في حين أن S و T هما متغيِّران خارجيان.

يُمكن الحصول على مجموعة من الصيغ المختزلة للمعادلات المقابلة للـمعادلات رقم (٧،٥) و (٧،٦) من خلال حل المعادلات (٧،٥) و (٧،٦) لــ P و Q (بشكل مُنفصل)، سوف يكون هناك معادلة مختزلة الشكل لكل متغيِّر داخلي في النظام.

الحل لـ Q:

$$\alpha + \beta P + \gamma S + u = \lambda + \mu P + \kappa T + v \qquad (٧،٧)$$

الحل لـ P:

$$\frac{Q}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma S}{\beta} - \frac{u}{\beta} = \frac{Q}{\mu} - \frac{\lambda}{\mu} - \frac{\kappa T}{\mu} - \frac{v}{\mu} \qquad (٧،٨)$$

وبإعادة ترتيب المعادلة رقم (٧،٧) نتحصَّل على:

$$\beta P - \mu P = \lambda - \alpha + \kappa T - \gamma S + v - u \qquad (٧،٩)$$

$$(\beta - \mu)P = (\lambda - \alpha) + \kappa T - \gamma S + (v - u) \qquad (٧،١٠)$$

$$P = \frac{\lambda-\alpha}{\beta-\mu} + \frac{\kappa}{\beta-\mu}T - \frac{\gamma}{\beta-\mu}S + \frac{v-u}{\beta-\mu} \qquad (٧،١١)$$

بضرب المعادلة رقم (٧،٨) في $\mu\beta$ وإعادة ترتيب المعادلة، نتحصَّل على:

$$\mu Q - \mu\alpha - \mu\gamma S - \mu u = \beta Q - \beta\lambda - \beta\kappa T - \beta v \qquad (٧،١٢)$$

$$\mu Q - \beta Q = \mu\alpha - \beta\lambda - \beta\kappa T + \mu\gamma S + \mu u - \beta v \qquad (٧،١٣)$$

$$(\mu - \beta)Q = (\mu\alpha - \beta\lambda) - \beta\kappa T + \mu\gamma S + (\mu u - \beta v) \qquad (٧،١٤)$$

$$Q = \frac{\mu\alpha-\beta\lambda}{\mu-\beta} - \frac{\beta\kappa}{\mu-\beta}T + \frac{\mu\gamma}{\mu-\beta}S + \frac{\mu u-\beta v}{\mu-\beta} \qquad (٧،١٥)$$

المعادلات رقم (٧،١١) و (٧،١٥) هي معادلات مختزلة الشكل لــ P و Q، وهي المعادلات التي تنتج عن حل المعادلات الهيكلية الآنية المتحصَّل عليها من المعادلات رقم (٧،٥) و (٧،٦)، لاحظ أن هذه المعادلات المختزلة الشكل لها متغيِّرات خارجية فقط في الجانب الأيمن.

٧, ٢ تحيُّز المعادلات الآنية

(Simultaneous equations bias)

لن يكون من الممكن تقدير المعادلات رقم (٥،٧) و (٦،٧) على نحو صحيح باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، بما أنها ترتبط بشكل واضح ببعضها البعض، حيث إن كليهما يحتوي على P و Q في حين تتطلّب طريقة المربعات الصغرى العادية تقديرَ كل واحدة منها على حدة، لكن ماذا سيحدث لو أن الباحث قام بتقدير كل مُعادلة منها بشكل مُنفصل باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية؟ تعتمد كلا المعادلتين على P، هذا ونُشير إلى أن أحد افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي ينص على أن X و u مُستقلان (حيث يُمثّل X مصفوفة تضم جميع متغيِّرات الجانب الأيمن للمعادلة)، وباعتبار الافتراض $E(u) = 0$، فإن $E(X'u) = 0$، أي أن الأخطاء غير مُرتبطة بالمتغيِّرات المفسِّرة. لكن من الواضح من المعادلة رقم (١١،٧) أن P مرتبط بالأخطاء في المعادلات رقم (٥،٧) و (٦،٧)، أي أنه *تصادفي*، لذا يُعتبر هذا الافتراض مُنتهكًا.

ما هي العواقب التي تترتب على مقدر المربعات الصغرى العادية $\hat{\beta}$ إذا تم تجاهل التزامن؟ تذكر أن:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \tag{١٦،٧}$$

وأن:

$$y = X\beta + u \tag{١٧،٧}$$

في المعادلة رقم (١٦،٧)، بتعويض y بالجانب الأيمن للمعادلة رقم (١٧،٧)، نتحصَّل على:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'(X\beta + u) \tag{١٨،٧}$$

وبالتالي:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'u \tag{١٩،٧}$$

$$\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'u \tag{٢٠،٧}$$

بأخذ التوقعات، نتحصَّل على:

$$E(\hat{\beta}) = E(\beta) + E((X'X)^{-1}X'u) \tag{٢١،٧}$$

$$E(\hat{\beta}) = \beta + E((X'X)^{-1}X'u) \tag{٢٢،٧}$$

إذا كانت المتغيِّرات X غير تصادفيَّة (أي إذا لم يُنتهك الافتراض)، فإن: $E[(X'X)^{-1}X'u] = (X'X)^{-1}X'E(u) = 0$ كما هو الحال في حالة نظام بمعادلة واحدة، بحيث يكون لدينا في المعادلة رقم (٢٢،٧): $E(\hat{\beta}) = \beta$، ويترتب عن ذلك أن مقدَّر المربعات الصغرى العادية $\hat{\beta}$ سوف يكون غير متحيِّز.

لكن إذا كانت المعادلة جزءًا من النظام، وبالتالي وبشكل عام يكون $E[(X'X)^{-1}X'u] \neq 0$، بحيث لن يتم إسقاط الحد الأخير في المعادلة رقم (٢٢،٧)، وهكذا يمكن استنتاج أن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلات الهيكلية التي هي جزء من

النظام الآني، سوف يؤدي إلى قيم مُقدَّرة للمعاملات تكون مُتحيِّزة، يُعرف ذلك *بتحيز الآنيَة* (Simultaneity Bias) أو *تحيُّز المعادلات الآنية* (Simultaneous Equations Bias).

السؤال الذي يُطرح الآن هو هل أن مقدر المربعات الصغرى العادية يظل متَّسقًا على الرغم من أنه متحيز؟ في الواقع لا، حيث يكون المقدَّر غير متَّسق أيضًا، وتظل القيم المقدَّرة للمعاملات متحيِّزة، حتى وإن أتيحت لنا كمية لامتناهية من البيانات، رغم أن إثبات ذلك يتطلب مستوى من الجبر يتجاوز نطاق هذا الكتاب.

٧,٣ كيف يُمكن إذًا تقدير نماذج المعادلات الآنية بشكل صحيح؟

(So how can simultaneous equations models be validly estimated?)

بأخذ المعادلات رقم (١١،٧) و (١٥،٧)، أي المعادلات مختزلة الشكل، يُمكن إعادة كتابها كما يلي:

$$P = \pi_{10} + \pi_{11}T + \pi_{12}S + \varepsilon_1 \quad (٢٣،٧)$$

$$Q = \pi_{20} + \pi_{21}T + \pi_{22}S + \varepsilon_2 \quad (٢٤،٧)$$

حيث تكون المعاملات π في المعادلات مختزلة الشكل، مجرد توليفات من المعاملات الأصلية، وعليه يكون لدينا:

$$\pi_{10} = \frac{\lambda - \alpha}{\beta - \mu},\ \pi_{11} = \frac{\kappa}{\beta - \mu},\ \pi_{12} = \frac{-\gamma}{\beta - \mu},\ \varepsilon_1 = \frac{v - u}{\beta - \mu}$$

$$\pi_{20} = \frac{\mu\alpha - \beta\lambda}{\mu - \beta},\ \pi_{21} = \frac{-\beta\kappa}{\mu - \beta},\ \pi_{22} = \frac{\mu\gamma}{\mu - \beta},\ \varepsilon_2 = \frac{\mu u - \beta v}{\mu - \beta}$$

يمكن تقدير المعادلتين رقم (٢٣،٧) و (٢٤،٧) باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية بما أن جميع متغيِّرات الجانب الأيمن للمعادلة هي مُتغيِّرات خارجية، وبالتالي فإن الشروط المعتادة لاتساق وعدم تحيُّز مُقدَّر المربعات الصغرى العادية تنطبق (بشرط عدم وجود أي سوء توصيف آخر)، وبالتالي يمكن الحصول على القيم المقدرة للمعاملات π_{ij}. لكن من المحتمل ألَّا تكون قيم المعاملات π ذات أهميَّة كبيرة فالمطلوب هو المعلمات الأصلية في المعادلات الهيكلية: α، β، γ، λ، μ، κ، هذه الأخيرة هي المعلمات التي تحدِّد قيمها كيفية ارتباط المتغيِّرات ببعضها البعض وفقًا للنظرية الاقتصادية أو الماليَّة.

٧,٤ هل يُمكن استرجاع المعاملات الأصلية من المعاملات π؟

(Can the original coefficients be retrieved from the πs?)

الإجابة المختصرة لهذا السؤال هي 'أحيانًا' وفقًا لما إذا كانت المعادلات محددة أم لا. يُعتبر تحديد النموذج (Identification) بمثابة معرفة ما إذا كان هناك معلومات كافية في المعادلات مختزلة الشكل تُمكِّن من حساب معاملات الشكل الهيكلي، لنأخذ معادلات العرض والطلب التالية:

معادلة العرض	$Q = \alpha + \beta P$	(٢٥،٧)
معادلة الطلب	$Q = \lambda + \mu P$	(٢٦،٧)

من المستحيل التمييز بين المعادلتين، بحيث إذا تم رصد بعض الكميات عن السلعة المباعة والسعر الذي بِيعَتْ به، فلن يكون من الممكن الحصول على القيم المقدَّرة للمعلمات α، β، λ و μ. يحدث ذلك بسبب عدم وجود معلومات كافية من المعادلات لتقدير المعلمات الأربعة، يمكن هنا تقدير معلمتين فقط، على الرغم من أن كليهما سوف تكون عبارة عن توليفة من معلمات العرض والطلب، وبالتالي لن يكون لأي منهما فائدة، في هذه الحالة سوف يُقال إن كلا المعادلتين غير محدَّدتين (Unidentified) (أو لا محدَّدتين أو ناقصة التحديد (Underidentified))، هذا ونُشير إلى أن هذه المشكلة لن تظهر إذا ما اعتبرنا المعادلتين رقم (٥،٧) و (٦،٧) لأن لديهما متغيِّرات خارجية مختلفة.

١ , ٤ , ٧ ما الذي يحدد ما إذا كانت المعادلة محددة أم لا؟

(What determines whether an equation is identified or not?)

يمكن أن تنشأ أي حالة من الحالات الثلاث الممكنة كما هو مبيَّن في الإطار رقم (١ , ٧)، كيف يمكن تحديد ما إذا كانت المعادلة محددة أم لا؟ تعتمد الإجابة عن هذا السؤال بشكل عام على عدد ونوعية المتغيِّرات الموجودة في كل معادلة هيكلية، هناك شرطان يمكن فحصهما لتحديد ما إذا كانت معادلة ما في النظام محددة أم لا، وهما: *شرط الترتيب* (Order Condition) و*شرط الرتبة* (Rank Condition):

- *شرط الترتيب* هو شرط ضروري، ولكنه غير كافٍ لتحديد المعادلة، وهذا يعني أنه حتى إذا تم استيفاء شرط الترتيب فقد لا تكون المعادلة مُحدَّدة.
- *شرط الرتبة* هو شرط ضروري وكافٍ لتحديد النموذج، يتم تحديد المعادلات الهيكلية في شكل مصفوفة، ويتم فحص رتبة مصفوفة المعاملات لكافة المتغيِّرات المستبعدة من معادلة معينة، يتطلب فحص شرط الرتبة بعض تقنيات الجبر التي تُعتبر خارج نطاق هذا الكتاب.

وعلى الرغم من أن شرط الترتيب ليس كافيًا لضمان تحديد المعادلة من النظام، لن يتم تناول شرط الرتبة مرة أخرى هنا، بالنسبة لنظم المعادلات البسيطة نسبيًّا فإن القاعدتين سوف تؤديان إلى نفس الاستنتاجات، كما أن في الواقع مُعظم نُظُم المعادلات في الاقتصاد والماليَّة هي معادلات زائدة التحديد، لذلك لا يُمثِّل نقص التحديد قضية كبيرة في الممارسة العملية.

الإطار رقم (١ , ٧) تحديد ما إذا كانت المعادلة محدّدة أم لا

(١) معادلة غير محددة (Unidentified)، مثل المعادلات رقم (٢٥،٧) أو (٢٦،٧). في حالة المعادلة غير المحددة لا يمكن بأيَّة وسيلة كانت الحصول على المعاملات الهيكلية من القيم المقدّرة للشكل المختزل.

(٢) معادلة تامة التحديد ((Exactly Identified (Just Identified))، مثل المعادلات رقم (٥،٧) أو معادلة (٦،٧). في حالة المعادلة تامة التحديد يمكن الحصول على القيم المقدّرة لمعاملات الشكل الهيكلي من خلال التعويض في المعادلات المختزلة الشكل.

(٣) إذا كانت المعادلة زائدة التحديد (Overidentified) فيمكن الحصول على أكثر من مجموعة واحدة من المعاملات الهيكلية من خلال المعادلات مختزلة الشكل، سوف يتم عرض مثال عن ذلك لاحقًا في هذا الفصل.

٢ , ٤ , ٧ صياغة شرط الترتيب

(Statement of the order condition)

هناك عدد من الطرق المختلفة لصياغة شرط الترتيب، سوف نستخدم هنا طريقة بديهية مأخوذة من رماناثان (١٩٩٥) ص ٦٦٦ (Ramanathan (1995) p. (666)) مع إدخال تعديل بسيط، دعنا نفترض أن G يرمز إلى عدد المعادلات الهيكلية، تكون المعادلة تامة التحديد إذا كان عدد المتغيِّرات المستبعدة من المعادلة مُساويًا لـ $G-1$، حيث تعني كلمة 'مستبعدة' عدد جميع المتغيِّرات الداخلية والخارجية التي لا تظهر في هذه المعادلة المعيَّنة. إذا كان عدد المتغيِّرات المستبعدة أكثر من $G-1$ فإن المعادلة تُعتبر زائدة التحديد، وإذا كان أقل من $G-1$ فإن المعادلة تكون غير محددة، أحد الآثار الواضحة المترتبة عن هذه القاعدة هو أن المعادلات في النظام يمكن أن يكون لها درجات مختلفة من التحديد كما هو موضح في المثال التالي.

مثال (١ , ٧)

في نظام المعادلات التالي تكون المتغيِّرات Y داخلية، في حين أن المتغيِّرات X خارجية (مع حذف الرموز السفلية للزمن)، حدِّد ما إذا كانت كل معادلة من المعادلات التالية زائدة التحديد أو ناقصة التحديد أو تامة التحديد.

$$Y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_2 + \alpha_3 Y_3 + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + u_1 \quad (٢٧،٧)$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 Y_3 + \beta_2 X_1 + u_2 \quad (٢٨،٧)$$

$$Y_3 = \gamma_0 + \gamma_1 Y_2 + u_3 \quad (٢٩،٧)$$

لدينا في هذه الحالة $G = 3$ أي ثلاث مُعادلات وثلاثة متغيِّرات داخلية، وبالتالي إذا كان عدد المتغيِّرات المستبعدة مُساويًا تمامًا لـ ٢ فإن المعادلة تكون تامة التحديد، وإذا كان عدد المتغيِّرات المستبعدة أكثر من ٢ فإن المعادلة تكون زائدة التحديد. أمَّا إذا كان عدد المتغيِّرات المستبعدة أقل من ٢ فإن المعادلة تكون غير محددة.

المتغيِّرات التي تظهر في معادلة أو أكثر من المعادلات الثلاث هي كالتالي: Y_1، Y_2، Y_3، X_1 و X_2، تطبيق شرط الترتيب على المعادلات رقم (٢٧،٧)-(٢٩،٧):

- المعادلة رقم (٢٧،٧): تضم كل المتغيِّرات دون استبعاد، لذلك فهي غير محددة.
- المعادلة رقم (٢٨،٧): استُبعد منها المتغيِّرات Y_1 و X_2 لذلك فهي تامة التحديد.
- المعادلة رقم (٢٩،٧): استُبعد منها المتغيِّرات Y_1، X_1 و X_2 لذلك فهي زائدة التحديد.

٥ , ٧ المعادلات الآنية في مجال الماليَّة

(Simultaneous equations in finance)

هناك بطبيعة الحال العديد من الحالات في مجال الماليَّة يكون فيها إطار المعادلات الآنية الأنسب مُقارنة بنموذج المعادلة الواحدة، سوف يتم عرض مثالين من أدبيات الهيكل الجزئي للسوق في وقت لاحق في هذا الفصل، أمَّا الآن فسوف نقوم بمناقشة دراسة أخرى مستقاة من الأدبيات البنكية.

شهدت الآونة الأخيرة الكثير من النقاشات على الصعيد الدولي، وبشكل خاص في المملكة المتحدة، بشأن فعالية القوى التنافسية في القطاع البنكي، كما تُعبر الحكومات والهيئات التنظيمية عن قلقها إزاء تزايُد التركيز في القطاع البنكي، كما يشهد بذلك الموجات المتتالية من أنشطة الاندماج والأرباح الهائلة التي حققتها العديد من المصارف في أواخر التسعينيات وأوائل القرن الحادي

والعشرين، هم يزعمون أن مثل هذه الأرباح ناتجة عن غياب المنافسة الفعَّالة، غير أن الكثيرين (وأبرزهم بطبيعة الحال البنوك نفسها!) يشيرون بأن مثل هذه الأرباح ليست نتيجة للتركيز المفرط أو للممارسات المناهضة للمنافسة، وإنما تنشأ جزئيًّا بسبب الازدهار العالمي الأخير في تلك المرحلة من دورة الأعمال (بحجة أن 'الأرباح ليست دائمة')، ويرجع ذلك جزئيًّا إلى التخفيض الكبير في التكاليف من قبل البنوك نظرًا للتحسينات التكنولوجية الحديثة، وقد أثارت هذه المناقشات تجدُّد الاهتمام بنماذج الربحية البنكية والمنافسة البنكية، وقد استخدم أحد هذه النماذج من قبل شافر وديسالفو (١٩٩٤) ((Shaffer and DiSalvo (1994)) في إطار بنكين ناشطين في جنوب وسط بنسلفانيا، نتحصَّل على النموذج من خلال المعادلة التالية:

$$\ln q_{it} = a_0 + a_1 \ln P_{it} + a_2 \ln P_{jt} + a_3 \ln Y_t + a_4 \ln Z_t + a_5 t + u_{i1t} \quad (٣٠،٧)$$

$$\ln TR_{it} = b_0 + b_1 \ln q_{it} + \sum_{k=1}^{3} b_{k+1} \ln \omega_{ikt} + u_{i2t} \quad (٣١،٧)$$

حيث يُمثِّل $i = 1, 2$ البنكين، q الناتج البنكي، P_t سعر الناتج في الزمن t، Y_t مقياس للدخل الإجمالي في الزمن t، Z_t سعر البديل للنشاط البنكي في الزمن t، المتغيِّر t يمثل الاتجاه الزمني، TR_{it} إجمالي إيرادات البنك i في الزمن t ويمثِّل ω_{ikt} أسعار المدخلات k، ($k = 1, 2, 3$ وذلك للعمالة، الودائع البنكية ورأس المال المادي) للبنك i في الزمن t و u حدود الأخطاء غير المُشاهدة. لم يتم هنا عرض القيم المقدَّرة للمعاملات، لكن يكفي القول بأن الإطار الآني وما يترتب عن ذلك من نموذج مقدَّر بشكل منفصل باستخدام بيانات السلاسل الزمنية السنوية لكل بنك يُعتبر أمرًا ضروريًّا، هذا ويكون الناتج دالة في السعر على الجانب الأيمن للمعادلة رقم (٣٠،٧)، بينما في المعادلة رقم (٣١،٧) من الواضح أن إجمالي الإيرادات والذي هو دالة في الناتج على الجانب الأيمن للمعادلة مرتبط بالسعر، لذلك تظل طريقة المربعات الصغرى العادية أسلوب تقدير غير مناسب، كما نُشير إلى أن كلا المعادلتين في هذا النظام زائدة التحديد؛ لأن لدينا معادلتين فقط وتم حذف حدود الدخل، البديل للنشاط البنكي والاتجاه من المعادلة رقم (٣١،٧)، في حين تم حذف أسعار المدخلات الثلاثة من المعادلة رقم (٣٠،٧).

٦، ٧ تعريف الخارجية

(A definition of exogeneity)

يُعرِّف ليمر (١٩٨٥) ((Leamer (1985)) المتغيِّر x بأنه متغيِّر خارجي إذا لم يتغير التوزيع الشرطي لــ y بالنظر إلى x عند إدخال تعديلات على العملية المولِّدة لــ x، وعلى الرغم من وجود العديد من التعاريف التي تختلف قليلًا فإنه من الممكن تصنيف شكلين من الخارجية هما: التحديد المسبق، والخارجيَّة التامة:

- المتغيِّر *المحدد مسبقًا* (Predetermined Variable) وهو متغيِّر مستقل عن الأخطاء الآنية والمستقبلية في تلك المعادلة.
- المتغيِّر *الخارجي التام* (Strictly Exogenous Variable) وهو متغيِّر مستقل عن كافة الأخطاء الآنية، المستقبلية والماضية في تلك المعادلة.

١ , ٦ , ٧ اختبارات الخارجيَّة

(Tests for exogeneity)

كيف يمكن للباحث القول ما إذا كان يُمكن اعتبار المتغيِّرات فعلًا متغيِّرات داخلية أم لا؟ بعبارة أخرى قد تقترح النظرية الماليَّة أنه ينبغي أن تكون هناك علاقة ذات اتجاهين بين متغيِّرين أو أكثر، لكن كيف يُمكن اختبار ما إذا كان نموذج المعادلات الآنية ضروريًّا في الممارسة العملية؟

مثال (٢ , ٧)

لنأخذ مجدَّدًا المعادلات رقم (٢٧،٧)-(٢٩،٧). تضم المعادلة رقم (٢٧،٧) Y_2 و Y_3، فهل تتطلَّب هذه المتغيِّرات معادلات منفصلة أم أنه يمكن اعتبارها (Y_2 و Y_3) متغيِّرات خارجية (وفي هذه الحالة سوف يطلق عليها X_3 و X_4 !)؟ يمكن التحقق من ذلك بشكل رسمي باستخدام اختبار هوسمان (Hausman Test) والذي يتم حسابه كما هو موضح في الإطار رقم (٢ , ٧).

الإطار رقم (٢ , ٧) إجراء اختبار هوسمان

(١) *الحصول على المعادلات مختزلة الشكل المقابلة للمعادلات رقم (٢٧،٧)-(٢٩،٧)*. يتم الحصول على المعادلات مختزلة الشكل على النحو التالي. نقوم بتعويض y_3 المقدّم في المعادلة رقم (٢٩،٧) داخل المعادلة رقم (٢٨،٧):

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1(\gamma_0 + \gamma_1 Y_2 + u_3) + \beta_2 X_1 + u_2 \quad (٣٢،٧)$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1\gamma_0 + \beta_1\gamma_1 Y_2 + \beta_1 u_3 + \beta_2 X_1 + u_2 \quad (٣٣،٧)$$

$$Y_2(1-\beta_1\gamma_1) = (\beta_0 + \beta_1\gamma_0) + \beta_2 X_1 + (u_2 + \beta_1 u_3) \quad (٣٤،٧)$$

$$Y_2 = \frac{(\beta_0+\beta_1\gamma_0)}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{\beta_2 X_1}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{(u_2+\beta_1 u_3)}{(1-\beta_1\gamma_1)} \quad (٣٥،٧)$$

تُعتبر المعادلة رقم (٣٥،٧) هي معادلة مختزلة الشكل لـ Y_2 بما أنه لا توجد متغيّرات داخليّة على الجانب الأيمن من المعادلة. بتعويض Y_3 المقدّم في المعادلة رقم (٢٩،٧) داخل المعادلة رقم (٢٧،٧) نتحصّل على:

$$Y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_2 + \alpha_3(\gamma_0 + \gamma_1 Y_2 + u_3) + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + u_1 \quad (٣٦،٧)$$

$$Y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_2 + \alpha_3\gamma_0 + \alpha_3\gamma_1 Y_2 + \alpha_3 u_3 + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + u_1 \quad (٣٧،٧)$$

$$Y_1 = (\alpha_0 + \alpha_3\gamma_0) + (\alpha_1 + \alpha_3\gamma_1)Y_2 + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + (u_1 + \alpha_3 u_3) \quad (٣٨،٧)$$

وبتعويض y_2 المقدّم في المعادلة رقم (٣٥،٧) داخل المعادلة رقم (٣٨،٧) نتحصّل على:

$$Y_1 = (\alpha_0 + \alpha_3\gamma_0) + (\alpha_1 + \alpha_3\gamma_1)\left(\frac{(\beta_0+\beta_1\gamma_0)}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{\beta_2 X_1}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{(u_2+\beta_1 u_3)}{(1-\beta_1\gamma_1)}\right) + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + (u_1 + \alpha_3 u_3) \quad (٣٩،٧)$$

$$Y_1 = \left(\alpha_0 + \alpha_3\gamma_0 + (\alpha_1 + \alpha_3\gamma_1)\frac{(\beta_0+\beta_1\gamma_0)}{(1-\beta_1\gamma_1)}\right) + \frac{(\alpha_1+\alpha_3\gamma_1)\beta_2 X_1}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{(\alpha_1+\alpha_3\gamma_1)(u_2+\beta_1 u_3)}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + (u_1 + \alpha_3 u_3) \quad (٤٠،٧)$$

$$Y_1 = \left(\alpha_0 + \alpha_3\gamma_0 + (\alpha_1 + \alpha_3\gamma_1)\frac{(\beta_0+\beta_1\gamma_0)}{(1-\beta_1\gamma_1)}\right) + \left(\frac{(\alpha_1+\alpha_3\gamma_1)\beta_2}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \alpha_4\right)X_1 + \alpha_5 X_2 + \left(\frac{(\alpha_1+\alpha_3\gamma_1)(u_2+\beta_1 u_3)}{(1-\beta_1\gamma_1)} + (u_1 + \alpha_3 u_3)\right) \quad (٤١،٧)$$

تُعتبر المعادلة رقم (٤١،٧) معادلة مختزلة الشكل لـ Y_1. وأخيرًا للحصول على المعادلة مختزلة الشكل لـ Y_3، نقوم بتعويض Y_2 المقدّم في المعادلة رقم (٣٥،٧) داخل المعادلة رقم (٢٩،٧):

$$Y_3 = \left(\gamma_0 + \frac{\gamma_1(\beta_0+\beta_1\gamma_0)}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{\gamma_1\beta_2 X_1}{(1-\beta_1\gamma_1)} + \frac{\gamma_1(u_2+\beta_1 u_3)}{(1-\beta_1\gamma_1)} + u_3\right) \qquad (٤٢،٧)$$

وبالتالي تُعطي المعادلات (٤١،٧)، (٣٥،٧) و (٤٢،٧) على التوالي المعادلات مختزلة الشكل المقابلة للمعادلات (٢٧،٧)-(٢٩،٧). وكما ذُكر أعلاه يُمكن أيضًا صياغة هذه المعادلات الثلاث باستخدام π_{ij} للمعاملات:

$$Y_1 = \pi_{10} + \pi_{11}X_1 + \pi_{12}X_2 + v_1 \qquad (٤٣،٧)$$

$$Y_2 = \pi_{20} + \pi_{21}X_1 + v_2 \qquad (٤٤،٧)$$

$$Y_3 = \pi_{30} + \pi_{31}X_1 + v_3 \qquad (٤٥،٧)$$

نقوم بتقدير المعادلات مختزلة الشكل (٤٣،٧)-(٤٥،٧) باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية والحصول على القيم المجهّزة $\hat{Y}_1^1$، $\hat{Y}_2^1$ و $\hat{Y}_3^1$ حيث يرمز الرقم العلوي الزائد ١ إلى القيم المجهزة من تقدير الشكل المختزل.

(٢) إجراء الانحدار المقابل للمعادلة رقم (٢٧،٧) أي معادلة الشكل الهيكلي، وفي هذه المرحلة نتجاهل أي تزامن ممكن.

(٣) إجراء الانحدار (٢٧،٧) مرة أخرى، لكن الآن نقوم أيضًا بإدراج القيم المُجهّزة من المعادلات مختزلة الشكل، أي $\hat{Y}_2^1$ و $\hat{Y}_3^1$، كمتغيرات انحدارية إضافية:

$$Y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_2 + \alpha_3 Y_3 + \alpha_4 X_1 + \lambda_2 \hat{Y}_2^1 + \lambda_3 \hat{Y}_3^1 + \varepsilon_1 \qquad (٤٦،٧)$$

(٤) استخدام اختبار إف لاختبار القيد المشترك: $\lambda_2 = 0$ و $\lambda_3 = 0$. إذا تم رفض فرضية العدم فيجب اعتبار Y_2 و Y_3 متغيرات داخلية. إذا كانت λ_2 و λ_3 مختلفة معنويًا عن الصفر هناك معلومات إضافية هامة لنمذجة Y_1 من المعادلات مختزلة الشكل. في المقابل إذا لم يتم رفض فرضية العدم فيمكن التعامل مع Y_2 و Y_3 كمتغيرات خارجية لـ Y_1 ولا توجد معلومات إضافية مفيدة لـ Y_1 من نمذجة Y_2 و Y_3 كمتغيرات داخلية.

ينبغي بعد ذلك تكرار الخطوات ٢-٤ للمعادلتين رقم (٢٨،٧) و (٢٩،٧).

٧,٧ النظم الثلاثية

(Triangular systems)

تعتبر نظام المعادلات التالي مع تجاهل الأدلة السفلية للزمن بهدف التبسيط:

$$Y_1 = \beta_{10} + \gamma_{11}X_1 + \gamma_{12}X_2 + u_1 \quad (٤٧،٧)$$

$$Y_2 = \beta_{20} + \beta_{21}Y_1 + \gamma_{21}X_1 + \gamma_{22}X_2 + u_2 \quad (٤٨،٧)$$

$$Y_3 = \beta_{30} + \beta_{31}Y_1 + \beta_{32}Y_2 + \gamma_{31}X_1 + \gamma_{32}X_2 + u_3 \quad (٤٩،٧)$$

نفترض أن حدود الخطأ لكل معادلة من المعادلات الثلاث غير مرتبطة مع بعضها البعض، هل يمكن تقدير المعادلات بشكل فردي باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية؟ للوهلة الأولى تبدو الإجابة المناسبة لهذا السؤال 'لا لأن هذا النظام هو نظام معادلات آنية'، لكن خذ في الاعتبار ما يلي:

- لا تحتوي المعادلة رقم (٤٧،٧) على متغيِّرات داخلية، لذلك لا ترتبط X_1 و X_2 بـــ u_1، يمكن بالتالي استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في المعادلة رقم (٤٧،٧).
- تحتوي المعادلة رقم (٤٨،٧) على متغيِّر داخلي Y_1 إلى جانب المتغيِّرات الخارجية X_1 و X_2، يُمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى على المعادلة رقم (٤٨،٧) إذا كانت كل متغيِّرات الجانب الأيمن للمعادلة رقم (٤٨،٧) غير مرتبطة مع حد خطأ المعادلة، في الواقع، Y_1 غير مرتبط بـــ u_2 لأنه لا يوجد حد لـ Y_2 في المعادلة رقم (٤٧،٧)، يُمكن إذًا استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة رقم (٤٨،٧).
- تحتوي المعادلة رقم (٤٩،٧) على كلٍ من Y_1 و Y_2؛ يُشترط أن تكون هذه المتغيِّرات غير مرتبطة بـ u_3، وباعتماد حجج مماثلة لما سبق لا تحتوي المعادلات رقم (٤٧،٧) و (٤٨،٧) على Y_3، يمكن إذًا استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة رقم (٤٩،٧).

يعرف ذلك *بالنظام المتكرر أو النظام الثلاثي* (Triangular System) وهو في الحقيقة حالة خاصة عبارة عن مجموعة من المعادلات التي تبدو وكأنها نظام معادلات آنية، ولكنها ليست كذلك، في الواقع ليس لدينا هنا مشكلة التزامن؛ لأن التبعية ليست ثنائية الاتجاه، فلكل معادلة تبعيَّة في اتجاه واحد.

٨,٧ إجراءات تقدير نظم المعادلات الآنية

(Estimation procedures for simultaneous equations systems)

يُمكن تقدير كل معادلة من معادلات النظام المتكرر بشكل منفصل، باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، لكن في الممارسة العملية هناك القليل من نظم المعادلات المتكررة، لذلك يجب البحث عن طريقة مباشرة لمعالجة تقدير المعادلات المتآتية من نظام آني فعلي، في الواقع هناك العديد من الطرق المحتملة التي يُمكن استخدامها، سوف يجري هذا تفصيل ثلاث منها، وهي المربعات الصغرى غير المباشرة، المربعات الصغرى ذات المرحلتين والمتغيِّرات الأداتيَّة (Instrumental Variables)، سوف نُناقش فيما يلي كل واحدة من هذه الطرق.

٧,٨,١ المربعات الصغرى غير المباشرة

(Indirect least squares (ILS))

على الرغم من أنه من غير الممكن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية مباشرة على المعادلات الهيكلية، إلَّا أنه من الممكن أن تطبَّق هذه الأخيرة بشكل صحيح على المعادلات مختزلة الشكل، إذا كان النظام تام التحديد فإن طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة تتضمن تقدير المعادلات مختزلة الشكل باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، ومن ثم استخدامها لاستبدالها مرة أخرى للحصول على المعلمات الهيكلية، هذا وتُعتبر طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة مبدئيًّا بديهية الفهم، ومع ذلك لا يتم تطبيقها على نطاق واسع للأسباب التالية:

(١) *قد يكون حل المعادلات للحصول على المعلمات الهيكلية أمرًا شاقًا*، بالنسبة إلى النظم الكبيرة يمكن إعداد المعادلات في شكل مصفوفة، وبالتالي قد يتطلب حلُّها عكس مصفوفة كبيرة.

(٢) *معظم نظم المعادلات الآنية هي معادلات زائدة التحديد*، ويمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة للحصول على معاملات المعادلات تامة التحديد فقط، بالنسبة للنظم زائدة التحديد فإن طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة لا تعطي قيمًا مُقدَّرة وحيدة للشكل الهيكلي.

تكون مقدرات طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة متَّسقة وتقاربيًّا كفؤة، لكنها بشكل عام متحيزة، لذلك في العينات المتناهية سوف تقدم طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة قِيَمًا مقدَّرة للشكل الهيكلي تكون متحيزة، باختصار ينشأ التحيُّز من حقيقة أن معاملات الشكل الهيكلي ضمن تقدير طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة هي تحويلات لمعاملات الشكل المختزل، عندما يتم أخذ التوقعات لاختبار عدم التحيُّز، فعمومًا لن نجد أن القيمة المتوقعة لتوليفة (غير خطيَّة) معاملات الشكل المختزل مساوية لتوليفة قيمها المتوقعة (انظر قوجاراتي (٢٠٠٣) للحصول على إثبات).

٧,٨,٢ تقدير النظم تامة التحديد والنظم زائدة التحديد باستخدام طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين

(Estimation of just identified and overidentified systems using 2SLS)

تنطبق هذه التقنية لتقدير النظم زائدة التحديد عندما لا يُمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة، في الواقع يُمكن أيضًا استخدام هذه التقنية لتقدير معاملات النظم تامة التحديد، وفي هذه الحالة سوف تُنتج هذه الطريقة قيمًا مقدَّرة تُعادل تقاربيًّا تلك المتحصّل عليها من طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة.

تتم طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS أو TSLS) على مرحلتين:

- *المرحلة الأولى*: الحصول على المعادلات مختزلة الشكل وتقديرها باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، حفظ القيم المجهّزة للمتغيِّرات التابعة.
- *المرحلة الثانية*: تقدير المعادلات الهيكلية باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، لكن مع استبدال كل المتغيِّرات الداخلية في الجانب الأيمن للمعادلة بقيمها المجهّزة المتحصّل عليها في المرحلة ١.

مثال (٣، ٧)

لنفترض أن المطلوب هو المعادلات رقم (٢٧،٧)–(٢٩،٧) سوف تتضمَّن طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين الخطوتين التاليتين:

- *المرحلة الأولى*: نقوم بتقدير المعادلات مختزلة الشكل (٤٣،٧)–(٤٥،٧) بشكل فردي باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية والحصول على القيم المجهزة، ونُشير إليهم بـ $\hat{Y}_1^1$، $\hat{Y}_2^1$ و $\hat{Y}_3^1$ حيث يرمز الرقم العلوي الزائد ١ إلى هذه القيم المجهزة من المرحلة الأولى.
- *المرحلة الثانية*: نقوم باستبدال المتغيِّرات الداخلية في الجانب الأيمن بقيمها المقدرة في المرحلة الأولى:

$$Y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{Y}_2^1 + \alpha_3 \hat{Y}_3^1 + \alpha_4 X_1 + \alpha_5 X_2 + u_1 \quad (٥٠،٧)$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 \hat{Y}_3^1 + \beta_2 X_1 + u_2 \quad (٥١،٧)$$

$$Y_2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{Y}_2^1 + u_3 \quad (٥٢،٧)$$

حيث يُمثِّل $\hat{Y}_2^1$ و $\hat{Y}_3^1$ القيم المجهزة المتحصَّل عليها من تقدير الشكل المختزل. الآن لن يكون $\hat{Y}_2^1$ و $\hat{Y}_3^1$ مرتبطة بـــ u_1، ولن يكون $\hat{Y}_3^1$ مرتبطًا بـــ u_2، وكذلك لن يكون $\hat{Y}_2^1$ مرتبطًا بـــ u_3، وبالتالي فقد تم إزالة مشكلة الآنية، كما تجدر الإشارة إلى أن مُقدّر طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين متسق لكنه لا يخلو من عدم التحيُّز.

في إطار المعادلات الآنية لا تزال معرفة ما إذا كانت الافتراضات المعتادة لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي صحيحة أم لا مُثيرة للقلق، على الرغم من أن بعض إحصاءات الاختبار تتطلب تعديلات حتى يتسنى تطبيقها في سياق النظم، هذا وتقوم معظم حزم برامج الاقتصاد القياسي تلقائيًا بإجراء أيَّة تغييرات مطلوبة، ولتوضيح أحد العواقب المحتملة لانتهاك افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي، نذكر أنه إذا كانت الاضطرابات في المعادلات الهيكلية مرتبطة ذاتيًا، فإن مُقدِّر المربعات الصغرى ذات المرحلتين لن يكون حتى متسقًا.

كما يجب أيضًا تعديل القيم المقدّرة للأخطاء المعياريَّة مقارنة بنظيراتها في طريقة المربعات الصغرى العادية (مرة أخرى سوف تقوم برامج الاقتصاد القياسي عادةً بذلك تلقائيًا)، ولكن بمجرد الانتهاء من ذلك يُمكن استخدام اختبارات تي المعتادة لاختبار الفرضيات حول معاملات الشكل الهيكلي، يظهر هذا التعديل كنتيجة لاستخدام القيم المجهزة للشكل المختزل في الجانب الأيمن للمعادلة بدلًا من المتغيِّرات الفعلية، مما يعني ضرورة إجراء تعديل على تباين الخطأ.

٣، ٨، ٧ المتغيِّرات الأداتيَّة

(Instrumental variables)

بشكل عام تعتبر طريقة المتغيِّرات الأداتيَّة تقنية أخرى لتقدير المعلمات التي يُمكن استخدامها بشكل صحيح في سياق نظام المعادلات الآنية، هذا ونذكر أن السبب وراء عدم إمكانيَّة استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية مباشرة على المعادلات الهيكلية هو أن المتغيِّرات الداخلية تكون مرتبطة بالأخطاء.

يتمثَّل أحد الحلول لهذه المشكلة في عدم استخدام المتغيِّرات Y_2 أو Y_3، ولكن بدلًا من ذلك نستخدم متغيِّرات أخرى مكانها، يجب أن تكون هذه المتغيِّرات الأخرى مرتبطة (بشكل كبير) بـــ Y_2 و Y_3، دون أن تكون مرتبطة بالأخطاء، تُعرف مثل هذه المتغيِّرات *بالأدوات* (Instruments). لنفترض أننا عثرنا على الأدوات المناسبة لـ Y_2 و Y_3 وأننا أشرنا إليها بـــ Z_2 و Z_3، على التوالي لا تُستخدم الأدوات مباشرة في المعادلات الهيكلية، وإنها نقوم بإجراء انحدارات على الشكل التالي:

$$Y_2 = \lambda_1 + \lambda_2 z_2 + \varepsilon_1 \tag{٥٣،٧}$$

$$Y_3 = \lambda_3 + \lambda_4 z_3 + \varepsilon_2 \tag{٥٤،٧}$$

نتحصَّل على القيم المجهَّزة من المعادلتين رقم (٥٣،٧) و (٥٤،٧)، أي $\hat{Y}_2^1$ و $\hat{Y}_3^1$، ونستبدل Y_2 و Y_3 بهذه الأخيرة، وذلك في المعادلة الهيكلية، كما نُشير إلى أنه من المعتاد استخدام أكثر من متغيِّر أداتي واحد لكل متغيِّر داخلي، إذا كانت الأدوات هي المتغيِّرات في المعادلات مختزلة الشكل فإن طريقة المتغيِّرات الأداتيَّة تُعادل طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين، بحيث يُمكن اعتبار هذه الأخيرة كحالة خاصة للأولى.

٤ ,٨ ,٧ ماذا سيحدث إذا تم استخدام المتغيِّرات الأداتيَّة أو المربعات الصغرى ذات المرحلتين دون داعٍ؟

(What happens if IV or 2SLS are used unnecessarily?)

بعبارة أخرى لنفترض أن أحدهم حاول تقدير النظام الآني في حال كانت المتغيرات المحددة كمتغيِّرات داخلية هي في الواقع متغيِّرات مُستقلَّة عن بعضها البعض، تكون العواقب في هذه الحالة مُشابهة لعواقب إدراج متغيِّرات غير هامَّة في نموذج المربعات الصغرى العادية ذي المعادلة الواحدة، ويعني ذلك أن القيم المقدّرة للمعاملات سوف تظل متّسقة، لكنها سوف تكون غير كفؤة مقارنة بتلك المتحصّل عليها من استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية مباشرة.

٥ ,٨ ,٧ تقنيات تقدير أخرى

(Other estimation techniques)

هنالك بالطبع العديد من تقنيات التقدير الأخرى المتاحة لنظم المعادلات، بما في ذلك طريقة المربعات الصغرى ذات الثلاث المراحل، طريقة الإمكان الأعظم ذي المعلومات الكاملة (Full Information Maximum Likelihood) وطريقة الإمكان الأعظم ذي المعلومات المحدودة (Limited Information Maximum Likelihood). تقدم طريقة المربعات الصغرى ذات الثلاث مراحل خطوة ثالثة في عملية التقدير، والتي تأخذ في الاعتبار التغايرات غير الصفرية بين حدود الخطأ في المعادلات الهيكلية، وهي تُعتبر تقاربيًّا أكثر كفاءة من طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين؛ لأن هذه الأخيرة تتجاهل أيَّة معلومات متاحة بخصوص تغايرات الخطأ (وكذلك أية معلومات إضافية قد تتضمَّنها المتغيِّرات الداخلية للمعادلات الأخرى)، هذا وتتضمن طريقة الإمكان الأعظم ذي المعلومات الكاملة تقدير جميع المعادلات في النظام بشكل متزامن باستخدام الإمكان الأعظم (انظر الفصل ٨ للاطلاع على مناقشة عن مبادئ التقدير بالإمكان الأعظم). وبالتالي ضمن طريقة الإمكان الأعظم ذي المعلومات الكاملة، نتناول جميع المعلمات في جميع المعادلات معًا، ويتم

تشكيل دالة الإمكان المناسبة وتعظيمها. وأخيرًا تتضمَّن طريقة الإمكان الأعظم ذي المعلومات المحدودة تقدير كل معادلة بشكل مُستقل باستخدام الإمكان الأعظم، كما نُشير إلى أن طريقة الإمكان الأعظم ذي المعلومات المحدودة تُعادل تقاربيًّا طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين. لمزيد من التفاصيل التقنية لكل طريقة من هذه الطرق انظر جرين (٢٠٠٢، الفصل الخامس عشر).

يقدم القسم التالي تطبيقًا لمنهج المعادلات الآنية في مجال الماليَّة للنمذجة المشتركة لهوامش الشراء والبيع وحجم التداول في سوق خيارات المؤشر S&P 100، هذا وقدَّم كلٌّ من وانغ، يو وباتيست (١٩٩٧) ((Wang, Yau and Baptiste (1997)) ووانغ ويو (٢٠٠٠) ((Wang and Yau (2000)) تطبيقين مُتَّصلين بهذه التقنية يستحقان أيضًا الدراسة، يستخدم التطبيق الأول نظامًا ثنائي المتغيِّرات لنمذجة حجم التداول وهوامش الشراء والبيع، حيث بيَّن وانغ، يو وباتيست باستخدام اختبار هوسمان أن حجم التداول وهوامش الشراء والبيع هما في الواقع مرتبطان بشكل متزامن، لذلك يجب التعامل مع كلٍّ منهما كمتغيِّر داخلي ونمذجتهما باستخدام طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين، أمَّا الورقة الأخيرة فتستخدم نظامًا ثُلاثي المتغيِّرات لنمذجة كل من حجم التداول، الفروق والتقلبات خلال اليوم.

٧,٩ تطبيق منهج المعادلات الآنية لنمذجة هوامش الشراء والبيع ونشاط التداول

(An application of a simultaneous) (equations approach to modelling bid–ask spreads and trading activity)

٧,٩,١ مقدمة

(Introduction)

تُعَدُّ دراسة الهيكل الجزئي للسوق واحدة من أسرع المجالات نموًّا في البحوث التطبيقية في مجال الماليَّة، يشتمل هذا البحث على مسائل مثل تكوين السعر في الأسواق الماليَّة، كيف يمكن أن يؤثر هيكل السوق على الطريقة التي يعمل بها، محدِّدات هامش الشراء والبيع وما إلى ذلك، هذا وتُعَدُّ الدراسة التي أجراها جورج ولونغستاف (١٩٩٣) ((George and Longstaff (1993)) إحدى تطبيقات طرق المعادلات الآنية في أدبيات الهيكل الجزئي للسوق، تتناول هذه الورقة، من بين مسائل أخرى، الأسئلة التالية:

- هل يرتبط نشاط التداول بحجم هامش الشراء والبيع؟
- كيف تختلف هوامش الشراء والبيع بين الخيارات، وكيف يرتبط ذلك بحجم العقود المتداولة؟ وفي هذه الحالة تعني العبارة 'بين الخيارات' مختلف فترات الاستحقاق وأسعار ممارسة الخيار على أصل أساسي معين.

سوف يفحص هذا الفصل الآن نماذج ونتائج واستنتاجات جورج ولونغستاف.

٧,٩,٢ البيانات

(The data)

تشمل البيانات المستخدمة من قِبَل جورج ولونغستاف أسعار الخيارات على مؤشر S&P 100 المشاهدة خلال جميع أيام التداول خلال العام ١٩٨٩. تم تداول مؤشر S&P 100 في سوق عقود بورصة شيكاغو ((Chicago Board Options (CBOE)

Exchange) منذ عام ١٩٨٣ على أساس مزاد علني مفتوح ومستمر، هذا ويُعرَّف سعر الخيار كما هو مستخدم في الورقة على أنه متوسط أسعار الشراء والبيع، كما يُحسب متوسط أسعار الشراء والبيع لكل خيار خلال الفترة بين الساعة الثانية بعد الظهر إلى الساعة الثانية و١٥ دقيقة بعد الظهر (التوقيت الرسمي المركزي للولايات المتحدة الأمريكية) لتجنُّب تأثيرات وقت اليوم مثل الاختلافات في السلوك عند فتح وإغلاق السوق، يتم بعد ذلك إسقاط العناصر التالية من العيِّنة لذلك اليوم لتجنُّب أي آثار ناتجة عن ارتفاع الأسعار القديمة:

- كل الخيارات التي ليس لديها عروض أسعار بيع وشراء مسجلة خلال خمس عشرة دقيقة.
- كل الخيارات التي لديها أقل من عشرة تداولات خلال اليوم.

ينتج عن هذا الإجراء ما مجموعه ٢٤٥٦ مشاهدة، هذا ويتم إجراء انحدار 'مجمع'، نظرًا لأن البيانات تحتوي على بُعدين: زمني ومقطعي، ويعني ذلك أنه يتم قياس البيانات في كل يوم تداول ولعدد من الخيارات ذات أسعار تنفيذ وتواريخ استحقاق مختلفة، وتُجمَّع البيانات في عمود واحد لتحليلها.

٧,٩,٣ كيف يمكن لسعر الخيار/ حجم التداول وهامش الشراء والبيع أن يكونا مرتبطَيْنِ؟

(How might the option price/trading volume and the bid–ask spread be related?)

يذكر جورج ولونغستاف أن هامش الشراء والبيع سوف يُحدَّد من خلال تفاعل قوى السوق، وبما أن هناك العديد من صناع السوق الذي يقومون بتداول المؤشر S&P 100 في سوق عقود بورصة شيكاغو فإنه سوف يتم تحديد هامش الشراء والبيع لتغطية التكاليف الحدِّيَّة فقط، هذا ونذكر أن هناك ثلاثة مكونات للتكاليف المرتبطة بصناع السوق وهي التكاليف الإدارية، تكاليف الاحتفاظ بالمخزون و'تكاليف المخاطرة'. يرى جورج ولونغستاف أن هناك ثلاثة احتمالات لكيفية تحديد هامش الشراء والبيع:

- *يساوي صناع السوق هوامش الشراء والبيع لجميع الخيارات*: من المرجَّح أن يحدث ذلك إذا كانت تكاليف معالجة الطلبات (الإدارية) تُشكل معظم التكاليف المرتبطة بصناع السوق، يُمكن أن يكون الأمر كذلك لأن سوق عقود بورصة شيكاغو تحمّل صناع السوق نفس الرسوم على كل خيار متداول، في الواقع مقابل كل عقد (١٠٠ خيار) متداول، يفرض سوق عقود بورصة شيكاغو رسوم بقيمة ٩ سِنتات، وتفرض شركة مقاصة الخيارات (Options Clearing Corporation (OCC)) رسومًا بقيمة ١٠ سِنتات على الشركة التي تقوم بتسوية الصفقة.
- *قد يكون الهامش نسبة ثابتة من قيمة الخيار*: وسيكون هذا هو الحال إذا كانت غالبية تكلفة صانع السوق هي تكاليف الاحتفاظ بالمخزون، حيث إن الخيارات الأكثر تكلفة ستكلف أكثر من أجل الاحتفاظ، وبالتالي سيتم توسيع نطاق الهامش.
- *قد يساوي صناع السوق التكاليف الحدية عبر الخيارات بغض النظر عن حجم التداول*: قد يحدث هذا إذا كانت المخاطر من موقف غير مرغوب فيه هي أهم تكلفة تواجه صناع السوق، فصناع السوق لا يملكون عادة وجهة نظر معينة حول اتجاه السوق، فهم ببساطة يحاولون جَنْيَ الأموال من خلال الشراء والبيع، وبالتالي يَوَدُّ صناع السوق أن يكونوا قادرين على التخلص وبسرعة من أيَّة مراكز (طويلة أو قصيرة) غير مرغوب فيها، ولكن التداول غير مستمر، وفي الواقع كان متوسط الزمن الفاصل بين التداولات في عام ١٩٨٩ حوالي خمس دقائق، وكلما كان لدى صانعي السوق خيار أطول كلما ارتفع

الخطر الذي يواجهونـه، نظرًا لارتفـاع احتمال أن تكون هناك حركة كبيرة معـاكسة في السعر، وبالتـالي فإن الخيارات التي تتميَّز بأحجـام تداول منخفضـة سوف تتطلَّب هوامش أعلى، حيث من المرجَّح أن يحتفظ صانع السوق بهذه الخيارات لفترة أطول.

وفي تحليل استكشافي غير كَمّيٍّ، وجد جورج ولونغستاف من خلال مُقارنة بين العقود ذات آجال استحقاق مختلفة، أن هامش الشراء والبيع يزيد بالفعل بازدياد أجل الاستحقاق (بما أن قيمة الخيار ذي فترة الاستحقاق الأطول تكون أكثر قيمة) وبازدياد 'النقدية' (أي أن الخيار الأكثر ربحية يكون لديه هامش أعلى من الخيار الأقل ربحية)، ويبدو ذلك صحيحًا لكل من خيارات الشراء والبيع.

٧ , ٩ , ٤ تأثير قواعد وحدة المزايدة السعرية على الهوامش

(The influence of tick-size rules on spreads)

يُحدِّد سوق عقود بورصة شيكاغو *وحدة المزايدة السعرية* (Tick Size) (الحد الأدنى لتدرج الأسعار المحدَّدة) وهو ما سوف يضع بطبيعة الحال حدًّا أدنى لحجم الهامش، تكون وحدة المزايدة السعرية كالتالي:

- $\frac{1}{8}$ دولارًا للخيارات بقيمة ٣ دولارات أو أكثر.
- $\frac{1}{16}$ دولارًا للخيارات التي تقل قيمتها عن ٣ دولارات.

٧ , ٩ , ٥ النماذج والنتائج

(The models and results)

ينشأ الحدس كَوْنَ هامش الشراء والبيع وحجم التداول مرتبطين بشكل متزامن من حقيقة أن زيادة هامش الشراء والبيع يعني ضمنًا أن التداول يكون أكثر تكلفة نسبيًّا بحيث ينسحب المستثمرون الهامشيون من السوق، من ناحية أخرى يواجه صنّاع السوق مخاطر إضافية إذا انخفض مستوى نشاط التداول، وبالتالي من المتوقع أن يستجيبوا من خلال زيادة رسومهم (الهامش)، تسعى النماذج التي تم تطويرها إلى تحديد متزامن لحجم هامش الشراء والبيع والزمن الفاصل بين التداولات.

بالنسبة لعقود خيار الشراء يكون النموذج كالتالي:

$$CBA_i = \alpha_0 + \alpha_1 CDUM_i + \alpha_2 C_i + \alpha_3 CL_i + \alpha_4 T_i + \alpha_5 CR_i + e_i \quad (٧،٥٥)$$

$$CL_i = \gamma_0 + \gamma_1 CBA_i + \gamma_2 T_i + \gamma_3 T_i^2 + \gamma_4 M_i^2 + v_i \quad (٧،٥٦)$$

وبشكل مُماثل يكون النموذج لعقود خيار البيع كالتالي:

$$PBA_i = \beta_0 + \beta_1 PDUM_i + \beta_2 P_i + \beta_3 PL_i + \beta_4 T_i + \beta_5 PR_i + u_i \quad (٧،٥٧)$$

$$PL_i = \delta_0 + \delta_1 PBA_i + \delta_2 T_i + \delta_3 T_i^2 + \delta_4 M_i^2 + w_i \quad (٧،٥٨)$$

حيث يُمثِّل C_i و PBA_i على التوالي هامش الشراء والبيع لعقود الشراء وهامش الشراء والبيع لعقود البيع للخيار i.

يُمثِّل C_i و P_i على التوالي سعر الشراء وسعر البيع للخيار i. كما يُمثِّل CL_i و PL_i على التوالي الأزمنة الفاصلة بين تداولات خيار الشراء وخيار البيع i.

أمَّا CR_i و PR_i فيمثِّلان مربع دلتا للخيارات.

$CDUM_i$ و $PDUM_i$ مُتغيِّران وهميَّان يأخذان في الاعتبار الحد الأدنى لوحدة المزايدة السعرية:

$$= 0 \; if \; C_i \; or \; P_i \; < 3\$$$

$$= 1 \; if \; C_i \; or \; P_i \; \geq 3\$$$

T: الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق

T^2: يسمح بعلاقة غير خطية بين الزمن حتى تاريخ الاستحقاق والهامش

M^2: مربع النقدية والذي يستخدم في صيغة تربيعية بما أن الخيارات على حدود الربحية تتميَّز بحجم تداول عالٍ، في حين أن الخيارات خارج حدود الربحية والخيارات داخل حدود الربحية يتميَّز كلاهما بنشاط تداول منخفض.

CR_i و PR_i هما مقاييس لمخاطر الشراء والبيع على التوالي، ومعطاة بواسطة مربع دلتا الخاص بهم.

يتم تقدير المعادلتين رقم (٧،٥٥) و (٧،٥٦)، ثم وبشكل منفصل المعادلتين رقم (٧،٥٧) و (٧،٥٨)، باستخدام طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين. ترد النتائج هنا في الجدولين رقم (٧،١) و (٧،٢).

يُشير R^2 المعدل ≈ ٠,٦ لجميع المعادلات الأربعة أن المتغيِّرات المختارة تقوم بعمل جيد في شرح الهامش والزمن الفاصل بين التداولات، هذا ويذكر جورج ولونغستاف أن سلوك صانع السوق الإستراتيجي، والذي لا يمكن نمذجته بسهولة، يلعب دورًا مهمًّا في التأثير على الهامش، وأن ذلك يَحُول دون ارتفاع قيمة R^2 المعدل.

تتمثل الخطوة التالية في دراسة المعقولية التجريبية للقيم المقدَّرة في النظر في أحجام وعلامات ومعنويَّة المعاملات، في انحدارات هامش خيار الشراء وهامش خيار البيع على التوالي، يقيس α_1 و β_1 وحدة المزايدة السعرية المقيَّدة بالهامش، وكلاهما معنوي إحصائيًّا وإيجابي، كما يقيس α_2 و β_2 تأثير سعر الخيار على الهامش، وكما هو متوقع فإن هذين المعاملين كلاهما معنوي وإيجابي، وذلك لكونهما يمثِّلان تكاليف المخزون أو تكاليف الاحتفاظ، هذا وتُشير قيمة المعامل البالغة تقريبًا ٠,٠١٧ إلى أن زيادة سعر الخيار بمقدار دولار واحد سوف تؤدي في المتوسط إلى زيادة قدرها ١,٧ في المائة في الهامش، أمَّا α_3 و β_3 فيقيسان تأثير نشاط التداول على الهامش، كما نُشير إلى أنه تم استخدام متغيِّر عكسي لنشاط التداول في الانحدارات، ونجد مرة أخرى أن المعاملات لها علامات صحيحة، بعبارات أخرى: كلما ازداد الزمن الفاصل بين التداولات (أي عند انخفاض نشاط التداول)، كلما اتسع هامش الشراء والبيع، وعلاوة على ذلك، وعلى الرغم من أن قيم المعاملات صغيرة إلَّا أنها معنوية إحصائيًّا. في انحدار هامش خيار البيع على سبيل المثال تُشير قيمة المعامل البالغة تقريبًا ٠,٠٠٩ إلى أنه حتى إذا اتسع الزمن الفاصل بين التداولات من دقيقة واحدة إلى ساعة فإن الهامش سوف يزيد بمقدار ٥٤ سنتًا فقط. كما يقيس α_4 و β_4 تأثير الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق على الهامش، وكلاهما سلبي ومعنوي إحصائيًّا. يذكر المؤلفون أن ذلك قد ينشأ لأن صناعة السوق تُعتبر نشاطًا أكثر خطورة للخيارات شبه المستحقة، كما نجد تفسيرًا بديلًا مُمكنًا، سرعان ما رفضه المؤلفون بعد إجراء المزيد من التقصِّي، وهو أن إمكانيَّة الممارسة المبكرة تصبح أكثر احتمالًا للخيارات قصيرة الأجل؛ لأن خسارة القيمة الزمنية سوف تكون ضئيلة. أخيرًا، يقيس α_5 و β_5 تأثير المخاطر على الهامش في كل من انحدارات هامش عقود الشراء وهامش عقود البيع، وتكون تلك المعاملات سلبية وذات معنوية إحصائية عالية، تبدو هذه النتيجة غريبة؛ فقد كافح المؤلفون من أجل تبريرها؛ لأنه يبدو أنها تُشير إلى أن الخيارات الأكثر خطورة يترتب عنها هوامش أقل.

الجدول رقم (٧ ,١) انحدار هامش سعر الشراء والبيع لعقود الشراء وحجم

$$CBA_i = \alpha_0 + \alpha_1 CDUM_i + \alpha_2 C_i + \alpha_3 CL_i + \alpha_4 T_i + \alpha_5 CR_i + e_i \quad (٥٥،٧)$$

$$CL_i = \gamma_0 + \gamma_1 CBA_i + \gamma_2 T_i + \gamma_3 T_i^2 + \gamma_4 M_i^2 + \upsilon_i \quad (٥٦،٧)$$

α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	R^2 المعدّل
٠٨٣٦٢,٠	٠,٠٦١١٤	٠,٠١٦٧٩	٠,٠٠٩٠٢	٠,٠٠٢٢٨-	٠,١٥٣٧٨-	٠,٦٨٨
(١٦,٨٠)	(٨,٦٣)	(١٥,٤٩)	(١٤,٠١)	(١٢,٣١-)	(١٢,٥٢-)	
γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	R^2 المعدّل	
٣,٨٥٤٢-	٤٦,٥٩٢	٠,١٢٤١٢-	٠,٠٠٤٠٦	٠,٠٠٨٦٦	٠,٦١٨	
(١٠,٥٠-)	(٣٠,٤٩)	(٦,٠١-)	(١٤,٤٣)	(٤,٧٦)		

ملاحظة: النسب تي بين قوسين.

المصدر: جورج ولونغستاف (١٩٩٣)، أعيد طبعه بإذن من كلية إدارة الأعمال، جامعة واشنطن.

الجدول رقم (٧ ,٢) انحدار هامش سعر الشراء والبيع لعقود البيع وحجم التداول

$$PBA_i = \beta_0 + \beta_1 PDUM_i + \beta_2 P_i + \beta_3 PL_i + \beta_4 T_i + \beta_5 PR_i + u_i \quad (٥٧،٧)$$

$$PL_i = \delta_0 + \delta_1 PBA_i + \delta_2 T_i + \delta_3 T_i^2 + \delta_4 M_i^2 + w_i \quad (٥٨،٧)$$

β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	R^2 المعدّل
٠,٠٥٧٠٧	٠,٠٣٢٥٨	٠,٠١٧٢٦	٠,٠٠٨٣٩	٠,٠٠١٢٠-	٠,٠٨٦٦٢-	٠,٦٧٥
(١٥,١٩)	(٥,٣٥)	(١٥,٩٠)	(١٢,٥٦)	(٧,١٣-)	(١٧,١٥-)	
δ_0	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	R^2 المعدّل	
٢,٨٩٣٢-	٤٦,٤٦٠	٠,١٥١٥١-	٠,٠٠٣٣٩	٠,٠١٣٤٧	٠,٥١٧	
(٨,٤٢-)	(٣٤,٠٦)	(٧,٧٤-)	(١٢,٩٠)	(١٠,٨٦)		

ملاحظة: النسب تي بين قوسين.

المصدر: جورج ولونغستاف (١٩٩٣)، أعيد طبعه بإذن من كلية إدارة الأعمال، جامعة واشنطن.

نحوّل اهتمامنا الآن إلى انحدارات نشاط التداول، حيث يقيس γ_1 و δ_1 على التوالي تأثير حجم الهامش على نشاط تداول عقود الشراء وعقود البيع؛ وكلاهما إيجابي ومعنوي إحصائيًا مما يدل على أن الزيادة في الهامش سوف تزيد الزمن الفاصل بين التداولات، بحسب هذه المعاملات تؤدي زيادة الهامش بسنت واحد إلى زيادة متوسّط الوقت بين تداولات عقود الشراء وعقود البيع بحوالي نصف دقيقة. يُعطي γ_2 و δ_2 تأثير الزيادة في الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق، في حين أن γ_3 و δ_3 هما معاملان مرتبطان بمربع الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق، بالنسبة لكل من انحدار عقود الشراء وانحدار عقود البيع فإن معامل مستوى الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق يكون سلبيًا ومعنويًا، في حين نجد أن معامل مربع الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق إيجابي ومعنوي، ومع ازدياد الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق، سوف يهيمن الحد التربيعي، وبالتالي يمكن للمرء أن يستنتج علاقة على شكل الحرف U

بين الزمن الفاصل بين التداولات والزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق. أخيرًا، يُعطي γ_4 و δ_4 تأثير زيادة مربع النقدية (أي تأثير الخيار الأكثر ربحية أو تأثير الخيار الأقل ربحية) على الزمن الفاصل بين التداولات، بالنسبة لكل من انحدارات عقود الشراء والبيع تكون المعاملات معنوية إحصائيًا وإيجابية، مما يدل على أنه كلما تحرَّك الخيار بعيدًا عن الربحية في أي من الاتجاهين فإن الزمن الفاصل بين التداولات يرتفع، وهذا يتماشى مع افتراض المؤلفين القائل بأن التداول يكون أكثر نشاطًا على الخيارات التي تكون على حدود الربحية، وأن التداول يكون أقل نشاطًا على كلٍّ من الخيارات التي تكون خارج حدود الربحية أو داخل حدود الربحية.

٦ , ٩ , ٧ الاستنتاجات

(Conclusions)

يُمكن نمذجة قيمة هامش الشراء والبيع على خيارات المؤشر S&P 100 والزمن الفاصل بين التداولات (وهو مقياس لسيولة السوق) بشكل مفيد في نظام آني بمتغيِّرات خارجية مثل دلتا الخيارات، الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق، النقدية، إلخ.

تمثِّل هذه الدراسة مثالًا رائعًا عن استخدام نظام المعادلات الآنية، لكن ومن وجهة نظر المؤلف فإنه يمكن انتقادها لأسباب عديدة؛ أولًا: لم يتم إجراء اختبارات تشخيصية، ثانيًا: من الواضح أن المعادلات كلها زائدة التحديد، ولكن ليس من الواضح كيف تم توليد قيود زيادة التحديد، هل أنها تنبع من الاهتمام بالنظرية الماليَّة؟ على سبيل المثال: لماذا لا تحتوي المعادلات CL وPL على المتغيِّرات CR و PR؟ ولماذا لا تحتوي المعادلات CBA و PBA على النقدية أو متغيِّرات آجال الاستحقاق التربيعية؟ كما كان بإمكان المؤلفين اختبار داخليَّة (Endogeneity) المتغيِّرات CBA و CL. وأخيرًا، تُعتبر العلامة الخاطئة للمعاملات دلتا التربيعية ذات المعنوية الإحصائية العالية للغاية أمرًا محيِّرًا.

١٠ , ٧ نمذجة المعادلات الآنية باستخدام إفيوز

(Simultaneous equations modelling using EViews)

ما هي العلاقة بين التضخم وعوائد الأسهم؟ غالبًا ما يُعتقد أن الاحتفاظ بالأسهم يوفِّر تحوُّطًا جيدًا ضد التضخم؛ نظرًا لأن المدفوعات إلى أصحاب الأسهم ليست ثابتة من حيث القيمة الاسمية، وتمثِّل مطالبة على الأصول الحقيقية (على عكس القسائم على السندات على سبيل المثال). ومع ذلك فإن معظم الدراسات التجريبية التي اختبرت علامة هذه العلاقة وجدت أنها سالبة. هذا وقد اقتُرحت عدَّة تفسيرات لهذه الظاهرة التجريبية المحيِّرة، منها العلاقة من خلال النشاط الحقيقي، حيث يرتبط النشاط الحقيقي ارتباطًا سلبيًا بالتضخم، ولكن يرتبط ارتباطًا إيجابيًا مع عوائد الأسهم، وبالتالي فإن عوائد الأسهم والتضخُّم تتفاوت إيجابيًا. من الواضح أن التضخُّم وعوائد الأسهم يجب أن يرتبطًا آنيًا، نظرًا إلى أن معدل التضخم سوف يؤثر على معدل الخصم المطبق على التدفقات النقدية، وبالتالي على قيمة الأسهم، ولكن أداء سوق الأسهم قد يؤثر أيضًا على طلب المستهلكين، وبالتالي على التضخم من خلال تأثيره على ثروة أصحاب الحيازات (المتوقَّعة أو الفعلية)[١].

---

(١) والأهم من ذلك أن نماذج الاقتصاد القياسي الجيِّدة تستند إلى نظرية ماليَّة صلبة، من الواضح أن هذا النموذج ليس كذلك، لكنه يمثل طريقة بسيطة لتوضيح تقدير وتفسير نماذج المعادلات الآنية باستخدام إفيوز مع بيانات متاحة مجانًا!

يستخدم هذا المثال البسيط نفس بيانات الاقتصاد الكلي المستخدمة سابقًا لتقدير هذه العلاقة آنيًا، لنفترض (دون مبرر) أننا نرغب في تقدير النموذج التالي، والذي لا يأخذ في الاعتبار الآثار الديناميكية أو التعديلات الجزئية ولا يميز بين التضخم المتوقع وغير المتوقع:

$$inflation_t = \alpha_0 + \alpha_1 returns_t + \alpha_2 dcredit_t + \alpha_3 dprod_t + \alpha_4 dmoney_t + u_{1t} \quad (٧،٥٩)$$

$$returns_t = \beta_0 + \beta_1 dprod_t + \beta_2 dspread_t + \beta_3 inflation_t + \beta_4 rterm_t + u_{2t} \quad (٧،٦٠)$$

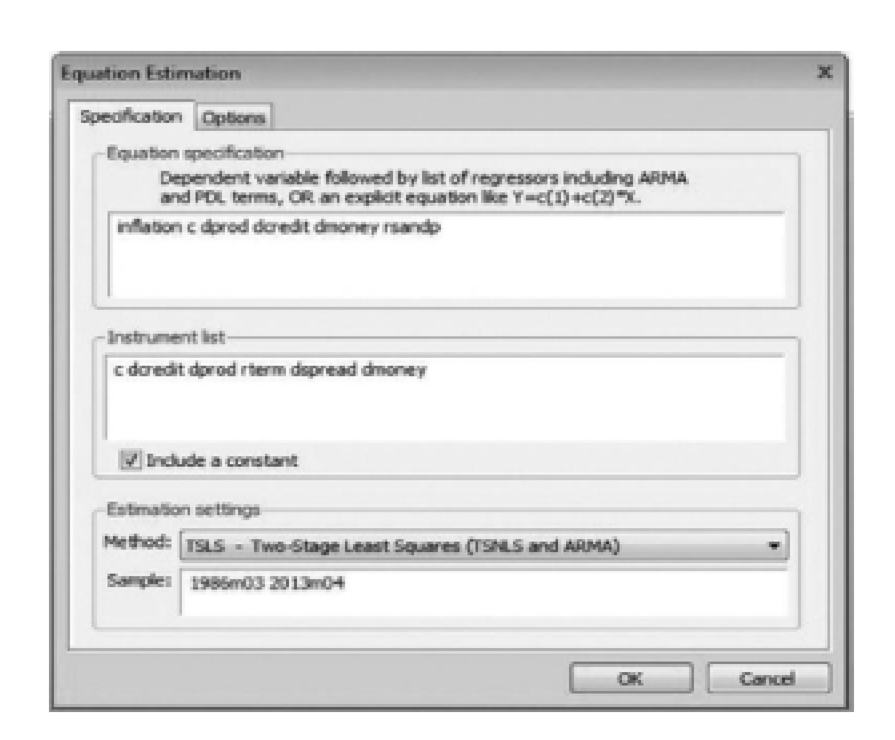
حيث يُمثّل '$returns$' عوائد الأسهم وتُعرَّف جميع المتغيّرات الأخرى كما في المثال السابق في الفصل ٥.

من الواضح أن هناك تغذية مرتدة بين المعادلتين؛ لأن متغيّر التضخم يظهر في معادلة عوائد الأسهم والعكس صحيح، هل المعادلات محدَّدة؟ بما أن هناك معادلتين فسوف تكون كل واحدة منهما محدَّدة إذا نقص متغير واحد من تلك المعادلة تُسقط المعادلة رقم (٧،٥٩)، أي معادلة التضخم، متغيّرين، فهي لا تحتوي على الهامش الافتراضي أو الهامش الزمني، وبالتالي فهي زائدة التحديد، تُسقط المعادلة رقم (٧،٦٠)، أي معادلة عوائد الأسهم، متغيّرين أيضًا، وهي متغيّرات القروض الاستهلاكية والعرض النقدي، وهي أيضًا معادلة زائدة التحديد، وبالتالي فإن المربعات الصغرى ذات المرحلتين هي الطريقة المناسبة من حيث الاستخدام.

للقيام بذلك داخل إفيوز، نحتاج إلى تحديد قائمة من الأدوات، والتي من شأنها أن تكون جميع متغيّرات المعادلة مختزلة الشكل، وفي هذه الحالة تكون المعادلات مختزلة الشكل:

$$inflation = f(constant, dprod, dspread, rterm, dcredit, qrev, dmoney) \quad (٧،٦١)$$

$$returns = g(constant, dprod, dspread, rterm, dcredit, qrev, dmoney) \quad (٧،٦٢)$$



لقطة الشاشة رقم (٧ ,١) تقدير معادلة التضخم

يمكننا تنفيذ كلا المرحلتين من طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين دفعة واحدة، ولكن بشكل افتراضي يقدر إفيوز كل معادلة من معادلتَي النظام بشكل منفصل، للقيام بذلك انقر فوق **Quick, Estimate Equation** ثم حدِّد **TSLS – Two Stage Least Squares (TSNLS and ARMA)** من قائمة طرق التقدير، ثم ولتقدير معادلة التضخم قم بملء مربع الحوار كما في لقطة الشاشة رقم (٧ , ١).

وبالتالي فإن تنسيق كتابة المتغيِّرات في النافذة الأولى يكون كالمعتاد، ويجب هنا تحديد المعادلة الهيكلية الكاملة للتضخم كمتغيِّر تابع، في قائمة الأدوات قم بإدراج كل متغيِّر من متغيِّرات المعادلة مختزلة الشكل بما في ذلك الثابت، ثم انقر فوق **OK**، سوف تظهر النتائج كما في الجدول التالي.

Dependent Variable: INFLATION
Method: Two-Stage Least Squares
Date: 07/06/13 Time: 14:39
Sample (adjusted): 1986M04 2013M04
Included observations: 325 after adjustments
Instrument list: C DCREDIT DPROD RTERM DSPREAD DMONEY

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.195313	0.048012	4.067988	0.0001
DPROD	0.013887	0.064302	0.215958	0.8292
DCREDIT	−7.46E-07	3.79E-06	−0.19700	0.8440
DMONEY	−0.004408	0.001662	−2.652566	0.0084
RSANDP	0.115471	0.041049	2.813014	0.0052

R-squared	−2.571046	Mean dependent var	0.233696
Adjusted R-squared	−2.615684	S.D. dependent var	0.324318
S.E. of regression	0.616689	Sum squared resid	121.6975
F-statistic	3.627476	Durbin-Watson stat	1.814403
Prob(F-statistic)	0.006583	Second-Stage SSR	28.56077
J-statistic	0.270084	Instrument Rank	6
Prob(J-statistic)	0.603275		

وبطريقة مُماثلة، يتم تحديد مربع حوار المعادلة rsandp كما هو موضَّح في لقطة الشاشة رقم (٧ , ٢)، يظهر مخرج معادلة العوائد في الجدول التالي.

تُظهر النتائج بشكل عام أن عوائد مؤشر الأسهم تُعتبر محددًا موجبًا ومعنويًّا للتضخم (تؤثر التغيرات في عرض النقود سلبًا على التضخم)، في حين أن للتضخم تأثيرًا سلبيًّا على سوق الأسهم، وإن لم يكن ذلك معنويًّا، كما نجد أن قيم R^2 و $\bar{R}^2$ المتحصّل عليها من معادلة التضخم سالبة أيضًا، لذلك ينبغي تفسيرها بحذر، وكما يحذر دليل مستخدم إفيوز، يمكن أن يحدث ذلك أحيانًا حتى عندما يكون هناك مقطع في الانحدار، هذا وتُعتبر إحصاءة جي (J-statistic) أساسًا نسخة معدَّلة من مجموع مربعات البواقي، وهي تقيِّم تناسب النموذج للبيانات.

قد يكون من المناسب أيضًا إجراء اختبار هوسمان لمعرفة ما إذا كانت متغيِّرات التضخم وعوائد الأسهم داخلية أم لا، للقيام بذلك **يجب تقدير المعادلات مختزلة الشكل وحفظ البواقي**، ثم نقوم **بإنشاء سلسلة للقيم المجهَّزة من النموذج**، وذلك من خلال إنشاء

متغيِّرات جديدة تساوي الفرق بين القيم الفعلية والبواقي، نقوم بتسمية سلاسل القيم المجهَّزة **inflation_fit** و **rsandp_fit**، ثم نقوم بتقدير المعادلات الهيكليَّة (بشكل منفصل)، مع إضافة القيم المجهَّزة من المعادلات مختزلة الشكل ذات الصلة، تكون مجموعتَي المتغيِّرات (في تنسيق إفيوز تكون المتغيِّرات التابعة أولًا تتبعها قوائم المتغيِّرات المستقلة) على النحو التالي.

Dependent Variable: RSANDP
Method: Two-Stage Least Squares
Date: 07/06/13 Time: 22:05
Sample (adjusted): 1986M04 2013M04
Included observations: 325 after adjustments
Instrument list: C DCREDIT DPROD RTERM DSPREAD DMONEY

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.110730	0.927393	1.197691	0.2319
DPROD	−0.269418	0.461822	−0.583381	0.5600
DSPREAD	−9.615083	4.627064	−2.078009	0.0385
RTERM	−0.261785	0.918059	−0.285150	0.7757
INFLATION	−2.173678	3.846050	−0.565171	0.5724

R-squared	0.027482	Mean dependent var	0.584671
Adjusted R-squared	0.015325	S.D. dependent var	4.589186
S.E. of regression	4.553886	Sum squared resid	6636.120
F-statistic	2.665537	Durbin-Watson stat	1.935389
Prob(F-statistic)	0.032509	Second-Stage SSR	6602.534
J-statistic	0.929368	Instrument Rank	6
Prob(J-statistic)	0.335027		

تكون معادلة عوائد الأسهم كالتالي:

rsandp c dprod dspread return inflation inflation _fit

أمَّا معادلة التضخم فهي:

inflation c dprod dcreditd money rsandp rsandp_fit

الاستنتاج هو أن حد القيمة المجهَّزة للتضخم غير معنوي في معادلة عائد الأسهم، وعليه يُمكن اعتبار التضخم متغيِّرًا خارجيًّا بالنسبة لعوائد الأسهم، وبالتالي من الصواب تقدير هذه المعادلة ببساطة (مطروحًا منها حد القيمة المجهَّزة) بمفردها، وذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، ولكن حد عوائد الأسهم المجهَّزة معنوي في معادلة التضخم، مما يشير إلى أن عوائد الأسهم داخلية.

١١ , ٧ نماذج متجه الانحدار الذاتي

(Vector autoregressive models)

ساهم سيمز (١٩٨٠) ((Sims (1980)) في رواج نماذج متجه الانحدار الذاتي (VAR) في الاقتصاد القياسي كتعميم طبيعي لنماذج الانحدار الذاتي أحادية المتغيِّر التي تمت مناقشتها في الفصل ٦. يُمكن القول إن نموذج متَّجه الانحدار الذاتي هو نموذج

لانحدار النظم (أي يوجد أكثر من متغيّر تابع)، والذي يمكن اعتباره نموذجًا هجينًا بين نماذج السلاسل الزمنية أحادية المتغيّر التي نوقشت في الفصل ٦. ونماذج المعادلات الآنية التي تم تطويرها سابقًا في هذا الفصل. كثيرًا ما اعتبرت نماذج متّجه الانحدار الذاتي كبديل للنماذج الهيكلية للمعادلات الآنية الضخمة.

Equation Estimation

Specification | Options

Equation specification

Dependent variable followed by list of regressors including ARMA and PDL terms, OR an explicit equation like Y=c(1)+c(2)*X.

rsandp c dprod dspread rterm inflation

Instrument list

c dcredit dprod rterm dspread dmoney

Include a constant

Estimation settings

Method: TSLS - Two-Stage Least Squares (TSNLS and ARMA)

Sample: 1986m03 2013m04

OK Cancel

لقطة الشاشة رقم (٧ , ٢) تقدير المعادلة **rsandp**

إن أبسط حالة يمكن أن تحظى بالاهتمام هي نموذج متجه الانحدار الذاتي ثنائي المتغيّرات، حيث لا يوجد سوى متغيّرين فقط y_{1t} و y_{2t}، وحيث تعتمد القيم الحالية لكل منهما على توليفات مختلفة من k قيمة سابقة من كلا المتغيّرين، إضافة إلى حدود الخطأ:

$$y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11}y_{1t-1} + \cdots + \beta_{1k}y_{1t-k} + \alpha_{11}y_{2t-1} + \cdots + \alpha_{1k}y_{2t-k} + u_{1t} \quad (٦٣،٧)$$

$$y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}y_{2t-1} + \cdots + \beta_{2k}y_{2t-k} + \alpha_{21}y_{1t-1} + \cdots + \alpha_{2k}y_{1t-k} + u_{2t} \quad (٦٤،٧)$$

حيث يمثّل u_{it} حد اضطراب تشويش أبيض، $E(u_{it}) = 0$، $(i = 1, 2)$ و $E(u_{1t}u_{2t}) = 0$.

وكما يتّضح بالفعل فإن السمة الهامة لنموذج متجه الانحدار الذاتي هي مرونته وسهولة تعميمه، فعلى سبيل المثال يُمكن توسيع النموذج ليشمل أخطاء المتوسط المتحرك، والذي سوف يكون نسخة متعددة للنموذج ARMA والمعروفة بنموذج VARMA، وبدلًا من وجود متغيّرين فقط y_{1t} و y_{2t}، يُمكن أيضًا توسيع النظام ليشمل g متغيّر $y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \ldots, y_{gt}$، لكل منها معادلة.

ومن الجوانب الأخرى المفيدة لنماذج متجه الانحدار الذاتي التراص (Compactness) الذي يمكن التعبير عنه باستخدام الترميز، على سبيل المثال، لنأخذ الحالة أعلاه مع $k = 1$، بحيث يعتمد كل متغيّر فقط على القيم السابقة مباشرة لـ y_{1t} و y_{2t} إضافة إلى حد الخطأ، يُمكن كتابة ذلك كما يلي:

$$y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11} y_{1t-1} + \alpha_{11} y_{2t-1} + u_{1t} \quad (٦٥،٧)$$

$$y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21} y_{2t-1} + \alpha_{21} y_{1t-1} + u_{2t} \quad (٦٦،٧)$$

أو:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \quad (٦٧،٧)$$

أو بصيغة أكثر تراصًّا كـ:

$$\underset{g \times 1}{y_t} = \underset{g \times 1}{\beta_0} + \underset{g \times g g \times 1}{\beta_1 y_{t-1}} + \underset{g \times 1}{u_t} \quad (٦٨،٧)$$

يوجد في المعادلة رقم (٦٨،٧) عدد $g = 2$ متغيّر في النظام، كما يُعتبر توسيع النموذج إلى حالة تضم k فترة إبطاء لكل متغيّر وفي كل معادلة أمرًا سهل التنفيذ باستخدام هذا الترميز:

$$\underset{g \times 1}{y_t} = \underset{g \times 1}{\beta_0} + \underset{g \times g g \times 1}{\beta_1 y_{t-1}} + \underset{g \times g g \times 1}{\beta_2 y_{t-2}} + \cdots + \underset{g \times g g \times 1}{\beta_k y_{t-k}} + \underset{g \times 1}{u_t} \quad (٦٩،٧)$$

كما يُمكن كذلك توسيع النموذج ليشمل الحالة التي يتضمن فيها النموذج حدود الفروق الأولى وعلاقات االتكامل المشترك (نموذج متّجه تصحيح الخطأ (VECM)، انظر الفصل ٨).

٧ , ١١ , ١ مزايا نمذجة متجه الانحدار الذاتي

(Advantages of VAR modelling)

تتميز نماذج متجه الانحدار الذاتي بالعديد من المزايا مقارنة بنماذج السلاسل الزمنية أحادية المتغيّر أو نماذج المعادلات الآنية الهيكلية:

- لا يحتاج الباحث إلى تحديد أيٌّ من المتغيّرات داخلي، وأيٌّ منها خارجي، *فجميع المتغيّرات داخلية*، تُعتبر هذه النقطة هامة جدًّا؛ لأنه لكي نتمكّن من تقدير نماذج المعادلات الآنية الهيكلية، يجب أن تكون جميع المعادلات في النظام محدَّدة، يتلخص هذا الشرط بشكل أساسي في اشتراط أن يتم التعامل مع بعض المتغيّرات على أنها خارجية، وأن المعادلات تحتوي على متغيّرات مختلفة على الجانب الأيمن للمعادلة. من الناحية المثالية يجب أن يُطرح هذا القيد طبيعيًّا من النظرية الماليَّة أو الاقتصادية، ومع ذلك فإن النظرية العملية ستكون في أحسن الأحوال غامضة في اقتراحاتها بشأن أي من المتغيّرات يجب أن تُعامل على أنها خارجية، وهذا يترك للباحث قدرًا كبيرًا من حرية التصرف فيما يتعلق بكيفية تصنيف المتغيّرات، وبما أن الاختبارات من نوع هوسمان لا تستخدم غالبًا في الممارسة العملية عندما يجب أن تستخدم، فإن توصيف بعض المتغيّرات على أنها متغيّرات خارجية، وهو أمر مطلوب لتشكيل قيود التحديد، من المرجَّح في كثير من الحالات ألّا يكون صحيحًا. وصف سيمز القيود التحديد هذه بأنها 'لا تصدق'، من ناحية أخرى لا يتطلَّب تقدير متجه الانحدار الذاتي فرض مثل هذه القيود.
- تسمح متجهات الانحدار الذاتي لقيمة المتغيّر بأن لا تعتمد فقط على مجرد فترات إبطائها أو مزيج من حدود التشويش الأبيض، وبذلك تكون متجهات الانحدار الذاتي أكثر مرونة مُقارنة بنماذج الانحدار الذاتي أحادية المتغيّر، يُمكن اعتبار هذه

الأخيرة على أنها حالة مُقيدة لنماذج متجه الانحدار الذاتي، وبالتالي يُمكن أن تقدم نماذج متجه الانحدار الذاتي هيكلًا *غنيًا جدًا*، مما يعني أنها قادرة على التقاط المزيد من خصائص البيانات.

- بشرط عدم وجود حدود متزامنة على الجانب الأيمن من المعادلات، من الممكن *ببساطة استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية بشكل منفصل في كل معادلة*، ينتج ذلك من كون جميع المتغيِّرات على الجانب الأيمن من المعادلة تكون محددة سلفًا، أي أنها تكون معروفة في الزمن t، وهذا يعني أنه لا يوجد أي إمكانية للتغذية المرتدة من أيٍّ من متغيِّرات الجانب الأيسر لأي من متغيِّرات الجانب الأيمن، وتشمل المتغيِّرات المحددة مسبقًا كل المتغيِّرات الخارجية والقيم المتباطئة للمتغيِّرات الداخلية.
- غالبًا ما تكون التنبؤات الناتجة عن متجهات الانحدار الذاتي *أفضل من تنبؤات النماذج 'الهيكلية التقليدية'*، وقد ذُكر في عدد من المقالات (انظر على سبيل المثال سيمز (١٩٨٠)) أن النماذج الهيكلية الكبيرة تتميَّز بأداء سيئ من حيث دقة التنبؤ خارج العيِّنة. ينتج ذلك ربما نتيجة للطابع الخاص للقيود المفروضة على النماذج الهيكلية لضمان تحديد المعادلات المناقشة أعلاه. هذا ويبيِّن ماكنيز (١٩٨٦) (McNees (1986)) أنه يُمكن إنتاج تنبؤات لبعض المتغيِّرات (مثل معدل البطالة في الولايات المتحدة الأمريكية والناتج القومي الإجمالي الحقيقي، إلخ) بدقة أكبر باستخدام متجهات الانحدار الذاتي مُقارنة بالعديد من التوصيفات الهيكلية المختلفة.

٢ ,١١ ,٧ المشاكل المرتبطة بمتجهات الانحدار الذاتي

(Problems with VARs)

تتضمَّن نماذج متجه الانحدار الذاتي بلا شك عيوب وأوجه قصور مُقارنة بفئات النماذج الأخرى:

- تعتبر متجهات الانحدار الذاتي *نظرية* (مثلما هي النماذج ARMA)، بما أنها تستخدم القليل من المعلومات النظرية حول العلاقة بين المتغيِّرات للاسترشاد بها في توصيف النموذج. من ناحية أخرى سوف توفِّر قيود الاستبعاد السليمة التي تضمن تحديد المعادلات من النظام الهيكلي الآني معلومات عن هيكل هذا النموذج. ونتيجة لذلك تكون متجهات الانحدار الذاتي أقل قابلية للتحليل النظري، وبالتالي أقل استخدامًا في رسم السياسات. في ظل منهج متَّجه الانحدار الذاتي هناك أيضًا إمكانية متزايدة أن يتحصَّل الباحث سيئ الحظ على علاقة زائفة أساسًا من خلال التنقيب في البيانات. كما أنه من غير الواضح في كثير من الأحيان كيفيَّة تفسير قيم المعاملات المقدَّرة لمتَّجه الانحدار الذاتي.
- كيف يمكن تحديد *فترات الإبطاء* المناسبة لمتجه الانحدار الذاتي؟ هناك العديد من المناهج المتاحة للتعامل مع هذه القضية والتي سوف يتم مناقشتها أدناه.
- *الكثير من المعلمات*! إذا كان لدينا عدد g معادلة، أي معادلة لكل متغيِّر من المتغيِّرات البالغ عددها g، وإذا كان هناك k فترة إبطاء لكل متغيِّر من المتغيِّرات في كل معادلة فسوف يتم تقدير $(g + kg^2)$ معلمة، فعلى سبيل المثال، إذا كان $g = 3$ و $k = 3$ سوف يتم تقدير ثلاثين معلمة، وبالنسبة لأحجام العينات الصغيرة نسبيًّا سوف تُستنفد درجات الحرية سريعًا، مما يعني وجود أخطاء معياريَّة كبيرة، وبالتالي فترات ثقة واسعة لمعاملات النموذج.
- هل يجب *أن تكون جميع مكونات متجه الانحدار الذاتي ساكنة*؟ من الواضح أنه إذا كان المرء يرغب في استخدام اختبارات الفرضيات سواء بشكل منفرد أو بشكل مشترك لفحص المعنوية الإحصائية للمعاملات، فمن الضروري أن تكون جميع

المكونات في متجه الانحدار الذاتي ساكنة، ومع ذلك يوصي العديد من أنصار منهج متجه الانحدار الذاتي ألَّا يتم إجراء الفروق للحصول على السكون. فهم يَرَوْنَ أن الغرض من تقدير متجه الانحدار الذاتي هو مجرد دراسة للعلاقات بين المتغيِّرات، وأن إجراء الفروق سوف يحذف المعلومات عن العلاقات طويلة الأجل بين السلاسل. من الممكن أيضًا الجمع بين المستويات وحدود الفروق الأولى في نموذج متجه تصحيح الخطأ؛ انظر الفصل ٨.

٧ , ١١ , ٣ اختيار طول فترة الإبطاء الأمثل لمتجه الانحدار الذاتي

(Choosing the optimal lag length for a VAR)

في كثير من الأحيان نجد أنه ليس للنظرية الماليَّة الكثير لتقوله حول الطول المناسب لفترة الإبطاء المدرجة في متجه الانحدار الذاتي، وكم من الوقت يجب أن تستغرق التغييرات في المتغيِّرات لتعمل من خلال النظام، في مثل هذه الحالات هناك عمومًا طريقتان يُمكن استخدامهما للوصول إلى الطول الأمثل لفترة الإبطاء: قيود المعادلة المتقاطعة، ومعايير المعلومات.

٧ , ١١ , ٤ استخدام قيود المعادلات المتقاطعة لتحديد طول فترة الإبطاء لمتجه الانحدار الذاتي

(Cross-equation restrictions for VAR lag length selection)

تتمثَّل الإجابة الأولى (لكنها غير صحيحة) للسؤال المتعلق بكيفيَّة تحديد طول فترة الإبطاء المناسب في استخدام اختبارات إف للكتلة (Block F-tests) والموضحة في القسم ٧ ،١٣ أدناه، غير أن هذه الاختبارات ليست مناسبة في هذه الحالة؛ لأن الاختبار إف سوف يُستخدم بشكل مُنفصل لمجموعة فترات الإبطاء في كل معادلة، في حين أن المطلوب هنا فهو إجراء لاختبار معاملات مجموعة فترات الإبطاء لكل المتغيِّرات ولجميع المعادلات في متجه الانحدار الذاتي وفي نفس الوقت.

ومن الجدير بالذكر هنا أنه انطلاقًا من جوهر تقدير متجه الانحدار الذاتي (كما يعتقد سيمز على سبيل المثال أنه يجب إجراء توصيف للنموذج)، يجب أن تكون النماذج غير مقيَّدة قدر الإمكان، هذا ويمكن اعتبار متجه الانحدار الذاتي بفترات إبطاء مختلفة لكل معادلة على أنه متجه انحدار ذاتي مقيّد. لنأخذ على سبيل المثال متجه انحدار ذاتي بثلاث فترات إبطاء لكلا المتغيِّرين في المعادلة الأولى وبأربع فترات إبطاء لكل متغيِّر في المعادلة الأخرى. يُمكن اعتبار ذلك نموذجًا مقيدًا، حيث يُحدَّد معامل فترة الإبطاء الرابعة لكل متغيِّر في المعادلة الأولى بصفر.

وثمَّة منهج بديل يتمثَّل في تحديد نفس عدد فترات الإبطاء في كل معادلة، وتحديد رتبة النموذج على النحو التالي. لنفترض أن متجه الانحدار الذاتي المقدَّر باستخدام بيانات ربع سنوية يتضمَّن ثمانية فترات إبطاء للمتغيِّرين في كل معادلة، وأننا نرغب في فحص القيد المتمثِّل في أن معاملات فترات الإبطاء من ٥ إلى ٨ تُساوي معًا صفرًا، يُمكن القيام بذلك باستخدام اختبار نسبة الإمكان (انظر الفصل ٩ للحصول على تفاصيل أكثر عمومية عن مثل هذه الاختبارات)، هذا ونُشير إلى مصفوفة التباين والتغاير للبواقي (المتحصّل عليها من $\hat{u}\hat{u}'$)، بـ $\hat{\Sigma}$، نتحصّل على اختبار نسبة الإمكان لهذه الفرضية المشتركة بواسطة المعادلة التالية:

$$LR = T\left[log\left|\hat{\Sigma}_r\right| - log\left|\hat{\Sigma}_u\right|\right] \quad (٧،٧٠)$$

حيث يُمثّل $|\hat{\Sigma}_r|$ محدَّد مصفوفة تبايُن وتغايُر بواقي النموذج المقيّد (بأربع فترات إبطاء)، $|\hat{\Sigma}_u|$ هو محدد مصفوفة تباين وتغاير بواقي متجه الانحدار الذاتي غير المقيّد (بثماني فترات إبطاء)، ويمثّل T حجم العينة، تتوزّع إحصاءة الاختبار تقاربيًّا على شكل متغيّر كا٢ بدرجات حرية مُساوٍ للعدد الإجمالي للقيود. في حالة متجه الانحدار الذاتي أعلاه تم تقييد أربع فترات إبطاء للمتغيّرين في كل معادلة من المعادلتين أي ما مجموعه ٤×٢×٢=١٦ قيدًا. في الحالة العامة لمتجه انحدار ذاتي يضم عدد g مُعادلة، لفرض قيمة صفريّة على معاملات آخر q فترة إبطاء، سوف يكون هناك إجمالًا عدد g^2q قيد. بديهيًّا يُعتبر الاختبار متعدد المتغيّرات ويُعادل فحص مدى ارتفاع مجموع مربعات البواقي عندما يتم فرض القيود، إذا كان $\hat{\Sigma}_r$ و $\hat{\Sigma}_u$ 'قريبين من بعضهما البعض'، فإن البيانات تدعم القيد.

٥ , ١١ , ٧ استخدام معايير المعلومات لتحديد طول فترة الإبطاء لمتجه الانحدار الذاتي

(Information criteria for VAR lag length selection)

يُعتبر اختبار نسبة الإمكان الموضح أعلاه بديهيًّا وسهل التقدير إلى حد ما، ولكن له أوجه قصور، قبل كل شيء يجب أن يكون أحد متَّجهَيْ الانحدار الذاتي حالة خاصة للآخر، والأخطر هو أنه يُمكن إجراء مقارنات ثنائية فقط. في المثال أعلاه، إذا كان طول فترة الإبطاء الأنسب سبع أو حتى عشر فترات فلا توجد طريقة يُمكن من خلالها استخلاص هذه المعلومة من اختبار نسبة الإمكان الذي تم إجراؤه، يُمكن التوصل إلى ذلك فقط من خلال البدء بمتجه انحدار ذاتي من الرتبة العاشرة $VAR(10)$، واختبار على التوالي مجموعة واحدة من فترات الإبطاء في كل مرة.

أمَّا العيب الآخر لمنهج اختبار نسبة الإمكان فهو أن اختبار كا٢ يكون تقاربيًّا صحيحًا فقط في ظل افتراض أن الأخطاء المتحصّل عليها من كل معادلة موزَّعة بشكل طبيعي. هذا ومن غير المحتمل أن تدعم البيانات الماليّة هذا الافتراض. ثمة منهج بديل لاختيار طول فترة الإبطاء المناسب لمتجه الانحدار الذاتي، وهو استخدام معيار المعلومات، كما هو محدَّد في الفصل ٦ في إطار تحديد النموذج ARMA. لا تتطلب معايير المعلومات أيّة افتراضات بخصوص التوزيع الطبيعي للأخطاء. في المقابل تُجري المعايير مُفاضلة بين انخفاض في مجموع مربعات البواقي لكل معادلة كلما أضفنا فترات الإبطاء وبين ارتفاع قيمة حد الجزاء. يمكن تطبيق المعايير أحادية المتغيّر بشكل منفصل لكل معادلة، لكن هنا أيضًا يُفضَّل عادة أن يكون عدد فترات الإبطاء مُساويًّا لكل معادلة. يتطلب ذلك استخدام صيغ متعددة المتغيّرات لمعايير المعلومات والتي يُمكن تعريفها كما يلي:

$$MAIC = log|\hat{\Sigma}| + 2k'/T \qquad (٧١،٧)$$

$$MSBIC = log|\hat{\Sigma}| + \frac{2k'}{T} + log(T) \qquad (٧٢،٧)$$

$$MHQIC = log|\hat{\Sigma}| + \frac{2k'}{T} + log(log(T)) \qquad (٧٣،٧)$$

حيث يُمثّل $\hat{\Sigma}$ مُحدَّدًا مصفوفة تباين وتغاير البواقي، T عدد المشاهدات ويمثّل k' العدد الإجمالي للمتغيّرات الانحدارية في جميع المعادلات، والذي سوف يكون مُساويًا لـ $p^2k + p$ بالنسبة لنظام متجه انحدار ذاتي يضم p معادلة، حيث تتكوّن كل معادلة من p متغيّر بـــ k فترة إبطاء إضافة إلى الحد الثابت، وكما سبق يتم إنشاء قيم معايير المعلومات لـ $0, 1, \dots, \bar{k}$ فترة إبطاء (وبحد أقصى $\bar{k}$ مُحدد مُسبقًا)، أمَّا عدد فترات الإبطاء المختار فهو ذلك العدد الذي يُقلِّل قيمة معيار المعلومات المحدّد.

١٢ , ٧ هل يتضمن متجه الانحدار الذاتي حدودًا متزامنة؟

(Does the VAR include contemporaneous terms?)

افتراضنا حتى الآن أن متجه الانحدار الذاتي المحدد يتّخذ الشكل التالي:

$$y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11} y_{1t-1} + \alpha_{11} y_{2t-1} + u_{1t} \tag{٧٤،٧}$$

$$y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21} y_{2t-1} + \alpha_{21} y_{1t-1} + u_{2t} \tag{٧٥،٧}$$

بحيث لا توجد حدود متزامنة في الجانب الأيمن من المعادلتين رقم (٧٤،٧) و (٧٥،٧)، أي أنه ليس هناك حدود لـــ y_{2t} في الجانب الأيمن للمعادلة y_{1t} ولا يوجد حدود لـــ y_{1t} في الجانب الأيمن للمعادلة y_{2t}، لكن ماذا لو كانت المعادلات تضم حدود تغذية مرتدة متزامنة كما هو في الحالة التالية؟

$$y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11} y_{1t-1} + \alpha_{11} y_{2t-1} + \alpha_{12} y_{2t} + u_{1t} \tag{٧٦،٧}$$

$$y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21} y_{2t-1} + \alpha_{21} y_{1t-1} + \alpha_{22} y_{1t} + u_{2t} \tag{٧٧،٧}$$

كما يُمكن أيضًا كتابة المعادلتين رقم (٧٦،٧) و (٧٧،٧) عن طريق تجميع الحدود في مصفوفات ومتجهات:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \alpha_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{12} & 0 \\ 0 & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{2t} \\ y_{1t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \tag{٧٨،٧}$$

يُعرف ذلك *بالشكل البدائي لمتجه الانحدار الذاتي*، وهو يُماثل الشكل الهيكلي لنموذج المعادلات الآنية، هذا وذكر بعض الباحثين أن الطبيعة النظرية للشكل المختزل لمتجهات الانحدار الذاتي يجعلها غير مهيكلة، ويصعب نظريًّا تفسير نتائجها، وهم يرون أن أشكال متجه الانحدار الذاتي المعطاة سابقًا هي مجرد أشكال مختزلة من متجه الانحدار الذاتي الهيكلي العام (مثل المعادلة رقم (٧٨،٧))، مع كون الأخير أكثر أهمية.

يُمكن نقل الحدود المتزامنة للمعادلة رقم (٧٨،٧) إلى الجانب الأيسر، وتُكتب كما يلي:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\alpha_{12} \\ -\alpha_{22} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \alpha_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \tag{٧٩،٧}$$

أو:

$$A y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + u_t \tag{٨٠،٧}$$

إذا تم ضرب جانبَي المعادلة رقم (٨٠،٧) بـ A^{-1}، نتحصّل على:

$$y_t = A^{-1}\beta_0 + A^{-1}\beta_1 y_{t-1} + A^{-1} u_t \tag{٨١،٧}$$

أو:

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + e_t \tag{٨٢،٧}$$

يُعرَف ذلك *بالشكل المعياري لمتجه الانحدار الذاتي*، وهو شبيه بالشكل المختزل لمجموعة من المعادلات الآنية. يحتوي متجه الانحدار الذاتي هذا فقط على قيم محددة مسبقًا في الجانب الأيمن (أي المتغيّرات التي تكون قيمها معروفة في الزمن t)، وبالتالي لا يوجد حد تغذية مرتدة متزامن. لذلك يُمكن تقدير متجه الانحدار الذاتي هذا معادلة تلو معادلة باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية.

تُعتبر المعادلة رقم (٧،٧٨)، أي الشكل البدائي أو الهيكلي لمتجه الانحدار الذاتي، غير مُحدَّدة، وذلك لأن هناك نفس المتغيّرات (المتباطئة) المحدّدة مُسبقًا في الجانب الأيمن من المعادلتين. للتغلب على هذه المشكلة يجب فرض قيد يتمثّل في أن أحد معاملات الحدود المتزامنة يكون صفرًا. في المعادلة رقم (٧،٧٨) يجب إعطاء إما α_{12} أو α_{22} القيمة صفر للحصول على مجموعة ثلاثية من مُعادلات متجه الانحدار الذاتي التي يُمكن تقديرها بشكل صحيح. من الناحية المثاليَّة يكون الاختيار من بين هذين القيدين على أسس نظرية، فعلى سبيل المثال إذا كانت النظرية الماليَّة تقترح أن القيمة الحالية لـ y_{1t} يجب أن تؤثر على القيمة الحالية لـ y_{2t} ولكن ليس العكس، فإننا نُحدِّد $\alpha_{12} = 0$ وهكذا، وثمَّة إمكانية أخرى تتمثل في إجراء تقديرات منفصلة، حيث نفترض أولًا أن $\alpha_{12} = 0$ ثم $\alpha_{22} = 0$ لتحديد ما إذا كانت الخصائص العامة للنتائج تغيَّرت كثيرًا أم لا. كما أنه من الشائع جدًّا تقدير متجه الانحدار الذاتي مختزل الشكل فقط، وهذا بطبيعة الحال أمر صحيح تمامًا، شريطة ألَّا تتعارض هذه الصيغة مع العلاقة بين المتغيّرات التي تطرحها النظرية الماليَّة.

تتمثَّل إحدى نقاط الضعف الأساسية لمنهج متجه الانحدار الذاتي المستخدم في النمذجة في كون طبيعته النظرية والعدد الكبير من المعلمات التي يتضمَّنها تجعل من الصعب تفسير النماذج المقدرة. وعلى وجه الخصوص قد تتضمَّن بعض المتغيّرات المتباطئة معاملات تغيِّر علاماتها بين فترات الإبطاء، وقد يؤدي ذلك إلى جانب الترابط بين المعادلات إلى صعوبة رؤية التأثير الذي يُحدِثه التغيُّر في متغيِّر ما على القيم المستقبلية لمتغيِّرات النظام، ومن أجل التخفيف من حدة هذه المشكلة جزئيًّا عادة ما يتم إنشاء ثلاث مجموعات من الإحصاءات لنموذج متجه الانحدار الذاتي المقدَّر: اختبارات معنوية الكتلة، الاستجابات النبضية وتحليلات التباين. كما يتوقَّف مدى أهمية النموذج القابل للتفسير بالطبع على الغرض من بناء النموذج. قد لا يمثِّل إطلاقًا تفسير النموذج مشكلة إذا كان الهدف من إنشاء متجه الانحدار الذاتي هو إعداد تنبؤات، انظر الإطار رقم (٧,٣).

٧,١٣ اختبار معنوية الكتلة واختبار السببية

(Block significance and causality tests)

عندما يتضمَّن متجه الانحدار الذاتي العديد من المتغيّرات ذات فترات إبطاء من المحتمل أن يكون من الصعب معرفة أي مجموعة من المتغيّرات يكون لها تأثيرات معنوية على كل متغيِّر تابع وتلك التي ليس لها تأثير، ومن أجل معالجة هذه المسألة تُجرى عادة اختبارات تقيِّد كل فترات إبطاء متغيِّر ما بصفر، وعلى سبيل الإيضاح لنأخذ متجه الانحدار الذاتي من الرتبة الثالثة (VAR(3)) ثنائي المتغيّرات:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{10} \\ \alpha_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \alpha_{11} \\ \alpha_{21} & \beta_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-3} \\ y_{2t-3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \quad (٧،٨٣)$$

الإطار رقم (٧,٣) التنبؤ باستخدام متجهات الانحدار

تتمثل إحدى المزايا الرئيسة لمنهج متجه الانحدار الذاتي في مجال النمذجة والتنبؤ في أنه، نظرًا لاستخدام متغيّرات متباطئة فقط في الجانب الأيمن فإنه يُمكن حساب التنبؤ بالقيم المستقبلية للمتغيّرات التابعة باستخدام معلومات من داخل النظام فقط. يُمكن أن نسمّي هذه التنبؤات بالتنبؤات غير المشروطة لأن بناءها لم يكن مشروطًا بمجموعة معينة من القيم المفترضة. غير أنه وفي المقابل قد يكون من المفيد وضع تنبؤات للقيم المستقبلية لبعض المتغيّرات *مشروطة* بالقيم المعروفة للمتغيّرات الأخرى في النظام. فعلى سبيل المثال قد يحدث أن قيم بعض المتغيّرات تصبح معروفة قبل قيم المتغيّرات الأخرى، إذا تم استخدام هذه القيم المعروفة أولًا فإننا نتوقع أن تكون التنبؤات أكثر دقة مما لو تم استخدام القيم المقدّرة دون موجب، وبالتالي التفريط في المعلومات المعروفة، في المقابل يمكن استخدام التنبؤات المشروطة لإجراء تحليل مغاير للواقع يعتمد على دراسة تأثير بعض السيناريوهات.

فعلى سبيل المثال، في نظام متجه الانحدار الذاتي ثلاثي المتغيّرات الذي يضم عوائد الأسهم الشهرية والتضخم والناتج المحلي الإجمالي فإنه يمكننا الإجابة عن السؤال التالي: 'ما هو التأثير المحتمل على سوق الأسهم على مدى الأشهر ١-٦ القادمة إثر زيادة نقطتين مئويتين في التضخم وزيادة بنسبة ١٪ في الناتج المحلي الإجمالي'؟

يُمكن كتابة متجه الانحدار الذاتي هذا للتعبير عن المعادلات الفردية كما يلي:

$$y_{1t} = \alpha_{10} + \beta_{11}y_{1t-1} + \alpha_{11}y_{2t-1} + \gamma_{11}y_{1t-2} + \gamma_{12}y_{2t-2} + \delta_{11}y_{1t-3} + \delta_{12}y_{2t-3} + u_{1t} \quad (٧،٨٤)$$

$$y_{2t} = \alpha_{20} + \beta_{21}y_{1t-1} + \alpha_{21}y_{2t-1} + \gamma_{21}y_{1t-2} + \gamma_{22}y_{2t-2} + \delta_{21}y_{1t-3} + \delta_{22}y_{2t-3} + u_{2t}$$

يُمكن أن نهتم باختبار الفرضيات وفرض قيود ضمنية على مصفوفات المعلمات الواردة في الجدول رقم (٧,٣).

على افتراض أن جميع المتغيّرات في متجه الانحدار الذاتي ساكنة، فإنه يُمكن اختبار الفرضيات المشتركة بسهولة ضمن إطار اختبار إف، حيث إن كل مجموعة فردية للقيود تشمل معلمات مُستمدة من معادلة واحدة فقط، لذلك سوف يتم تقدير المعادلات بشكل منفصل باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية للحصول على مجموع مربعات البواقي غير المقيد، ثم يتم فرض القيود وإعادة تقدير النماذج للحصول على مجموع مربعات البواقي المقيد، تأخذ الإحصاءة إف إذًا الشكل المعتاد الموصوف في الفصل ٤. وهكذا فإن تقييم معنوية المتغيّرات في سياق متجه الانحدار الذاتي يحدث في معظم الأحيان على أساس اختبارات مشتركة على كل فترات إبطاء متغيّر ما في المعادلة بدلًا من فحص القيم المقدّرة الفردية للمعاملات.

في الواقع يُمكن الإشارة أيضًا إلى الاختبارات الموصوفة أعلاه على أنها اختبارات السببية. وصف جرانجر (١٩٦٩) الاختبارات من هذا الشكل، كما قدّم سيمز (١٩٧٢) نُسخة مغايرة قليلًا لهذه الاختبارات. تسعى اختبارات السببية إلى الإجابة عن أسئلة بسيطة من النوع 'هل تسبب التغيُّرات في y_1 إلى تغيّرات في y_2؟' أمّا الحجة المتّبعة فهي إذا كان y_1 يُسبّب y_2 فإنه ينبغي أن تكون

فترات إبطاء y_1 معنوية في معادلة y_2، إذا كان الحال كذلك وليس العكس، فإنه يُمكن القول بأن y_1 'تسبب بحسب مفهوم جرانجر' y_2 أو أن هناك علاقة سببية أحادية الاتجاه (Unidirectional Causality) من y_1 إلى y_2، من ناحية أخرى إذا كان y_2 يُسبِّب y_1 فإنه ينبغي أن تكون فترات إبطاء y_2 معنوية في معادلة y_1، إذا كانت مجموعتيْ فترات الإبطاء معنوية فإنه يُمكن القول بأن هناك 'علاقة سببية ثنائية الاتجاه' (Bi-directional Causality) أو 'تغذية مرتدّة ثنائية الاتجاه'، إذا وجد أن y_1 تسبب بحسب مفهوم جرانجر y_2 ولكن ليس العكس، فإنه يُمكن القول بأن المتغيّر y_1 إلى حد بعيد خارجي (في معادلة y_2)، أمَّا إذا لم يكن هناك أي مجموعة فترات إبطاء ذات معنوية إحصائية في معادلة المتغيّر الآخر فإنه يُمكن القول بأن y_1 و y_2 مستقلان، وأخيرًا فإن كلمة 'السببية' هي إلى حد ما تسمية خاطئة؛ لأن السببية بحسب مفهوم جرانجر لا تعني في الحقيقة فقط ارتباط بين القيمة *الحالية* لمتغيّر والقيم *السابقة* للمتغيّرات الأخرى؛ فهي لا تعني أن تحركات متغيّر ما تسبب تحركات متغيّر آخر.

الجدول رقم (٧,٣) اختبارات سببية جرانجر والقيود الضمنية على نماذج متجه الانحدار الذاتي

	الفرضية	القيود الضمنية
١	فترات إبطاء y_{1t} لا تفسر القيمة الحالية لـ y_{2t}	$\beta_{21} = 0$ و $\gamma_{21} = 0$ و $\delta_{21} = 0$
٢	فترات إبطاء y_{1t} لا تفسر القيمة الحالية لـ y_{1t}	$\beta_{11} = 0$ و $\gamma_{11} = 0$ و $\delta_{11} = 0$
٣	فترات إبطاء y_{2t} لا تفسر القيمة الحالية لـ y_{1t}	$\beta_{12} = 0$ و $\gamma_{12} = 0$ و $\delta_{12} = 0$
٤	فترات إبطاء y_{2t} لا تفسر القيمة الحالية لـ y_{2t}	$\beta_{22} = 0$ و $\gamma_{22} = 0$ و $\delta_{22} = 0$

٧,١٤ متجهات الانحدار الذاتي بمتغيِّرات خارجية

(VARs with exogenous variables)

لنأخذ التوصيف VAR(1) التالي، حيث يُمثِّل X_t متجه المتغيّرات الخارجية و B مصفوفة من المعاملات:

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + BX_t + e_t \qquad (٧،٨٥)$$

تُعرَف مكونات المتجه X_t بالمتغيِّرات الخارجية بما أنه يتم تحديد قيمها خارج نظام متجه الانحدار الذاتي، بعبارة أخرى: ليس هناك معادلات في متجه الانحدار الذاتي يكون فيها أحد مكونات X_t متغيِّرًا تابعًا. يُطلَق على هذا النموذج أحيانًا VARX على الرغم من أنه يُمكن اعتباره مجرد متجه انحدار ذاتي مقيّد، حيث نجد معادلة لكل متغيِّر من المتغيِّرات الخارجية، لكن معاملات الجانب الأيمن في تلك المعادلات تكون مقيّدة بالقيمة صفر. هذا ويمكن اعتبار هذا القيد أمرًا مرغوبًا إذا ما اقترحت ذلك الاعتبارات النظرية، على الرغم من أنه من الواضح أن ذلك لا يمثِّل الروح الحقيقية لنمذجة متجه الانحدار الذاتي المتمثّلة في عدم فرض أيّة قيود على النموذج، بل إنها 'تترك القرار للبيانات'.

١٥ , ٧ الاستجابات النبضيَّة وتحليلات التباين

(Impulse responses and variance decompositions)

سوف تُشير اختبارات إف للكتلة وفحص العلاقة السببية في متجه الانحدار الذاتي إلى أيِّ متغيِّر من متغيِّرات النموذج له تأثيرات معنوية إحصائيًّا على القيم المستقبلية لكل متغيِّر من متغيِّرات النظام. لكن نتائج اختبارات إف ومن حيث طريقة إنشائها، لن تكون قادرة على شرح علامة العلاقة أو المدة التي تتطلبها هذه التأثيرات لكي تحدث، ويعني ذلك أن نتائج اختبار إف لن تكشف ما إذا كانت التغيُّرات في قيمة متغيِّر ما لها تأثير إيجابي أو سلبي على المتغيِّرات الأخرى في النظام، أو كم من الوقت سوف يستغرق تأثير ذلك المتغيِّر في الانتشار في النظام، غير أنه يُمكن الحصول على مثل هذه المعلومات من خلال فحص الاستجابات النبضيَّة لمتجه الانحدار الذاتي وتحليلات التباين.

ترسم الاستجابات النبضيَّة استجابة المتغيِّرات التابعة في متجه الانحدار الذاتي للصدمات التي يتعرّض إليها كل متغيِّر من المتغيِّرات، لذلك بالنسبة لكل متغيِّر من متغيِّرات كل معادلة على حدة يتم تطبيق صدمة الوحدة (Unit shock) على الخطأ، ثم يتم ملاحظة الآثار المترتِّبة على نظام متجه الانحدار الذاتي عبر الزمن، وبالتالي إذا كان هناك g متغيِّر في النظام فإنه يُمكن توليد ما مجموعه g^2 استجابة نبضية، من الناحية العمليَّة يتحقَّق ذلك من خلال صياغة النموذج VAR كمتجه متوسِّط متحرّك (Vector Moving Average (VMA))، أي أنه يمكن كتابة نموذج متجه الانحدار الذاتي كمتجه متوسط متحرك (بنفس الطريقة المتّبعة في الفصل ٥ لنماذج الانحدار الذاتي أحاديَّة المتغيِّر)، هذا ويجب أن تندثر الصدمة تدريجيًّا، شريطة أن يكون النظام ساكنًا.

لتوضيح طريقة عمل الاستجابات النبضيَّة لنأخذ النموذج VAR(1) ثنائي المتغيِّر التالي:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + u_t \tag{٨٦،٧}$$

حيث:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

يُمكن أيضًا كتابة النموذج VAR باستخدام عناصر المصفوفات والمتجهات على النحو التالي:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \tag{٨٧،٧}$$

لننظر في تأثير صدمة الو حدة على المتغيِّر y_{1t} في الزمن $t = 0, 1, \ldots$:

$$y_0 = \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{٨٨،٧}$$

$$y_1 = A_1 y_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{٨٩،٧}$$

$$y_2 = A_1 y_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{٩٠،٧}$$

وبالتالي من الممكن رسم دوال الاستجابة النبضية (Impulse Response Functions) لـ y_{1t} و y_{2t} إثر صدمة الوحدة في y_{1t}، لاحظ أن التأثير على y_{2t} يكون دائمًا صفرًا، وذلك لأن المعامل المرتبط بالمتغيِّر y_{1t-1} في معادلة y_{2t} مُساوٍ لصفر.

لننظر الآن في تأثير صدمة الوحدة على المتغيِّر y_{2t} في الزمن $t = 0$:

$$y_0 = \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (٩١،٧)$$

$$y_1 = A_1 y_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix} \quad (٩٢،٧)$$

$$y_2 = A_1 y_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.21 \\ 0.04 \end{bmatrix} \quad (٩٣،٧)$$

على الرغم من أنه من السهل إلى حد ما معرفة تأثيرات الصدمات على متغيِّرات متجه الانحدار الذاتي البسيط، إلَّا أنه عند تطبيق نفس المبادئ في إطار متجهات انحدار ذاتي تضم المزيد من المعادلات أو المزيد من فترات الإبطاء، يكون من الصعب جدًّا أن نرى بالعين التفاعلات بين المعادلات.

تقدم *تحليلات التباين طريقة مختلفة* قليلًا لفحص ديناميكيات نظام متجه الانحدار الذاتي، فهي تعطي نسبة التحركات في المتغيِّرات التابعة التي تعود إلى صدماتها 'الخاصة' مقابل الصدمات التي تتعرَّض لها المتغيِّرات الأخرى، بطبيعة الحال سوف تؤثر الصدمة التي يتعرَّض لها المتغيِّر عدد i بشكل مباشر على نفسه، لكن سوف تمتد الصدمة أيضًا إلى جميع المتغيِّرات الأخرى في النظام من خلال البنية الديناميكية لمتجه الانحدار الذاتي. وتحدِّد تحليلات التباين اختلاف مقدار التباين في خطأ التنبؤ لـ s خطوة للأمام لمتغيِّر معين يتم تفسيره من خلال الأحداث التي يتعرض لها كل متغيِّر مفسِّر، وذلك لـ $s = 1, 2, \ldots$، من الناحية العملية يُلاحظ عادة أن الصدمات الخاصة بالسلسلة تفسِّر معظم تبايُن خطأ (المتوقع) السلسلة في متجه الانحدار الذاتي، تقدم الاستجابات النبضية وتحليلات التباين إلى حد ما معلومات متشابهة جدًّا.

يُعتبر ترتيب المتغيِّرات مهمًّا عند حساب الاستجابات النبضية وتحليلات التباين، لمعرفة السبب وراء ذلك تذكَّر أن الاستجابات النبضية تُشير إلى صدمة الوحدة التي تتعرّض لها أخطاء معادلة واحدة من معادلات متجه الانحدار الذاتي، ويعني ذلك أن حدود الخطأ تبقى ثابتة لجميع المعادلات الأخرى في نظام متجه الانحدار الذاتي، غير أن ذلك يُعتبر غير واقعي إلى حد ما، حيث من المرجَّح أن تكون حدود الخطأ بين المعادلات مرتبطة، وبالتالي فإن افتراض أن الأخطاء مستقلة تمامًا يؤدي إلى إعطاء فكرة خاطئة عن ديناميكيات النظام، في الممارسة العملية سوف يكون للأخطاء عُنصر مشترك لا يمكن ربطه بمتغيِّر واحد فقط.

يتمثَّل المنهج المتَّبع عادة للتغلُّب على هذا الإشكال في توليد *استجابات نبضيَّة متعامدة* (Orthogonalised Impulse Responses)، في إطار النموذج VAR ثنائي المتغيِّرات تُنسب كل العناصر المشتركة للأخطاء بشكل تعسُّفي نوعًا ما إلى المتغيِّر الأول في النموذج VAR، في الحالة العامة حيث يوجد أكثر من متغيِّرين في النموذج VAR تكون الحسابات أكثر تعقيدًا، لكن التفسير هو نفسه في الواقع يعني مثل هذا القيد ضمنًا 'ترتيبًا' للمتغيِّرات، بحيث يتم تقدير معادلة y_{1t} أولًا، وبعد ذلك معادلة y_{2t}، وهو ما يُشبه إلى حد ما النظام المتكرر أو النظام الثلاثي.

يُعتبر افتراض ترتيبًا معينًا للمتغيِّرات أمرًا ضروريًّا لحساب الاستجابات النبضية وتحليلات التباين، على الرغم من أن قيد ترتيب المتغيِّرات المستخدم قد لا يكون مدعومًا من قبل البيانات، مرة أخرى ومن الناحية المثالية يجب أن تقترح النظرية الماليَّة ترتيبًا للمتغيِّرات (بعبارة أخرى: من المرجَّح أن تتبع حركات بعض المتغيِّرات حركات متغيِّرات أخرى بدلًا من أن تسبقها)، وإذا تعذَّر ذلك يُمكن مشاهدة حساسية النتائج تجاه التغيُّرات في الترتيب من خلال افتراض ترتيب، ومن ثم عكس ذلك الترتيب تمامًا وإعادة حساب الاستجابات النبضية وتحليلات التباين، ومن الجدير بالذكر أيضًا أنه كلما زاد ارتباط البواقي المتحصَّل عليها من المعادلة

المقدّرة، كلما زادت أهمّية ترتيب المتغيِّرات، ولكن عندما تكون البواقي تقريبًا غير مرتبطة فإن ترتيب المتغيِّرات لن يُحدث فارقًا كبيرًا (لمزيد من التفاصيل انظر لوتكيبول (١٩٩١) (Lutkepohl (1991)، الفصل ٢).

يذكر رونكل (١٩٨٧) (Runkle (1987)) أنه من المعروف أن كلًّا من الاستجابات النبضية وتحليلات التباين يصعب تفسيرهما بدقة، كما يذكر أنه ينبغي دائمًا بناء نطاقات الثقة حول الاستجابات النبضية وتحليلات التباين، ومع ذلك فهو يُشير أيضًا أن فترات الثقة عادة ما تكون واسعة جدًّا حتى في هذه الحالة، بحيث يستحيل إجراء استدلالات دقيقة.

٧,١٦ مثال لنموذج متجه الانحدار الذاتي: التفاعل بين عوائد العقارات والاقتصاد الكلي
VAR model example: the interaction between property returns and the macroeconomy

٧,١٦,١ الخلفية، البيانات والمتغيِّرات
(Background, data and variables)

يستخدم بروكس وتسولاكوس (١٩٩٩) (Brooks and Tsolacos (1999)) منهجية متجه الانحدار الذاتي لدراسة التفاعل بين سوق العقارات في المملكة المتحدة ومتغيِّرات الاقتصاد الكلي المختلفة، تم استخدام بيانات لوغاريتميَّة شهرية بين الفترة الممتدَّة من ديسمبر ١٩٨٥ إلى يناير ١٩٩٨، كما يخضع اختيار المتغيِّرات المدرجة في نموذج متجه الانحدار الذاتي إلى السلاسل الزمنية التي يتم إدراجها عادة في دراسات إمكانية التنبؤ بعوائد الأسهم، هذا ويُفترض أن ترتبط عوائد الأسهم بظروف الاقتصاد الكلي والشروط التجاريَّة، وبالتالي سوف يتم في الدراسة استخدام سلاسل زمنيَّة تكون قادرة على التقاط كلٍّ من الاتجاهات الحالية والمستقبلية للاقتصاد ككل ولبيئة الأعمال.

هناك عُمومًا طريقتان لقياس قيمة الأصول القائمة على الملكية وهما *مقاييس* مباشرة لقيمة الملكية ومقاييس *قائمة على حقوق الملكية*، تستند مقاييس الملكية المباشرة على تقديرات أو تقييمات دورية للعقارات الفعلية في المحفظة من قِبَل خبراء المعاينة، في حين تُقيّم المقاييس القائمة على حقوق الملكية قيمة العقارات بشكل غير مباشر من خلال الأخذ في الاعتبار قيم الشركات العقارية المتداولة في البورصة، كلا مصدري البيانات لها عيوبها، تعاني مقاييس القيمة التي تعتمد على التقييم من التحيُّزات في التقييم وعدم الدقة، كما يميل عادة خبراء المعاينة إلى التقييمات 'السلسة' على مر الزمن، بحيث تكون العوائد المقاسة منخفضة جدًّا خلال فترات ازدهار سوق العقارات، ومرتفعة جدًّا خلال فترات انخفاض أسعار العقارات، بالإضافة إلى ذلك لا يتم خلال كل فترة تقييم كل الممتلكات في المحفظة التي تضم مقياس القيمة، مما يؤدي إلى إدخال بعض التقييمات التي لا معنى لها في التقييم الكلي، مما يزيد من درجة سلاسة سلسلة أسعار العقارات المسجلة، أما الآليات العقارية غير المباشرة، أي الشركات ذات الصلة بالعقارات المتداولة في البورصة، فلا تعاني من المشاكل المذكورة أعلاه، لكنها تتأثر بشكل مفرط بتحركات البورصة، فعلى سبيل المثال يُذكر أن أكثر من ثلاثة أرباع التغيُّر عبر الزمن في قيمة شركات العقارات المتداولة في البورصة يُمكن أن يُعزَى إلى تحركات الأسعار العامة في البورصة، لذلك تعكس سلسلة قيمة العقارات القائمة على حقوق الملكية حماسًا أكبر للمتداخلين في البورصة مُقارنة بسوق العقارات على وجه التحديد.

اختار بروكس وتسولاكوس (١٩٩٩) استخدام العوائد الإجماليَّة للعقارات في مؤشر فوتسي القائمة على حقوق المساهمين لبناء عوائد العقارات، لتخليص سلسلة عوائد العقارات من التأثيرات العامة للبورصة، من الشائع إجراء انحدار لعوائد العقارات على المؤشر العام للبورصة (في هذه الحالة يتم استخدام جميع أسهم مؤشر الفايننشال تايمز)، ثم نقوم بحفظ البواقي، هذا ومن المتوقَّع

أن تعكس هذه البواقي فقط الاختلاف في عوائد العقارات، وبالتالي تصبح مقياسًا لعوائد سوق العقارات المستخدم في التحليل الموالي، والتي يشار إليها بـ PROPRES.

وهكذا فإن المتغيِّرات المدرجة في متجه الانحدار الذاتي هي عوائد العقارات (مع إزالة التأثيرات العامة للبورصة)، معدل البطالة، أسعار الفائدة الاسمية، الهامش بين أسعار الفائدة قصيرة الأجل وأسعار الفائدة طويلة الأجل، التضخم غير المتوقع وتوزيعات الأرباح، أمَّا الدوافع وراء إدراج هذه المتغيِّرات في متجه الانحدار الذاتي إضافة إلى سلسلة العقارات فهي كالتالي:

- تم إدراج *معدل البطالة* (المشار إليه بـ UNEM) للإشارة إلى الظروف الاقتصادية العامة. يميل المؤلفون في الأبحاث الأمريكيَّة إلى استخدام الاستهلاك الكلي، وهو متغيِّر تم إدراجه في نماذج تسعير الأصول وتمت دراسته كعامل محدد لعوائد الأسهم، لا تتوفر بيانات شهريَّة في المملكة المتحدة لهذا المتغيِّر ولا للمتغيِّرات البديلة له كالناتج المحلي الإجمالي. في المقابل تتوفر بيانات شهرية لسلسلة الإنتاج الصناعي، لكن لم تُظهر الدراسات الأخرى أي دليل على أن الإنتاج الصناعي يؤثر على عوائد العقارات، ونتيجة لذلك لا تعتبر هذه السلسلة بمثابة متغيِّر سببي محتمل.
- من المفترض أن تحتوي *أسعار* الفائدة *الاسمية قصيرة الأجل* (المشار إليها بـ SIR) على معلومات عن الظروف الاقتصادية المستقبلية، والتعرُّف على حالة الفرص الاستثمارية، كما وُجد في دراسات سابقة أن أسعار الفائدة قصيرة الأجل لها تأثير سلبي كبير جدًّا على عوائد الأسهم العقارية.
- *هوامش أسعار الفائدة* (المشار إليها بـ SPREAD) أي منحنى العائد، وتقاس عادة على أنها الفرق في العوائد بين سندات الخزانة طويلة الأجل (بأجل استحقاق مُساوٍ لعشر أو عشرين سنة على سبيل المثال)، ومعدل أذون الخزانة لمدة شهر واحد أو ثلاثة أشهر، هذا ويُذكر أن منحنى العائد يتميَّز بمقدرة تنبؤية إضافية تتجاوز مقدرة سعر الفائدة قصير الأجل، ويمكن أن يساعد في التنبؤ بالناتج المحلي الإجمالي لفترة تصل إلى أربع سنوات مقبلة، كما أُشير كذلك إلى أن الهيكل الزمني يؤثر أيضًا على عوائد سوق العقارات.
- تعتبر تأثيرات *معدل التضخم* أيضًا مهمة في تسعير الأسهم، فعلى سبيل المثال، يُشار إلى أن التضخم غير المتوقَّع يمكن أن يكون مصدرًا للمخاطر الاقتصادية، ونتيجة لذلك سوف يتم إضافة علاوة المخاطرة أيضًا إذا كانت أسهم الشركات عرضة للتضخم غير المتوقع، يُعرَّف متغيِّر التضخم غير المتوقع (والمشار إليه بـ UNINFL) بالفرق بين معدل التضخم المحقَّق، والمحسوب كنسبة مئوية للتغير في مؤشر أسعار التجزئة، والسلسلة المقدَّرة للتضخم المتوقع، يُمكن إنتاج السلسلة الأخيرة من خلال تجهيز النموذج ARMA لسلسلة البيانات الفعلية، وإجراء تنبؤات بفترة واحدة مستقبليَّة (شهر واحد)، ثم نحرِّك العينة فترة واحدة إلى الأمام، ونعيد تقدير المعلمات وإجراء مرَّة أخرى تنبؤات بفترة واحدة مستقبليَّة، وهكذا.
- استُخدمت *عوائد توزيعات الأرباح* (والمشار إليها بـ DIVY) على نطاق واسع لنمذجة عوائد سوق الأسهم، وكذلك عوائد الممتلكات العقارية، وذلك استنادًا إلى الافتراض القائل أن التحركات في سلاسل عوائد توزيعات الأرباح مرتبطة بظروف الأعمال طويلة الأجل، وأنها تلتقط بعض مكونات العوائد التي يمكن التنبؤ بها.

يجب أن تكون جميع المتغيِّرات التي يتم تضمينها في متجه الانحدار الذاتي ساكنة من أجل إجراء اختبارات معنوية مشتركة على فترات إبطاء المتغيِّرات، وبالتالي تخضع جميع المتغيِّرات إلى اختبارات ديكي فولر الموسعة (انظر الفصل ٨)، كما نُشير إلى وجود أدلَّة على أن كلًّا من لوغاريتم مؤشر أسعار التجزئة ولوغاريتم معدل البطالة يحتويان على جذر الوحدة، لذلك يتم استخدام الفروق الأولى

لهذه المتغيِّرات في التحليل اللاحق، هذا وأدَّت المتغيِّرات الأربعة المتبقية إلى رفض فرضية العدم لجذر الوحدة في المستويات اللوغاريتميَّة، وبالتالي لم يتم إجراء الفروق الأولى على هذه المتغيِّرات.

٧,١٦,٢ المنهجية
(Methodology)

يتم استخدام متجه الانحدار الذاتي مختزل الشكل، وعليه يمكن على نحو فعَّال تقدير كل معادلة باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، ولكي يكون متجه الانحدار الذاتي غير مقيَّد يجب استخدام نفس عدد فترات الإبطاء لجميع المتغيِّرات في جميع المعادلات، لذلك وبهدف تحديد أطوال فترات الإبطاء المناسبة يتم استخدام تعميم لمعيار المعلومات أكايكي إلى الحالة متعددة المتغيِّرات.

في إطار نظام مُعادلات متجه الانحدار الذاتي يتم فحص معنويَّة جميع فترات الإبطاء لكل متغيِّر من المتغيِّرات الفردية بشكل مُشترك باستخدام اختبار إف، ونظرًا لإدراج العديد من فترات إبطاء المتغيِّرات في كل معادلة من معادلات النظام، فإن معاملات فترات الإبطاء الفردية قد لا تبدو معنوية لجميع الفترات، وقد تكون لها علامات ودرجات معنوية تختلف باختلاف طول فترة الإبطاء، ومع ذلك فإن اختبارات إف سوف تكون قادرة على تحديد ما إذا كانت جميع فترات إبطاء متغيِّر ما مجتمعة معنوية أم لا، ولمزيد دراسة تأثير الاقتصاد الكلي على مؤشر العوائد العقارية يتم أيضًا حساب مضاعفات التأثير (الاستجابات النبضيَّة المتعامدة) لنموذج متجه الانحدار الذاتي المقدَّر، كما يتم حساب نطاقين للأخطاء المعياريَّة باستخدام منهج تكامل مونت كارلو المستخدم من قِبل ماكيو وكلينغ (١٩٩٤) ((McCue & Kling (1994)) واستنادًا إلى دوان (١٩٩٤) ((Doan (1994))، كما تم تحليل تباين الخطأ المتوقَّع لتحديد نسبة التحركات في سلسلة العقارات التي تُنسب إلى صدماتها الخاصة بدلًا من الصدمات التي تتعرَّض لها المتغيِّرات الأخرى.

٧,١٦,٣ النتائج
(Results)

نجد أن عدد فترات الإبطاء التي تُصغِّر قيمة معيار معلومات أكايكي هو أربع عشرة فترة، وهذا يتَّفق مع الخمس عشرة فترة إبطاء المستخدمة من قِبَل ماكيو وكلينغ (١٩٩٤)، وبالتالي هناك (١+١٤×٦) = ٨٥ متغيِّرًا في كل معادلة، مما يعني ضمنًا تسعًا وخمسين درجة حرية، يعرض الجدول رقم (٧,٤) اختبارات إف لفرضية العدم التي تنص على أن جميع فترات الإبطاء لمتغيِّر ما تكون سويًّا غير معنوية في معادلة معينة.

وعلى خلاف عدد من الدراسات الأمريكية التي استخدمت متغيِّرات مماثلة نجد أنه من الصعب تفسير التفاوت في مؤشر عوائد العقارات في المملكة المتحدة باستخدام عوامل الاقتصاد الكلي. وكما يوضح ذلك الصف الأخير من الجدول رقم (٧,٤). من بين جميع فترات إبطاء المتغيِّرات في معادلة العقارات نجد أن فقط فترات إبطاء عوائد العقارات نفسها ذات معنوية عالية، أمَّا متغيِّر عائد توزيعات الأرباح فهو معنوي فقط عند مستوى ٢٠٪، بالنسبة للمتغيِّرات الأخرى فليس لها أيَّة قوة تفسيرية معنوية لعوائد العقارات، وبالتالي استنادًا إلى اختبارات إف فإن الاستنتاج الأولي هو أن الاختلاف في عوائد العقارات، والخالصة من تأثيرات سوق الأسهم، لا يمكن تفسيره بأيٍّ من المتغيِّرات الرئيسة للاقتصاد الكلي أو المتغيرات الماليَّة المستخدمة في البحوث القائمة. قد

يكون أحد التفسيرات المحتملة لذلك، أن هذه المتغيّرات لا تنقل في المملكة المتحدة المعلومات عن ظروف الاقتصاد الكلي والأعمال المفترضة لتحديد السلوك الزمني لعوائد العقارات، هذا ومن المحتمل أن تعكس عوائد العقارات تأثيرات سوق العقارات؛ كالإيجارات، معدلات العوائد، والرسملة عوضًا عن المتغيّرات الاقتصادية الكلية أو المتغيرات الماليَّة، ومع ذلك يُؤدي استخدام البيانات الشهرية مرة أخرى إلى الحد من مجموعة متغيّرات الاقتصاد الكلي ومتغيّرات سوق العقارات التي يُمكن استخدامها في التحليل الكمي لعوائد العقارات في المملكة المتحدة.

الجدول رقم (٤ , ٧) مستويات المعنوية الحدية المرتبطة باختبارات إف المشتركة

المتغيّر التابع	فترات إبطاء المتغيّرات					
	SIR	*DIVY*	*SPREAD*	*UNEM*	*UNINFL*	*PROPRES*
SIR	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٩١	٠,٠٢٤٢	٠,٠٣٢٧	٠,٢١٢٦	٠,٠٠٠٠
DIVY	٠,٥٠٢٥	٠,٠٠٠٠	٠,٦٢١٢	٠,٤٢١٧	٠,٥٦٥٤	٠,٤٠٣٣
SPREAD	٠,٢٧٧٩	٠,١٣٢٨	٠,٠٠٠٠	٠,٤٣٧٢	٠,٦٥٦٣	٠,٠٠٠٧
UNEM	٠,٣٤١٠	٠,٣٠٢٦	٠,١١٥١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٧٥٨	٠,٢٧٦٥
UNINFL	٠,٣٠٥٧	٠,٥١٤٦	٠,٣٤٢٠	٠,٤٧٩٣	٠,٠٠٠٤	٠,٣٨٨٥
PROPRES	٠,٥٥٣٧	٠,١٦١٤	٠,٥٥٣٧	٠,٨٩٢٢	٠,٧٢٢٢	٠,٠٠٠٠

الاختبار هو أن جميع فترات الإبطاء الأربعة عشر ليس لديها القدرة التفسيرية لهذه المعادلة، خاصة في متجه الانحدار الذاتي.

المصدر: بروكس وتسولاكوس (١٩٩٩).

ومع ذلك يبدو أن قيم فترات إبطاء متغيّر العقارات تتميَّز بقدرة تفسيرية لبعض المتغيّرات الأخرى في النظام، وتظهر هذه النتائج في العمود الأخير من الجدول رقم (٤ , ٧)، كما يبدو أن قطاع العقارات يُساعد في تفسير الاختلافات في الهيكل الزمني وأسعار الفائدة قصيرة الأجل، وعلاوة على ذلك، وبما أن هذه المتغيّرات ليست معنوية في معادلة مؤشر العقارات، فمن الممكن أن نذكر كذلك أن سلسلة بواقي متغيّر العقارات 'تُسبِّب بحسب مفهوم جرانجر' سعر الفائدة قصيرة الأجل والهامش الزمني، هذا وتُعتبر هذه النتيجة غريبة، وحقيقة أن عوائد العقارات يتم تفسيرها بقيم فترات إبطائها، أي أن هناك ترابطًا بين نقاط البيانات (المشاهدات) المتجاورة، قد تُبرز الطريقة التي يتم بها إنتاج معلومات سوق العقارات، وانعكاسها في مؤشرات عوائد العقارات.

يُعطي الجدول رقم (٥ , ٧) تحليلات التباين لمعادلة مؤشر عوائد العقارات في متجه الانحدار الذاتي لخطوة واحدة، خُطوتين، ثلاث، أربع، اثنتي عشر، وأربع وعشرين خطوة مُستقبليَّة، وذلك حسب الترتيبين التاليين للمتغيّرات:

الترتيب ١: PROPRES, DIVY, UNINFL, UNEM, SPREAD, SIR

الترتيب ٢: SIR, SPREAD, UNEM, UNINFL, DIVY, PROPRES

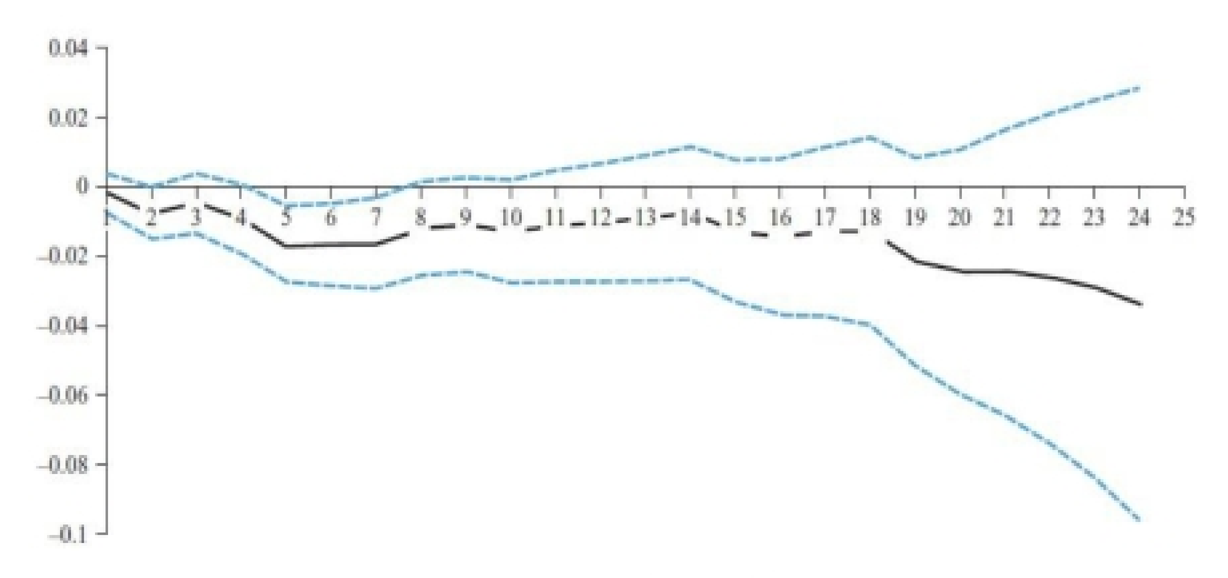
الجدول رقم (٧, ٥) تحليلات التباين لبواقي مؤشر قطاع العقارات

الأشهر المستقبليّة	مفسّر من الصدمات في:											
	SIR		*DIVY*		*SPREAD*		*UNEM*		*UNINFL*		*PROPRES*	
	١	٢	١	٢	١	٢	١	٢	١	٢	١	٢
١	٠,٠	٠,٨	٠,٠	٣٨,٢	٠,٠	٩,١	٠,٠	٠,٧	٠,٠	٠,٢	١٠٠,٠	٥١,٠
٢	٠,٢	٠,٨	٠,٢	٣٥,١	٠,٢	١٢,٣	٠,٤	١,٤	١,٦	٢,٩	٩٧,٥	٤٧,٥
٣	٣,٨	٢,٥	٠,٤	٢٩,٤	٠,٢	١٧,٨	١,٠	١,٥	٢,٣	٣,٠	٩٢,٣	٤٥,٨
٤	٣,٧	٢,١	٥,٣	٢٢,٣	١,٤	١٨,٥	١,٦	١,١	٤,٨	٤,٤	٨٣,٣	٥١,٥
١٢	٢,٨	٣,١	١٥,٥	٨,٧	١٥,٣	١٩,٥	٣,٣	٥,١	١٧,٠	١٣,٥	٤٦,١	٥٠,٠
٢٤	٨,٢	٦,٣	٦,٨	٣,٩	٣٨,٠	٣٦,٢	٥,٥	١٤,٧	١٨,١	١٦,٩	٢٣,٤	٢٢,٠

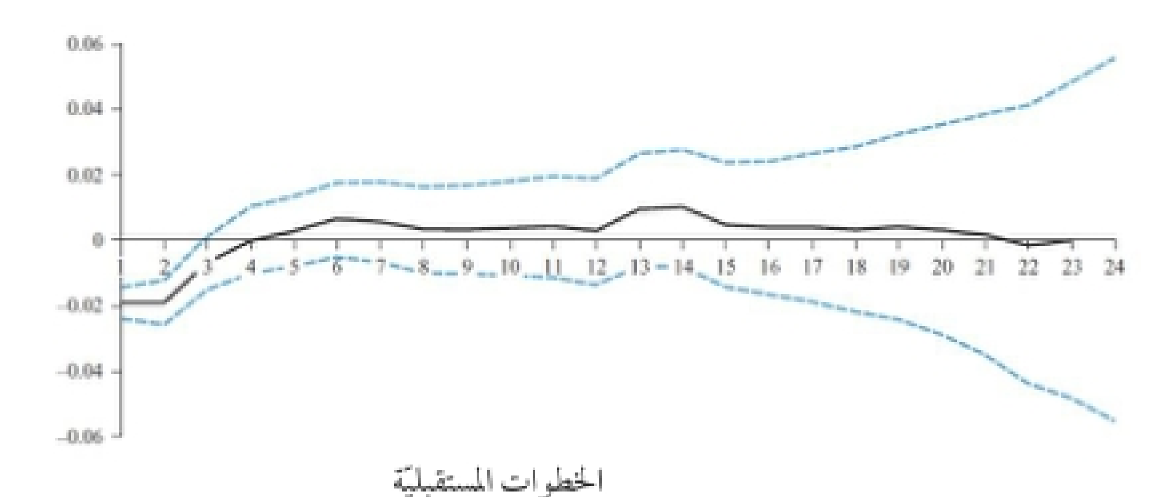
المصدر: بروكس وتسولاكوس (١٩٩٩)

لسوء الحظ يُعتبر ترتيب المتغيّرات مهم في التحليل، وبالتالي يتم تطبيق ترتيبين أحدهما عكس الثاني تمامًا، والنظر في حساسية النتائج، من الواضح أنه بحلول أفق التنبؤ لمدة عامين أصبح ترتيب المتغيّرات غير مهم، وذلك تقريبًا لمعظم الحالات، ومن السمات المثيرة للاهتمام في النتائج أن الصدمات على الهامش الزمني والتضخُّم غير المتوقَّع تشكل معًا أكثر من ٥٠٪ من الاختلاف في سلسلة العقارات، أمَّا الصدمات على سعر الفائدة قصيرة الأجل وعوائد توزيعات الأرباح فلا تتمثَّل سوى ١٠ إلى ١٥٪ من تباين مؤشر العقارات، أحد التفسيرات المحتملة لاختلاف النتائج بين اختبارات إف وتحليل التباين هو أن الأول هو اختبار للسببية، أمَّا الثاني فهو بالفعل اختبار للخارجيَّة، وبالتالي فإن الأخير يتضمَّن قيدًا أشد صرامة يتمثَّل في أن كلًّا من الصدمات الحالية والسابقة للمتغيّرات المفسِّرة لا تؤثر على القيمة الحالية للمتغيّر التابع لمعادلة الملكية، كما أن هناك طريقة أخرى لتوضيح ذلك، وهي أن الهيكل الزمني والتضخم غير المتوقع لهما تأثير مُتزامن لا مُتأخر على مؤشر العقارات، وهو ما يعني وجود إحصاءات غير معنوية لاختبارات إف لكن قوة تفسيرية في تحليل التباين، لذلك وعلى الرغم من أن اختبارات إف لم تثبت أيّة تأثيرات معنوية، إلَّا أن تحليلات تباين الأخطاء أظهرت دلائل على وجود علاقة مُتزامنة بين PROPRES وكلٍّ من SPREAD و UNINFL، كما يُمكن أن نفهم من عدم وجود تأثيرات متأخِّرة أن السوق يتكيَّف سريعًا مع التغيُّرات في هذه المتغيّرات.

يعطي الشكلان رقم (٧, ١) و (٧, ٢) الاستجابات النبضيَّة للمتغيّر PROPRES المرتبطة بصدمات وحدة منفصلة على التضخم غير المتوقع، وعائد توزيعات الأرباح كأمثلة (وكما ذكر أعلاه يُمكن حساب ما مجموعه ستة وثلاثين استجابة نبضيَّة نظرًا لوجود ستة متغيّرات في النظام).



الشكل رقم (٧ ,١) الاستجابات النبضيَّة ونطاقَي الخطأ المعياري للصدمات في أخطاء معادلة التضخم غير المتوقع



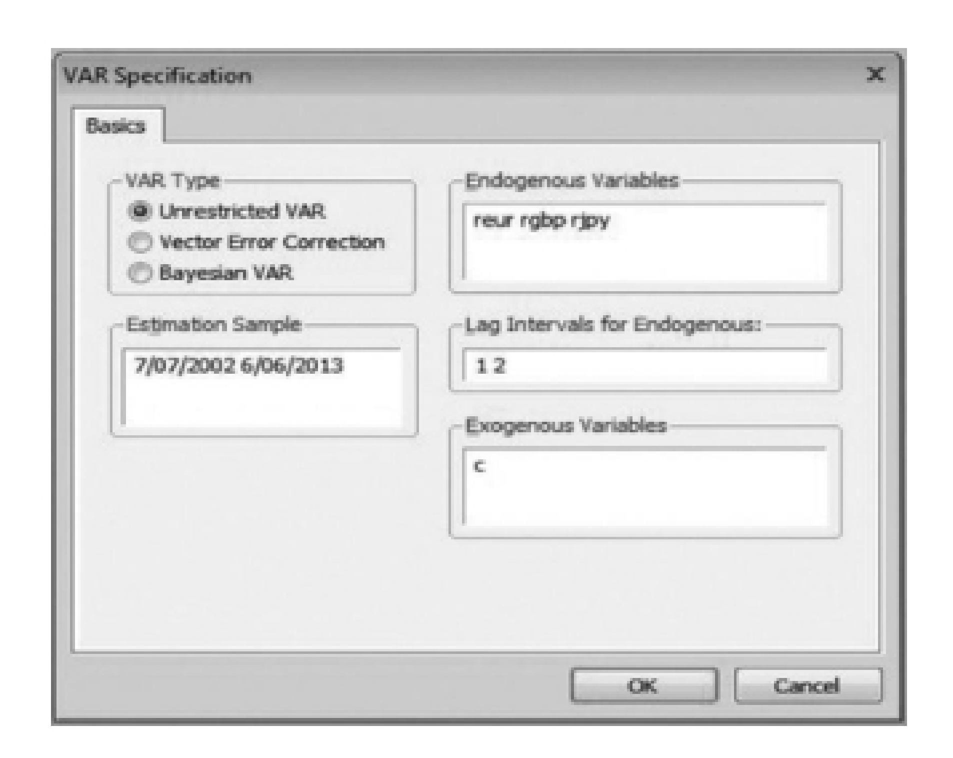
الشكل رقم (٧ ,٢) الاستجابات النبضيَّة ونطاقَي الخطأ المعياري للصدمات في عوائد توزيعات الأرباح

وبالنظر إلى علامات الاستجابات يبدو أن الصدمات في التضخم غير المتوقع (الشكل رقم (٧ ,١)) لها دائمًا تأثير سلبي على مؤشر العقارات؛ لأن الاستجابة النبضيَّة سالبة، وأثر الصدمة لا يتلاشى حتى بعد أربعة وعشرين شهرًا، كما أن لزيادة عوائد توزيعات أرباح الأسهم (الشكل رقم (٧ ,٢)) تأثيرًا سلبيًّا خلال الفترات الثلاث الأولى، ولكن بعد ذلك يبدو أن الصدمة خرجت من النظام.

٧ , ١٦ , ٤ الاستنتاجات

(Conclusions)

يتمثَّل الاستنتاج الذي خلصت إليه منهجية متجه الانحدار الذاتي المعتمدة في ورقة بروكس وتسولاكوس في أنه عمومًا يصعب تفسير عوائد العقارات في المملكة المتحدة على أساس المعلومات الواردة في مجموعة المتغيِّرات المستخدمة في الدراسات الحالية المهتمَّة ببيانات غير بيانات المملكة المتحدة، كما أن النتائج لا تدل بوضوح على أن هناك تأثيرات معنوية لهذه المتغيِّرات على اختلاف سلسلة عوائد العقارات التي تمت تصفيتها، ومع ذلك هناك بعض الأدلة على أن للهيكل الزمني لسعر الفائدة والتضخم غير المتوقع تأثيرًا متزامنًا على عوائد العقارات، وهو ما يتَّفق مع نتائج عدد من الدراسات السابقة.



لقطة الشاشة رقم (٧ , ٣) شاشة مدخلات متجه الانحدار الذاتي

٧ , ١٧ تقدير متجه الانحدار الذاتي في إفيوز

(VAR estimation in EViews)

على سبيل التوضيح يتم تقدير متجه الانحدار الذاتي بهدف دراسة ما إذا كانت هناك علاقات تقدُّم وتأخُّر (Lead–lag Relationships) لعوائد ثلاثة أسعار صرف مقابل الدولار الأمريكي وهي: اليورو، الجنيه الإسترليني، والين الياباني، بالنسبة للبيانات فهي يوميَّة، وتمتد بين ٧ يوليو ٢٠٠٢ و ٦ يونيو ٢٠١٣ بما مجموعه ٣,٩٨٦ مشاهدة، تَرِد البيانات في ملف الإكسل 'currencies.xls'، نقوم أولًا **بإنشاء ملف عمل جديد** يُسمى 'currencies.wf1' واستيراد سلاسل العملات الثلاث، يتم إنشاء مجموعة من العوائد المئوية المركبة والمستمرة تسمى **'reur'**، **'rgbp'** و **'rjpy'**، هذا ويمكن إجراء تقدير النموذج VAR في إفيوز من خلال النقر فوق القائمة **Quick** ثم **...Estimate VAR**. تظهر شاشة مدخلات النموذج VAR كما في لقطة الشاشة رقم (٧ , ٣).

Vector Autoregression Estimates
Date: 07/07/13 Time: 12:01
Sample (adjusted): 7/10/2002 6/06/2013
Included observations: 3985 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

	REUR	RGBP	RJPY
REUR(-1)	0.200155	−0.042777	0.024186
	−0.022710	−0.020790	−0.022510
	[8.81447]	[−2.05766]	[1.07460]
REUR(-2)	−0.033413	0.056771	−0.031334
	−0.022620	−0.020710	−0.022420
	[−1.47722]	[2.74149]	[−1.39762]
RGBP(-1)	−0.061566	0.261643	−0.067979
	−0.024110	−0.022070	−0.023890
	[−2.55382]	[11.8548]	[−2.84494]
RGBP(-2)	0.024656	−0.092099	0.032403
	−0.024080	−0.022040	−0.023870
	[1.02395]	[−4.17778]	[1.35768]
RJPY(-1)	−0.020151	−0.056639	0.150845
	−0.016660	−0.015250	−0.016510
	[−1.20970]	[−3.71390]	[9.13617]
RJPY(-2)	0.002628	0.002964	0.000718
	−0.016680	−0.015270	−0.016530
	[0.15753]	[0.19409]	[0.04345]
C	−0.005836	0.000045	−0.003682
	−0.007450	−0.006820	−0.007390
	[−0.78299]	[0.00665]	[−0.49847]
R-squared	0.025479	0.05224	0.024297
Adj. R-squared	0.024009	0.050815	0.022826
Sum sq. resids	879.8663	737.4698	864.4051
S.E. equation	0.470301	0.430566	0.466151
F-statistic	17.33423	36.54742	16.51038
Log likelihood	−2644.754	−2292.988	−2609.430
Akaike AIC	1.330868	1.154323	1.313139
Schwarz SC	1.341917	1.165372	1.324189
Mean dependent	−0.0006978	0.000162	−0.004320
S.D. dependent	0.476051	0.441941	0.471564
Determinant resid covariance (dof adj.)		0.004189	
Determinant resid covariance		0.004167	
Log likelihood		−6043.540	
Akaike information criterion		3.043684	
Schwarz criterion		3.076832	

في مربع المتغيِّرات الداخلية اكتب أسماء المتغيِّرات الثلاثة **reur rgbp rjpy**، في المربع 'Endogenous variables' نترك الخيار الافتراضي 'C' وفي المربع 'Lag Interval' أدْخِل **١ ٢** وذلك لتقدير النموذج VAR(2) على سبيل المثال. تظهر النتائج في جدول منظم بدقة كما هو موضَّح في الصفحة السابقة، حيث يُخصَّص عمود لكل معادلة في الجزأين الأول والثاني من الجدول، وعمود للإحصاءات التي تصف النظام ككل في الجزء الثالث من الجدول، كما تُتاح قيم معايير المعلومات بشكل منفصل لكل معادلة في الجزء الثاني من الجدول، وبشكل مشترك للنموذج ككل في الجزء الثالث من الجدول.

سوف نناقش بإيجاز تفسير النتائج رغم أن المثال يفترض حتى الآن أننا نعرف *طول فترة الإبطاء المناسبة* للنموذج VAR، غير أنه في الممارسة العملية تتمثَّل الخطوة الأولى في بناء أي نموذج VAR، وبمجرد أن يتم تحديد المتغيِّرات التي سوف تدخل في النموذج VAR، في تحديد طول فترة الإبطاء المناسبة يُمكن تحقيق ذلك بطرق مُختلفة، لكن أحد أسهل هذه الطرق هو استخدام معيار معلومات متعدد المتغيِّرات، يُمكن القيام بذلك بسهولة في إفيوز من نتائج متجه الانحدار الذاتي التي بحوزتنا، وذلك من خلال النقر فوق

View/Lag Structure/Lag Length Criteria ...، سوف يُطلَب منك تحديد العدد الأقصى لعدد فترات الإبطاء الذي سوف يُدرج في النموذج، بالنسبة لهذا المثال نُحدِّد عشوائيًّا عدد فترات الإبطاء بـــ ١٠ فترات، سوف يتم مشاهدة نتائج الجدول التالي.

VAR Lag Order Selection Criteria
Endogenous variables: REUR RGBP RJPY
Exogenous variables: C
Date: 07/07/13 Time: 12:19
Sample: 7/07/2002 6/06/2013
Included observations: 3977

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	−6324.3310	NA	0.004836	3.181962	3.186705	3.183644
1	−6060.2640	527.6036	0.004254	3.053690	3.072664*	3.060418
2	−6034.8720	50.69431	0.004219*	3.045447*	3.078652	3.057221*
3	−6030.9570	7.808927	0.004230	3.048005	3.095440	3.064824
4	−6022.9370	15.98760	0.004232	3.048498	3.110163	3.070363
5	−6015.1100	15.59165	0.004234	3.049087	3.124983	3.075998
6	−6009.1700	11.82421	0.004241	3.050626	3.140752	3.082583
7	−6000.1710	17.89848*	0.004241	3.050626	3.154983	3.087629
8	−5992.9660	14.31748	0.004245	3.051530	3.170117	3.093578
9	−5988.1330	9.599241	0.004254	3.053625	3.186442	3.100719

* indicates lag order selected by the criterion
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)
FPE: Final prediction error
AIC: Akaike information criterion
SC: Schwarz information criterion
HQ: Hannan-Quinn information criterion

يقدم إفيوز قيم معايير معلومات مختلفة، إضافة إلى طرق أخرى لتحديد رتبة فترة الإبطاء، يحدِّد كلٌّ من معيار أكايكي ومعيار هنان-كوين في هذه الحالة طول فترة إبطاء مُساويًا لاثنين على أنه الطول الأمثل، في حين يختار معيار شوارز النموذج VAR(1)، **قُم بتقدير نموذج VAR(1)** وافحص النتائج، هل يبدو النموذج مُناسبًا للبيانات بشكل جيِّد؟ لماذا ولماذا لا؟

نقوم بعد ذلك بإجراء اختبار سببية جرانجر من خلال النقر فوق **View/Lag Structure/ Granger Causality/ Block Exogeneity Tests**، سوف يظهر فورًا جدول الإحصاءات كما يلي.

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests
Date: 07/07/13 Time: 14:36
Sample: 7/07/2002 6/06/13
Included observations: 3986

Dependent variable: REUR

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
RGBP	5.736328	1	0.0166
RJPY	1.413860	1	0.2344
All	6.844297	2	0.0326

Dependent variable: RGBP

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
REUR	1.508416	1	0.2194
RJPY	12.94274	1	0.0003
All	17.61849	2	0.0001

Dependent variable: RJPY

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
REUR	0.568845	1	0.4507
RGBP	6.702967	1	0.0096
All	8.551943	2	0.0139

لا تُظهر النتائج سوى أدلة متواضعة عن تفاعلات تقدُّم وتأخُّر بين السلاسل، وبما أننا قدَّرنا نموذج متجه انحدار ذاتي يضم ثلاثة مُتغيِّرات، سوف تظهر ثلاث مجموعات من النتائج، أي مجموعة لكل متغيِّر تابع في النظام، هناك علاقة سببية تتجه من الجنيه إلى اليورو، ومن الجنيه إلى الين، وتكون هذه العلاقة معنويَّة عند المستوى ٥٪ و ١٪ على التوالي، لكن لا توجد علاقة سببية في الاتجاه المعاكس؛ أي من اليورو إلى الجنيه، كما لا توجد علاقة سببية بين اليورو والدولار، أو بين الين والدولار في أيٍّ من الاتجاهين، يُمكن تفسير هذه النتائج على أنها تُشير إلى أن المعلومات يتم دمجها بشكل أسرع قليلًا في سعر الجنيه–دولار مقارنةً بأسعار اليورو–دولار، أو الين–دولار.

ومن الجدير بالذكر أيضًا ملاحظة أن مصطلح 'سببية جرانجر' (Granger Causality) فيه شيء من التسمية الخاطئة، حيث إن وجود 'السببية' لا يعني أن التحركات في متغيِّر ما تُسبب ماديًّا التحركات في متغيِّر آخر، فعلى سبيل المثال في التحليل الوارد أعلاه إذا وُجد أن التحركات في سوق اليورو–دولار تسبِّب بحسب مفهوم جرانجر تحركات في سوق الجنيه–دولار، فإن ذلك لا يعني أن سعر صرف الجنيه مقابل الدولار قد تغيَّر كنتيجة مباشرة للتحركات في سوق اليورو–دولار أو بسببها، بدلًا من ذلك فإن السببية تعني ببساطة *الترتيب الزمني للتحركات في السلاسل*، هذا ويمكن القول بشكل صحيح إن التحركات في سعر الجنيه–دولار يبدو أنها تقود سعر اليورو–دولار، وهكذا.

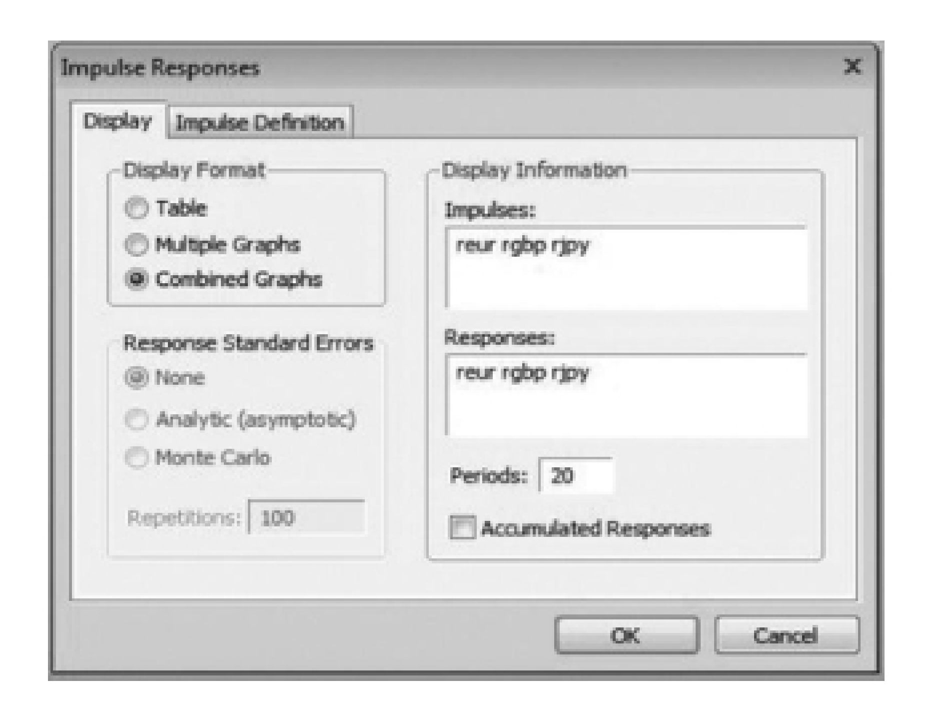
يُشير دليل إفيوز إلى أنه يُمكن تنفيذ قيود على اختبارات إف للكتلة، وذلك من خلال تقدير معادلات متجه الانحدار الذاتي بشكل فردي باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية، ثم باستخدام **View**، **Lag Structur** وبعدها **Lag Exclusion Tests**، كما يقوم إفيوز باختبار ما إذا كان من الممكن تقييد معلمات فترة إبطاء مُعيَّنة لجميع متغيِّرات معادلة ما بصفر.

للحصول على الاستجابات النبضيَّة للنموذج المقدر انقر ببساطة فوق **Impulse** من على شريط الأزرار فوق الكائن VAR وسوف يظهر مربع حوار جديد كما في لقطة الشاشة رقم (٧,٤).

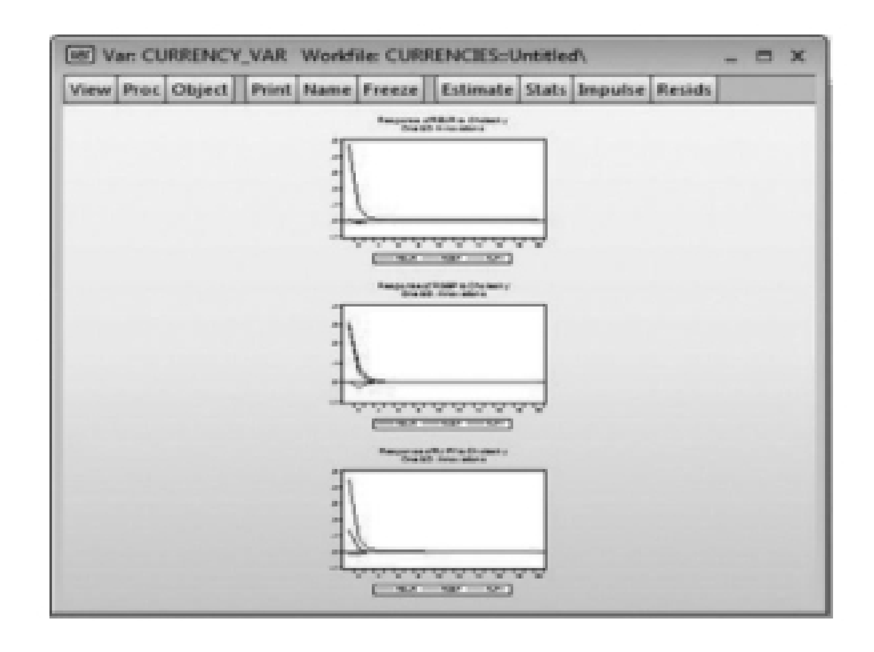
سوف يُتيح إفيوز بشكل افتراضي تقدير ورسم كل ردود فعل جميع المتغيِّرات للصدمات المنفصلة، وذلك بحسب الترتيب الذي أُدرجت به المتغيِّرات في نافذة التقدير، وباستخدام عشر خطوات وفترات ثقة التي تم إنشاؤها باستخدام الصيغ التحليلية، إذا تم اختيار عشرين خطوة مُستقبليَّة وتحديد 'Combined response graphs' فسوف تظهر الرسوم البيانية على شكل لقطة الشاشة رقم (٧,٥) (من الواضح أن الرسوم تظهر صغيرة على الصفحة ودون ألوان، لكن النسخ الأصلية أكثر وضوحًا)، وكما يتوقع المرء على ضوء تقديرات المعلمات ونتائج اختبار سببية جرانجر، فإنه تم فقط تحديد عدد قليل من الروابط بين السلاسل هنا، كما أن ردود فعل المتغيِّرات للصدمات صغيرة جدًّا باستثناء ردة فعل متغيِّر لصدمته الخاصة، وهي تختفي تقريبًا بعد فترة الإبطاء الأولى، الاستثناءات الوحيدة هي أن الجنيه (الرسم البياني الثاني في لقطة الشاشة) والين (الرسم البياني الثالث) يستجيبان لصدمات سعر اليورو مقابل الدولار.

كما يُمكن إنشاء رسومات بيانيَّة لتحليلات التباين، وذلك بالنقر فوق **View** ثم **... Variance Decomposition**، سوف يظهر رسم مماثل لتحليلات التباين كما في لقطة الشاشة رقم (٧,٦)، ليس هناك مجدَّدًا الكثير لقوله من هذه الرسوم البيانية لتحليلات التباين، والتي تظهر صغيرة في الصفحة المطبوعة، باستثناء حقيقة أن سلوك السلاسل يتَّجه نحو الاستقرار عند الحالة العاديَّة بسرعة كبيرة، ومن المثير للاهتمام أنه، في حين أن نسبة الأخطاء التي تُعزَى إلى الصدمات الخاصَّة هي ١٠٠٪ في حالة سعر اليورو، إلَّا أنه

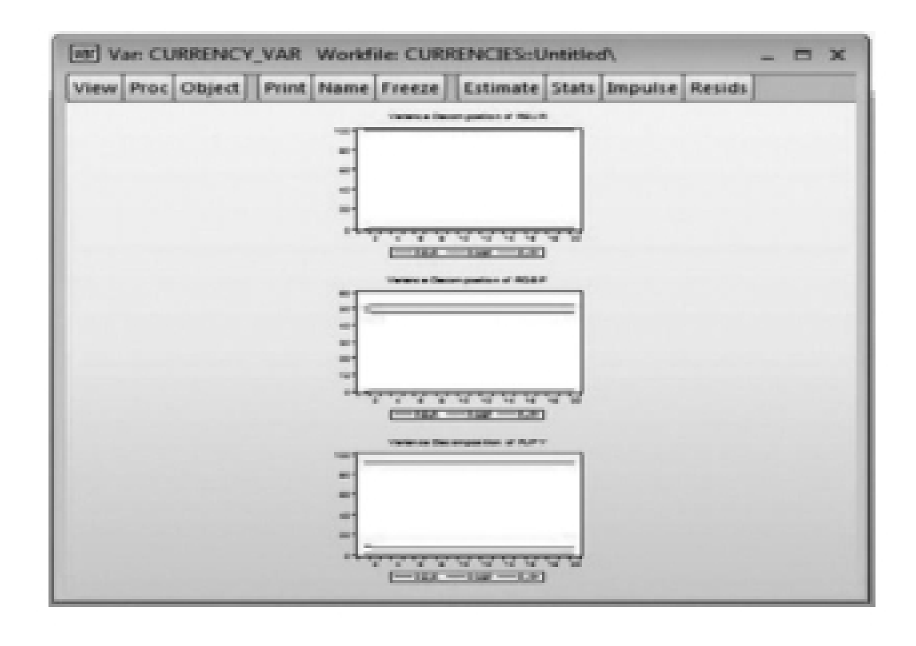
بالنسبة للجنيه الإسترليني فإن سلسلة اليورو تُفسِّر حوالي ٤٧٪ من الاختلاف في العوائد، بالنسبة للين فإن سلسلة اليورو تُفسر حوالي ٧٪ من الاختلاف في العوائد، أمَّا الجنيه فيفسِّر ٣٧٪.



لقطة الشاشة رقم (٧ , ٤) إنشاء الاستجابات النبضيَّة للنموذج **VAR**



لقطة الشاشة رقم (٧ , ٥) الرسوم البيانية المجمَّعة للاستجابات النبضيَّة



لقطة الشاشة رقم (٦ ,٧) الرسوم البيانية لتحليلات التباين

يجب أن نتذكَّر أن ترتيب المتغيِّرات له تأثير على الاستجابات النبضيَّة وتحليلات التباين، وعندما لا تشير النظرية، كما في هذه الحالة، إلى ترتيب واضح للسلاسل فإنه يجب إجراء تحليل للحساسيَّة، يُمكن إجراء ذلك من خلال النقر فوق علامة التبويب 'Impulse Definition' عندما تكون النافذة التي تُنشئ الاستجابات النبضيَّة مفتوحة، كما يتعيَّن ظهور نافذة بعنوان 'Ordering for Cholesky' وسوف يكون من الممكن عكس ترتيب المتغيِّرات، أو حتَّى تحديد أيِّ ترتيب آخر نريده، بالنسبة لتحليلات التباين يلاحظ وجود المربع 'Ordering for Cholesky' في النافذة، وذلك لإنشاء التحليلات دون الحاجة إلى تحديد علامة تبويب أخرى.



المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- متغيِّر داخلي
- متغيِّر خارجي
- تحيز المعادلات الآنية
- محدَّد
- شرط الترتيب
- شرط الرتبة
- اختبار هوسمان
- شكل مختزل
- شكل هيكلي
- متغيرات أداتيَّة
- المربعات الصغرى غير المباشرة
- المربعات الصغرى ذات المرحلتين
- متجه الانحدار الذاتي
- سببية جرانجر

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) لننظر في نظام المعادلات الآنية التالي:

$$y_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{2t} + \alpha_2 y_{3t} + \alpha_3 X_{1t} + \alpha_4 X_{2t} + u_{1t} \quad (٩٤،٧)$$

$$y_{2t} = \beta_0 + \beta_1 y_{3t} + \beta_2 X_{1t} + \beta_3 X_{3t} + u_{2t} \quad (٩٥،٧)$$

$$y_{3t} = \gamma_0 + \gamma_1 y_{1t} + \gamma_2 X_{2t} + \gamma_3 X_{3t} + u_{3t} \quad (٩٦،٧)$$

(أ) اشتق المعادلات مختزلة الشكل المقابلة للمعادلات رقم (٧،٩٤)-(٧،٩٦).

(ب) ماذا تفهم من المصطلح 'تحديد'؟ صف قاعدة لتحديد ما إذا كان نظام المعادلات مُحدَّدًا أم لا، طبِّق هذه القاعدة على المعادلات رقم (٧، ٩٤)-(٧، ٩٦)، هل تضمن هذه القاعدة إمكانية الحصول على قيم مقدَّرة للمعلمات الهيكلية؟

(ج) ما هو سوء التوصيف الذي تعتبره أكثر خطورة: التعامل مع المتغيِّرات الخارجية على أنَّها متغيِّرات داخلية، أم التعامل مع المتغيِّرات الداخلية على أنَّها متغيِّرات خارجية؟ اشرح إجابتك.

(د) صف طريقة تمكِّن من الحصول على معاملات الشكل الهيكلي المقابلة لنظام زائد التحديد.

(هـ) قُم باستخدام إفيوز بتقدير النموذج VAR لسلسلة أسعار الفائدة المستخدمة في مثال المكونات الأساسية في الفصل ٤، استخدم طريقة لاختيار طول فترة الإبطاء في متجه الانحدار الذاتي على النحو الأمثل، حدِّد ما إذا كانت بعض آجال الاستحقاق تتقدم أو تتأخَّر عن أخرى، وذلك من خلال إجراء اختبارات سببية جرانجر ورسم الاستجابات النبضيَّة وتحليلات التباين، هل هناك أي دليل على أن المعلومات الجديدة تنعكس بشكل أسرع في بعض فترات الاستحقاقات مُقارنة بأخرى؟

(٢) لننظر في النظام التالي المتكوِّن من معادلتين:

$$y_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{2t} + \alpha_2 X_{1t} + \alpha_3 X_{2t} + u_{1t} \quad (٩٧،٧)$$

$$y_{2t} = \beta_0 + \beta_1 y_{1t} + \beta_2 X_{1t} + u_{2t} \quad (٩٨،٧)$$

(أ) بالرجوع إلى هذه المعادلات اشرح الآثار غير المرغوب فيها التي قد تظهر إذا تم تقدير المعادلة رقم (٩٧،٧) والمعادلة رقم (٩٨،٧) بشكل منفصل باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية.

(ب) ماذا سيكون التأثير على إجابتك على (أ) إذا لم يظهر المتغيِّر y_{1t} في المعادلة رقم (٩٨،٧)؟

(ج) اذكر شرط الترتيب لمعرفة ما إذا كانت المعادلة التي هي جزء من النظام محدَّدة أم لا، استخدم هذا الشرط لتحديد ما إذا كانت المعادلة رقم (٩٧،٧) أو المعادلة رقم (٩٨،٧) أو كليهما يُعتبران معادلات مُحدَّدة.

(د) اشرح ما إذا كان يمكن استخدام المربعات الصغرى غير المباشرة (ILS) أو المربعات الصغرى ذات مرحلتين (2SLS) للحصول على معلمات المعادلات رقم (٩٧،٧) و (٩٨،٧)، صِف كيف يتم استخدام كل من هاتين الطريقتين (ILS و 2SLS) لحساب معلمات المعادلة، قارن وقيِّم فائدة المربعات الصغرى غير المباشرة، طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين، والمتغيِّرات الأداتيَّة.

(هـ) اشرح بإيجاز إجراء هوسمان لاختبار الخارجية.

(٣) اشرح باستخدام مثال -إن كنت ترى ذلك مناسبًا- ما تفهمه من المصطلحات المترادفة: معادلات متكرِّرة ونظام ثلاثي المتغيِّرات، هل يمكن تقدير نظام ثلاثي المتغيِّرات بشكل صحيح باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية؟ اشرح إجابتك.

(٤) لننظر في نموذج متجه الانحدار الذاتي التالي:

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i y_{t-i} + u_t \qquad (٩٩،٧)$$

حيث يُمثِّل y_t متجه $p \times 1$ من المتغيِّرات، ويتكوَّن من k فترة إبطاء لجميع المتغيِّرات p في النظام، u_t متجه $p \times 1$ من حدود الأخطاء، β_0 متجه $p \times 1$ من معاملات الحدود الثابتة و β_i مصفوفات $p \times p$ من معاملات فترة الإبطاء عدد i لـ y.

(أ) إذا كان $p = 2$ و $k = 3$، اكتب جميع معادلات النموذج VAR بالكامل وعرِّف بعناية أي ترميز جديد استخدمته ولم يُذكَر في السؤال.

(ب) لماذا أصبحت متجهات الانحدار الذاتي شائعة الاستخدام في الاقتصاد والماليَّة مقارنة بالنماذج الهيكلية المشتقة من بعض النظريات الأساسية؟

(ج) ناقِشْ أي نقاط ضعف تراها في منهج متجه الانحدار الذاتي لنمذجة الاقتصاد القياسي.

(د) وصل باحثان باستخدام نفس مجموعة البيانات، ولكن بالعمل بشكل مستقل، إلى تحديد أطوال فترات إبطاء مختلفة لمعادلة متجه الانحدار الذاتي رقم (٧، ٩٩)، صِفْ وقيم طريقتين لتحديد أيٍّ من أطوال فترات الإبطاء يُعتبر الأنسب.

(٥) عرِّف بعناية المصطلحات التالية:

- نظام المعادلات الآنية
- المتغيِّرات الخارجية
- المتغيِّرات الداخلية
- نموذج الشكل الهيكلي
- نموذج مختزل الشكل

الفصل الثامن

نمذجة العلاقات طويلة الأجل في الماليّة
Modelling long-run relationships in finance

مخرجات التعلم

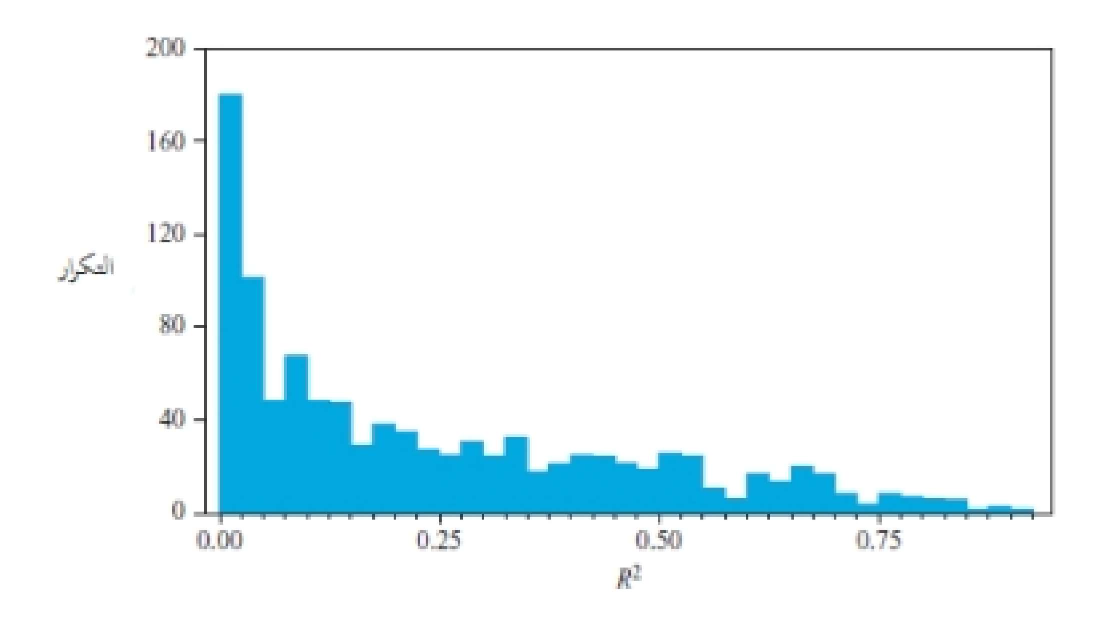
سوف تتعلم في هذا الفصل كيفيّة:
- تسليط الضوء على المشاكل التي قد تحدث إذا تم استخدام بيانات غير ساكنة في المستوى
- اختبار جذور الوحدة
- فحص ما إذا كانت أنظمة المتغيّرات متكاملة تكاملًا مشتركًا
- تقدير نموذج تصحيح الخطأ (Error Correction Model) ونموذج متجه تصحيح الخطأ (Vector Error Correction Model)
- شرح الحدس وراء اختبار جوهانسن للتكامل المشترك
- وصف كيفية اختبار الفرضيات في إطار جوهانسن

٨,١ اختبار السكون وجذر الوحدة
(Stationarity and unit root testing)

٨,١,١ لماذا تُعتبر اختبارات عدم السكون ضرورية؟
(Why are tests for non-stationarity necessary?)

هناك العديد من الأسباب التي تبيِّن أهميَّة مفهوم عدم السكون، ولماذا من الضروري التعامل مع المتغيّرات غير الساكنة بطريقة مختلفة عن التعامل مع المتغيِّرات الساكنة، تم تقديم تعريفين لعدم السكون في بداية الفصل ٦، ولغرض التحليل في هذا الفصل يُمكن تعريف السلسلة الساكنة بأنها سلسلة لها *متوسط ثابت*، *تباين ثابت* و*تغايرات ذاتيَّة ثابتة* لكل فترة إبطاء، وبالتالي فإن المناقشة في هذا الفصل تتعلّق بمفهوم السكون الضعيف (Weak Stationarity)، هذا ويُعتبر فحص إمكانيَّة اعتبار السلسلة ساكنة أم لا ضروريًّا للأسباب التالية:

- يُمكن أن يؤثر سكون السلسلة من عدمه *بقوة على سلوك السلسلة وعلى خصائصها*، ولتقديم مثال توضيحي عادة ما تُستخدم كلمة 'صدمة' للدلالة على تغيُّر أو تغيُّر غير مُتوقَّع في مُتغيِّر، أو ربما ببساطة قيمة حد الخطأ خلال فترة زمنيَّة مُعيَّنة، بالنسبة للسلسلة الساكنة فإن 'الصدمات' التي يتعرَّض لها النظام سوف تتلاشى تدريجيًّا، وهذا يعني أن الصدمة خلال الزمن t سوف يكون لها تأثير أصغر في الزمن $t + 1$، ثم تأثير أكثر صِغَرًا في الزمن $t + 2$، وهكذا، يُمكن أن يتناقض ذلك مع حالة البيانات غير الساكنة، حيث يكون استمرار الصدمات دائمًا لامُتناهيًا، لذلك بالنسبة لسلسلة غير ساكنة لن يكون تأثير الصدمة أثناء الزمن t أقل في الزمن $t + 1$، وفي الزمن $t + 2$،... إلخ.



الشكل رقم (٨, ١) قيمة R^2 لـ ١٠٠٠ مجموعة من انحدارات متغيِّر غير ساكن على متغيِّر آخر مُستقل غير ساكن.

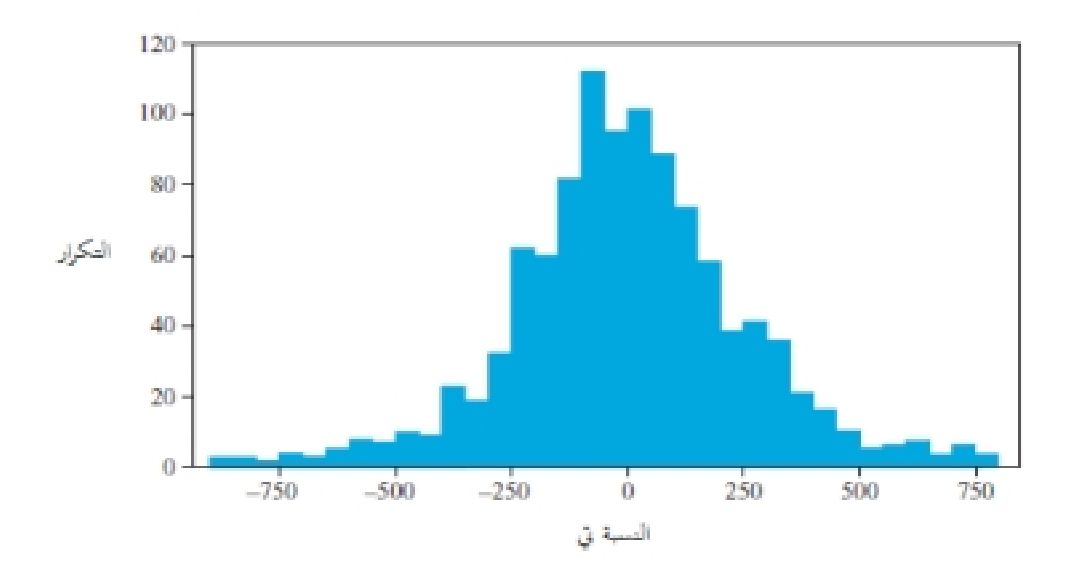
- يُمكن أن يُؤدي استخدام البيانات غير الساكنة إلى *انحدارات زائفة* (Spurious Regressions). إذا تم توليد مُتغيِّرين ساكنين كسلاسل عشوائية مُستقلة، وعندما يتم إجراء انحدار أحد هذين المتغيِّرين على الآخر فمن المتوقع ألَّا تختلف النسبة تي لمعامل الميل اختلافًا معنويًّا عن الصفر، ومن المتوقع كذلك أن تكون قيمة R^2 مُنخفضة جدًّا، يبدو ذلك بديهيًّا؛ لأن المتغيِّرات لا ترتبط ببعضها البعض، ومع ذلك إذا كان للمتغيِّرين اتِّجاهات عبر الزمن، فإن انحدار أحدهما على الآخر يُمكن أن يكون له R^2 مُرتفعًا حتى وإن كان المتغيِّران غير مُرتبطين تمامًا، وبالتالي إذا تم تطبيق تقنيات الانحدار المعتادة على البيانات غير الساكنة، فقد تكون النتيجة النهائية انحدارًا 'يبدو جيدًا' وفقًا للمقاييس العاديَّة (قيم مقدَّرة للمعاملات معنويَّة و R^2 مُرتفعًا)، لكنه في الحقيقة لا قيمة له، سوف يُطلق على هذا النموذج 'الانحدار الزائف'.

ولإعطاء مثال توضيحي عن ذلك تم توليد مجموعتين مُستقلتين من المتغيِّرات غير الساكنة y و x، بحجم عينة مُساوٍ لـ ٥٠٠، ثم إجراء انحدار لأحدهما على الآخر وتسجيل قيمة R^2، يتم تكرار ذلك ١٠٠٠ مرة للحصول على ١٠٠٠ قيمة لـ R^2، يرد المدرَّج التكراري لهذه القيم في الشكل رقم (٨, ١).

وكما يتبيَّن من الشكل رقم (٨،١)، ورغم أنه من المتوقَّع أن تكون قيم R^2 المتحصَّل عليها من كل انحدار قريبة من الصفر بما أن المتغيِّر المفسَّر والمتغيِّر المفسِّر في كل حالة مُستقلان عن بعضهما البعض، إلَّا أنه في الواقع يتَّخذ R^2 قيمًا عبر النطاق بأكمله، يكون R^2 أكبر من ٠,٩ لمجموعة واحدة من البيانات، في حين أنه أكبر من ٠,٥ في أكثر من ١٦٪ من الحالات!

- إذا كانت المتغيِّرات المستخدمة في نموذج الانحدار ليست ساكنة فيُمكن إثبات أن الافتراضات المعتادة للتحليل المقارب لن تكون صالحة، بعبارة أخرى فإن النسب تي المعتادة لن تتبع التوزيع تي، وكذلك الإحصاءة إف لن تتبع التوزيع إف، وهكذا. وباستخدام نفس البيانات المتحصَّل عليها من المحاكاة، المستخدمة في إنتاج الشكل رقم (٨،١)، يرسم الشكل رقم (٨،٢) المدرَّج التكراري للنسبة تي المقدرة لمعامل الميل (الانحدار) لكل مجموعة من البيانات.

بشكل عام إذا تم إجراء انحدار لمتغيِّر ما على مُتغيِّر آخر غير مُرتبط به فإن النسبة تي لمعامل الميل سوف تتبع التوزيع تي، بالنسبة لعينة بحجم ٥٠٠ يعني ذلك ضمنًا أن في ٩٥٪ من المرات سوف تكون النسبة تي بين ±٢، غير أنه وكما يتَّضح بصورة جليَّة من الشكل رقم (٨،٢)، تتَّخذ النسبة تي المعتادة لانحدار متغيِّرات غير ساكنة قيمًا كبيرة جدًّا، في الواقع تكون القيمة المطلقة للنسبة تي في المثال أعلاه أكبر من ٢ في أكثر من ٩٨٪ من المرات، في الوقت الذي ينبغي أن تكون أكبر من ٢ في ٥٪ من المرات! من الواضح أنه من غير الممكن إجراء اختبارات فرضيات بشكل صحيح لمعلمات الانحدار إذا كانت البيانات غير ساكنة.



الشكل رقم (٨،٢). قيمة النسبة تي لمعامل الميل لـ ١٠٠٠ مجموعة من انحدارات متغيِّر غير ساكن على متغيِّر آخر مُستقل غير ساكن.

٨،١،٢ نوعان من عدم السكون
(Two types of non-stationarity)

هناك نمـــوذجان غالبًا ما يُستخدمان في توصيف عدم السكون، وهما نموذج *السير العشوائي بحد ثابت*:

$$y_t = \mu + y_{t-1} + u_t \qquad (٨،١)$$

و*عملية الاتجاه العام الساكنة* (Trend Stationary Process) والتي تسمى كذلك لأنها تكون ساكنة حول اتجاه عام خطيّ:

$$y_t = \alpha + \beta t + u_t \quad (٢،٨)$$

حيث يُمثِّل u_t في كلتا الحالتين حد اضطراب تشويش أبيض.

نُشير إلى أنه يُمكن تعميم النموذج (١،٨) إلى الحالة التي يكون فيها y_t عمليَّة متفجِّرة (Explosive Process):

$$y_t = \mu + \phi y_{t-1} + u_t \quad (٣،٨)$$

حيث يكون $\phi > 1$، يتم عادة تجاهل هذه الحالة ويُستخدم $\phi = 1$ لتوصيف عدم السكون لأن $\phi > 1$ لا تصف العديد من سلاسل البيانات في الاقتصاد والماليَّة. في المقابل وُجِد أن $\phi = 1$ يصف بدقة العديد من السلاسل الزمنية الاقتصادية والماليَّة، وعلاوة على ذلك فإن $\phi > 1$ لها خاصية بديهيًّا غير جذابة: الصدمات التي يتعرَّض لها النظام لن تكون فقط مُستمرة عبر الزمن، وإنَّما تنتشر بحيث يكون لصدمة مُعيَّنة تأثير كبير ومُتزايد، بعبارة أخرى فإن الصدمة التي تقع أثناء الزمن t سوف يكون لها تأثير أكبر في الزمن $t + 1$ وتأثير أكبر من السابق في الزمن $t + 2$، وهكذا، لفهم ذلك نأخذ الحالة العامة $AR(1)$ بدون حد ثابت، التالية:

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t \quad (٤،٨)$$

لنسمح لـ ϕ بأخذ أي قيمة في الوقت الحالي بتأخير المعادلة رقم (٤،٨) بفترة واحدة ثم بفترتين نتحصَّل على:

$$y_{t-1} = \phi y_{t-2} + u_{t-1} \quad (٥،٨)$$

$$y_{t-2} = \phi y_{t-3} + u_{t-2} \quad (٦،٨)$$

بتعويض y_{t-1} المقدَّم في المعادلة رقم (٥،٨) داخل المعادلة رقم (٤،٨) نتحصَّل على:

$$y_t = \phi(\phi y_{t-2} + u_{t-1}) + u_t \quad (٧،٨)$$

$$y_t = \phi^2 y_{t-2} + \phi u_{t-1} + u_t \quad (٨،٨)$$

وبتعويض y_{t-2} بما يُعادله من المعادلة رقم (٦،٨) نتحصَّل على:

$$y_t = \phi^2(\phi y_{t-3} + u_{t-2}) + \phi u_{t-1} + u_t \quad (٩،٨)$$

$$y_t = \phi^3 y_{t-3} + \phi^2 u_{t-2} + \phi u_{t-1} + u_t \quad (١٠،٨)$$

يُؤدي عدد T تعويض مُتتالٍ من هذا النوع إلى المعادلة التالية:

$$y_t = \phi^{T+1} y_{t-(T+1)} + \phi u_{t-1} + \phi^2 u_{t-2} + \phi^3 u_{t-3} + \cdots + \phi^T u_{t-T} + u_t \quad (١١،٨)$$

هناك ثلاث حالات مُحتملة:

(١) $\phi < 1 \Rightarrow \phi^T \to 0 \; as \; T \to \infty$

لذلك تتلاشى الصدمات التي يتعرض لها النظام تدريجيًّا، وهذه الحالة هي *حالة السكون*.

(٢) $\phi = 1 \Rightarrow \phi^T = 1 \; \forall \; T$

لذلك تستمر الصدمات التي يتعرض لها النظام ولا تتلاشى أبدًا، نتحصَّل على ما يلي:

$$y_t = y_0 + \sum_{t=0}^{\infty} u_t \; as \; T \rightarrow \infty \qquad (١٢،٨)$$

وبالتالي فإن القيمة الحالية لـ y هي مجرد مجموع لامُتناهٍ من الصدمات السابقة، بالإضافة إلى قيمة البدء y_0، يُعرف ذلك *بحالة جذر الوحدة*، ويكون جذر المعادلة المميِّزة مُساويًا لواحد.

(٣) $\phi > 1$، أصبحت الآن الصدمات أكثر تأثيرًا عبر الزمن، بما أنه إذا كان $\phi > 1$ فإن $\phi^3 > \phi^2 > \phi$ إلخ، تُعرف هذه الحالة *بالحالة المتفجرة*، والتي لا يُمكن اعتبارها وصفًا مقبولًا للبيانات، وذلك للأسباب المذكورة أعلاه.

لنَعُدْ للتوصيفين الخاصَّيْنِ بعدم السكون، أي السير العشوائي بحد ثابت:

$$y_t = \mu + y_{t-1} + u_t \qquad (١٣،٨)$$

وعملية الاتجاه العام الساكنة:

$$y_t = \alpha + \beta t + u_t \qquad (١٤،٨)$$

يتطلب التوصيفان مُعالجات مُختلفة للحصول على السكون، تُعرف الحالة الثانية بعدم السكون الحتمي (Deterministic Non-Stationarity) والمطلوب هو إزالة الاتجاه العام، بعبارة أخرى: إذا كان يُعتقد أن لدينا فقط هذه الفئة من عدم السكون، فسوف يتم إجراء انحدار مُماثل لانحدار المعادلة رقم (١٤،٨)، ويتم إجراء أيّ تقدير لاحق على بواقي المعادلة رقم (١٤،٨)، الأمر الذي يُؤدي إلى إزالة الاتّجاه العام الخطيّ.

كما تُعرف الحالة الأولى بعدم السكون التصادفي، حيث يوجد اتجاه عام تصادفي في البيانات، نرمز بـــ $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ و $Ly_t = y_{t-1}$ بحيث $(1-L)y_t = y_t - Ly_t = y_t - y_{t-1}$، إذا تم أخذ المعادلة رقم (١٣،٨) وتم طرح y_{t-1} من كلا الجانبين فإننا نتحصَّل على ما يلي:

$$y_t - y_{t-1} = \mu + u_t \qquad (١٥،٨)$$

$$(1-L)y_t = \mu + u_t \qquad (١٦،٨)$$

$$\Delta y_t = \mu + u_t \qquad (١٧،٨)$$

هناك الآن مُتغيِّر جديد وهو Δy_t والذي سوف يكون مُتغيِّرًا ساكنًا، هذا ويُمكن القول إن السكون تم إحداثه من خلال 'إجراء الفروق لمرة واحدة'، كما ينبغي أن يتَّضح أيضًا من التمثيل المقدَّم في المعادلة رقم (١٦،٨) لماذا يُعرف y_t أيضًا بأنه *عملية جذر الوحدة*، أي أن جذر المعادلة المميّزة $(1 - z) = 0$ سوف يكون مُساويًا لواحد.

ورغم أن كُلًّا من سلسلة الاتجاه العام الساكنة والسلسلة الساكنة في الفروق (Difference Stationary Series) لها 'اتجاه' عبر الزمن، إلّا أنه يتعيَّن استخدام النهج الصحيح في كل حالة، لذلك إذا تم أخذ الفروق الأولى لسلسلة الاتجاه العام الساكنة فإن ذلك سوف يُؤدي إلى 'إزالة' عدم السكون، ولكن على حساب إدخال عملية $MA(1)$ في الأخطاء، لفهم ذلك لنأخذ نموذج الاتجاه العام الساكن التالي:

$$y_t = \alpha + \beta t + u_t \qquad (١٨،٨)$$

يُمكن صياغة هذا النموذج للزمن $t-1$ وذلك بطرح ١ من كل رمز زمني سُفلي في المعادلة رقم (١٨،٨):

$$y_{t-1} = \alpha + \beta(t-1) + u_{t-1} \quad (١٩،٨)$$

بطرح المعادلة رقم (١٩،٨) من المعادلة رقم (١٨،٨) تتحصَّل على:

$$\Delta y_t = \beta + u_t - u_{t-1} \quad (٢٠،٨)$$

لا يتعلَّق الأمر فقط بإنشاء مُتوسِّط مُتحرِّك في الأخطاء، وإنما كذلك مُتوسِّط مُتحرِّك غير قابل للعكس (أي مُتوسِّط مُتحرِّك لا يُمكن صياغته كعمليَّة انحدار ذاتي)، وبالتالي فإن السلسلة Δ_t في هذه الحالة سوف يكون لها بعض الخصائص غير المُستحبَّة إطلاقًا.

في المقابل إذا حاولنا نزع الاتِّجاه العام من سلسلة ذات اتِّجاه عام تصادفي فإن ذلك لن يُؤدي إلى إزالة عدم السكون، يتَّضح لنا إذًا أن الطريقة التي يجب استخدامها ليست واضحة تمامًا، ثمَّة إمكانية لتجاوز ذلك تتمثَّل في دمج كلا الحالتين في نموذج واحد أكثر شمولًا، ثم اختبار هذا الأخير، لنأخذ على سبيل المثال النموذج التالي:

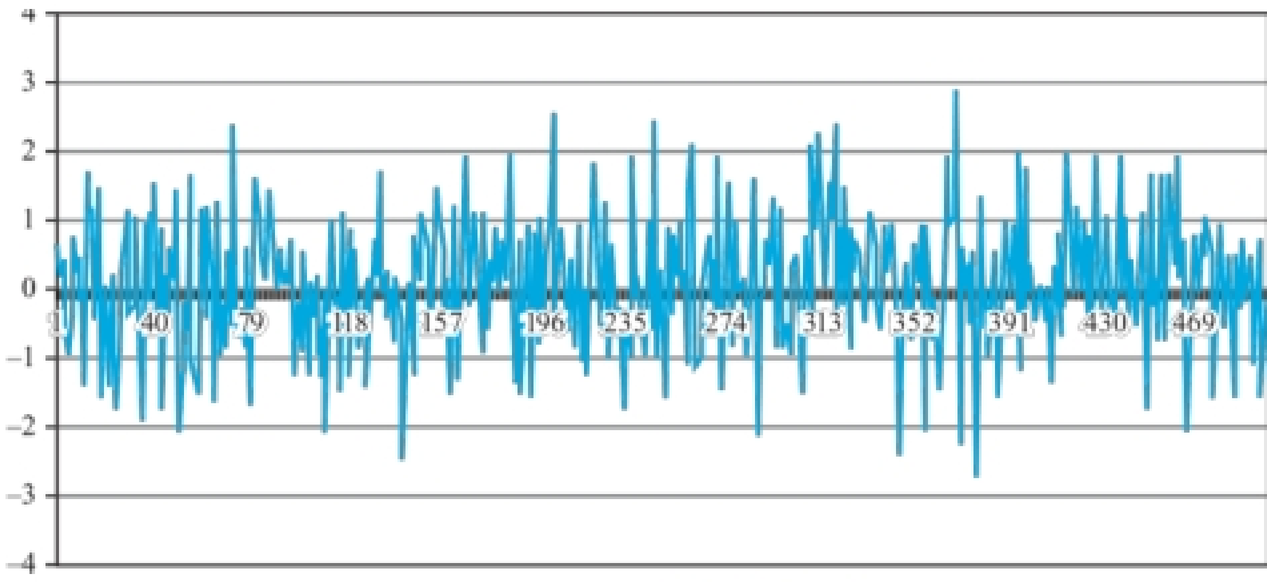
$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + (\gamma - 1) y_{t-1} + u_t \quad (٢١،٨)$$

إلَّا أنه مُجدَّدًا لا تتبع النسب تي في المعادلة رقم (٢١،٨) التوزيع تي، يُمكن لمثل هذا النموذج أن يأخذ في الاعتبار وعلى حد السواء عدم السكون الحتمي وعدم السكون التصادفي، ومع ذلك سوف يُركِّز هذا الكتاب الآن على نموذج السكون التصادفي بما أنه تبيَّن أنه يُقدِّم أفضل وصف لمعظم السلاسل الزمنية الاقتصادية والماليَّة غير الساكنة، لنأخذ مُجدَّدًا نموذج الاتجاه العام التصادفي المبسَّط التالي:

$$y_t = y_{t-1} + u_t \quad (٢٢،٨)$$

أو

$$\Delta y_t = u_t \quad (٢٣،٨)$$



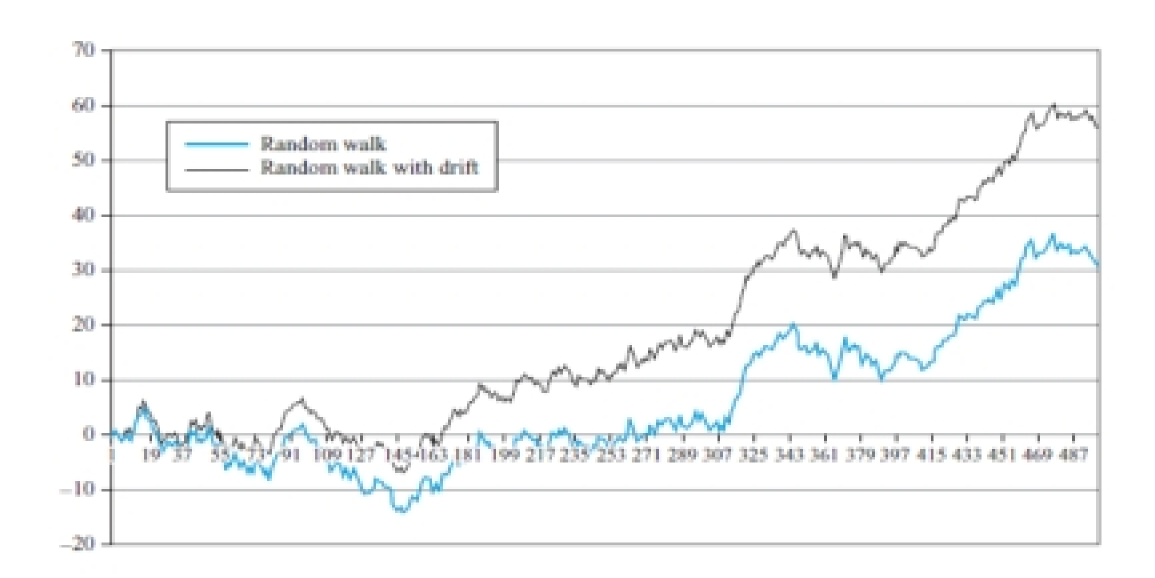
الشكل رقم (٨،٣) مثال لعملية تشويش أبيض.

يُمكن تعميم هذا المفهوم ليأخذ في الاعتبار الحالة التي تحتوي فيها السلسلة على أكثر من 'جذر وحدة' واحد، ويعني ذلك أنه يتعيَّن تطبيق عامل الفروق الأولى Δ أكثر من مرَّة للحصول على السكون، سوف يتم وصف هذه الحالة لاحقًا في هذا الفصل.

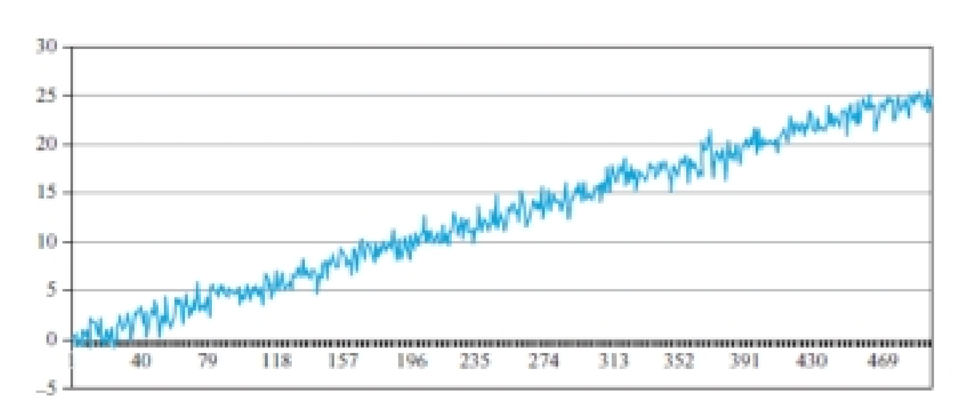
يُمكن القول: إن أفضل طريقة لفهم الأفكار التي نُوقِشَت أعلاه هي النظر في بعض الرسوم البيانية التي توضح الخصائص النموذجية لأنواع معينة من العمليات ذات الصلة، يرسم الشكل رقم (٨,٣) بيانيًّا عمليَّة (عشوائيَّة بحتة) تشويش أبيض، في حين ترسم الأشكال رقم (٨,٤) و(٨,٥) على التوالي سيرًا عشوائيًّا مُقابل سير عشوائي بحد ثابت وعمليَّة اتجاه عام حتمي.

تُعطي مُقارنة هذه الأشكال الثلاثة فكرة جيِّدة عن الاختلافات بين خصائص كل من السكون، عملية الاتجاه العام التصادفي وعملية الاتجاه العام الحتمي، يتَّضح جليًّا من الشكل رقم (٨,٣) أن عمليَّة التشويش الأبيض لا يتضمَّن سلوكها أيَّة اتجاه عام وتتقاطع غالبًا مع قيمتها المتوسِّطة الصفريَّة، تُظهر عمليَّة السير العشوائي (الخط السميك) وعمليَّة السير العشوائي بحد ثابت (الخط الباهت) للشكل رقم (٨,٤) 'تذبذبات طويلة' بعيدة عن القيمة المتوسِّطة، وهي نادرًا جدًّا ما تتقاطع مع هذه الأخيرة، كما تُظهر مُقارنة الخطَّيْن في هذا الرسم البياني أن الحد الثابت الموجب يؤدي إلى سلسلة من المرجَّح أن ترتفع أكثر من أن تنخفض، من الواضح أن تأثير الحد الثابت على السلاسل يصبح أكبر فأكبر كلما تم تتبُّع العمليتين، أخيرًا من الواضح كذلك أن عمليَّة الاتجاه الحتمية للرسم البياني رقم (٨,٥) ليس لها مُتوسِّط ثابت، وتظهر تقلبات عشوائية تمامًا حول اتجاهها التصاعدي، إذا تم إزالة الاتجاه العام من السلسلة فسوف ينتج عن ذلك رسم بياني مُشابهًا لعملية التشويش الأبيض في الشكل رقم (٨,٣)، بحسب رأي هذا المؤلف.

تُشبه السلاسل الزمنيَّة في الماليَّة والاقتصاد الشكل رقم (٨,٤) أكثر ممَّا تُشبه الأشكال رقم (٨,٣) و (٨,٥)، وبناء على ذلك وكما سبق ذِكْرُه أعلاه، سوف يُمثِّل نموذج الاتِّجاه العام التصادفي محل الاهتمام فيما تبقى من هذا الفصل.

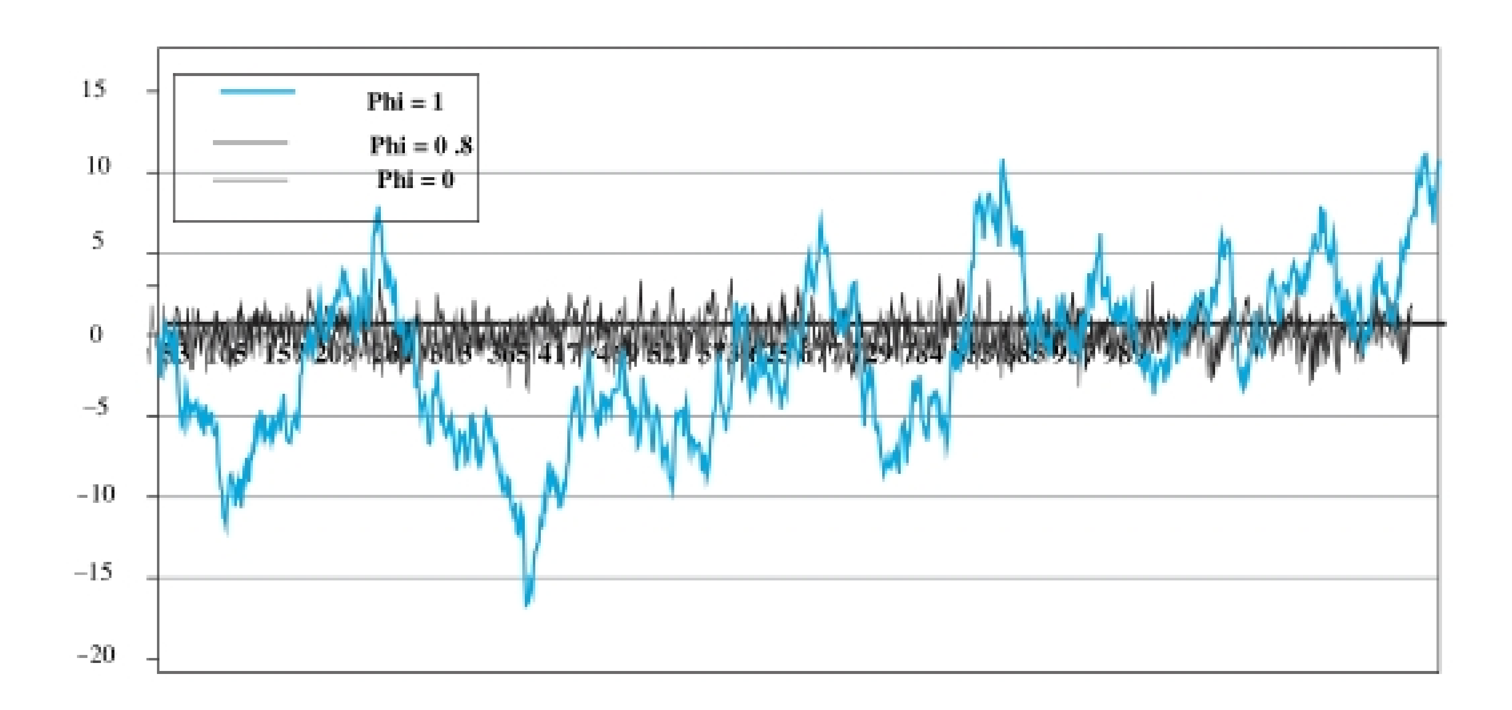


الشكل رقم (٨,٤) الرسم البياني للسلسلة الزمنية لسير عشوائي مقابل سير عشوائي بحد ثابت.



الشكل رقم (٨,٥) الرسم البياني للسلسلة الزمنية لعملية الاتجاه العام الحتمي.

أخيرًا، يرسم الشكل رقم (٨,٦) بيانيًّا قيمة عملية مُتَّجه الانحدار الذاتي من الرتبة ١ لمختلف قيم مُعامل الانحدار الذاتي وعلى النحو الوارد في المعادلة رقم (٤،٨)، كما تم رسم قيم $\phi = 0$ (أي عملية تشويش أبيض)، $\phi = 0.8$ (أي $AR(1)$ ساكن) و $\phi = 1$ (أي سير عشوائي) بيانيًّا عبر الزمن.



الشكل رقم (٨,٦) عمليّات انحدار ذاتي بقيم مُختلفة لـ ϕ (٠، ٨,٠ و ١).

٨,١,٣ بعض التعاريف والمصطلحات الأخرى

(Some more definitions and terminology)

إذا كان يجب إجراء الفروق عدد d مرَّة على سلسلة غير ساكنة y_t قبل أن تُصبح سلسلة ساكنة، فإنه يُقال أن هذه السلسلة مُتكاملة من الرتبة d، يُمكن كتابة ذلك كما يلي: $y_t \sim I(d)$، لذلك إذا كان $y_t \sim I(d)$ فإن $\Delta^d y_t \sim I(0)$، ينص هذا المصطلح الأخير على أن تطبيق عامل الفروق (Δ) عدد d مرَّة يُؤدِّي إلى عمليَّة $I(0)$ أي عمليَّة بدون جذور الوحدة، في الواقع سوف يُؤدِّي تطبيق عامل الفروق أكثر من d مرَّة على عمليَّة $I(d)$ أيضًا إلى عمليَّة $I(0)$ (لكن بهيكل أخطاء MA)، كما تُعتبر السلسلة $I(0)$ سلسلة ساكنة، في حين أن السلسلة $I(1)$ تضم جذر وحدة واحدًا، نذكر على سبيل المثال السير العشوائي:

$$y_t = y_{t-1} + u_t \quad (٨،٢٤)$$

تضم السلسلة $I(2)$ جِذْرَيْ وحدة، وبالتالي فهي تتطلب إجراء عمليَّة الفروق مرتين للحصول على السكون، بالنسبة إلى السلسلتين $I(1)$ و $I(2)$ فيمكن أن تحيدَا بعيدًا جدًّا عن قيمتها المتوسِّطة، وهي نادرًا ما تتقاطع مع هذه الأخيرة، في حين أن السلسلة $I(0)$ يجب أن تتقاطع غالبًا مع قيمتها المتوسِّطة، هذا وتضم مُعظم السلاسل الزمنيَّة الماليَّة والاقتصادية جذرَ وحدةٍ واحدًا، على الرغم من أن بعضها يكون ساكنًا، البعض الآخر قد يحتوي على جذرَيْ وحدة (على سبيل المثال: سلسلة أسعار المستهلك الاسمية وسلسلة الأجور الاسمية)، كما تُشير فرضيَّة كفاءة الأسواق (Efficient Markets Hypothesis) إلى جانب التوقعات الرشيدة (Rational Expectations) إلى أن أسعار الأصول (أو اللوغاريتمات الطبيعية لأسعار الأصول) يجب أن تتبع سيرًا عشوائيًّا أو سيرًا عشوائيًّا بحد ثابت، بحيث لا يُمكن التنبؤ بفروقاتها (أو يُمكن فقط التنبؤ بمتوسط قيمتها على المدى الطويل).

لمعرفة أنواع عمليات توليد البيانات التي يُمكن أن تُؤدي إلى سلسلة $I(2)$، تأخذ بعين الاعتبار المعادلة التالية:

$$y_t = 2y_{t-1} - y_{t-2} + u_t \quad (٨،٢٥)$$

بأخذ كل حدود y إلى الجانب الأيسر من المعادلة، ثم تطبيق ترميز عامل فترة الإبطاء نتحصَّل على:

$$y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} = u_t \quad (٨،٢٦)$$

$$(1 - 2L + L^2)y_t = u_t \quad (٨،٢٧)$$

$$(1 - L)(1 - L)y_t = u_t \quad (٨،٢٨)$$

يجب أن يكون واضحًا الآن أن هذه العملية y_t تحتوى على جذرَيْ وحدة، وسوف تتطلب إجراء الفروق لمرتين للحصول على السكون.

ماذا سيحدث لو قُمنا بتطبيق الفروق على y_t في المعادلة رقم (٨،٢٥) لمرة واحدة فقط؟ لنأخذ الفروق الأولى للمعادلة رقم (٨،٢٥)، أي لنطرح y_{t-1} من كلا الجانبين للمعادلة:

$$y_t - y_{t-1} = y_{t-1} - y_{t-2} + u_t \quad (٨،٢٩)$$

$$y_t - y_{t-1} = (y_t - y_{t-1})_{-1} + u_t \quad (٨،٣٠)$$

$$\Delta y_t = \Delta y_{t-1} + u_t \quad (٨،٣١)$$

$$(1 - L)\Delta y_t = u_t \quad (٨،٣٢)$$

وبالتالي قامت الفروق الأولى بإزالة أحد جذور الوحدة، لكن لا يزال هناك جذر وحدة مُتبقٍّ في المتغيِّر الجديد Δy_t.

٨ ,١ ,٤ اختبار جذر الوحدة
(Testing for a unit root)

من بين الطرق التي قد تتبادر إلى ذهن القراء (لكنها طريقة غير مُناسبة) لاختبار جذر الوحدة هي فحص دالة الارتباط الذاتي للسلسلة محل الاهتمام، ومع ذلك، وعلى الرغم من أن الصدمات التي تتعرَّض لها عملية جذر الوحدة سوف تبقى في النظام إلى أجل لامُتناهٍ، إلَّا أنه من المعروف أن دالة الارتباط الذاتي لعمليَّة جذر الوحدة (السير العشوائي) غالبًا ما تنخفض نحو الصفر ببطء شديد،

وبالتالي يُمكن الخلط بين هذه العملية وعملية ساكنة لكنها شديدة الثبات، وهكذا، ليس من الممكن استخدام دالة الارتباط الذاتي أو دالة الارتباط الذاتي الجزئي لتحديد ما إذا كانت السلسلة لها جذر وحدة أم لا، علاوة على ذلك، حتى وإن كانت عملية توليد البيانات الحقيقية لـ y_t تحتوي على جذر وحدة، فإن نتائج الاختبارات لعيِّنة معينة يُمكن أن تؤدي إلى الاعتقاد بأن العملية ساكنة، لذلك يلزمنا نوع من الإجراء المنهجي لاختبار الفرضيات يجيب عن السؤال التالي: 'باعتبار عيِّنة البيانات التي بين أيدينا، هل من المقبول أن تحتوي عملية توليد البيانات الحقيقية لـ y_t جذرَ وحدةٍ واحدًا أو أكثر؟'.

يعود العمل الأول والرائد لاختبار جذر الوحدة في السلاسل الزمنيَّة إلى ديكي وفولر (فولر (١٩٧٦) وديكي وفولر (١٩٧٩))، يتمثَّل الهدف الأساسي للاختبار في فحص فرضيَّة العدم $\phi = 1$ في:

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t \qquad (٣٣،٨)$$

مُقابل الفرضيَّة البديلة أحاديَّة الجانب $\phi < 1$ وبالتالي فإن الفرضيات محل الاهتمام هي: H_0: تحتوي السلسلة على جذر وحدة مقابل H_1: السلسلة ساكنة.

يتم عمليًّا استخدام الانحدار التالي بدلًا من المعادلة رقم (٣٣،٨) لسهولة الحساب والتفسير:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + u_t \qquad (٣٤،٨)$$

بحيث يُعادل اختبار $\phi = 1$ اختبار $\psi = 0$ (بما أن $\psi = \phi - 1$).

تُعرف اختبارات ديكي فولر أيضًا باختبارات τ، ويُمكن إجراؤها بإدراج حد ثابت (مقطع)، أو حد ثابت واتجاه عام حتمي، أو دون حد ثابت ولا اتجاه عام في انحدار الاختبار، يكون نموذج اختبار وحدة الجذر في كل حالة كما يلي:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \mu + \lambda t + u_t \qquad (٣٥،٨)$$

الجدول رقم (١ ،٨) القيم الحرجة لاختبارات ديكي- فولر (فولر، ١٩٧٦ ص ٣٧٣)

مستوى المعنوية	٪١٠	٪٥	٪١
القيم الحرجة لنموذج يضم ثابتًا دون اتجاه عام	٢,٥٧-	٢,٨٦-	٣,٤٣-
القيم الحرجة لنموذج يضم ثابتًا واتجاهًا عامًّا	٣,١٢-	٣,٤١-	٣,٩٦-

كما يُمكن أيضًا كتابة الاختبارات بطرح y_{t-1} من كل جانب من المعادلة كالتالي:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \mu + \lambda t + u_t \qquad (٣٦،٨)$$

قدَّم ديكي وفولر (١٩٨١) في ورقة أخرى مجموعة من إحصاءات الاختبار الإضافية وقيمها الحرجة للاختبارات المشتركة لمعنوية حدود y المتباطئة، الحد الثابت والاتجاه العام، لن تتم دراسة هذه المسألة بمزيد من التفصيل هنا، هذا وتُعرَّف إحصاءات الاختبار لاختبارات ديكي-فولر الأصليَّة كما يلي:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = \frac{\hat{\psi}}{SE(\hat{\psi})} \qquad (٣٧،٨)$$

تحت فرضية العدم لا تتبع إحصاءات الاختبار التوزيع تي المعتاد؛ لأن فرضية العدم هي عدم السكون، وإنَّما تتبع توزيعًا غير قياسيًّا، أوتُشتق القيم الحرجة من تجارب المحاكاة المقدَّمة في فولر (١٩٧٦) على سبيل المثال؛ انظر أيضًا الفصل ١٣ من هذا الكتاب، يعرض الجدول رقم (٨,١) أمثلة ذات الصلة بالتوزيع، كما يُقدِّم مُلحق الجداول الإحصائيَّة في نهاية هذا الكتاب مجموعة كاملة من القيم الحرجة لديكي– فولر، كما يعرض الفصل ١٣ مُناقشة وأمثلة عن كيفيَّة اشتقاق مثل هذه القيم الحرجة باستخدام طرق المحاكاة.

بمقارنة هذه القيم مع القيم الحرجة للتوزيع الطبيعي المعياري يُمكن ملاحظة أن القيم الحرجة في ديكي فولر أكبر بكثير من حيث القيمة المطلقة (أي أنها أكثر سلبية)، وبالتالي هناك حاجة إلى مزيد من الأدلة ضد فرضية العدم في سياق اختبارات جذر الوحدة مما هو عليه في اختبارات تي القياسية، يعود ذلك جُزئيًّا إلى عدم الاستقرار الكامن في عمليَّة جذر الوحدة، إلى توزيع النسب تي الأكثر سماكة في إطار البيانات غير الساكنة (انظر الشكل رقم (٨,٢))، وكذلك إلى عدم اليقين الناتج عن الاستدلال، يتم رفض فرضية العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة لصالح الفرضيَّة البديلة المتمثِّلة في السكون في كل حالة تكون فيها إحصاءة الاختبار أكثر سلبية من القيمة الحرجة.

تُعتبر الاختبارات المذكورة أعلاه صالحة فقط إذا كان u_t تشويش أبيض، وبشكل خاص يُفترض ألَّا يكون u_t مُرتبطًا ذاتيًّا، لكنَّه سوف يكون كذلك إذا كان هناك ارتباط ذاتي في المتغيِّر التابع للانحدار (Δy_t) لم تتم نمذجته، إذا كان الأمر كذلك سوف يكون الاختبار 'مُتضخِّمًا' (Oversized Test) مما يعني أن الحجم الحقيقي للاختبار (نسبة المرات التي تم رفض فرضية العدم الصحيحة بشكل خاطئ) سوف يكون أعلى من الحجم الاسمي المستخدم (على سبيل المثال ٥٪)، يتمثَّل الحل في 'زيادة' الاختبار باستخدام p فترة إبطاء للمتغيِّر التابع، يُكتب الآن النموذج البديل في الحالة (i) كالتالي:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \qquad (٨،٣٨)$$

تقوم الآن فترات الإبطاء للمتغيِّر التابع Δy_t 'بامتصاص' أي هيكل ديناميكي موجودة في المتغيِّر التابع؛ لضمان أن u_t لن يكون مُرتبطًا ذاتيًّا، يُعرف هذا الاختبار باختبار ديكي-فولر الموسَّع، ويتم إجراؤه أيضًا على ψ مع استخدام نفس القيم الحرجة من جداول ديكي فولر كما في السابق.

تبرز الآن مُشكلة جديدة تتمثَّل في تحديد العدد الأمثل لفترات إبطاء المتغيِّر التابع، وعلى الرغم من اقتراح عدة طرق لاختيار p، إلا أنها تُعتبر كلها إلى حد ما اعتباطيَّة، وبالتالي فهي غير معروضة هنا، بدلًا من ذلك تم اقتراح القاعدتين البسيطتين التاليتين؛ أولًا: يُمكن استخدام *تكرار البيانات* لاتخاذ القرار، لذا وعلى سبيل المثال، إذا كانت البيانات شهرية، نستخدم اثنتي عشرة فترة إبطاء، وإذا كانت البيانات ربع سنوية نستخدم أربع فترات إبطاء، وهكذا، بالتأكيد لن يكون من الواضح كيفيَّة اختيار عدد فترات الإبطاء التي يجب استخدامها في الانحدار الذي يضم بيانات ماليَّة عالية التكرار (مثل البيانات التي تُرصد كل ساعة أو البيانات اليوميَّة)! ثانيًا: يُمكن استخدام *معيار معلومات* لاتخاذ القرار بشأن عدد فترات الإبطاء، وبالتالي نقوم باختيار عدد فترات الإبطاء الذي يُقلِّل من قيمة معيار المعلومات، كما هو مُوضَّح في الفصل ٧.

من المهم جدًّا محاولة استخدام العدد الأمثل لفترات الإبطاء للمتغيِّر التابع في اختبار الانحدار، وفحص حساسية نتيجة الاختبار لطول فترات الإبطاء المختار، نأمل في مُعظم الحالات ألَّا يتغيَّر الاستنتاج نوعيًّا بتغيُّر بسيط في قيمة p، لكن ذلك يحدث في بعض الأحيان، كما أن إدراج عدد قليل جدًّا من فترات الإبطاء لن يُؤدي إلى إزالة كل الارتباط الذاتي، وبالتالي تكون النتائج مُتحيِّزة، بينما يؤدي استخدام عدد كبير جدًّا من فترات الإبطاء إلى زيادة الأخطاء المعيارية للمعاملات، تنشأ هذه الزيادة في الأخطاء المعيارية؛ لأن زيادة عدد المعلمات المقدَّرة يستنزف درجات الحرِّية، وبالتالي وبافتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة (على حالها) فإن القيم المطلقة

لإحصاءات الاختبار سوف تنخفض، سوف يُؤدي ذلك إلى انخفاض في قوَّة الاختبار، مما يعني أنه بالنسبة للعملية الساكنة سوف يتم رفض فرضية العدم لجذر الوحدة بشكل أقل تكرارًا مما كان ينبغي أن يكون.

٨, ١, ٥ اختبار التكامل من الرتب العليا
(Testing for higher orders of integration)

لنأخذ الانحدار البسيط التالي:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + u_t \qquad (٨،٣٩)$$

يتم اختبار $H_0: \psi = 0$ مُقابل $H_1: \psi < 0$

إذا تم رفض H_0، فإننا سوف نستنتج ببساطة أن y_t لا يحتوي على جذر الوحدة، لكن ماذا ينبغي أن نستنتج إذا لم يتم رفض H_0؟ نستنتج أن السلسلة تحتوي على جذر الوحدة، لكن هل هذا كل شيء؟ بالطبع لا! ماذا لو كان $y_t \sim I(2)$؟ لا تزال فرضية العدم غير مرفوضة، ومن الضروري الآن إجراء الاختبار التالي:

$$H_0: y_t \sim I(2) \text{ مقابل } H_1: y_t \sim I(1)$$

سوف يتم الآن إجراء انحدار لـ $\Delta^2 y_t (= \Delta y_t - \Delta y_{t-1})$ على Δy_{t-1} (بالإضافة إلى فترات إبطاء لـ $\Delta^2 y_t$ لتوسيع الاختبار إذا لزم الأمر)، وبالتالي يُعادل اختبار $H_0: \Delta y_t \sim I(1)$ اختبار $H_0: y_t \sim I(2)$، وبالتالي في هذه الحالة إذا لم يتم رفض فرضيَّة العدم (وهو أمر مُستبعد جدًّا عمليًّا) فإننا سوف نستنتج أن y_t على الأقل سوف يكون $I(2)$، أمَّا إذا تم رفض H_0 فإننا سوف نستنتج بأن y_t يضم جذر وحدة وحيدًا، يجب إجراء اختبارات أخرى لجذور الوحدة حتى يتم رفض H_0.

يذكر ديكي وبانتولا (١٩٨٧) (Dickey and Pantula (1987)) أن ترتيب الاختبارات على الشكل الموضَّح أعلاه (أي اختبار $I(1)$، ثم $I(2)$، وهكذا) هو غير صحيح بالمعنى الدقيق للكلمة، يتمثَّل النهج النظري الصحيح في البدء بافتراض رُتبة تكامل عُليا معقولة (على سبيل المثال $I(2)$) ثم اختبار $I(2)$ مقابل $I(1)$، إذا تم رفض $I(2)$ فإننا نقوم باختبار $I(1)$ مُقابل $I(0)$. غير أنه عمليًّا وحسب معلومات الكاتب لا توجد سلسلة زمنيَّة ماليَّة تحتوي على أكثر من جذر وحدة واحد، لذلك تُعتبر هذه المسألة قليلة الأهمية في مجال الماليَّة.

٨, ١, ٦ اختبارات فيليبس-بيرون
(Phillips-Perron (PP) tests)

طور فيليبس وبيرون نظرية أكثر شمولًا عن عدم السكون لجذر الوحدة، تُعتبر اختبارات فيليبس-بيرون شبيهة باختبارات ديكي-فولر الموسعة، لكنها تتضمن تصحيح تلقائي لإجراء ديكي-فولر يأخذ في الاعتبار الارتباط الذاتي في البواقي، تُعطي الاختبارات عادة نفس النتائج وتعاني من نفس بعض أوجه القصور الهامة كما في اختبارات ديكي-فولر الموسعة.

٨, ١, ٧ الانتقادات الموجَّهة للاختبارات من نوع ديكي-فولر وفيليبس-بيرون
(Criticisms of Dickey-Fuller- and Phillips-Perron- type tests)

من أهم الانتقادات الموجَّهة لاختبارات جذر الوحدة هو ضَعف قوة هذه الاختبارات عندما تكون العملية ساكنة، لكن يكون الجذر قريبًا من حدود عدم السكون، لنأخذ على سبيل المثال عملية توليد البيانات $AR(1)$ بمعامل ٠,٩٥ إذا كانت عملية توليد البيانات الفعليَّة هي:

$$y_t = 0.95y_{t-1} + u_t \quad (٤٠،٨)$$

فيجب رَفْض فرضية العدم لجذر الوحدة، يُذكر أن هذه الاختبارات تُعتبر سيّئة عند تحديد ما إذا كان $\phi = 1$ أو $\phi = 0.95$ على سبيل المثال، وبشكل خاص، إذا كانت أحجام العيِّنات صغيرة، مصدر هذه المشكلة هو أنه في إطار اختبار الفرضيات الكلاسيكي لا يتم قبول فرضية العدم؛ لأنه يتم ببساطة ذِكر إما أنها مرفوضة، أو أنها غير مرفوضة، ويعني ذلك أن الفشل في رفض فرضية العدم يرجع إما لأن فرضية العدم كانت صحيحة، أو لعدم وجود معلومات كافية في العيِّنة تُؤدِّي إلى الرفض، من بين الطرق للتغلُّب على هذه المشكلة نجد استخدام اختبار السكون، بالإضافة إلى اختبار جذر الوحدة، كما هو مُوضَّح في الإطار رقم (١ ,٨).

الإطار رقم (١ ,٨) اختبارات السكون

ضمن اختبارات السكون يُمثِّل السكون فرضيّة العدم، وبالتالي تعكس اختبارات السكون فرضية العدم والفرضيّة البديلة لنهج ديكي-فولر. وهكذا وفي إطار اختبارات السكون سوف تظهر البيانات افتراضيًّا ساكنة في حالة وجود القليل من المعلومات في العيِّنة، من بين اختبارات السكون نذكر اختبار KPSS (كويتكوسكي وآخرون (١٩٩٢) (Kwaitkowski et al. (1992)). لن تتم مُناقشة حساب إحصاءة الاختبار هنا، لكن الاختبار متاح ضمن برنامج إفيوز، ويمكن مقارنة نتائج هذه الاختبارات مع إجراء ديكي فولر الموسع أو فيليبس بيرون لمعرفة ما إذا كنا سنتحصل على نفس الاستنتاج أم لا، وفيما يلي فرضيات العدم والفرضيات البديلة تحت كل نهج اختبار:

ديكي فولر الموسع/ فيليبس بيرون	كويتكوسكي وآخرون
$H_0: y_t \sim I(1)$	$H_0: y_t \sim I(0)$
$H_0: y_t \sim I(0)$	$H_0: y_t \sim I(1)$

هنالك أربعة نواتج محتملة:

(١) يتم رفض H_0	ولا يتم رفض H_0
(٢) لا يتم رفض H_0	ويتم رفض H_0
(٣) يتم رفض H_0	ويتم رفض H_0
(٤) لا يتم رفض H_0	ولايتم رفض H_0

ولكي تكون الاستنتاجات قوية يجب أن تندرج النتائج ضمن النواتج ١ أو ٢، وهي الحالة التي يخلص فيها كلا الاختبارين إلى أن السلسلة ساكنة أو غير ساكنة، على التوالي، تدل النواتج ٣ أو ٤ على نتائج متناقضة، ويعرف الاستخدام المشترك للسكون واختبارات جذر الوحدة معًا *بتحليل البيانات التأكيدي* (Confirmatory Data Analysis).

٨,٢ اختبارات جذور الوحدة في ظل وجود انقطاعات هيكلية
(Tests for unit roots in the presence of structural breaks)

٨,٢,١ الدافع (Motivation)

لا تقدم اختبارات جذر الوحدة من نوع اختبارات ديكي-فولر القياسية المذكورة أعلاه أداءً جيدًا إذا كان هناك انقطاع هيكلي واحد أو أكثر في السلسلة قيد الدرس، إما في المقطع أو في ميل الانحدار، وبشكل أكثر تحديدًا فإن الاختبارات تتمتع بقوة منخفضة في مثل هذه الظروف، وتفشل في رفض فرضية العدم لجذر الوحدة عندما تكون غير صحيحة؛ لأن معلمة الميل في انحدار y_t على y_{t-1} متحيِّزة نحو الوحدة جراء انقطاع هيكلي غير مُنمذج، بشكل عام، كلما كان الانقطاع أكبر والعيِّنة أصغر، كلما قلَّت قوة الاختبار، وكما بيَّن ليبورن وآخرون (١٩٩٨) ((Leybourne et al. (1998)) فإن اختبارات جذر الوحدة تُعتبر كذلك اختبارات مُتضخِّمة عند وجود انقطاعات هيكلية، لذلك يتم فرض فرضيَّة العدم في كثير من الأحيان عندما تكون هذه الأخيرة صحيحة[١].

٨,٢,٢ إجراء بيرون (١٩٨٩)
(The Perron (1989) procedure)

تتذكر مما سبق أن الإطار المرن لاختبار جذر الوحدة يتضمن انحدار يكون على الشكل التالي:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \mu + \lambda t + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \quad (٨،٤١)$$

حيث يُمثِّل μ المقطع و λt يلتقط الاتجاه الزمني، ويمكن استبعاد أحدهما أو كلاهما من الانحدار إذا كان يُعتقد أنهما غير ضروريين.

اقترح بيرون (١٩٨٩) ثلاث مُعادلات للاختبار تختلف وفقًا لنوع الانقطاع الذي يُعتقد وجوده، أطلق بيرون على المعادلة الأولى نموذج 'الاصطدام' والذي يسمح بانقطاع في مُستوى السلسلة (أي المقطع)، وعلى المعادلة الثانية نموذج 'النمو المتغيِّر'، والذي يسمح بانقطاع في مُعدَّل نمو السلسلة (أي الميل)، أمَّا النموذج الثالث فيسمح لكلا النوعين من الانقطاع بأن يحدُثَا في نفس الوقت، وذلك بتغيير كُلٍّ من المقطع وميل الاتجاه العام، إذا قُمنا بتعريف نقطة الانقطاع في البيانات بـ T_b و D_t مُتغيِّر وهمي مُعرَّفًا كالتالي:

$$D_t = \begin{cases} 0 & if\ t < T_b \\ 1 & if\ t \geq T_b \end{cases}$$

فإن المعادلة العامة للنوع الثالث من الاختبار (أي المعادلة الأعم) تكون كما يلي:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \mu + \alpha_1 D_t + \alpha_2 (t - T_b) D_t + \lambda t + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \quad (٨،٤٢)$$

---

(١) تُعتبر هذه المادة متخصصة إلى حد ما، وبالتالي لم تتم تغطيتها بشكل جيد في معظم الكتب الدراسية العادية، ولكن نُشير إلى القراء الراغبين في معرفة المزيد من التفاصيل، إلى وجود فصل لبيرون مُفيد ومُتاح في كتاب 'التكامل المشترك للاقتصادي التطبيقي' لمؤلفه راو (١٩٩٤)، ماكميلان، باسينجستوك، المملكة المتحدة (Rao (1994), Macmillan, Basingstoke, UK). وهناك أيضًا فصل عن التغيُّر الهيكلي في كتاب 'جذور الوحدة، التكامل المشترك والتغيُّر الهيكلي' لمادالا وكيم (١٩٩٨) ((G. S. Maddala and I-M. Kim (1998))، مطبعة جامعة كامبريدج.

بالنسبة لنموذج الاصطدام فقط يُعين $\alpha_2 = 0$ وبالنسبة لنموذج النمو المتغيِّر فقط، يُعين $\alpha_1 = 0$، وفي جميع الحالات الثلاث يوجد جذر الوحدة مع انقطاع هيكلي عند T_b تحت فرضية العدم، وتكون السلسلة عمليَّة ساكنة مع انقطاع تحت الفرضيَّة البديلة.

ومع أن بيرون (١٩٨٩) بدأ أدبيات جديدة في اختبار جذور الوحدة في ظل وجود انقطاعات هيكلية، إلَّا أن القيد الهام لهذا النهج يتمثَّل في أنه يفترض أن تاريخ الانقطاع معروف سلفًا، وأن الاختبار تم إنشاؤه باستخدام هذه المعلومة، ومع ذلك فمن المحتمل، وربما من المرجَّح، ألَّا يكون هذا التاريخ معروفًا، وأنه يجب تحديده من البيانات، هذا ويرى كريستيانو (١٩٩٢) (Christiano (1992)) أن الأخطر هو أن القيم الحرجة المستخدمة في الاختبار تفترض أن تاريخ الانقطاع يتم اختياره بشكل خارجي عن النموذج، ومع ذلك يقوم مُعظم الباحثين بتحديد نُقطة الانقطاع استنادًا إلى فحص البيانات، وبالتالي فإن النظرية التقاربيَّة المفترضة لم تعُد قائمة.

وعلى إثر ذلك قدَّم بانيرجي وآخرون (١٩٩٢) (Banarjee et al. (1992)) وزيفوت وأندروس (١٩٩٢) (Zivot and Andrews (1992)) نهجًا لاختبار جذور الوحدة في ظل وجود تغيُّر هيكلي يسمح بتحديد تاريخ الانقطاع بشكل داخلي، تقوم طرقهم على الاختبار المتكرِّر (Recursive Test)، الاختبار المتحرِّك (Rolling Test) والاختبار التسلسلي (Sequential Test)، اقترح بانيرجي وآخرون أربعة توصيفات للاختبارات المتكرِّرة والمتحرِّكة، التوصيف الأول هو اختبار ديكي-فولر العادي على كامل العيِّنة وسُمِّيَ $\hat{t}_{DF}$، التوصيف الثاني هو عبارة عن إجراء لاختبار ديكي-فولر بشكل مُتكرِّر على العيِّنات الفرعيَّة للحصول على إحصاءة ديكي-فولر الدنيا $\hat{t}_{DF}^{min}$، أمَّا في التوصيف الثالث فنتحصَّل على إحصاءة ديكي-فولر القُصوى $\hat{t}_{DF}^{max}$ من العيِّنات الفرعيَّة، نأخذ في الأخير الفرق بين الإحصاءة الدنيا والإحصاءة القُصوى $\hat{t}_{DF}^{diff} = \hat{t}_{DF}^{max} - \hat{t}_{DF}^{min}$، بالنسبة للاختبار التسلسلي فإنه يتم استخدم العيِّنة الكاملة في كل مرة مع إجراء الانحدار التالي:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \mu + \alpha\tau_t(t_{used}) + \lambda t + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \, \Delta y_{t-i} + u_t \qquad (٤٣،٨)$$

حيث $t_{used} = {}^{T_b}/_{T}$، يتم إجراء الاختبار مرارًا وتكرارًا لقيم مختلفة من T_b وعلى أكبر قدر مُمكن من البيانات ('عيِّنة مُشذَّبة') التي تستبعد المشاهدات القليلة الأولى والمشاهدات القليلة الأخيرة (لأنه من غير الممكن الكشف بشكل مُؤكد عن انقطاعات لهذه المشاهدات)، من الواضح أن $\tau_t(t_{used})$ يأخذ في الاعتبار الانقطاع الذي يُمكن أن يكون إمَّا في المستوى (حيث $\tau_t(t_{used}) =$ ١ إذا كان $t > t_{used}$ و ٠ خلاف ذلك) أو في الاتجاه العام الحتمي (حيث $\tau_t(t_{used}) = t - t_{used}$ إذا كان $t > t_{used}$ و ٠ خلاف ذلك)، هذا ويتطلَّب كل توصيف من هذه التوصفات مجموعة مُختلفة من القيم الحرجة، والتي يُمكن إيجادها في بانيرجي وآخرين (١٩٩٢).

اقترح بيرون (١٩٩٧) امتدادًا لتقنية بيرون (١٩٨٩) ولكن باستخدام إجراء تسلسلي يقدِّر إحصاءة الاختبار والذي يسمح بانقطاع تحدِّده البيانات، ويكون في أي نقطة من نقاط العينة، تُعتبر هذه التقنية مُشابهة جدًّا لتقنية زيفوت وأندروس إلا أنها أكثر مُرونة، وبالتالي يُمكن القول بأنها الأفضل؛ نظرًا لأنها تسمح بانقطاع ضمن كلٍّ من فرضية العدم والفرضيَّة البديلة، في حين أنه وفقًا لنموذج زيفوت وأندروس يحدث الانقطاع فقط تحت الفرضيَّة البديلة.

كما نذكر امتدادًا آخر يتمثَّل في السماح لأكثر من انقطاع هيكلي واحد في السلسلة، فعلى سبيل المثال، حسَّن لومزدين وبابل (١٩٩٧) نهج زيفوت وأندروس (١٩٩٢) ليأخذ في الاعتبار انقطاعين هيكليين، من الممكن أيضًا السماح بانقطاعات هيكلية في

العلاقة المتكاملة بين السلاسل، وذلك باستخدام امتداد للخطوة الأولى لنهج إنجل-جرانجر، انظر جريجوري وهانسين (١٩٩٦) (Gregory and Hansen (1996)).

الجدول رقم (٨،٢) اختبارات متكررة لجذر الوحدة في أسعار الفائدة تأخذ في الاعتبار الانقطاعات الهيكلية

أجل الاستحقاق	t_{DF}	إحصاءات الاختبار المتكرر			إحصاءات الاختبار التسلسلي	
		$\hat{t}^{max}_{DF}$	$\hat{t}^{min}_{DF}$	$\hat{t}^{diff}_{DF}$	$\tilde{t}^{min}_{DF,trend}$	$\tilde{t}^{min}_{DF,mean}$
سعر الفائدة قصير الأجل	-٢،٤٤	-١،٣٣	-٣،٢٩	١،٩٦	-٢،٩٩	-٤،٧٩
٧ أيام	-١،٩٥	-١،٣٣	-٣،١٩	١،٨٦	-٢،٤٤	-٥،٦٥
شهر واحد	-١،٨٢	-١،٠٧	-٢،٩٠	١،٨٣	-٢،٣٢	-٤،٧٨
ثلاثة أشهر	-١،٨٠	-١،٠٢	-٢،٧٥	١،٧٣	-٢،٢٨	-٤،٠٢
ستة أشهر	-١،٨٦	-١،٠٠	-٢،٨٥	١،٨٥	-٢،٢٨	-٤،١٠
سنة واحدة	-١،٩٧	-٠،٧٤	-٢،٨٨	٢،١٤	-٢،٣٥	-٤،٥٥
القيم الحرجة	-٣،١٣	-١،٦٦	-٣،٨٨	٣،٢١	-٤،١١	-٤،٥٨

ملاحظات: المصدر: بروكس رو (٢٠٠٢) ((Brooks and Rew (2002))، مأخوذة من الجداول رقم ١، ٤ و ٥. تشير $\tilde{t}^{min}_{DF,trend}$ إلى إحصاءة الاختبار التسلسلي الذي يسمح بانقطاع في الاتجاه، بينما تُشير $\tilde{t}^{min}_{DF,mean}$ إلى إحصاءة الاختبار الذي يسمح بانقطاع في المستوى، يعرض الصف الأخير القيم الحرجة عند مُستوى ١٠٪ لكل نوع من الاختبارات، والمتحصل عليها من بانيرجي وآخرين (١٩٩٢، ص ٢٧٨، الجدول ٢).

٨،٢،٣ مثال: اختبار جذور الوحدة في أسعار الفائدة يورو إسترليني
(An example: testing for unit roots in EuroSterling interest rates)

يُناقش القسم ١٢،٨ فرضية التوقعات للهيكل الزمني لأسعار الفائدة استنادًا إلى التكامل المشترك بين سعر الفائدة طويل الأجل وسعر الفائدة قصير الأجل، من الواضح أن مفتاح هذا التحليل هو السؤال حول ما إذا كانت أسعار الفائدة في حد ذاتها $I(1)$ أم $I(0)$، ولعله من المدهش أنه لا يوجد إجماع في الأدبيات العمليَّة (التجريبية) حول هذه المسألة، قام بروكس رو (٢٠٠٢) بدراسة ما إذا كان من الأفضل اعتبار أسعار الفائدة يورو إسترليني على أنها عملية جذر الوحدة أم لا، مما يسمح بإمكانية وجود انقطاعات هيكلية في السلسلة[٢]، كما يذكر بروكس رو بأن عدم الأخذ في الحسبان الانقطاعات الهيكليَّة التي قد تتواجد في البيانات (والتي قد تنتج بسبب التغيُّرات في السياسة النقدية أو بسبب إزالة الرقابة على سعر الصرف) يُمكن أن يُؤدي إلى استنتاجات غير صحيحة فيما يتعلق بصحة فرضية التوقعات من عدمه، هذا وتُغطِّي العيِّنة المستخدمة من قِبَل بروكس رو الفترة الممتدَّة من ١ يناير ١٩٨١ إلى ١ سبتمبر ١٩٩٧، أي ما مجموعه ٤٣٤٨ نقطة بيانات.

(٢) أسعار الفائدة يورو إسترليني هي تلك المستخدمة في إقراض/ اقتراض الأموال بالجنيه البريطاني، ولكن خارج المملكة المتَّحدة.

استخدم بروكس رو اختبار ديكي-فولر القياسي إضافة إلى الاختبار التكراري والاختبار التسلسلي لبانيرجي وآخرين (١٩٩٢)، وترد نتائجها في الجدول رقم (٨,٢)، كما أنهما استخدما الاختبار المتحرِّك ونهج بيرون (١٩٩٧)، إضافة إلى العديد من التقنيات الأخرى التي لم تُوضَّح هنا بسبب قيود المساحة.

لا تختلف نتائج الاختبارات المتكررة عن نتائج اختبار ديكي- فولر القياسي، وهي تُشير إلى أنه لا يجب رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة عند المستوى ١٠٪ لأي أجل من آجال الاستحقاق التي تم فحصها، أما نتائج الاختبارات التسلسليَّة فتبدو أكثر تفاوتًا بعض الشيء، حيث لا يزال نموذج الانقطاع في الاتجاه العام لا يُظهر أي إشارة عن رفض فرضيَّة العدم، في حين تُرفض فرضيَّة العدم لكلٍّ من سعر الفائدة قصير الأجل، سعر الفائدة لسبعة أيام، وسعر الفائدة لشهر واحد، عندما نأخذ في الاعتبار الانقطاع الهيكلي في معادلة المتوسِّط.

كما نُشير إلى أن بروكس رو توصَّلَا إلى استنتاج عام، وهو وجود أدلَّة هامة في جميع الاختبارات التي تم فحصها تُشير إلى أنه من الأفضل اعتبار أسعار الفائدة قصيرة الأجل عمليَّات جذر الوحدة لها انقطاع هيكلي في مستواها عند 'الأربعاء الأسود' (١٦ سبتمبر ١٩٩٢) عندما انسحبت المملكة المتحدة من آلية سعر صرف العملات الأوروبية، في المقابل تكون معدلات الفائدة على مدى أطول عمليات $I(1)$ بدون انقطاعات.

٨,٢,٤ جذور الوحدة الموسمية
(Seasonal unit roots)

وكما سنتناول ذلك بالتفصيل في الفصل ١٠ تُظهر العديد من السلاسل الزمنيَّة أنماط موسمية، تتمثل إحدى طرق التقاط هذه الخصائص في استخدام متغيِّرات وهمية حتمية بتكرار البيانات (على سبيل المثال، متغيِّرات وهمية شهرية إذا كانت البيانات شهرية)، غير أنه إذا كانت الخصائص الموسمية للبيانات نفسها تتغيَّر عبر الزمن بحيث لا يكون مُتوسطها ثابتًا، فسوف يكون استخدام المتغيِّرات الوهمية غير مُناسب، بدلًا من ذلك يُمكن أن نُفكِّر في احتمال أن تحتوي السلسلة على جذور وحدة موسمية بحيث تتطلب إجراء فُروق موسميَّة للحصول على السكون، سوف نستخدم الترميز $I(d, D)$ للدلالة على سلسلة مُتكاملة من الرتبة d, D تتطلب إجراء فُروق d مرة وفُروق موسميَّة D مرة للحصول على عملية ساكنة، طوَّر أوسبورن (١٩٩٠) ((Osborn (1990)) اختبارًا لجذور الوحدة الموسمية يستند إلى امتداد طبيعي لنهج ديكي-فولر، كما يُمكن أن تكون مجموعة السلاسل التي تضم جذور وحدة موسمية مُتكاملة موسميًّا تكاملًا مُشتركًا، ومع ذلك أوضح أوسبورن أيضًا أن نسبة صغيرة فقط من سلاسل الاقتصاد الكلي تُظهر جذور وحدة موسميَّة؛ أمَّا الأغلبية فتحتوي على أنماط موسمية يمكن تمييزها بشكل أفضل باستخدام المتغيِّرات الوهمية، مما يُمكن أن يُفسر عدم تَبَنِّي مفهوم جذور الوحدة الموسميَّة على نطاق واسع[٣].

---

(٣) لمزيد القراءة عن هذا الموضوع يوفِّر الكتاب الذي أعدَّه هاريس (١٩٩٠) ((Harris (1990)) مقدمة واضحة جدًّا لجذور الوحدة والتكامل المشترك بما في ذلك قسم عن جذور الوحدة الموسمية.

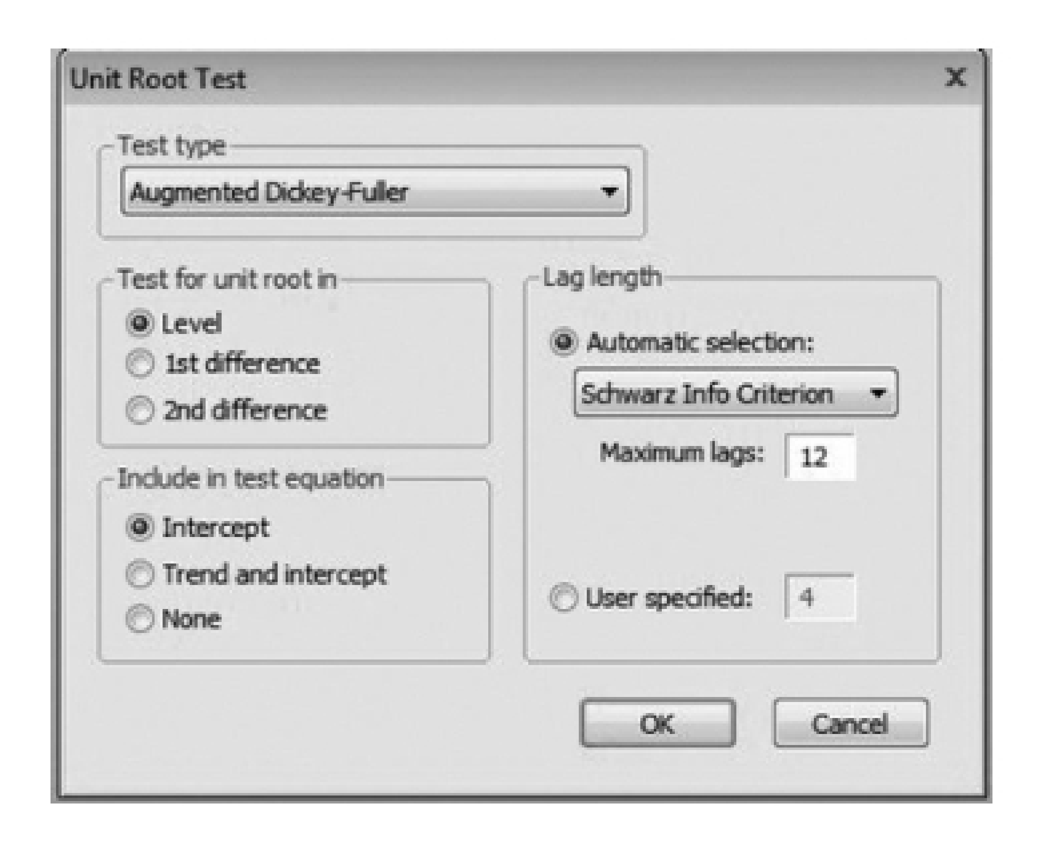
٨,٣ اختبارات جذور الوحدة في إفيوز
(Testing for unit roots in EViews)

يستخدم هذا المثال نفس البيانات عن أسعار المساكن في المملكة المتحدة المستخدمة في الفصول السابقة بافتراض أن البيانات قد تم تحميلها، والمتغيِّرات قد تم تعريفها كما في السابق، ننقر مرتين فوق الأيقونة بجانب اسم السلسلة التي تريد إجراء اختبار جذر الوحدة عليها، بحيث يظهر جدول بيانات يحتوي مُشاهدات تلك السلسلة، نفتح سلسلة أسعار المساكن الأوليَّة 'hp'، وذلك بالنقر فوق الأيقونة **hp**، ننقر بعد ذلك على الزر **View** الموجود على شريط الأزرار أعلى جدول البيانات، ثم على **...Unit Root Test**. بعد ذلك ستظهر لك قائمة تضم خيارات متعددة كما في لقطة الشاشة رقم (٨,١)، تحتوي على العديد من الخيارات.

من هذه القائمة نقوم باختيار الخيارات التالية:

Augmented Dickey–Fuller	(1) Test Type
Levels	(2) Test for Unit Root in
Intercept	(3) Include in test equation
12	(4) Maximum lags

ثم ننقر فوق الزر **OK**.



لقطة الشاشة رقم (٨,١) قائمة الخيارات لاختبارات جذر الوحدة.

من الواضح أن ذلك سوف يُؤدي إلى إجراء اختبار ديكي–فولر الموسَّع بفترات إبطاء في المتغيِّر التابع تصل إلى اثنتي عشرة فترة في مُعادلة انحدار سلسلة البيانات الأولية، وتضم مُعادلة الاختبار قاطع دون اتجاه عام، يقدم برنامج إفيوز عددًا كبيرًا من الخيارات هنا، على سبيل المثال، بدلًا من إجراء اختبار ديكي–فولر يُمكننا إجراء اختبار فيليبس–بيرون أو اختبار كويتكوسكي

وآخرين، كما هو موضَّح أعلاه، أمَّا إذا وجدنا أن مستويات السلاسل غير ساكنة فيمكننا تكرار التحليل على الفروق الأولى مباشرة من هذه القائمة دون الحاجة إلى إجراء الفروق الأولى على السلسلة بشكل مُستقل، كما يُمكننا أيضًا الاختيار بين الطرق المختلفة لتحديد فترة الإبطاء المثلى في اختبار ديكي-فولر الموسَّع، مع كون معيار شوارز هو المعيار الافتراضي. سوف تظهر النتائج لسلسلة أسعار المساكن الأوليَّة كما هو موضح في الجدول التالي.

Null Hypothesis: HP has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		−0.470202	0.8934
Test critical values:	1% level	−3.454812	
	5% level	−2.872203	
	10% level	−2.572525	

* ماكينون (١٩٩٦)، قيم بي من جانب واحد.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(HP)
Method: Least Squares
Date: 07/07/13 Time: 14:59
Sample (adjusted): 1991M04 2013M05
Included observations: 266 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
HP(-1)	−0.000686	0.001459	−0.470202	0.6386
D(HP(-1))	0.316199	0.058368	5.417290	0.0000
D(HP(-2))	0.333239	0.058398	5.706296	0.0000
C	234.5155	176.8386	1.326156	0.1859

R-squared	0.308614	Mean dependent var	432.4012
Adjusted R-squared	0.300697	S.D. dependent var	1419.201
S.E. of regression	1186.798	Akaike info criterion	17.01083
Sum squared resid	3.69E+08	Schwarz criterion	17.06472
Log likelihood	−2258.440	Hannan-Quinn criter.	17.03248
F-statistic	38.98292	Durbin-Watson stat	2.006505
Prob(F-statistic)	0.000000		

تُقدِّم اللوحة الأولى من المخرجات قيمة إحصاءة الاختبار والقيم الحرجة ذات الصلة، وفقًا لنوع مُعادلة الاختبار (على سبيل المثال، هل تتضمَّن المعادلة قاطعًا و/ أو اتجاهًا عامًّا) وحجم العينة، كما قام معيار شوارز في هذه الحالة بإدراج فترتيْ إبطاء للمتغيِّر التابع في اختبار الانحدار، هذا ونُشير إلى أنه من الواضح أن إحصاءة الاختبار ليست أكثر سلبية من القيمة الحرجة، وبالتالي لا يُمكن

رفض فرضية العدم لجذر الوحدة في سلسلة أسعار المساكن، تعرض بقية المخرج نتائج التقدير، ونظرًا لأن أحد المتغيِّرات المستقلة في هذا الانحدار ليست ساكنة، فمن غير المناسب فحص الأخطاء المعيارية للمعاملات أو النسب تي لهذه المعاملات في اختبار الانحدار.

نُعيد الآن كل الخطوات السابقة على **سلسلة الفروق الأولى لأسعار المساكن** (نستخدم الخيار 'First Difference' في نافذة تقدير جذر الوحدة، بدلًا من استخدام مُستوى السلسلة dhp)، سوف يظهر المخرج كما هو في الجدول التالي.

Null Hypothesis: D(HP) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		−5.857817	0.0000
Test critical values:	1% level	−3.454812	
	5% level	−2.872203	
	10% level	−2.572525	

* ماكينون (١٩٩٦)، قيم بي من جانب واحد.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(HP,2)
Method: Least Squares
Date: 07/07/13 Time: 21:30
Sample (adjusted): 1991M04 2013M05
Included observations: 266 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(HP(-1))	−0.351258	0.059964	−5.857817	0.0000
D(HP(-1),2)	−0.332625	0.058297	−5.705656	0.0000
C	159.6672	76.90883	2.076058	0.0389

R-squared	0.343699	Mean dependent var	11.01290
Adjusted R-squared	0.338708	S.D. dependent var	1457.257
S.E. of regression	1185.039	Akaike info criterion	17.00415
Sum squared resid	3.69E+08	Schwarz criterion	17.04457
Log likelihood	−2258.552	Hannan-Quinn criter.	17.02039
F-statistic	68.86536	Durbin-Watson stat	2.005980
Prob(F-statistic)	0.000000		

في هذه الحالة وكما هو متوقَّع، تكون إحصاءة الاختبار أكثر سلبية من القيمة الحرجة، وبالتالي يتم رفض فرضية العدم لجذر الوحدة في الفروق الأولى بشكل مقنع، ولاستكمال الموضوع نقوم بإجراء اختبار جذر الوحدة على **مُستويات السلسلة dhp**، وهي التغيُّرات في النسبة المئوية بدلًا من الفروق المطلقة في الأسعار، يجب أن نجد أن هذه المستويات ساكنة أيضًا.

نقوم أخيرًا بإجراء اختبار كويتكوسكيي على سلسلة مستويات hp من خلال تحديد ذلك من الإطار '**Test Type**' في نافذة اختبار جذر الوحدة يجب أن نُلاحظ الآن أن إحصاءة الاختبار تتجاوز القيمة الحرجة حتى عند المستوى ١٪، وبالتالي يتم وبشدة رفض فرضيَّة العدم لجذر الوحدة، وهو ما يؤكِّد نتيجة اختبار جذور الوحدة التي أُجْرِيَتْ سابقًا على نفس السلسلة.

٤ , ٨ التكامل المشترك
(Cointegration)

في كثير من الحالات إذا أخذنا التوليفة الخطِّية بين مُتغيِّرَيْن $I(1)$ فإن هذه التوليفة سوف تكون أيضًا $I(1)$، وبشكل أعم: إذا كان لدينا توليفة من مجموعة من المتغيِّرات $X_{i,t}$ ذات رُتب تكامل مُختلفة فإن التوليفة سوف تكون لها رتبة تكامل مُساوية لأكبر رتبة، إذا كان $X_{i,t} \sim I(d_i), i = 1,2,3,\ldots,k$ بحيث لدينا k مُتغيِّر، كل مُتغيِّر منها متكامل من الرتبة d_i، وإذا أخذنا:

$$z_t = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i X_{i,t} \tag{٤٤،٨}$$

فإن $z_t \sim I(\max d_i)$، في هذا السياق يُعتبر z_t ببساطة توليفة خطِّية من k متغيِّر X_i، بإعادة ترتيب المعادلة رقم (٤٤،٨):

$$X_{1,t} = \sum_{i=2}^{k} \beta_i X_{i,t} + z'_t \tag{٤٥،٨}$$

حيث $\beta_i = -\frac{\alpha_i}{\alpha_1}$، $z'_t = \frac{z_t}{\alpha_1}$ و $i = 2,3,\ldots,k$، كل ما قمنا به هو أخذ أحد المتغيِّرات، $X_{1,t}$، وإعادة ترتيب المعادلة رقم (٤٤،٨) لجعله محور الاهتمام، يُمكن القول أيضًا إنه تم تطبيع المعادلة على $X_{1,t}$، ولكن إذا نظرنا إلى المعادلة رقم (٨ ،٤٥) بطريقة أخرى فإنه يُمكن القول إنها مُجرَّد مُعادلة انحدار حيث يكون z'_t حد الاضطراب، سوف يكون لهذه الاضطرابات بعض الخصائص غير المرغوب فيها، بشكل عام، لن يكون z'_t ساكنًا ويكون مُرتبطًا ذاتيًّا إذا كان كانت كل المتغيِّرات X_i مُتكاملة من الرتبة الأولى I(1).

كمثال توضيحي آخر لنأخذ نموذج الانحدار التالي الذي يضم المتغيِّرات y_t، x_{2t}، و x_{3t} وهي كلها I(1):

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t \tag{٤٦،٨}$$

بالنسبة للنموذج المقدّر تُكتب دالة انحدار العيِّنة (SRF) كما يلي:

$$y_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_{2t} + \hat{\beta}_3 x_{3t} + \hat{u}_t \tag{٤٧،٨}$$

بأخذ كل العناصر باستثناء البواقي إلى الجانب الأيسر للمعادلة نتحصَّل على ما يلي:

$$y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_{2t} - \hat{\beta}_3 x_{3t} = \hat{u}_t \tag{٤٨،٨}$$

يُمكن مرة أخرى اعتبار البواقي المصاغة بهذه الطريقة على أنها توليفة خطِّية من المتغيِّرات، عادة ما تكون هذه التوليفة الخطِّية من المتغيِّرات $I(1)$ هي نفسها $I(1)$، لكن من المستحسن بشكل واضح الحصول على بواقي تكون $I(0)$، لكن السؤال الذي يطرح نفسه هو تحت أي ظرف من الظروف يُمكن الحصول على هذه الحالة؟ الجواب هو أن التوليفة الخطِّية من المتغيِّرات $I(1)$ سوف تكون $I(0)$، أي ساكنة، إذا كانت المتغيِّرات *مُتكاملة تكاملًا مشتركًا*.

٨ , ٤ , ١ تعريف التكامل المشترك (إنجل وجرانجر (١٩٨٧))
(Definition of cointegration (Engle and Granger, 1987))

لنأخذ w_t مُتَّجه $k \times 1$ من المتغيِّرات، تُعتبر إذًا مكوِّنات w_t مُتكاملة من الرتبة (d, b) إذا:

(١) كانت كل مكوِّنات w_t من الرتبة $I(d)$

(٢) يوجد مُتَّجه واحد على الأقل من المعاملات α بحيث يكون:

$$\alpha' w_t \sim I(d-b)$$

عمليًّا تحتوي الكثير من المتغيِّرات الماليَّة على جذر وحدة وحيد، وبالتالي فهي $I(1)$، لذلك فيما تبقى من هذا الفصل سوف يقتصر التحليل على الحالة التي يكون لدينا $d = b = 1$، وفي هذا السياق يُمكن تعريف مجموعة من المتغيِّرات على أنها متغيِّرات مُتكاملة تكاملًا مشتركًا إذا كانت توليفتها الخطِّية ساكنة، هذا ونُشير إلى أن العديد من السلاسل الزمنيَّة غير ساكنة، ولكنها 'تتحرك معًا' عبر الزمن، أي أن هناك تأثيرات ما على السلاسل (على سبيل المثال قوى السوق)، ويعني ذلك ضمنيًّا أن السلسلتين مُقيَّدتان بعلاقة ما طويلة الأجل، كما يُمكن أيضًا اعتبار علاقة التكامل المشترك على أنها ظاهرة طويلة الأجل أو ظاهرة التوازن؛ لأنه من الممكن أن تحيد المتغيِّرات المتكاملة تكاملًا مشتركًا عن علاقتهم في المدى القصير، لكن ارتباطهم سوف يعود على المدى الطويل.

٨ , ٤ , ٢ أمثلة عن علاقات التكامل المشترك الممكنة في الماليَّة
(Examples of possible cointegrating relationships in finance)

ينبغي أن تُشير النظرية الماليَّة أين يُتوقَّع أن يكون لمتغيِّرين أو أكثر علاقة ما طويلة الأجل بين بعضهم البعض، هناك أمثلة كثيرة في الماليَّة للمجالات التي من المتوقع الحصول فيها على التكامل المشترك، من ذلك نذكر:

- الأسعار الفورية والمستقبلية لسلعة أو لأصل ما.
- نسبة الأسعار النسبية وسعر الصرف.
- أسعار الأسهم والأرباح الموزَّعة.

في جميع الحالات الثلاث تُشير قوى السوق الناجمة عن شروط عدم المراجحة بأنه ينبغي أن تكون هناك علاقة توازن بين السلاسل المعنية، ولعل أسهل طريقة لفهم هذه الفكرة هي النظر في التأثير الذي من الممكن أن يحدث إذا لم تكن السلاسل مُتكاملة تكاملًا مشتركًا، في حالة عدم وجود التكامل المشترك لن تكون هناك علاقة طويلة الأجل تربط السلاسل معًا، بحيث يُمكن للسلاسل أن تحيد بعيدًا دون قيود، يظهر مثل هذا التأثير؛ لأن جميع التوليفات الخطِّية للسلاسل لن تكون ساكنة، وبالتالي لن يكون لها مُتوسط ثابت تعود إليه بشكل مُتكرِّر.

من المتوقع أن تكون الأسعار الفورية والأسعار والمستقبلية مُتكاملة تكاملًا مشتركًا؛ لأنه من الواضح أنها أسعار لنفس الأصل عند نقاط مختلفة من الوقت، وبالتالي فإنها سوف تتأثر بطرق مُتشابهة جدًّا ببعض المعلومات المعيَّنة، سوف تُعطي تكلفة الاحتفاظ العلاقة طويلة الأجل بين الأسعار الفورية والأسعار المستقبلية.

تنص نظرية تعادل القوة الشرائية (PPP) على أنه يجب أن يكون لسلَّة مُمثَّلة من السلع والخدمات نفس التكلفة عند تحويلها إلى عملة مُشتركة، بصرف النظر عن مكان شرائها، نجد المزيد من المناقشة عن تعادل القوة الشرائية في القسم ٨،١٠، لكننا نكتفي الآن بالقول إن تعادل القوة الشرائية يعني ضمنًا أن تكون الأسعار النسبية في الدولتين وسعر الصرف بينهما مُتكاملة تكاملًا مشتركًا، في

حالة عدم وجود تكامل مُشترك بين هذه الأخيرة وبافتراض تكاليف مُعاملات صفرية يكون من المربح شراء سلع في بلد ما وبيعها في البلد آخر، وتحويل الأموال التي تم الحصول عليها مرة أخرى إلى عملة البلد الأصلي.

وأخيرًا إذا افترضنا أن بعض الأسهم في شركة معيَّنة يتم الاحتفاظ بها بشكل دائم (أي إلى الأبد)، فإن العائد الوحيد الذي يحصل عليه المستثمر سوف يكون في شكل تدفقات غير محدودة من توزيعات الأرباح المستقبلية، وعليه فإن نموذج توزيعات الأرباح المحدَّدة بقيمتها الحالية يُشير إلى أن السعر المناسب الواجب دفعه اليوم مُقابل السهم هو القيمة الحالية لكافة توزيعات الأرباح المستقبلية، وبالتالي يُمكن القول بأنه لا يُتوقع أن 'تحيد' الأسعار الحالية عن توزيعات الأرباح المتوقَّعة المستقبلية على المدى الطويل، مما يعني ضمنًا أن أسعار الأسهم وتوزيعات الأرباح يجب أن يكونا مُتكاملين تكاملًا مشتركًا.

السؤال المثير للاهتمام والذي يطرح نفسه الآن هو هل يجب تقدير انحدار التكامل المشترك المحتمل باستخدام مستويات المتغيِّرات أو لوغاريتمات مستويات المتغيِّرات؟ قد تُقدم النظريَّة الماليَّة إجابة عن الشكل الدالي الأنسب، لكن ولحسن الحظ حتى لو لم يكن الأمر كذلك، فإن هندري وجوسيليوس (٢٠٠٠) (Hendry and Juselius (2000)) أشارًا إلى أنه إذا كانت مجموعة من السلاسل مُتكاملة تكاملًا مشتركًا في مُستوياتها فإنها سوف تكون أيضًا كذلك في لوغاريتماتها.

٨،٥ نماذج تصحيح التوازن أو تصحيح الخطأ (Equilibrium correction or error correction models)

عندما تمَّت مُناقشة عدم السكون لأول مرَّة في سبعينيات القرن الماضي كان الإجراء المعتاد المتَّخذ بشكل مستقل في جميع الحالات هو أخْذ الفروق الأولى لكل مُتغيِّر من المتغيِّرات $I(1)$ ومن ثم استخدام هذه الفروق الأولى في أيَّة عمليَّة نمذجة لاحقة، في سياق النمذجة أحاديَّة المتغيِّر (على سبيل المثال بناء نماذج $ARMA$)، يُعتبر هذا النهج نهجًا صحيحًا تمامًا، غير أنه عندما تكون العلاقة بين المتغيِّرات ذات أهميَّة لا يُنصح بهذا الإجراء، ومع أن هذا الإجراء صحيح من الناحية الإحصائية إلَّا أنه يشكو من مُشكلة، وهي أن نماذج الفروق الأولى البحتة ليس لها حل طويل الأجل، لنأخذ على سبيل المثال سلسلتين x_t و y_t كلاهما $I(1)$، يُمكن تقدير النموذج التالي:

$$\Delta y_t = \beta \Delta x_t + u_t \qquad (٤٩،٨)$$

أحد تعريفات المدى الطويل المستخدمة في الاقتصاد القياسي تعني أن المتغيِّرات تقاربت من قيم مُعيَّنة عند المدى الطويل ولم تعُد تتغيَّر، وبالتالي: $y_t = y_{t-1} = y$ ؛ $x_t = x_{t-1} = x$، وعليه فإن جميع حدود الفروق سوف تكون صفرية في المعادلة رقم (٤٩،٨)، أي أن $\Delta y_t = 0$ ؛ $\Delta x_t = 0$، وبالتالي إلغاء كل عناصر المعادلة، ليس للنموذج رقم (٤٩،٨) حل طويل الأجل، وبالتالي ليس لديه ما يقول حول ما إذا كان بين x و y علاقة توازن أم لا (انظر الفصل ٥).

لحسن الحظ هناك فئة من النماذج التي يُمكن أن تتغلب على هذه المشكلة من خلال استخدام مزيج من الفروق الأولى والمستويات المتباطئة للمتغيِّرات المتكاملة تكاملًا مشتركًا، لنأخذ على سبيل المثال المعادلة التالية:

$$\Delta y_t = \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 (y_{t-1} - \gamma x_{t-1}) + u_t \qquad (٥٠،٨)$$

يُعرف هذا النموذج بنموذج *تصحيح الخطأ* أو *نموذج تصحيح التوازن* (Equilibrium Correction Model) ويُعرف $y_{t-1} - \gamma x_{t-1}$ بحد *تصحيح الخطأ* (Error Correction Term)، وشريطة أن يكون y_t و x_t متكاملين تكاملًا مشتركًا، وبمعامل تكامل مُشترك

γ، فإن $(y_{t-1} - \gamma x_{t-1})$ سوف يكون $I(0)$ حتى وإن كانت المتغيِّرات المكوِّنة له $I(1)$، وبالتالي يجوز استخدام طريقة المربعات الصغرى العاديَّة والإجراءات القياسية للاستدلالات الإحصائية على المعادلة رقم (٨،٥٠)، من الممكن بطبيعة الحال إدراج مقطع في حد التكامل المشترك (على سبيل المثال $(y_{t-1} - \alpha - \gamma x_{t-1})$) أو في النموذج Δy_t (على سبيل المثال $\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \beta_2(y_{t-1} - \gamma x_{t-1}) + u_t$) أو في كلاهما، كما يُمكن تحديد ما إذا كان يجب إدراج ثابت من عدمه بالرجوع إلى النظرية الماليَّة، مع الأخذ بعين الاعتبار الحجج المتعلقة بأهمية الثابت، والتي تمت مُناقشتها في الفصل ٥.

يُطلق على نموذج تصحيح الخطأ في بعض الأحيان نموذج تصحيح التوازن، وسوف يتم استخدام المصطلحين بشكل مترادف لأغراض هذا الكتاب، تُفسَّر نماذج تصحيح الخطأ كما يلي: يُفترض أن يتغيَّر y بين t و $t-1$ نتيجة للتغيُّرات في قيم المتغيِّر أو المتغيِّرات المفسِّرة x بين t و $t-1$، ويتغيَّر كذلك جُزئيًّا لتصحيح أي عدم توازن موجود خلال الفترة السابقة، كما نُشير إلى أن حد تصحيح الخطأ $y_{t-1} - \gamma x_{t-1}$ يظهر في المعادلة رقم (٨،٥٠) بفترة تباطؤ هذا ونذكر أنه من غير المقبول أن يظهر هذا الحد دون فترة تباطؤ (أي $y_t - \gamma x_t$) لأن ذلك سوف يعني ضمنًا أن التغيُّرات في y بين t و $t-1$ تأتي استجابة لعدم التوازن في الزمن t، يُحدِّد γ العلاقة طويلة الأجل بين x و y في حين يصف β_1 العلاقة قصيرة الأجل بين التغيُّرات في x والتغيُّرات في y، هذا ويصف β_2 بشكل عام سرعة التعديل نحو التوازن، أمَّا تعريفه الدقيق فهو أنه يقيس نسبة خطأ توازن الفترة الماضية الذي تم تصحيحه.

يُمكن بطبيعة الحال تقدير نموذج تصحيح الخطأ لأكثر من مُتغيِّرين، فعلى سبيل المثال، إذا كان هناك ثلاثة مُتغيِّرات x_t ، w_t ، y_t مُتكاملة تكاملًا مُشتركًا، فيمكن أن يكون نموذج تصحيح الخطأ كالتالي:

$$\Delta y_t = \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 \Delta w_t + \beta_3(y_{t-1} - \gamma_1 x_{t-1} - \gamma_2 w_{t-1}) + u_t \quad (٨،٥١)$$

تنص *نظرية التمثيل لجرانجر* (Granger Representation Theorem) على أنه إذا كان لدينا نموذج خطي ديناميكي باضطرابات ساكنة وبيانات $I(1)$، فيجب أن تكون المتغيِّرات مُتكاملة تكاملًا مشتركًا من الرتبة (١،١).

٨,٦ اختبار التكامل المشترك في الانحدار.. النهج القائم على البواقي

(Testing for cointegration in regression: a residuals-based approach)

يُمكن تعميم النموذج المقترح لحد تصحيح التوازن ليشمل k مُتغيِّر (المتغيِّر y وعدد $k-1$ مُتغيِّر x):

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + u_t \quad (٨،٥٢)$$

في حالة كانت المتغيِّرات $y_t, x_{2t}, x_{3t}, \ldots, x_{kt}$ مُتكاملة تكاملًا مشتركًا فإن u_t يجب أن يكون $I(0)$، لكن يظل u_t غير ساكن إذا لم يكن هناك تكامل مُشترك.

من الضروري إذًا اختبار بواقي المعادلة رقم (٨،٥٢)، لمعرفة ما إذا كانت ساكنة أم غير ساكنة يُمكن إجراء اختبار ديكي فولر أو ديكي فولر الموسَّع على $\hat{u}_t$، باستخدام انحدار على الصيغة التالية:

$$\Delta \hat{u}_t = \psi \hat{u}_{t-1} + v_t \quad (٨،٥٣)$$

حيث يُمثِّل v_t حد خطأ مُستقل ومُوزَّع بشكل مُتطابق.

ولكن بما أنه تم إجراء هذا الاختبار على بواقي النموذج، أي $\hat{u}_t$، فإن القيم الحرجة تتغيَّر مُقارنة بالقيم الحرجة لديكي-فولر أو ديكي-فولر الموسّع المطبَّقة على سلسلة البيانات الأوليَّة، لذلك قام إنجل وجرانجر (١٩٨٧) بجدولة مجموعــة جديدة من الـقيم الحرجــة لهذا التطبيق، وبالتالي يُعرف الاختبار باختبار إنجل وجرانجر، ويرجع السبب وراء الحاجة إلى قيم حرجة مُعدَّلة إلى كون الاختبار أُجري على بواقي النموذج بدلًا من البيانــات الأوليَّة، تم بنــاء البواقي من مجموعــة معيَّنة من القيم المقدَّرة للمعاملات، وسوف يُــؤدي خطأ تقدير المعاينة في تلك المعاملات إلى تغيير توزيع إحصــاءة الاختبــار، هذا وقــام إنجل ويو (١٩٨٧) ((Engle and Yoo (1987)) بجدولة مجموعة جديدة من القيم الحرجة أكبر من حيث القيمة المطلقة (أي أكثر سلبية) من القيم الحرجة لديكي فولر، وهي معروضة أيضًا في نهاية هذا الكتاب، كما تُصبح القيم الحرجة أكثر سلبية كلما زاد عدد المتغيِّرات في انحدار التكامل المشترك المحتمل.

من الممكن أيضًا استخدام إحصاءة اختبار ديربن واتسون ((Durbin- Watson (DW)) أو نهج فيليبس-بيرون لاختبار عدم سكون $\hat{u}_t$، إذا تم تطبيق اختبار ديربن واتسون على بواقي انحدار التكامل المشترك المحتمل فإنه يعرف باسم الانحدار المتكامل المشترك لديربن واتسون (CRDW)، تحت فرضية العدم لجذر الوحدة في الأخطاء، يكون $CRDW \approx 0$، لذلك يتم رفض فرضية العدم لجذور الوحدة إذا كانت إحصاءة CRDW أكبر من القيمة الحرجة ذات الصلة (والتي تُساوي تقريبًا ٠,٥).

السؤال الذي يُطرح الآن هو ما هي فرضية العدم والفرضية البديلة لأي اختبار جذر وحدة مُطبق على بواقي انحدار التكامل المشترك المحتمل؟

$$H_0: \hat{u}_t \sim \boldsymbol{I}(1)$$

$$H_1: \hat{u}_t \sim \boldsymbol{I}(0)$$

وبالتالي وفي ظل فرضية العدم هناك جذر وحدة في بواقي انحدار التكامل المشترك المحتمل، بينما تحت الفرضيَّة البديلة تكون البواقي ساكنة، وعليه وفي ظل فرضية العدم، لا توجد تركيبة خطِّية ساكنة للمتغيِّرات غير الساكنة، لذلك إذا لم يتم رفض فرضية العدم فلا وجود للتكامل المشترك، في هذه الحالة تتمثَّل نمذجة الاقتصاد القياسي المناسبة في استخدام توصيفات على الفروق الأولى فقط، لن يكون لمثل هذه النماذج حل توازن طويل الأجل، لكن ذلك لا يكتسب أهمِّية؛ لأن عدم وجود تكامل مُشترك يعني ضمنًا عدم وجود علاقة طويلة الأجل.

من ناحية أخرى إذا تم رفض فرضية العدم لجذر الوحدة في بواقي انحدار التكامل المشترك المحتمل فسوف نستنتج أنه تم العثور على تركية خطِّية ساكنة للمتغيِّرات غير الساكنة، وعليه يُمكن تصنيف المتغيِّرات على أنها مُتكاملة تكاملًا مُشتركًا، تتمثَّل الإستراتيجية المناسبة للنمذجة الاقتصادية القياسيَّة في هذه الحالة في إنشاء وتقدير نموذج تصحيح الخطأ، باستخدام الطريقة الموضَّحة في القسم التالي.

٨,٧ طرق تقدير المعلمات في النظم المتكاملة تكاملًا مشتركًا

(Methods of parameter estimation in cointegrated systems)

ما هي إستراتيجية النمذجة المتَّبعة إذا كان يُعتقد أن البيانات المتاحة غير ساكنة وربما مُتكاملة تكاملًا مشتركًا؟ هناك (على الأقل) ثلاث طرق يُمكن استخدامها: طريقة إنجل–جرانجر، طريقة إنجل–يو، وطريقة جوهانسن، سوف نتناول أدناه الطريقة الأولى والثالثة من هذه الطرق بشيء من التفصيل.

٨,٧,١ طريقة إنجل – جرانجر ذات الخطوتين

(The Engle –Granger 2-step method)

هذه الطريقة هي عبارة عن طريقة ذات مُعادلة واحدة، وتتم على النحو التالي:

الخطوة ١

التأكد من أن جميع المتغيِّرات الفردية I(1)، نقوم بعد ذلك بتقدير انحدار التكامل المشترك باستخدام طريقة المربعات الصغرى العاديَّة، هذا ونُشير إلى أنه لا يُمكن إجراء أيَّة استدلالات على القيم المقدَّرة لمعامل هذا الانحدار؛ كل ما يُمكن فعله هو تقدير قيم المعلمات، كما نقوم بحفظ بواقي انحدار التكامل المشترك، أي $\hat{u}_t$ ثم نختبر هذه البواقي للتأكُّد من أنها I(0)، إذا كانت كذلك انتقل إلى الخطوة ٢؛ أمَّا إذا كانت $I(1)$، فإننا نقوم بتقدير نموذج يضم فقط فروق أولى.

الخطوة ٢

نستخدم بواقي الخطوة الأولى كمتغيِّر في نموذج تصحيح الخطأ، على سبيل المثال:

$$\Delta y_t = \beta_1 \Delta x_t + \beta_2(\hat{u}_{t-1}) + v_t \qquad (٨، ٥٤)$$

حيث $\hat{u}_{t-1} = y_{t-1} - \hat{\tau} x_{t-1}$، كما تُعرف التركيبة الخطِّية الساكنة للمتغيِّرات غير الساكنة بمتَّجه التكامل المشترك (Cointegrating Vector)، في هذه الحالة سوف يكون متَّجه التكامل المشترك: $[1 - \hat{\tau}]$، بالإضافة إلى ذلك كُل تحويل خطِّي لمتَّجه التكامل المشترك سوف يكون أيضًا مُتجهًا مُتكاملًا مُشتركًا، لذلك على سبيل المثال، $-10y_{t-1} + 10\hat{\tau}x_{t-1}$ سوف يكون أيضًا ساكنًا، في المعادلة رقم (٨،٤٨) سوف يكون $[1 - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3]$ متَّجه التكامل المشترك، يجوز الآن إجراء استدلالات في انحدار المرحلة الثانية، أي استدلالات تتعلَّق بالمعلمات β_1 و β_2 (بطبيعة الحال شريطة ألَّا يكون هناك أشكال أخرى من سوء التوصيف)، وذلك لأن كل المتغيِّرات في هذا الانحدار تكون ساكنة.

تشكو طريقة إنجل – جرانجر ذات الخطوتين من عدَّة مشاكل:

(١) المشكلة المعتادة للعيِّنة المتناهية والمتمثِّلة في *ضعف قوَّة اختبارات جذر الوحدة والتكامل المشترك* المناقشة أعلاه.

(٢) يُمكن أن يكون هناك تحيُّز *المعادلات الآنية* إذا كانت العلاقة السببيَّة بين y و x ثُنائيَّة الاتِّجاه، ولكن يتطلب منهج المعادلة الفردية أن يقوم الباحث بالتطبيع على متغيِّر (أي تحديد متغيِّر واحد كمتغيِّر تابع والمتغيِّرات الأخرى كمتغيِّرات مُستقلة)، وهكذا يضطر الباحث إلى التعامل مع y و x بشكل غير متماثل، على الرغم من أنه لا يوجد سبب نظري للقيام بذلك، وهناك مسألة أخرى، وهي كما يلي: لنفترض أنه تم تقدير التوصيف التالي كانحدار للتكامل المشترك المحتمل:

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 x_t + u_{1t} \quad (٨،٥٥)$$

ماذا لو بدلًا من ذلك تم تقدير المعادلة التالية؟

$$x_t = \alpha_2 + \beta_2 y_t + u_{2t} \quad (٨،٥٦)$$

إذا وُجد أن $u_{1t} \sim I(0)$ ، فهل يعني ذلك تلقائيًا أن $u_{2t} \sim I(0)$؟ تكون الإجابة من الناحية النظرية 'نعم'، لكن عمليًا يُمكن التوصل إلى استنتاجات مُختلفة في العيّنات المتناهية، كذلك إذا كان هناك خطأ في توصيف النموذج في المرحلة ١، فسوف يُنقل ذلك الخطأ إلى اختبار التكامل المشترك في المرحلة ٢ جراء الطبيعة المتتالية لحساب إحصاءة اختبار التكامل المشترك.

(٣) لا يُمكن إجراء أيّة *اختبارات للفرضيات* عن علاقة التكامل المشترك الفعلية المقدّرة في المرحلة ١.

(٤) قد يكون هناك أكثر من علاقة تكامل مُشترك واحدة، انظر الإطار رقم (٢ ,٨) .

المشاكل ١ و٢ هي مشاكل خاصّة بالعيّنات الصغيرة، ويجب أن تختفي تقاربيًا، كما تتم مُعالجة المشكلة ٣ بطريقة أخرى تعود إلى إنجل ويو، وهناك أيضًا تقنية بديلة أخرى تتغلب على المشاكل ٢ و٣، تعتمد على منهج مختلف يقوم على تقدير نظام مُتّجه الانحدار الذاتي (VAR)، انظر القسم ٨،٩.

الإطار رقم (٢ ,٨) علاقات التكامل المشترك المتعددة

في حالة وجود مُتغيّرين فقط في المعادلة، y_t و x_t على سبيل المثال، فيمكن أن يكون هناك على الأكثر تركيبة خطّية واحدة فقط من y_t و x_t تكون ساكنة، أي علاقة تكامل مُشترك واحدة على الأكثر. ومع ذلك، لنفترض أن هناك k مُتغيّراً في النظام (مع تجاهل أي حد ثابت)، يُرمز إليها بـــ $y_t, x_{2t}, \ldots, x_{kt}$. في هذه الحالة قد يصل عدد علاقات التكامل المشترك المستقلّة خطيًا إلى r علاقة (حيث $r \leq k - 1$). يُحتمل أن يُمثل ذلك مشكلة لمنهج الانحدار المستخدم لطريقة المربعات الصغرى العاديّة الموصوف أعلاه، والذي يستطيع إيجاد علاقة تكامل مُشترك واحدة على الأكثر بغض النظر عن عدد المتغيّرات الموجودة في النظام، وإذا كانت هناك علاقات تكامل مُشترك مُتعدّدة فكيف يُمكن للمرء أن يعرف ما إذا كانت هناك علاقات أخرى، أو ما إذا تم العثور على 'أفضل' أو أقوى علاقة تكامل مُشترك؟ سوف يجد انحدار طريقة المربعات الصغرى العاديّة التركيبة الخطّية الساكنة ذات التباين الأدنى للمتغيّرات، ولكن قد تكون هناك تراكيب خطّية أخرى للمتغيّرات تكون بديهيًا أكثر جاذبيّة[٤]. يتمثّل الحل لهذه المشكلة في استخدام منهج النظم للتكامل المشترك والذي يسمح بتحديد جميع علاقات التكامل المشترك وعددها r. أحد هذه النهج هو طريقة جوهانسن، انظر القسم ٨،٩.

(٤) سوف يدرك القراء الذين هم على دراية بالدراسات السابقة المتعلقة بالتحوط بالعقود المستقبلية، أن إجراء انحدار بطريقة المربعات الصغرى العادية سيقلل من تباين محفظة التحوط، أي إنها ستقلل من التباين المتبقي في الانحدار، والوضع هنا مشابه.

٨ , ٧ , ٢ طريقة إنجل ويو ذات الثلاث خطوات
(The Engle and Yoo 3-step method)

يأخذ إجراء إنجل ويو (١٩٨٧) ذو الثلاث خطوات، أول خُطوتين من طريقة إنجل-جرانجر، أضاف إنجل ويو بعد ذلك خطوة ثالثة تُعطي قِيَمًا مُقدَّرة مُحدَّثة لمتّجه التكامل المشترك والأخطاء المعيارية لهذا الأخير، تُعتبر الخطوة الثالثة لإنجل ويو جبريًّا خطوة تقنية، وبالإضافة إلى ذلك فإن طريقة إنجل ويو تعاني من كل المشاكل المتعلّقة بطريقة إنجل-جرانجر، هذا ويُذكر أن هناك إجراءً أفضل بكثير يُستخدم لتدارك عدم إمكانية إجراء اختبار الفرضيات المتعلقة بعلاقة التكامل المشترك، وهو إجراء جوهانسن (١٩٨٨)، لهذه الأسباب نادرًا ما يُستخدم إجراء إنجل-يو في التطبيقات العمليَّة، ولن يتم تناوله مرَّة أخرى هنا، وفيما يلي نُقدِّم تطبيقًا لإجراء إنجل-جرانجر في إطار الأسواق الفوريَّة والمستقبلية.

٨ , ٨ علاقة التقدم والتأخر والعلاقة طويلة الأجل بين الأسواق الفوريَّة والمستقبلية
(lead-lag and long-term relationships between spot and futures markets)

٨ , ٨ , ١ خلفية (Background)

إذا كانت الأسواق غير احتكاكية (Frictionless) وتعمل بكفاءة، فمن المتوقع أن تكون التغيُّرات في (لوغاريتم) السعر الفوري للأصل المالي وتغيُّراته المقابلة في (لوغاريتم) السعر المستقبلي مُرتبطة بشكل مُتزامن تمامًا دون أن تكون مُرتبطة ذاتيًّا فيما بينها، يتم تمثيل هذه المفاهيم رياضيًّا كما يلي:

(أ) $\text{corr}\big(\Delta\log(f_t), \Delta\ln(s_t)\big) \approx 1$

(ب) $\text{corr}\big(\Delta\log(f_t), \Delta\ln(s_{t-k})\big) \approx 0 \;\; \forall\, k > 0$

(ج) $\text{corr}\big(\Delta\log(f_t - j), \Delta\ln(s_t)\big) \approx 0 \;\; \forall\, j > 0$

بعبارة أخرى من المتوقَّع أن تحدث التغيُّرات في الأسعار الفورية والتغيُّرات في الأسعار المستقبلية في نفس الوقت (الشرط (أ))، من المتوقع كذلك ألَّا يكون التغيُّر الحالي في السعر المستقبلي مرتبطًا بالتغيُّرات السابقة في السعر الفوري (الشرط (ب))، ألَّا يكون للتغيُّرات الحاليَّة في السعر الفوري علاقة بالتغيرات السابقة في السعر المستقبلي (الشرط (ج))، هذا وتُعرف التغيّرات في لوغاريتمات الأسعار الفورية والمستقبلية أيضًا بالعوائد الفوريَّة والعوائد المستقبلية.

في الحالة التي يكون فيها الأصل الأساسي عبارة عن مؤشر الأسهم، تُعرف علاقة التوازن بين الأسعار الحالية والأسعار المستقبلية بنموذج *تكلفة الاحتفاظ* (Cost of Carry Model)، وتكون كما يلي:

$$F_t^* = S_t e^{(r-d)(T-t)} \qquad (٥٧،٨)$$

حيث يُمثّل F_t^* السعر المستقبلي العادل، S_t السعر الفوري، r سعر الفائدة المركب والمستمر الخالي من المخاطرة، d العائد المركب المستمر على أساس توزيعات أرباح مؤشر الأسهم حتى تاريخ استحقاق العقد الآجل ويُمثّل $(T-t)$ الوقت المتبقّي حتَّى تاريخ استحقاق العقود المستقبلية، بتطبيق اللوغاريتم على جانبَي المعادلة رقم (٥٧،٨) نتحصَّل على:

$$f_t^* = s_t + (r-d)(T-t) \qquad (٥٨،٨)$$

حيث يُمثّل f_t^* لوغاريتم سعر العقود المستقبلية العادل و s_t لوغاريتم السعر الفوري، تُشير المعادلة رقم (٨ ،٥٨) إلى أن العلاقة طويلة الأجل بين لوغاريتمات الأسعار الفورية والأسعار المستقبلية ينبغي أن تكون واحدة لواحدة، وهكذا فإن الأساس الذي يُعرَف بأنه الفرق بين الأسعار المستقبلية والأسعار الفورية (يُعدَّل إذا لزم الأمر وفقًا لتكلفة الاحتفاظ) يجب أن يكون ساكنًا؛ لأنه إذا كان يُمكن أن ينحرف الأساس دون قيود فإن فرص المراجحة سوف تظهر والتي يجب أن يُتَّخذ سريعًا إجراء بشأنها من قِبَل المتداولين بحيث يتم إعادة العلاقة بين الأسعار الفورية والأسعار المستقبلية إلى التوازن.

يُمكن اختبار الفكرة القائلة بأنه لا ينبغي أن تكون هناك أية علاقة تقدُّم-تأخُّر بين الأسعار االفورية والمستقبلية، وأنه ينبغي وجود علاقة واحدة لواحدة طويلة الأجل بين لوغاريتمات الأسعار الفورية والأسعار والمستقبلية، باستخدام الانحدارات الخطِّية البسيطة وتحليل التكامل المشترك، الآن سوف يدرس هذا الكتاب نتائج ورقتين مُرتبطتين، الورقة الأولى لتسي (١٩٩٥) ((Tse (1995) الذي استخدم بيانات يومية عن مؤشر أسهم نيكاي الياباني (NSA) وعقودها المستقبلية، أمَّا الورقة الثانية فهي لبروكس رو وريتسون (٢٠٠١) ((Brooks, Rew and Ritson (2001) الذين اختبروا بيانات عالية التكرار لمؤشر FTSE 100 والعقود المستقبلية على المؤشر.

الجدول رقم (٨,٣) اختبارات ديكي-فولر على لوغاريتم أسعار وعوائد بيانات FTSE عالية التكرار

	الأسعار المستقبلية	الأسعار الفورية
إحصاءات ديكي-فولر لبيانات لوغاريتم الأسعار	-٠,١٣٢٩	-٠,٧٣٣٥
إحصاءات ديكي-فولر لبيانات العوائد	-٨٤,٩٩٦٨	-١١٤,١٨٠٣

تتكوَّن البيانات المستخدمة من قِبَل تسي (١٩٩٥) من ١٠٥٥ مُشاهدة يوميَّة على مؤشر أسهم نيكاي الياباني، وعلى مؤشر العقود المستقبلية، وذلك من ديسمبر ١٩٨٨ إلى أبريل ١٩٩٣، أمَّا البيانات المستخدمة من قبل بروكس وآخرين فتتكون من ١٣٠٣٥ مُشاهدة (مُشاهدة كل عشر دقائق) لجميع أيام التداول وخلال الفترة الممتدَّة بين يونيو ١٩٩٦ ومايو ١٩٩٧ والمقدَّمة من قِبَل فوتسي العالميَّة (FTSE International)، وبهدف إنشاء نموذج ملائم إحصائيًّا، يجب أولًا التحقُّق من المتغيِّرات فيما إذا كان يُمكن اعتبارها ساكنة أم لا، هذا وتظهر نتائج اختبار ديكي-فولر على لوغاريتمات الأسعار الفوريَّة والمستقبلية لبيانات فوتسي المتحصَّل عليها كل عشر دقائق، في الجدول رقم (٨,٣).

وكما كان مُتوقعًا، خلصت كلتا الدراستين إلى أن سلسلتيْ لوغاريتم الأسعار تضم جذر الوحدة، في حين أن العوائد ساكنة، بطبيعة الحال، قد يكون من الضروري توسيع الاختبارات بإضافة فترات إبطاء في المتغيِّر التابع، وذلك للأخذ بعين الاعتبار الارتباط الذاتي في الأخطاء، (أي اختبار ديكي-فولر الموسّع)، لم تُقدَّم نتائج هذه الاختبارات لأن الاستنتاجات لم تتغيَّر، وبالتالي فإن النموذج السليم إحصائيًّا هو النموذج المطبَّق على العوائد، غير أن الصيغة التي تحتوي على الفروق الأولى فقط ليس لها حل توازُن طويل الأجل، بالإضافة إلى ذلك تُشير النظريَّة إلى أن السلسلتين يجب أن يكون بينهما علاقة طويلة الأجل، لذا فإن الحل يكمن في معرفة ما إذا كانت هناك علاقة تكامل مُشترك بين f_t و s_t، مما يعني أنه من الصواب في هذا السياق إدراج حدود المستويات مع العوائد، يتم اختبار ذلك من خلال فحص ما إذا كانت بواقي انحدار الشكل التالي (أي $\hat{z}_t$):

$$s_t = \gamma_0 + \gamma_1 f_t + z_t \quad (٨،٥٩)$$

ساكنة أم لا، وذلك باستخدام اختبار ديكي-فولر، حيث يُمثّل z_t حد الخطأ، يرد في الجدول رقم (٨,٤) قيم المعاملات للمعادلة رقم (٨، ٥٩) المقدّرة إضافة إلى إحصاءة اختبار ديكي-فولر.

الجدول رقم (٨,٤) المعادلة المقدرة للتكامل المشترك المحتمل واختبار التكامل المشترك لبيانات FTSE عالية التكرار

المعامل	القيمة المقدرة
$\hat{\gamma}_0$	٠,١٣٤٥
$\hat{\gamma}_1$	٠,٩٨٣٤
اختبار ديكي فولر على البواقي	إحصاءة الاختبار
$\hat{z}_t$	-١٤,٧٣٠٣

المصدر: بروكس، رو وريتسون (٢٠٠١)

الجدول رقم (٨,٥) نموذج تصحيح الخطأ المقدر لبيانات FTSE عالية التكرار

المعامل	القيمة المقدرة	النسبة تي
$\hat{\beta}_0$	٩,٦٧١٣E-٠٦	١,٦٠٨٣
$\hat{\delta}_1$	-٠,٨٣٨٨	-٥,١٢٩٨
$\hat{\beta}_1$	٠,١٧٩٩	١٩,٢٨٨٦
$\hat{\alpha}_1$	٠,١٣١٢	٢٠,٤٩٤٦

المصدر: بروكس، رو وريتسون (٢٠٠١)

من الواضح أنه يُمكن اعتبار بواقي انحدار التكامل المشترك ساكنة، لاحظ أيضًا أن معامل الميل المقدّر في انحدار التكامل المشترك يأخذ قيمة قريبة من الوحدة، كما هو متوقَّع من النظرية، غير أنه ليس من الممكن منهجيًّا اختبار ما إذا كان المعامل الحقيقي للمجتمع مُساويًا لواحد؛ لأنه لا يُوجد في هذا الإطار طريقة لاختبار الفرضيات عن علاقة التكامل المشترك.

تتمثّل المرحلة الأخيرة في بناء نموذج تصحيح الخطأ المستخدم لمنهج إنجل-جرانجر ذات الخطوتين، في استخدام فترة إبطاء في البواقي المتحصَّل عليها في المرحلة الأولى، أي $\hat{z}_t$، كحد تصحيح التوازن في المعادلة العامة، يكون النموذج العام كالتالي:

$$\Delta \log s_t = \beta_0 + \delta \hat{z}_{t-1} + \beta_1 \Delta \ln s_{t-1} + \alpha_1 \Delta \ln f_{t-1} + v_t \quad (٨،٦٠)$$

حيث يُمثّل v_t حد الخطأ، ترد القيم المقدّرة لمعاملات هذا النموذج في الجدول رقم (٨ ,٥).

الجدول رقم (٨ ,٦) مقارنة دقة التنبؤ خارج العينة

	ECM	ECM-COC	ARIMA	VAR
RMSE	٠,٠٠٠٤٣٨٢	٠,٠٠٠٤٣٥٠	٠,٠٠٠٤٥٣١	٠,٠٠٠٤٥١٠
MAE	٠,٤٢٥٩	٠,٤٢٥٥	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٧٨
نسبة الاتجاه الصحيح	٪٦٧,٦٩	٪٦٨,٧٥	٪٦٤,٣٦	٪٦٦,٨٠

المصدر: بروكس، رو وريتسون (٢٠٠١).

لننظر أولًا في علامات ومعنويَّة المعاملات (يُمكن الآن أن تفسر هذه الأخيرة على نحو صحيح؛ لأن جميع المتغيِّرات المستخدمة في هذا النموذج ساكنة)، $\hat{\alpha}_1$ مُوجب وعالي المعنويَّة، ممَّا يدل على أن السوق المستقبلي يقود بالفعل السوق الفوري، حيث إن التغيُّرات المتباطئة في الأسعار المستقبلية تُؤدي إلى تغيُّر إيجابي في سعر السوق الفوري التالي، كما أن $\hat{\beta}_1$ مُوجب وعالي المعنويَّة، ممَّا يُشير إلى أنه في المتوسِّط يوجد ارتباط ذاتي مُوجب في العوائد الفوريَّة، أمَّا معامل تصحيح الخطأ $\hat{\delta}$ فهو سالب ومعنوي، ممَّا يُشير إلى أنه إذا كان الفرق بين لوغاريتم السعر الفوري ولوغاريتم السعر المستقبلي مُوجبًا خلال فترة ما فإن السعر الفوري سوف يهبط خلال الفترة القادمة لاستعادة التوازن، والعكس صحيح.

٨ ,٨ ,٢ التنبؤ بالعوائد الفورية
(Forecasting spot returns)

بيَّن كلٌّ من بروكس، رو وريتسون (٢٠٠١) وتسي (١٩٩٥) أنه من الممكن استخدام صيغة تصحيح الخطأ لنمذجة التغيُّرات في لوغاريتم مؤشر الأسهم، السؤال الواضح الذي يطرح نفسه هو ما إذا كان من الممكن استخدام مثل هذا النموذج للتنبؤ بالقيمة المستقبلية لسلسلة الأسعار الفوريَّة لعيِّنة البيانات المستبعدة وغير المُستخدمة سابقًا في تقدير النموذج، هذا ونُشير إلى أن كلًّا من بروكس، رو وريتسون (٢٠٠١) وتسي (١٩٩٥) قد استخدما تنبؤات مُتحصَّل عليها من ثلاثة نماذج أخرى، وذلك لمقارنتها بتنبؤات نموذج تصحيح الخطأ، هذه النماذج هي: نموذج تصحيح الخطأ بحد إضافي يأخذ في الاعتبار تكلفة الاحتفاظ، النموذج ARMA (تم اختيار طول فترة الإبطاء باستخدام معيار معلومات)، ونموذج مُتَّجه الانحدار الذاتي غير المقيّد (تم اختيار طول فترة الإبطاء باستخدام معيار معلومات مُتعدِّد المتغيِّرات).

يتم تقييم النتائج من خلال مُقارنة جذر متوسط الخطأ التربيعي (RMSE)، مُتوسط الخطأ المطلق (MAE) والنسبة المئوية للتنبؤات الصحيحة بالاتجاه، هذا وترد نتائج التنبؤات الواردة في ورقة بروكس، رو وريتسون في الجدول رقم (٨ ,٦)، من هذا الجدول الأخير يُمكن مُلاحظة أن نماذج تصحيح الخطأ لها أدنى جذر متوسط خطأ تربيعي وأدنى مُتوسط خطأ مُطلق إضافة إلى أعلى نسبة مئوية للتنبؤات الصحيحة بالاتجاه، غير أنه لا توجد فروق هامَّة بين النماذج، والأربعة تنبَّأت بشكل صحيح بنسبة ٦٠٪ من علامات العوائد التالية.

لأسباب إحصائيَّة من الواضح أن أداء نماذج تصحيح الخطأ فيما يتعلَّق بالتنبؤ خارج العيِّنة يُعتبر أفضل من أداء مُنافسيها، ولكن لا يعني ذلك بالضرورة أن لمثل هذه التنبؤات أي استخدام عملي، شكَّكت العديد من الدراسات في جدوى المقاييس

الإحصائية لدقة التنبؤ كمؤشرات لربحية استخدام هذه التنبؤات في إطار التداول العملي (انظر على سبيل المثال ليتش وتانر (١٩٩١) (Leitch and Tanner (1991))). قام بروكس، رو وريتسون (٢٠٠١) بتدارس هذا الرأي عن طريق وضع مجموعة من قواعد التداول التي تقوم على تنبؤات مُتحصَّل عليها من نموذج تصحيح الخطأ بتكلفة الاحتفاظ، وهو أفضل نموذج للتنبؤ الإحصائي، أمَّا فترة التداول فهي عبارة عن سلسلة البيانات خارج العيِّنة التي لم تُستخدم في تقدير النموذج، وتمتد من ١ مايو إلى ٣٠ مايو ١٩٩٧. يُوفِّر نموذج تصحيح الخطأ بتكلفة الاحتفاظ (ECM- COC) تنبؤات بخطوة واحدة إلى الأمام كل عشر دقائق، كما تتضمَّن إستراتيجية التداول تحليل التنبؤات بالعوائد الفورية، وإدراج القرار الذي تمليه قواعد التداول الموضَّحة أدناه، يُفترض أن الاستثمار الأصلي هو ١٠٠٠ جنيه إسترليني، وإذا كان الاحتفاظ في مؤشر الأسهم صفرًا فإن الاستثمار يحصل على المعدل الخالي من المخاطر، كما يتم استخدام خمس إستراتيجيات تداول ومُقارنة أرباحها بالأرباح المتحصَّل عليها من شراء وحيازة المؤشر سلبيًّا، هناك بالطبع عدد لا حصر له من الإستراتيجيات التي يُمكن تبنِّيها لمجموعة معيَّنة من التنبؤات بالعائد الفوري، لكن بروكس، رو وريتسون استخدموا الإستراتيجيات التالية:

- إستراتيجية تداول السيولة: تشمل إستراتيجية التداول هذه القيام بشراء ورقة ماليَّة يليها فورًا صفقة بيع (أي شراء وبيع أسهم فوتسي ١٠٠) كل عشر دقائق؛ لأنه من المتوقع من خلال النموذج أن يكون العائد إيجابيًّا، إذا كان من المتوقع من خلال النموذج أن يكون العائد سلبيًّا فإنه لن يتم إجراء أي تداول، ويحصل الاستثمار على المعدل الخالي من المخاطرة.
- إستراتيجيَّة الشراء والحيازة ما دام التنبؤ إيجابيًّا: تسمح هذه الإستراتيجية للمتداول بأن يستمر في حيازة المؤشر إذا كان العائد المتوقع في فترة الاستثمار التالية موجبًا، بدلًا من القيام بشراء ورقة ماليَّة يليها فورًا صفقة بيع لكل فترة.
- إستراتيجية المرشح: العائد المتوقع أفضل من المتوسط: تتضمن هذه الإستراتيجية شراء المؤشر فقط في الحالة التي تكون فيها العوائد المتوقعة أكبر من العائد الإيجابي المتوسط (لا يوجد تداول للعوائد السلبية، وبالتالي يُؤخذ المتوسط فقط على العوائد الإيجابية).
- إستراتيجية المرشح: العائد المتوقع أفضل من العُشير الأول (First Decile): هذه الإستراتيجية مُشابهة للإستراتيجية السابقة، ولكن بدلًا من استعمال المتوسط كما في السابق، فإنه يتم فقط التداول على أعلى ١٠٪ من العوائد.
- إستراتيجية المرشح: قطع عشوائي عالٍ: يتم فرض مُرشح عشوائي مُساوٍ لـ ٠,٠٠٧٥٪، مما يؤدي إلى إجراء عمليات تداول فقط للعوائد التي يُتوقَّع أن تكون كبيرة للغاية لفترة عشر دقائق.

يعرض الجدول رقم (٨,٧) النتائج المتحصَّل عليها من استخدام كل إستراتيجية من الإستراتيجيات التي تستخدم تنبؤات العوائد الفورية المتحصَّل عليها من نموذج تصحيح الخطأ بتكلفة الاحتفاظ.

يُعتبر شهر الاختبار، أي مايو ١٩٩٧، شهرًا تصاعديًّا بشكل خاص، حيث حقَّقت إستراتيجية شراء وحيازة المؤشر البحتة عائد بنسبة ٤٪ أو ما يقرب من ٥٠٪ سنويًّا، من الناحية المثالية، سوف يتم إجراء عملية التنبؤ على مدى فترة أطول من شهر واحد، ويفضل أن يكون ذلك تحت ظروف سوق مُختلفة، غير أن ذلك يُعتبر ببساطة مستحيلًا بسبب عدم توفُّر بيانات عالية التكرار على مدار فترة زمنية طويلة، من الواضح أن التنبؤات لديها بعض القدرة على تحديد التوقيت الأمثل للاستثمار، بمعنى أنها تبدو أنها تضمن تداولات في المتوسِّط مُستثمرة في المؤشر عندما يكون في حالة ارتفاع، وتخرج من السوق عندما ينخفض المؤشر، كما تُشير إلى أن إستراتيجيات التداول الأكثر ربحية من حيث القيمة الإجماليَّة هي تلك التي تتداول على أساس كل التنبؤات بالعائد الفوري الإيجابي،

وجميع القواعد باستثناء المرشح الأكثر صرامة تجني مالًا أكثر مُقارنة بالاستثمار السلبي، كما يبدو أن المرشح الصارم لا يعمل جيدًا؛ لأنه خارج المؤشر لفترة طويلة جدًّا خلال فترة الارتفاع المطرد للسوق.

الجدول رقم (٨،٧) ربحية تداول نموذج تصحيح الخطأ بتكلفة الاحتفاظ

إستراتيجية التداول	الثروة النهائية (£)	العائد السنوي (٪)	الثروة النهائية مع انزلاق (£)	العائد السنوي مع انزلاق (٪)	عدد التداولات
استثمار سلبي	١٠٤٠,٩٢	٤,٠٩ {٤٩,٠٨}	١٠٤٠,٩٢	٤,٠٩ {٤٩,٠٨}	١
تداول السيولة	١١٥٦,٢١	١٥,٦٢ {١٨٧,٤٤}	١٠٥٦,٣٨	٥,٦٤ {٦٧,٦٨}	٥٨٣
إستراتيجيّة الشراء والحيازة ما دام التنبؤ إيجابيًا	١١٥٦,٢١	١٥,٦٢ {١٨٧,٤٤}	١٠٥٥,٧٧	٥,٥٨ {٦٦,٩٦}	٣٨٣
المرشح ١	١١٤٤,٥١	١٤,٤٥ {١٧٣,٤٠}	١١٢٣,٥٧	١٢,٣٦ {١٤٨,٣٢}	١٣٥
المرشح ٢	١١٠٠,٠١	١٠,٠٠ {١٢٠,٠٠}	١٠٤٦,١٧	٤,٦٢ {٥٥,٤٤}	٦٥
المرشح ٣	١٠١٩,٨٢	١,٩٨ {٢٣,٧٦}	١٠٠٣,٢٣	٠,٣٢ {٣,٨٤}	٨

المصدر: بروكس، رو وريبستون (٢٠٠١).

ومع ذلك فإن صورة الربحية الهائلة التي رسمت حتى الآن هي مُضلِّلة نوعًا ما، وذلك لسببين: زمن الانزلاق وتكاليف المعاملات؛ أولًا: من غير المعقول الافتراض أنه يُمكن تنفيذ التداولات في السوق في اللحظة التي يُطلب فيها ذلك، حيث قد يستغرق الأمر بعض الوقت لإيجاد الأطراف المقابلة لجميع التداولات المطلوبة 'لشراء المؤشر' (نُشير إلى أنه من الناحية العمليّة من الممكن بالطبع الوصول إلى صورة مُشابهة للعوائد بعدد أقل بكثير من الأسهم)، وبالتالي: فإن بروكس ورو وريتسون أجازوا عشر دقائق 'لزمن الانزلاق'، وهو ما يفترض أن الأمر يستغرق عشر دقائق من لحظة إعطاء أمر التداول إلى لحظة تنفيذه، ثانيًا: من غير الواقعي التفكير في تحقيق أرباح هائلة، بما أن تكاليف المعاملات في السوق الفورية لا يُستهان بها، وأن الإستراتيجيات التي تمت دراستها تُشير إلى الكثير من الصفقات. يُشير ساتكليف (١٩٩٧، ص ٤٧) ((Sutcliffe (1997, p 47)) إلى أن إجمالي تكاليف المعاملات لعمليات شراء أسهم فوتسي التي يليها فورًا صفقة بيع تبلغ ١,٧٪ من الاستثمار.

إن تأثير زمن الانزلاق هو جَعْل التنبؤات أقل فائدة مما كانت ستكون عليه لولاه، على سبيل المثال، إذا كان من المتوقع أن يرتفع السعر الفوري، وأنه قد ارتفع بالفعل ثم توقف عن الارتفاع في الوقت الذي يتم فيه تنفيذ الأمر، وهكذا تفقد التوقعات قدرتها على تحديد التوقيت الأمثل للاستثمار في السوق، كما يبدو أن الثروة النهائية (الطرفية) تنخفض بشكل كبير عندما يُؤخذ زمن الانزلاق في الاعتبار، مع انخفاض للعائد الشهري يتراوح ما بين ١,٥٪ و ١٠٪ بحسب قاعدة التداول.

أخيرًا، إذا أخذنا في الاعتبار تكاليف المعاملات، فإن أيًّا من قواعد التداول يُمكن لها أن تتفوق من حيث أداؤها على إستراتيجية الاستثمار السلبي، وهي كلها في واقع الأمر تجلب خسائر فادحة.

٨,٨,٣ الاستنتاجات (Conclusions)

إذا كانت الأسواق غير احتكاكية وتعمل بكفاءة، فمن المتوقَّع أن تكون التغيُّرات في السعر الفوري للأصل المالي وتغيُّراته المقابلة في السعر المستقبلي مُرتبطة بشكل مُتزامن تمامًا دون أن تكون مُرتبطة ذاتيًّا فيما بينها، ومع ذلك فقد وثَّقت العديد من الدراسات الأكاديمية أن سوق العقود المستقبلية 'يقود' باستمرار السوق الفورية، مما يعكس الأخبار بسرعة أكبر نتيجة لحقيقة أن مؤشر الأسهم ليس كيانًا واحدًا، وتعني هذه النقطة الأخيرة ضمنًا ما يلي:

- يتم تداول بعض مكوِّنات المؤشر بشكل غير مُنتظم، مما يعني أن قيمة المؤشر الملحوظة تحتوي أسعار مكونات 'قديمة'.
- التداول في السوق الفورية أكثر تكلفة، وبالتالي تتفاعل السوق الفورية ببطء أكثر مع الأخبار.
- يتم إعادة حساب مؤشرات أسواق الأسهم كل دقيقة، لذلك فإن المعلومات الجديدة تأخذ وقتًا أطول لتنعكس في المؤشر.

من الواضح أن مثل هذه المعوقات للسوق الفورية لا يُمكن أن تفسر علاقات التأخر-التقدُّم اليوميَّة التي وثقها تسي (١٩٩٥). وعلى أيَّة حال، بما أنه يبدو مُستحيلًا الاستفادة من هذه العلاقات، فإن وجودها يتطابق تمامًا مع غياب فرص المراجحة ويتوافق مع التعريفات الحديثة لفرضية كفاءة الأسواق.

٨,٩ اختبار وتقدير نظم التكامل المشترك باستخدام تقنية جوهانسن المبنيَّة على مُتجهات الانحدار الذاتي

(Testing for and estimating cointegrating systems using the Johansen technique based on VARs)

لنفترض أن لدينا مجموعة من g متغيِّر $(g \geq 2)$ قيد الدراسة وهي مُتغيِّرات $I(1)$ يُعتقد أنها قد تكون مُتكاملة تكاملًا مُشتركًا، يُمكن إعداد مُتجه الانحدار الذاتي (VAR) بـ k فترة إبطاء والذي يتضمَّن هذه المتغيِّرات كما يلي:

$$\underset{g\times 1}{y_t} = \underset{g\times g}{\beta_1}\underset{g\times 1}{y_{t-1}} + \underset{g\times g}{\beta_2}\underset{g\times 1}{y_{t-2}} + \cdots + \underset{g\times g}{\beta_k}\underset{g\times 1}{y_{t-k}} + \underset{g\times 1}{u_t} \qquad (٨،٦١)$$

وبهدف استخدام اختبار جوهانسن يجب تحويل مُتجه الانحدار الذاتي المقدَّم في المعادلة رقم (٨،٦١) أعلاه إلى نموذج مُتجه تصحيح الخطأ ((Vector Error Correction Model (VECM)) على الشكل التالي:

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-k} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + +\Gamma_{k-1} \Delta y_{t-(k-1)} + u_t \qquad (٨،٦٢)$$

حيث $\Pi = \left(\sum_{i=1}^{k} \beta_i\right) - I_g$ و $\Gamma_i = \left(\sum_{j=1}^{i} \beta_j\right) - I_g$.

يضم مُتجه الانحدار الذاتي هذا g متغيِّرات على شكل فروق أولى على الجهة اليسرى للمعادلة و $k-1$ فترة إبطاء للمتغيِّرات التابعة (فروق) على الجهة اليمنى للمعادلة ترتبط بها مصفوفة من المعاملات Γ، في الواقع يُمكن أن يتأثر اختبار جوهانسن بطول فترة الإبطاء المستخدم في نموذج مُتجه تصحيح الخطأ، لذا من المفيد مُحاولة تحديد طول فترة الإبطاء الأمثل، كما هو مُوضح في الفصل ٦، هذا ويُركِّز اختبار جوهانسن على فحص المصفوفة Π، يُمكن أن تُفسّر Π على أنَّها مصفوفة مُعاملات المدى الطويل بما أنه في حالة التوازن سوف تكون جميع العناصر Δy_{t-i} صفريَّة، وسوف يُؤدي تحديد حدود الخطأ u_t بقيمها المتوقَّعة الصفريَّة إلى جعل $\Pi y_{t-k}=0$، هذا ونشير إلى إمكانيَّة المقارنة بين مجموعة المعادلات هذه والمعادلات المستخدمة في اختبار ديكي-فولر، والتي تضم حد الفروق الأولى كمتغيِّر تابع، إضافة إلى حدود للمُستويات المتباطئة وللفروق المتباطئة في الجانب الأيمن للمعادلة.

يتم حساب اختبار التكامل المشترك بين المتغيِّرات y بفحص رُتبة المصفوفة Π وذلك من خلال قيمها الذاتيَّة[٥]، تُساوي رُتبة المصفوفة عدد جُذورها المميَّزة (القيم الذاتية) التي تختلف عن الصفر (انظر الملحق في نهاية هذا الكتاب للاطلاع على بعض الجبر والأمثلة)، تُوضع القيم الذاتية التي يُشار إليها بـــ λ_i مُرتَّبة تصاعُديًا $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_g$، إذا كانت القيم λ جُذورًا، فيجب في هذا الإطار أن تكون قيمها المطلقة أقل من واحد ومُوجبة، ويكون λ_1 الأكبر (أي الأقرب إلى واحد) في حين يكون λ_g الأصغر (أي الأقرب إلى الصفر)، إذا لم تكن المتغيِّرات متكاملة تكاملًا مشتركًا فلن تختلف رتبة المصفوفة Π معنويًا عن الصفر، وبالتالي يكون $\lambda_i \approx 0\ \forall\ i$، تتضمَّن إحصاءات الاختبار فعليًّا $\ln(1-\lambda_i)$ بدلًا من λ_i نفسها، ولكن مع ذلك عندما يكون $\lambda_i = 0$ فإنه يكون لدينا أيضًا $\ln(1-\lambda_i)=0$.

لنفترض الآن أن رُتبة المصفوفة تُساوي واحدًا ($\text{rank}(\Pi)=1$)، إذًا سوف يكون $\ln(1-\lambda_1)$ سالبًا و $\ln(1-\lambda_i)=0\ \forall\ i>1$، إذا كانت القيمة الذاتيَّة عدد i غير صفريَّة، فإنه يكون لدينا $\ln(1-\lambda_i)<0\ \forall\ i>1$، ويعني ذلك أنه لكي تكون رُتبة Π مُساوية لواحد فيجب أن تكون القيمة الذاتية القصوى معنويًّا غير صفرية في حين لن تختلف القيم الذاتية الأخرى معنويًّا عن الصفر.

هناك نوعان من إحصاءات اختبار التكامل المشترك في إطار منهج جوهانسن، والتي تمت صياغتها على النحو التالي:

$$\lambda_{trace}(r) = -T\sum_{i=r+1}^{g}\ln\left(1-\hat{\lambda}_i\right) \qquad (٨،٦٣)$$

و

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -T\ln\left(1-\hat{\lambda}_{r+1}\right) \qquad (٨،٦٤)$$

حيث يُمثِّل r عدد المتجهات المتكاملة تحت فرضية العدم ويُمثِّل $\hat{\lambda}_i$ القيمة المقدَّرة للقيمة الذاتية المرتَّبة عدد i للمصفوفة Π، بديهيًّا كُلَّما كان $\hat{\lambda}_i$ أكبر كُلَّما كان $\ln(1-\hat{\lambda}_i)$ كبيرًا وسالبًا، وبالتالي تكون إحصاءة الاختبار أكبر، كما نُشير إلى كل قيمة ذاتية سوف تكون مُرتبطة بمتجه تكامل مُشترك مُختلف، والذي سوف يكون متجه ذاتي، تُشير القيمة الذاتية غير الصفرية معنويًّا إلى متجه تكامل مُشترك معنوي.

يُعتبر الاختبار λ_{trace} اختبارًا مُشتركًا حيث تتمثَّل فرضية العدم في وجود عدد متجهات للتكامل المشترك يكون أقل أو يُساوي r مُقابل فرضيَّة بديلة غير مُحدَّدة أو عامَّة يكون فيها عدد متجهات التكامل المشترك أكبر من r، يبدأ الاختبار بـ p قيمة ذاتيَّة،

(٥) تُؤخذ القيم الذاتيَّة المستخدمة في إحصاءات الاختبار بدقة من مصفوفات ضرب العزوم المقيّدة الرتبة وليس من المصفوفة Π ذاتها.

ثم نقوم وبصورة مُتتالية بإزالة أكبر قيمة ذاتيَّة، يكون $\lambda_{trace} = 0$ عندما تكون كل قيم λ_i مُساوية لصفر لكل $i = 1, \ldots, g$ (أي $\lambda_i = 0 \; \forall \; i = 1, \ldots, g$).

يقوم الاختبار λ_{max} بإجراء اختبارات مُنفصلة على كل قيمة ذاتية، وله فرضية عدم تتمثَّل في أن عدد المتجهات المتكاملة يكون مُساويًا لـ r في مُقابل فرضيَّة بديلة تتمثَّل في أن عدد المتجهات المتكاملة يكون مُساويًا لـ $(r + 1)$.

وفَّر جوهانسن وجيوسيليوس (١٩٩٠) القيم الحرجة لهذين النوعين من الإحصاءات، أمَّا توزيع إحصاءات الاختبار فهو غير معياري، وتعتمد القيم الحرجة على قيمة $(g - r)$، على عدد العناصر غير الساكنة وعلى ما إذا تم إدراج ثوابت في كل مُعادلة من المعادلات أم لا، هذا ويُمكن إدراج مقاطع سواءً في المتجهات المتكاملة نفسها أو كحدود إضافية في متجه الانحدار الذاتي، يُعادل هذا الأخير تضمين اتجاه في عمليات توليد البيانات لمستويات السلاسل، نُشير أيضًا إلى أن أوستيروالد ولينوم (١٩٩٢) (Osterwald and Lenum (1992)) وفَّرا مجموعة قيم حرجة لاختبار جوهانسن أكثر اكتمالًا، بعضها أيضًا مُدرج في ملحق الجداول الإحصائية في نهاية هذا الكتاب.

إذا كانت إحصاءة الاختبار أكبر من القيمة الحرجة المتحصَّل عليها من جداول جوهانسن فإنه يتم رفض فرضية العدم التي تنص على أن هناك r متجه للتكامل المشترك لصالح الفرضية البديلة المتمثِّلة في أن هناك $(r + 1)$ متجه للتكامل المشترك (اختبار λ_{max}) أو أكثر من r متجه للتكامل المشترك (اختبار λ_{trace})، كما يتم إجراء الاختبار بالتتابع، ويكون لدينا تحت فرضية العدم $i = 0, 1, \ldots, g - 1$ بحيث تكون فرضيات الاختبار λ_{trace} كالتالي:

$$H_0 : r = 0 \quad \text{مُقابل} \quad H_1 : 0 < r \leq g$$
$$H_0 : r = 1 \quad \text{مُقابل} \quad H_1 : 1 < r \leq g$$
$$H_0 : r = 2 \quad \text{مُقابل} \quad H_1 : 2 < r \leq g$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$H_0 : r = g - 1 \quad \text{مقابل} \quad H_1 : r = g$$

يتضمَّن الاختبار الأول فرضية عدم تتمثَّل في عدم وجود متجهات تكامل مُشترك (وهو ما يُعادل رتبة صفرية للمصفوفة Π)، إذا لم يتم رفض فرضية العدم سوف نستنتج أنه لا يوجد متجهات تكامل مُشترك وننتهي من الاختبار، ومع ذلك إذا تم رفض: $H_0 : r = 0$، فسوف يتم اختبار فرضيَّة العدم التي تنص على وجود متجه تكامل مُشترك واحد (أي $H_0 : r = 1$)، وهكذا، وبالتالي فإن قيمة r تزيد بشكل مُستمر إلى أن نصل إلى عدم رفض فرضيَّة العدم.

لكن كيف يتطابق ذلك مع اختبار رتبة المصفوفة Π؟ r هو رتبة المصفوفة Π وهي مصفوفة لا يُمكن أن تكون من الرتبة الكاملة (أي من الرتبة g)؛ لأن ذلك يتطابق مع بيانات y_t الأصلية الساكنة، أمَّا إذا كانت Π مصفوفة ذات رُتبة صفريَّة فإنه وقياسًا على الحالة أحاديَّة المتغيِّر، يعتمد Δy_t فقط على Δy_{t-j} دون y_{t-1} بحيث لا تُوجد علاقة طويلة الأجل بين عناصر y_{t-1}، وبالتالي لا وجود للتكامل المشترك، بالنسبة لــ $1 < \text{rank}(\Pi) < g$، يكون هناك r متَّجه للمتكامل المشترك، يتم من بعد تعريف المصفوفة Π على أنها ناتج ضرب المصفوفتين α و β' ذات الأبعاد $(g \times r)$ و $(r \times g)$ على التوالي، أي:

$$\Pi = \alpha\beta' \qquad (٦٥،٨)$$

تُعطي المصفوفة β متجهات التكامل المشترك، في حين تُعطي المصفوفة α مقدار كل متجه للتكامل المشترك داخل كل معادلة من مُعادلات نموذج متجه تصحيح الخطأ (VECM)، والمعروفة أيضًا 'بمعلمات التعديل'، لنفترض على سبيل المثال أن $g = 4$ بحيث يتضمَّن النظام أربعة مُتغيِّرات، تُكتب عناصر المصفوفة Π كما يلي:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} \end{pmatrix} \quad (٦٦،٨)$$

إذا كان $r = 1$، بحيث يكون هناك متجه تكامل مُشترك واحد، فإن α و β سوف يكونان من الرتبة (٤ x ١):

$$\Pi = \alpha\beta' = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{14} \end{pmatrix} (\beta_{11} \quad \beta_{12} \quad \beta_{13} \quad \beta_{14}) \quad (٦٧،٨)$$

وإذا كان $r = 2$، بحيث يكون هناك متجهان للتكامل المشترك، فإن α و β سوف يكونان من الرتبة (٤ x ٢):

$$\Pi = \alpha\beta' = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} \\ \alpha_{14} & \alpha_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \end{pmatrix} \quad (٦٨،٨)$$

وهكذا لـــ $r = 3, \ldots$.

لنفترض الآن أن $g = 4$ و $r = 1$ كما في المعادلة رقم (٦٧،٨) أعلاه، بحيث يكون لدينا أربعة مُتغيّرات في النظام وهي y_1، y_2، y_3 و y_4 والتي تُظهر متجه تكامل مُشترك واحدًا، نتحصل إذًا على Πy_{t-k} من خلال المعادلة التالية:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{14} \end{pmatrix} (\beta_{11} \quad \beta_{12} \quad \beta_{13} \quad \beta_{14}) \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix}_{t-k} \quad (٦٩،٨)$$

يُمكن أيضًا كتابة المعادلة رقم (٦٩،٨) كما يلي:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{14} \end{pmatrix} (\beta_{11}y_1 \quad \beta_{12}y_2 \quad \beta_{13}y_3 \quad \beta_{14}y_4)_{t-k} \quad (٧٠،٨)$$

بالنظر إلى المعادلة رقم (٧٠،٨) من الممكن كتابة المعادلات بشكل مُنفصل لكل مُتغيِّر Δy_t، من الشائع أيضًا 'التطبيع' على متغير مُعيَّن، بحيث يكون مُعامل هذا المتغيِّر في متجه التكامل المشترك مُساويًا لواحد، على سبيل المثال فإن التطبيع على y_1 سوف يجعل حد التكامل المشترك لـــ Δy_1 في المعادلة هو:

$$\alpha_{11} = \left(y_1 + \frac{\beta_{12}}{\beta_{11}} y_2 + \frac{\beta_{13}}{\beta_{11}} y_3 + \frac{\beta_{14}}{\beta_{11}} y_4\right)_{t-k} \quad \text{، إلخ}$$

وأخيرًا تجدر الإشارة إلى أن الوصف أعلاه لا يُمثِّل تمامًا كيفيَّة عمل إجراء جوهانسن، وإنما هو تقريبًا بديهي له.

١ , ٩ , ٨ اختبار الفرضيات باستخدام طريقة جوهانسن
(Hypothesis testing using Johansen)

لا تسمح طريقة إنجل-جرانجر بإجراء اختبار فرضيات عن علاقات التكامل المشترك في حد ذاتها، لكن إعداد جوهانسن يسمح في المقابل باختبار الفرضيات حول علاقات التوازن بين المتغيِّرات، كما تسمح طريقة جوهانسن للباحث باختبار فرضية عن معامل واحد أو أكثر في علاقة التكامل المشترك من خلال اعتبار الفرضية على أنها قيد مفروض على المصفوفة Π، في حالة وجود r متجه للتكامل المشترك فإن فقط توليفاتها الخطِّية أو تحويلاتها الخطِّية، أو توليفات متجهات التكامل المشترك سوف تكون ساكنة، في

الواقع يُمكن ضرب مصفوفة المتجهات المتكاملة β في أي مصفوفة متطابقة وغير شاذة للحصول على مجموعة جديدة من متجهات التكامل المشترك.

لا تعني مجموعة قيم المعاملات طويلة الأجل المطلوبة أو العلاقات بين المعاملات بالضرورة أن متجهات التكامل المشترك يجب أن تكون مُقيّدة، يرجع ذلك إلى كون أي توليفة من متجهات التكامل المشترك تُعتبر أيضًا متجهًا للتكامل المشترك، لذلك يُمكن الجمع بين متجهات التكامل المشترك التي تم الحصول عليها حتى الآن لتوفير متجه جديد أو بشكل عام مجموعة جديدة من المتّجهات تتسم بالخصائص المطلوبة، كلّما كانت الخصائص المطلوبة أكثر بساطة وأقل عددًا، كلما زاد احتمال أن تؤدي عملية إعادة التوليف هذه (والتي تُسمَّى *إعادة التطبيع*) إلى إنتاج تلقائي لمتجهات التكامل المشترك بالخصائص المطلوبة، ومع ذلك، عندما تصبح القيود أكثر عددًا، أو تتضمَّن المزيد من معاملات المتجهات، سوف يُصبح من المستحيل في نهاية المطاف إشباع جميع هذه القيود عن طريق إعادة التطبيع، بعد هذه النقطة سوف تكون جميع التوليفات الخطِّية الأخرى للمتغيِّرات غير ساكنة، إذا كان القيد لا يُؤثر كثيرًا على النموذج، أي إذا كان التقييد غير مُلزم، فيجب ألّا تتغير المتجهات الذاتية بشكل كبير بعد فرض القيد، تُعطي المعادلة التالية إحصاءة الاختبار المستخدمة في اختبار هذه الفرضية:

$$\text{إحصاءة الاختبار} = -T + \sum_{i=1}^{r}[\ln(1-\lambda_i) - \ln(1-\lambda_i^*)] \sim \chi^2(m) \qquad (٨،٧١)$$

حيث يُمثّل λ_i^* الجذور المميّزة للنموذج المقيَّد، λ_i الجذور المميّزة للنموذج غير المقيّد، r عدد الجذور المميّزة غير الصفرية في النموذج غير المقيّد و m عدد القيود.

يتم فعليًا فرض القيود من خلال استبدالها في المصفوفات α أو β المناسبة وحسب الاقتضاء، بحيث يُمكن إجراء الاختبارات إمّا على متجهات التكامل المشترك أو تحميلها (Loadings) في كل مُعادلة في النظام (أو كلاهما)، لنأخذ على سبيل المثال المعادلات رقم (٨، ٦٦ – ٨، ٦٨) أعلاه، قد تقترح النظرية أن معاملات تحميل متجه أو متجهات التكامل المشترك في كل معادلة يجب أن تأخذ قيم معينة، في هذه الحالة من المهم اختبار القيود على عناصر α (على سبيل المثال $\alpha_{11} = 1$، $\alpha_{23} = -1$، إلخ)، وبالمثل، قد يكون من الأهمية بمكان دراسة ما إذا كانت مجموعة فرعية فقط من المتغيِّرات في y_t لازمة فعليًا للحصول على توليفة خطّية ساكنة، سوف يكون من المناسب في هذه الحالة اختبار قيود على عناصر β، على سبيل المثال، لاختبار الفرضية القائلة بأن y_4 ليست ضرورية لتكوين علاقة طويلة الأجل، نُحدِّد $\beta_{14} = 0$، $\beta_{24} = 0$، إلخ.

للحصول على معالجة مفصلة وممتازة للتكامل المشترك في سياق كلٍّ من نماذج المعادلة الواحدة ونماذج المعادلات المتعدِّدة، انظر هاريس (١٩٩٥)، سوف يتم الآن تقديم العديد من التطبيقات لاختبارات التكامل المشترك ونمذجة الأنظمة المتكاملة تكاملًا مشتركًا في مجال الماليّة.

٨ ,١٠ تعادل القوة الشرائية

(Purchasing power parity)

ينص تعادل القوة الشرائية على أن سعر صرف التوازن أو سعر الصرف طويل الأجل بين دولتين يُساوي نسبة مستويات أسعارهم النسبية، يعني تعادل القوة الشرائية ضمنًا أن سعر الصرف الحقيقي Q_t ساكن، هذا ويُمكن تعريف سعر الصرف الحقيقي كما يلي:

$$Q_t = \frac{E_t P_t^*}{P_t} \qquad (٧٢،٨)$$

بحيث يُمثّل E_t سعر الصرف الاسمي بالعملة المحلية لكل وحدة من العملة الأجنبية، P_t مستوى الأسعار المحليّة و P_t^* مستوى الأسعار الأجنبيّة، بأخذ لوغاريتم المعادلة رقم (٧٢،٨) وإعادة ترتيبها نتحصّل على طريقة أخرى للتعبير عن علاقة تعادل القوة الشرائية:

$$e_t - p_t + p_t^* = q_t \qquad (٧٣،٨)$$

حيث تُشير حروف الطباعة الصغيرة في المعادلة رقم (٧٣،٨) إلى التحويلات اللوغاريتمية لحروف الطباعة الكبيرة المقابلة لها والمستخدمة في المعادلة رقم (٧٢،٨)، هناك شرط ضروري وكافٍ لتحقُّق تعادل القوة الشرائية، وهو أن تكون مُتغيِّرات الجانب الأيسر من المعادلة رقم (٧٣،٨)، أي لوغاريتم سعر الصرف بين البلدين أ و ب ولوغاريتهات مُستويات الأسعار في البلدين أ و ب، متكاملة تكاملًا مشتركًا بمتجه تكامل مُشترك مُساوٍ لـ[١ -١ ١].

أجرى تشن (١٩٩٥) اختبارًا لهذا النموذج باستخدام بيانات شهرية عن بلجيكا، فرنسا، ألمانيا، إيطاليا وهولندا خلال الفترة الممتدَّة بين أبريل ١٩٧٣ وديسمبر ١٩٩٠، هذا وتم فحص تقييمات ثنائية لمعرفة ما إذا كان يوجد تكامل مشترك أم لا، وذلك لجميع توليفات هذه الدول (عشرة أزواج من البلدان)، وبما أن هنالك ثلاثة متغيِّرات في النظام (لوغاريتم سعر الصرف وسلسلتَيْ لوغاريتم الأسعار الاسميَّة) في كل حالة، وبما أن المتغيِّرات التي تكون على شكل مُستويات لوغاريتميَّة تُعتبر غير ساكنة فإنه يمكن أن يكون هناك بحد أقصى علاقتان متكاملتان تكاملًا مشتركًا ومستقلتان خطيًّا لكل زوج من البلدان، يعرض الجدول ١ لتشين نتائج تطبيق اختبار الأثر لجوهانسن والذي تم تعديله وعرضه هنا كما في الجدول رقم (٨,٨).

وكما يتبيَّن من النتائج فإنه يتم رفض فرضية العدم القائلة بعدم وجود متجهات متكاملة تكاملًا مشتركًا لكل زوج من أزواج البلدان، وكذلك رفض فرضية العدم المتمثِّلة في وجود مُتَّجه واحد أو أقل للتكامل المشترك للأزواج التالية: فرنسا-بلجيكا، ألمانيا-إيطاليا، ألمانيا- بلجيكا، إيطاليا-بلجيكا وهولندا-بلجيكا، كما أنه في جميع الحالات لم يتم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود مُتَّجهين أو أقل للتكامل المشترك، وهكذا فإننا نستنتج أنه تم تأييد فرضيَّة تعادل القوَّة الشرائيَّة، وأن هناك إمّا علاقة واحدة أو علاقتان للتكامل المشترك بين السلاسل بحسب أزواج البلدان، هذا وترد القيم المقدَّرة لـ α_1 و α_2 في العمودين الآخرين من الجدول رقم (٨,٨)، تقترح نظريَّة تعادل القوَّة الشرائيَّة بأن القيم المقدرة لهذه المعاملات يجب أن تكون على التوالي ١ و -١، تكون القيم المقدّرة للمعاملات في مُعظم الحالات بعيدة جدًّا عن هذه القيم المتوقَّعة، كما يُمكن بطبيعة الحال فرض هذا القيد واختباره في إطار منهج جوهانسن على النحو المشار إليه أعلاه، لكن تشن لم يقم بإجراء هذا التحليل.

٨ ,١١ التكامل المشترك بين أسواق السندات الدولية
(Cointegration between international bond markets)

يحتفظ المستثمرون في كثير من الأحيان بسندات من أكثر من سوق وطني واحد على أمل تحقيق انخفاض في المخاطرة من خلال التنويع (Diversification) الحاصل في السندات، إذا كانت سندات الأسواق الدولية مُرتبطة ارتباطًا وثيقًا على المدى الطويل فسوف يكون التنويع أقل فعالية مما لو كانت أسواق السندات تعمل بشكل مستقل عن بعضها البعض، هناك مُؤشر هام عن مدى توفُّر التنويع طويل الأجل للمستثمرين في أسواق السندات الدولية، ونتحصّل عليه من خلال تحديد ما إذا كانت الأسواق متكاملة

تكاملًا مشتركًا أم لا، سوف يدرس هذا الكتاب الآن مثالين من الأدبيات الأكاديمية التي تبحث في هذه المسألة وهما: كلير، ماراس وتوماس (١٩٩٥) ((Clare, Maras and Thomas (1995)) وميلز وميلز (١٩٩١) ((Mills and Mills (1991)).

الجدول رقم (٨،٨) اختبارات التكامل المشترك لتعادل القوة الشرائية على بيانات أوروبية

اختبارات التكامل المشترك بين:	$r = 0$	$r \leq 1$	$r \leq 2$	α_1	α_2
FRF-DEM	*٣٤,٦٣	١٧,١٠	٦,٢٦	١,٣٣	٢,٥٠-
FRF-ITL	*٥٢,٦٩	١٥,٨١	٥,٤٣	٢,٦٥	٢,٥٢-
FRF-NLG	*٦٨,١٠	١٦,٣٧	٦,٤٢	٠,٥٨	٠,٨٠-
FRF-BEF	*٥٢,٥٤	*٢٦,٠٩	٣,٦٣	٠,٧٨	١,١٥-
DEM-ITL	*٤٢,٥٩	*٢٠,٧٦	٤,٧٩	٥,٨٠	٢,٢٥-
DEM-NLG	*٥٠,٢٥	١٧,٧٩	٣,٢٨	٠,١٢	٠,٢٥-
DEM-BEF	*٦٩,١٣	*٢٧,١٣	٤,٥٢	٠,٨٧	٠,٥٢-
ITL-NLG	*٣٧,٥١	١٤,٢٢	٥,٠٥	٠,٥٥	٠,٧١-
ITL-BEF	*٦٩,٢٤	٣٢,١٦	٧,١٥	٠,٧٣	١,٢٨-
NLG-BEF	*٦٤,٥٢	*٢١,٩٧	٣,٨٨	١,٦٩	٢,١٧-
القيم الحرجة	٣١,٥٢	١٧,٩٥	٨,١٨	-	-

ملاحظات: FRF: الفرنك الفرنسي؛ DEM: المارك الألماني؛ NLG: الغيلدر الهولندي؛ ITL: الليرة الإيطالية؛ BEF: الفرنك البلجيكي.

المصدر: تشن (١٩٩٥)، أعيد نشره بتصريح من تايلور وفرانسيس المحدودة (www.tandf.co.uk).

١ , ١١ , ٨ التكامل المشترك بين أسواق السندات الدولية منهج أحادي المتغيِّر
(Cointegration between international bond markets: a univariate approach)

استخدم كلير، ماراس وتوماس (١٩٩٥) ((Clare, Maras and Thomas (1995)) طريقة المعادلة الواحدة لديكي-فولر وإنجل-جرانجر لاختبار التكامل المشترك باستخدام تحليل مُزدوج لمؤشرات سوق السندات لأربع دول وهي: الولايات المتّحدة الأمريكية، المملكة المتّحدة، ألمانيا واليابان، هذا وتم استخدام بيانات شهريَّة عن إجمالي عوائد مؤشرات السندات الحكومية والمتحصَّل عليها من الإخوة سالومون (Salomon Brothers) من شهر يناير ١٩٧٨ إلى شهر أبريل ١٩٩٠، يُظهر تطبيق اختبار ديكي-فولر على لوغاريتم المؤشرات النتائج التالية (والمقتبسة من الجدول رقم ١ لكلير، ماراس وتوماس) الواردة في الجدول رقم (٨,٩).

لم تعرض ورقة كلير، ماراس وتوماس القيم الحرجة ولا ما يُفيد بها إذا تم إدراج ثابت واتجاه عام في انحدارات الاختبار أم لا، ومع ذلك فإن النتائج واضحة، هذا ونُذكِّر بأنه تُرفض فرضية العدم لجذر الوحدة إذا كانت إحصاءة الاختبار أصغر (وأكثر سلبية) من القيمة الحرجة، بالنسبة للعيِّنات ذات الأحجام الواردة هنا سوف تتراوح القيم الحرجة عند المستوى ٥٪ ما بين -١,٩ و -٣,٥٠، وبالتالي فقد ثبت بشكل قاطع بأن لوغاريتمات المؤشرات غير ساكنة، في حين يُؤدي أخذ الفروق الأولى للوغاريتمات (أي العوائد) إلى السكون.

الجدول رقم (٨،٩) اختبارات ديكي– فولر لمؤشرات السندات الدولية

المجموعة أ: اختبار على لوغاريتم مؤشر البلد:	إحصاءة ديكي–فولر
ألمانيا	-٠,٣٩٥
اليابان	-٠,٧٩٩
المملكة المتحدة	-٠,٨٨٤
الولايات الأمريكية المتحدة	٠,١٧٤
المجموعة ب: اختبار على لوغاريتم العوائد للبلد:	
ألمانيا	-١٠,٣٧
اليابان	-١٠,١١
المملكة المتحدة	-١٠,٥٦
الولايات المتحدة الأمريكية	-١٠,٦٤

المصدر: كلير، ماراس وتوماس (١٩٩٥)، أعيد طبعه بتصريح من بلاكويل للنشر.

وبما أن جميع لوغاريتمات المؤشرات في جميع الحالات الأربعة تظهر أنها $I(1)$، فإن المرحلة التالية في التحليل تتمثَّل في اختبار التكامل المشترك من خلال إنشاء انحدار للتكامل المشترك المحتمل واختبار عدم السكون في بواقيه، يستخدم كلير، ماراس وتوماس انحدارات من الشكل التالي:

$$B_i = \alpha_0 + \alpha_1 B_j + u \qquad (٨،٧٤)$$

مع حذف الرموز السفليَّة للزمن، وحيث يُمثِّل B_i و B_j لوغاريتمات مؤشرات السندات لأي بلدين i و j، ترد النتائج في جداولهم ٣ و ٤، واللذان تم دمجهما معًا هنا في الجدول رقم (٨،١٠)، هذا وقدَّم كلير، ماراس وتوماس النتائج المستخلصة من تطبيق سبع اختبارات مُختلفة، في حين نعرض هنا فقط نتائج كلٍّ من اختبار الانحدار المتكامل المشترك لديربن واتسون، اختبار ديكي–فولر واختبار ديكي–فولر الموسَّع (على الرغم من أن ورقتهم لم تذكر أطوال فترات الإبطاء لهذا الأخير).

لا يُمكن في هذه الحالة رفض فرضية العدم لجذر الوحدة في البواقي المتحصَّل عليها من الانحدار رقم (٨،٧٤)، وبالتالي فإن الاستنتاج الذي تم توصَّل إليه هو عدم وجود تكامل مُشترك بين أيّ زوج من أزواج مؤشرات السندات في هذه العيِّنة.

٨،١١،٢ التكامل المشترك بين أسواق السندات الدولية منهج متعدد المتغيِّرات
(Cointegration between international bond markets: a multivariate approach)

قام ميلز وميلز (١٩٩١) بالنظر أيضًا في مسألة التكامل المشترك أو عدم التكامل المشترك بين نفس أسواق السندات الدولية الأربعة، غير أنه وعلى عكس كلير وآخرون (١٩٩٥) الذين استخدموا مؤشرات أسعار السندات، فإن ميلز وميلز استخدما مشاهدات الإقفال اليومية لعوائد الاسترداد (Redemption Yields)، هذا وتمتد فترة عيِّنة عوائد الاسترداد من ١ أبريل ١٩٨٦ إلى ٢٩ ديسمبر ١٩٨٩ مما يُعطي ٩٦٠ مُشاهدة، كما استخدما إجراء انحدار من نوع ديكي–فولر لاختبار عدم سكون السلاسل الفردية وتوصلوا إلى أن جميع سلاسل العوائد الأربعة هي $I(1)$.

الجدول رقم (٨،١٠) اختبارات التكامل المشترك لأزواج مؤشرات السندات الدولية

الاختبار	المملكة المتحدة- ألمانيا	المملكة المتحدة- اليابان	المملكة المتحدة-الولايات المتحدة الأمريكية	ألمانيا- اليابان	ألمانيا-الولايات المتحدة الأمريكية	اليابان-الولايات المتحدة الأمريكية	القيمة الحرجة عند ٥٪
CRDW	٠,١٨٩	٠,١٩٧	٠,٠٩٧	٠,٢٣٠	٠,١٦٩	٠,١٣٩	٠,٣٨٦
DF	٢,٩٧٠	٢,٧٧٠	٢,٠٢٠	٣,١٨٠	٢,١٦٠	٢,١٦٠	٣,٣٧٠
ADF	٣,١٦٠	٢,٩٠٠	١,٨٠٠	٣,٣٦٠	١,٦٤٠	١,٨٩٠	٣,١٧٠

المصدر: كلير، ماراس وتوماس (١٩٩٥)، أعيد طبعه بتصريح من بلاكويل للنشر.

الجدول رقم (٨،١١) اختبارات جوهانسن للتكامل المشترك لعوائد السندات الدولية

r : عدد متجهات التكامل المشترك تحت فرضية العدم	إحصاءة الاختبار	القيم الحرجة	
		١٠٪	٥٪
٠	٢٢,٠٦	٣٥,٦	٣٨,٦
١	١٠,٥٨	٢١,٢	٢٣,٨
٢	٢,٥٢	١٠,٣	١٢,٠
٣	٠,١٢	٢,٩	٤,٢

المصدر: ميلز وميلز (١٩٩١)، أعيد طبعه بتصريح من بلاكويل للنشر.

يتم بعد ذلك استخدام طريقة أنظمة جوهانسن لاختبار التكامل المشترك بين السلاسل، وعلى عكس كلير وآخرين، درس ميلز وميلز جميع المؤشرات الأربعة معًا بدلًا من فحصها زوجًا زوجًا، لذلك وبما أن هناك أربعة متغيِّرات في النظام (عوائد الاسترداد لكل بلد)، أي أن $g = 4$، فيمكن العثور على الأكثر ثلاثة متجهات تكامل مُشترك مُستقلة خطيًا، أي أن $r \leq 3$، هذا ويتم استخدام إحصاءة الأثر التي تأخذ الشكل التالي:

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^{g} \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (٨،٧٥)$$

حيث يُمثّل λ_i القيمة الذاتية المطلوبة، وردت النتائج في جدولهم رقم ٢، والذي تم تعديله بشكل طفيف هنا وعُرض في الجدول رقم (٨،١١).

بالنظر إلى الصف الأول تحت العنوان يُمكن مُلاحظة أن إحصاءة الاختبار أصغر من القيمة الحرجة، لذلك لا يمكن رفض فرضية العدم $r = 0$، حتى عند المستوى ١٠٪، وبالتالي ليس من الضروري النظر إلى الصفوف المتبقية من الجدول، وهكذا نؤكد ثانية أن نتيجة هذا التحليل هي نفس نتيجة كلير وآخرين، أي أنه لا توجد متجهات للتكامل المشترك.

نظرًا لعدم وجود توليفات خطّية للعوائد تكون ساكنة، وبالتالي عدم وجود تمثيل لتصحيح الخطأ، فإن ميلز وميلز واصلًا في تقدير متجه الانحدار الذاتي للفروق الأولى للعوائد، يأخذ متجه الانحدار الذاتي الشكل التالي:

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i \, \Delta X_{t-i} + \upsilon_t \qquad (٧٦،٨)$$

حيث إن:

$$X_t = \begin{bmatrix} X(US)_t \\ X(UK)_t \\ X(WG)_t \\ X(JAP)_t \end{bmatrix}, \Gamma_i = \begin{bmatrix} \Gamma_{11i} & \Gamma_{12i} & \Gamma_{13i} & \Gamma_{14i} \\ \Gamma_{21i} & \Gamma_{22i} & \Gamma_{23i} & \Gamma_{24i} \\ \Gamma_{31i} & \Gamma_{32i} & \Gamma_{33i} & \Gamma_{34i} \\ \Gamma_{41i} & \Gamma_{42i} & \Gamma_{43i} & \Gamma_{44i} \end{bmatrix}, \upsilon_t = \begin{bmatrix} \upsilon_{1t} \\ \upsilon_{2t} \\ \upsilon_{3t} \\ \upsilon_{4t} \end{bmatrix}$$

حدَّد ميلز وميلز عدد فترات الإبطاء k لكل تغيُّر في العوائد وفي كل انحدار بـــ ٨ فترات الإبطاء، مُعتبرين أن اختبارات نسبة الإمكان رفضت إمكانية وجود أعداد أقل لفترات الإبطاء، لسوء الحظ وكما يمكن للمرء أن يتوقع بالنسبة لانحدار تغيُّرات العوائد اليومية، فإن قيم معامل التحديد R^2 لمعادلات نموذج متجه الانحدار الذاتي تُعتبر منخفضة، حيث إنها تتراوح ما بين ٠,٠٤ بالنسبة للولايات المتحدة و ٠,١٧ لألمانيا، كما تم حساب تحليلات التباين والاستجابات النبضية لمتجه الانحدار الذاتي المقدَّر، إضافة إلى ذلك تم استخدام ترتيبين للمتغيِّرات: الأول بناءً على دراسة سابقة، والثاني يعتمد على التسلسل الزمني لفتح (وإغلاق) الأسواق الماليَّة محل الدراسة: اليابان ← ألمانيا ← المملكة المتحدة ← الولايات المتحدة، سوف لن نعرض هنا سوى نتائج هذا الأخير، وهي نتائج مُقتبسة من الجدولين رقم ٤ و٥ لميلز وميلز (١٩٩١)، كما يرد في الجدولين رقم (٨,١٢) و (٨,١٣) على التوالي تحليلات التباين والاستجابات النبضية لمتجهات الانحدار الذاتي.

وكما يُمكن للمرء أن يتوقع من انخفاض معامل التحديد R^2 لمعادلات متجه الانحدار الذاتي ومن عدم وجود التكامل المشترك، تبدو أسواق السندات مُستقلة جدًّا عن بعضها البعض، كما يبدو أن تحليلات التباين، التي تُظهر نسبة التغيُّرات في المتغيِّرات التابعة التي تعود إلى صدماتها الخاصَّة، مُقابل الصدمات التي تلحق بالمتغيِّرات الأخرى، تُشير إلى أن الأسواق في الولايات المتَّحدة الأمريكية، في المملكة المتَّحدة وفي اليابان هي إلى حد ما أسواق خارجيَّة عن هذا النظام، ويعني ذلك أنه لا يُمكن تفسير الكثير من تغيُّر السلاسل الأمريكية أو البريطانية أو اليابانية بتغيُّرات غير تغيُّرات عوائد سنداتهم الخاصة، أمَّا في الحالة الألمانية وبعد عشرين يومًا، فقد فسَّرت الصدمات الألمانية فقط ٨٣٪ من التغيُّرات في العائد الألماني، هذا ويبدو أن العائد الألماني يتأثر بشكل خاص بالصدمات الأمريكية (٨,٤٪ بعد عشرين يومًا) وبالصدمات البريطانيَّة (٦,٥٪ بعد عشرين يومًا)، كما يبدو أيضًا أن الصدمات اليابانية لها التأثير الأقل على عوائد سندات الأسواق الأخرى.

يظهر نمط مُماثل من دوال الاستجابات النبضيَّة التي تُظهر وبشكل مُنفصل تأثير صدمة الوحدة على أخطاء كل معادلة من معادلات متَّجه الانحدار الذاتي، تبدو الأسواق مُستقلة نسبيًّا عن بعضها البعض، كما أنها تتَّسم بالكفاءة المعلوماتية، بمعنى أن الصدمات تعمل من خلال النظام بسرعة عالية، لا توجد استجابة للصدمات تزيد عن ١٠٪ في أي سلسلة من السلاسل بعد ثلاثة أيام من حدوث الصدمة، وفي مُعظم الحالات تعمل الصدمات عبر النظام في غضون يومين، وتعني مثل هذه النتيجة أن إمكانية تحقيق عوائد زائدة من خلال التداول في سوق ما على أساس 'أخبار قديمة' مُتحصَّل عليها من سوق آخر يبدو أمرًا مُستبعدًا جدًّا.

الجدول رقم (١٢ ,٨) تحليلات التباين لـمتجه الانحدار الذاتي لعوائد السندات الدولية

تفسير التغيرات في	الأيام المقبلة	مُفسر من خلال التغيرات في:			
		الولايات المتحدة الأمريكية	المملكة المتحدة	ألمانيا	اليابان
الولايات المتحدة الأمريكية	١	٩٥,٦	٢,٤	١,٧	٠,٣
	٥	٩٤,٢	٢,٨	٢,٣	٠,٧
	١٠	٩٢,٩	٣,١	٢,٩	١,١
	٢٠	٩٢,٨	٣,٢	٢,٩	١,١
المملكة المتحدة	١	٠,٠	٩٨,٣	٠,٠	١,٧
	٥	١,٧	٩٦,٢	٠,٢	١,٩
	١٠	٢,٢	٩٤,٦	٠,٩	٢,٣
	٢٠	٢,٢	٩٤,٦	٠,٩	٢,٣
ألمانيا	١	٠,٠	٣,٤	٩٤,٦	٢,٠
	٥	٦,٦	٦,٦	٨٤,٨	٣,٠
	١٠	٨,٣	٦,٥	٨٢,٩	٣,٦
	٢٠	٨,٤	٦,٥	٨٢,٧	٦,٧
اليابان	١	٠,٠	٠,٠	١,٤	١٠٠,٠
	٥	١,٣	١,٤	١,١	٩٦,٢
	١٠	١,٥	٢,١	١,٨	٩٤,٦
	٢٠	١,٦	٢,٢	١,٩	٩٤,٢

المصدر: مليز وميلز (١٩٩١)، أعيد طبعه بتصريح من بلاكويل للنشر.

٣ ,١١ ,٨ التكامل المشترك في أسواق السندات الدولية: الاستنتاجات
(Cointegration between international bond markets: conclusions)

يُمكن استخلاص مجموعة من الاستنتاجات من هاتين الورقتين، أشار كلا المنهجين إلى أن أسواق السندات الدولية ليست مُتكاملة تكاملًا مشتركًا، وهذا يعني أن المستثمرين يمكنهم الحصول على فوائد تنويع كبيرة، ويتعارض ذلك مع النتائج المسجلة للأسواق الأخرى، مثل سوق الصرف الأجنبي (بيلي وبوليرسليف (١٩٨٩))، سوق السلع الأساسية (بيلي (١٩٨٩)) وسوق الأسهم (تايلور وتونكس (١٩٨٩) (Taylor and Tonks (1989))، يقترح كلير، ماراس وتوماس (١٩٩٥) أن غياب التكامل طويل الأجل بين الأسواق ربما يعود إلى 'الخصوصيات المؤسساتية'، مثل فترات الاستحقاق غير المتجانسة والهياكل الضريبية، اختلاف ثقافات الاستثمار، أنماط الإصدارات وسياسات الاقتصاد الكلي بين الدول، والتي تعني ضمنًا أن الأسواق تعمل إلى حد كبير بشكل مُستقل عن بعضها البعض.

الجدول رقم (١٣ ,٨) الاستجابات النبضية لمتجه الانحدار الذاتي لعوائد السندات الدولية

عدد الأيام بعد الصدمة	استجابة الولايات المتحدة للابتكارات في:			
	الولايات المتحدة	المملكة المتحدة	ألمانيا	اليابان
٠	٠,٩٨	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٠
١	٠,٠٦	٠,٠١	٠,١٠-	٠,٠٥
٢	٠,٠٢-	٠,٠٢	٠,١٤-	٠,٠٧
٣	٠,٠٩	٠,٠٤-	٠,٠٩	٠,٠٨
٤	٠,٠٢-	٠,٠٣-	٠,٠٢	٠,٠٩
١٠	٠,٠٣-	٠,٠١-	٠,٠٢-	٠,٠١-
٢٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,١٠-	٠,٠١-
	استجابة المملكة المتحدة للابتكارات في:			
	الولايات المتحدة	المملكة المتحدة	ألمانيا	اليابان
٠	٠,١٩	٠,٩٧	٠,٠٠	٠,٠٠
١	٠,١٦	٠,٠٧	٠,٠١	٠,٠٦-
٢	٠,٠١-	٠,٠١-	٠,٠٥-	٠,٠٩
٣	٠,٠٦	٠,٠٤	٠,٠٦	٠,٠٥
٤	٠,٠٥	٠,٠١-	٠,٠٢	٠,٠٧
١٠	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠٤-	٠,٠١-
٢٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠١-	٠,٠٠
عدد الأيام بعد الصدمة	استجابة ألمانيا للابتكارات في:			
	الولايات المتحدة	المملكة المتحدة	ألمانيا	اليابان
٠	٠,٠٧	٠,٠٦	٠,٩٥	٠,٠٠
١	٠,١٣	٠,٠٥	٠,١١	٠,٠٢
٢	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠٠	٠,٠٠
٣	٠,٠٢	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠١
٤	٠,٠١	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٩
١٠	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠١-	٠,٠٢
٢٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٠

تابع الجدول رقم (٨,١٣)

	استجابة اليابان للابتكارات في:			
	الولايات المتحدة	المملكة المتحدة	ألمانيا	اليابان
٠	٠,٠٣	٠,٠٥	٠,١٢	٠,٩٧
١	٠,٠٦	٠,٠٢	٠,٠٧	٠,٠٤
٢	٠,٠٢	٠,٠٢	٠,٠٠	٠,٢١
٣	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٦	٠,٠٧
٤	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٧	٠,٠٦
١٠	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠٤
٢٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠١

المصدر: مليز وميلز (١٩٩١)، تم إعادة طبعه بتصريح من بلاكويل للنشر.

٨,١٢ اختبار فرضية التوقعات للهيكل الزمني لأسعار الفائدة

(Testing the expections hypothesis of the term structure of intrest rates)

نُشير إلى أن الترميز التالي هو نُسخة مُطابقة للترميز المستخدم من قبل كامبل وشيلر (١٩٩١) ((campbell and Shiller (1991)) في ورقتهما الأصلية، تُعرف نظرية التوقعات الخطِّية المفردة للهيكل الزمني المستخدمة لتمثيل فرضيَّة التوقعات (المشار إليها فيما بعد بـ EH)، بأنها العلاقة بين سعر الفائدة أو العائد للفترة n، والمشار إليه بـ $R_t^{(n)}$، وسعر الفائدة في الفترة m، والمشار إليه بـ $R_t^{(m)}$، حيث يكون n أكبر من m، وبالتالي يُمثِّل $R_t^{(n)}$ سعر الفائدة أو العائد على الأداة الأطول أجلًا مُقارنة بسعر الفائدة أو العائد الأقصر أجلًا $R_t^{(m)}$، بعبارة أدق: تنص فرضيَّة التوقعات على أن العائد المتوقع من الاستثمار في سعر فائدة الفترة n سوف يساوي العائد المتوقع من الاستثمار في أسعار الفترة m إلى $n-m$ فترة مُستقبليَّة، إضافة إلى علاوة مخاطرة ثابتة c، والتي يُمكن التعبير عنها كما يلي:

$$R_t^{(n)} = \frac{1}{q}\sum_{i=0}^{q-1} E_t\, R_{t+mi}^{(m)} + c \qquad (٨،٧٧)$$

حيث $q=\frac{n}{m}$، وبالتالي يُمكن صياغة سعر الفائدة الأطول أجلًا، أي $R_t^{(n)}$، كمتوسط مُرجح لمعدلات الفائدة الأقصر أجلًا الحالية والمتوقعة، أي $R_t^{(m)}$، إضافة إلى علاوة مخاطرة ثابتة c، إذا أخذنا المعادلة رقم (٨،٧٧) في الاعتبار، فإنه يُمكن مُلاحظة أنه بطرح $R_t^{(m)}$ من كلا طرفي المعادلة فإننا نتحصَّل على:

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = \frac{1}{q}\sum_{i=0}^{q-1}\sum_{j=1}^{i=1} E_t\left[\Delta^{(m)} R_{t+jm}^{(m)}\right] + c \qquad (٨،٧٨)$$

يُولد فحص المعادلة رقم (٨،٧٨) بعض القيود المثيرة للاهتمام، إذا كانت أسعار الفائدة قيد التحليل، والنقل مثلًا $R_t^{(n)}$ و $R_t^{(m)}$، سلاسل $I(1)$، فإن $\Delta R_t^{(n)}$ و $\Delta R_t^{(m)}$ سوف تكون سلاسل ساكنة بحكم تعريفها، وثمَّة قبول عام بأن أسعار الفائدة، عوائد أذون الخزانة... إلخ، تُوصف بشكل جيِّد على أنها عمليات $I(1)$، وهذا ما يُمكن مُلاحظته في كامبل وشيلر (١٩٨٨) وستوك وواتسون (١٩٨٨) ((Stock and Watson (1988)). علاوة على ذلك، وبما أن c ثابت فهو إذن سلسلة ساكنة بحكم تعريفه، وبناء على ذلك إذا تم الاحتفاظ بفرضية التوقعات، وبما أن c و $\Delta R_t^{(m)}$ هما $I(0)$ ممَّا يعني ضمنًا أن الجانب الأيمن للمعادلة رقم (٨،٧٨) ساكنًا، فإن $R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$ يجب أن يكون ساكنًا بحكم تعريفه، وإلا فسوف يكون لدينا عدم تناسق في رتبة التكامل بين الجانب الأيمن

والجانب الأيسر من العلاقة، يُعرف $R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$ عادة *بالهامش* بين معدلات الفترة n ومعدلات الفترة m ويُشار إليه بـ $S_t^{(n,m)}$ والذي يُعطي بدوره مؤشرًا عن ميل الهيكل الزمني، وبناء على ذلك نستنتج أنه إذا تحقَّقت فرضيَّة التوقعات سوف نجد أن الهامش ساكن، وبذلك سيكون بين $R_t^{(n)}$ و $R_t^{(m)}$ تكامل مُشترك، وبمتَّجه للتكامل المشترك (١،-١) لـ $\left[R_t^{(n)}, R_t^{(m)}\right]$، وبالتالي فإن العملية المتكاملة التي تقود كلا المعدَّلين تُعد مُشتركة بين الاثنين، وبذلك يُمكن القول إن المعدلات لها اتجاه عام تصادُفي مُشترك، ونتيجة لذلك بما أن فرضيَّة التوقعات تتوقع أن تتكامل كل سلسلة من سلاسل سعر الفائدة مع سعر الفائدة لمرة واحدة تكاملًا مشتركًا، فإنه يجب أن يكون صحيحًا أن العملية التصادفيَّة التي تقود جميع الأسعار هي نفس العمليَّة التي تقود السعر لفترة واحدة، ويعني ذلك أن كل توليفة من الأسعار تُشكِّل لإنشاء الهامش يجب أن تكون مُتكاملة تكاملًا مشتركًا وبمتجه للتكامل المشترك مُساوٍ لـ (١، -١).

تم في الأدبيات إجراء العديد من الدراسات حول فرضيَّة التوقعات للهيكل الزمني، ولا يبدو أن هناك إجماعًا عامًّا فيما يتعلَّق بصحَّتها. إحدى هذه الدراسات التي اختبرت فرضيَّة التوقعات باستخدام مجموعة من البيانات القياسيَّة لماكولوتش (١٩٨٧) (Mc Culloch (1987)) تعود إلى شيا (١٩٩٢) ((Shea (1992)). تشمل البيانات الهيكل الزمني بقسيمة صفرية لعدَّة فترات استحقاق تمتد من شهر إلى خمسة وعشرين سنة، وتُغطِّي الفترة ما بين يناير ١٩٥٢ وفبراير ١٩٨٧، كما تم في ورقة شيا استخدام تقنيات مُختلفة، غير أننا سوف نُناقش هنا فقط تطبيقه لتقنية جوهانسن، هذا وتم إنشاء مُتَّجه X_t يتضمَّن سعر الفائدة لكل أجل من آجال الاستحقاق:

$$X_t = \begin{bmatrix} R_t & R_t^{(2)} & \dots & R_t^{(n)} \end{bmatrix}' \qquad (٧٩،٨)$$

حيث يُشير R_t إلى سعر الفائدة الفوري نذكر أن كل عنصر من عناصر هذا المتَّجه غير ساكن، وبالتالي يُستخدم منهج جوهانسن لنمذجة نظام أسعار الفائدة ولاختبار التكامل المشترك بين الأسعار، كما تم استخدام كلٍّ من إحصاءات الاختبار λ_{max} و λ_{trace} والتي تُقابل استخدام القيمة الذاتية القصوى والقيم الذاتية المتراكمة على التوالي، هذا وقام شيا باختبار التكامل المشترك بين توليفات مختلفة لأسعار الفائدة، مُقاسة كعوائد حتى تاريخ الاستحقاق، يرد في الجدول رقم (٨, ١٤) مجموعة مختارة من نتائج شيا.

يبدو أن النتائج الواردة أدناه إضافة إلى النتائج الأخرى التي قدَّمها شيا، تُشير إلى أن أسعار الفائدة في آجال الاستحقاق المختلفة عادة ما تكون مُتكاملة تكاملًا مشتركًا وغالبًا بمتجه واحد للتكامل المشترك، وكما قد يتوقع المرء، يُصبح التكامل المشترك أضعف في الحالات التي ينطوي فيها التحليل على معدلات بعيدة عن بعضها البعض خلال نطاق الاستحقاق، ومع ذلك يُعتبر التكامل المشترك بين المعدلات شرطًا ضروريًّا ولكن ليس كافيًا لكي تُثبت البيانات فرضيَّة التوقعات للهيكل الزمني، كما تتطلَّب صحَّة فرضيَّة التوقعات أيضًا أن كل توليفة من المعدلات التي تم إنشاؤها للحصول على الهامش يجب أن تكون مُتكاملة تكاملًا مشتركًا وبمتَّجه للتكامل المشترك مُساوٍ لـ (١، -١)، عند وضع قيود مُماثلة على القيم المقدّرة لـ β المرتبطة بمتجهات التكامل المشترك، فإنه عادة ما يتم رفضها مما يشير إلى تأييد محدود لفرضيَّة التوقعات.

الجدول رقم (٨, ١٤) اختبارات فرضية التوقعات باستخدام منحنى العوائد الأمريكية بقسيمة صفرية ولبيانات شهرية

فترة العينة	أسعار الفائدة المدرجة	طول فترة الإبطاء لمتجه الانحدار الذاتي	الفرضية هي:	λ_{max}	λ_{trace}
١٩٥٢ الشهر ١–	$X_t = [R_t\ R_t^{(6)}]'$	٢	$r = 0$	***٤٧,٥٤	***٤٩,٨٢
١٩٧٨ الشهر ١٢			$r \leq 1$	٢,٢٨	٢,٢٨
١٩٥٢ الشهر ١–	$X_t = [R_t\ R_t^{(120)}]'$	٢	$r = 0$	***٤٠,٦٦	***٤٣,٧٣
١٩٨٧ الشهر ٢			$r \leq 1$	٣,٠٧	٣,٠٧
١٩٥٢ الشهر ١–	$X_t = [R_t\ R_t^{(60)}\ R_t^{(120)}]'$	٢	$r = 0$	***٤٠,١٣	***٤٢,٦٣
١٩٨٧ الشهر ٢			$r \leq 1$	٢,٥٠	٢,٥٠
١٩٧٣ الشهر ٥–	$X_t = \begin{bmatrix} R_t\ R_t^{(60)}\ R_t^{(120)} \\ R_t^{(180)}\ R_t^{(240)} \end{bmatrix}'$	٧	$r = 0$	***٣٤,٧٨	***٧٥,٥٠
١٩٨٧ الشهر ٢			$r \leq 1$	*٢٣,٣١	٤٠,٧٢
			$r \leq 2$	١١,٩٤	١٧,٤١
			$r \leq 3$	٣,٨٠	٥,٤٧
			$r \leq 4$	١,٦٦	١,٦٦

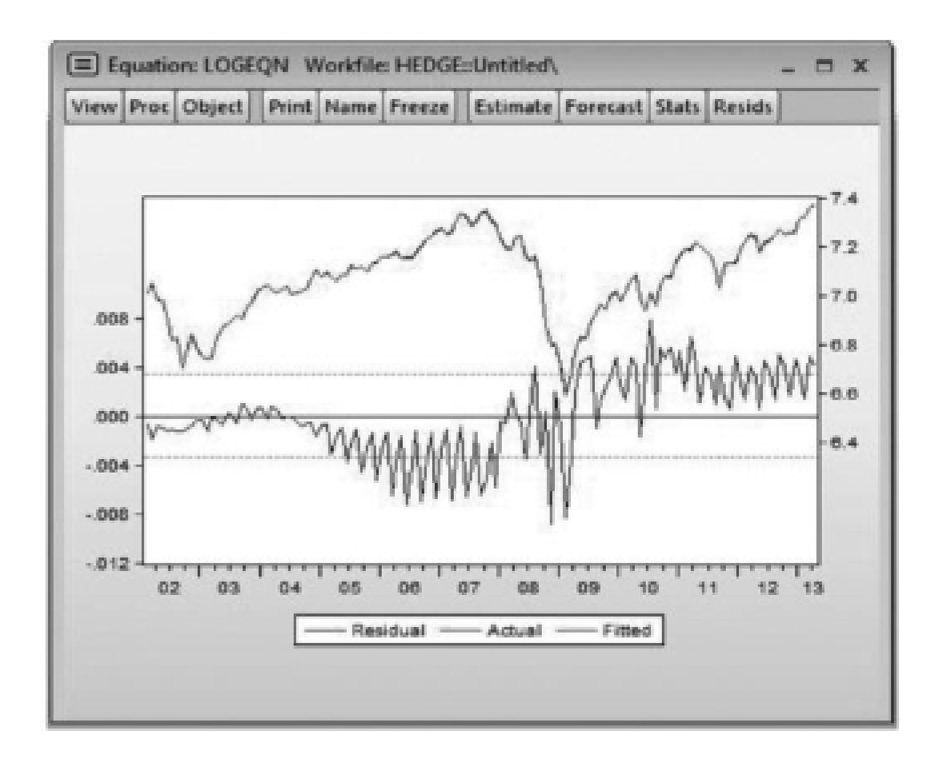
ملاحظات: *،** و *** تدل على المعنوية عند المستويات ٢٠٪، ١٠٪ و ٥٪ على التوالي؛ r هو عدد متجهات التكامل المشترك تحت فرضية العدم.

المصدر: شيا (١٩٩٢)، أعيد نشره بإذن من الجمعية الإحصائية الأمريكية، جميع الحقوق محفوظة.

٨, ١٣ اختبار التكامل المشترك ونمذجة النظم المتكاملة تكاملًا مشتركًا باستخدام إفيوز

(Testing for cointegration and modelling cointegrated systems using EViews)

سوف نقوم الآن بدراسة التكامل المشترك بين السلاسل الفورية والمستقبلية للمؤشر S&P500 التي تمت مناقشتها في الفصول ٣ و ٤ وذلك باستخدام إفيوز، إذا كانت السلسلتين متكاملتين تكاملًا مشتركًا، فهذا يعني أن الأسعار الفورية والمستقبلية بينها علاقات طويلة الأجل



لقطة الشاشة رقم (٢ ,٨) الرسم البياني للبواقي الفعليّة والمجهّزة للتأكّد من السكون.

تمنعهما من أن تبتعدا عن بعضهما البعض دون قيود، ولاختبار التكامل المشترك باستخدام منهج إنجل-جرانجر، نقوم بفحص بواقي انحدار السعر الفوري على السعر المستقبلي(٦)، نقوم إذًا **بإنشاء مُتغيّرَيْن جديدين** للوغاريتم سلسلة الأسعار الفورية وللوغاريتم سلسلة الأسعار المستقبلية، ونُسمّيهما على التوالي '**lspot**' و '**lfutures**'، نقوم بعد ذلك بخلق كائن مُعادلة جديد وإجراء الانحدار التالي:

LSPOT c LFUTURES.

كما نُشير ثانية إلا أنه من غير الصواب اختبار أي شيء ما عدا قيم المعاملات في هذا الانحدار، توجد بواقي هذا الانحدار في كائن يُسمّى RESID، من عرض نتائج الانحدار، **انقر فوق View/Actual, Fitted, Residual ثم على Actual, Fitted, Residual Graph**، وبعد ذلك سوف ترى رسمًا بيانيًا لمستويات البواقي (الخط الأزرق)، والتي تبدو أكثر شبهًا بسلسلة ساكنة مُقارنة بسلسلة الأسعار الأصليّة (يُعادل الخط الأحمر القيم الفعلية لـ y)، لاحظ كم أن الخط الفعلي والخط المجهَّز قريبان من بعضهما البعض؛ فالخطّان لا يُمكن تمييزهما تقريبًا، لذلك نجد أن مقياس البواقي في الجهة اليسرى (في لقطة الشاشة) صغيرًا جدًا، يجب أن يظهر الرسم البياني كما في لقطة الشاشة رقم (٢ ,٨).

نقوم بإنشاء سلسلة جديدة لحفظ هذه البواقي في كائن لاستخدامها لاحقًا:

$$STATRESIDS = RESID.$$

---

(٦) نُشير إلى أنه من الشائع إجراء انحدار لـلوغاريتم الأسعار الفوريّة على لوغاريتم الأسعار المستقبلية بدلًا من إجراء انحدار على المستويات؛ والسبب الرئيس لاستخدام اللوغاريتمات هو أن فروق اللوغاريتمات تُمثّل العوائد، في حين أن ذلك ليس صحيحًا بالنسبة للمستويات.

يُعتبر ذلك أمرًا مطلوبًا؛ لأنه في كل مرة يتم فيها إجراء انحدار، يتم تحديث الكائن RESID (الكتابة فوقه) لاحتواء بواقي أحدث انحدار تم إجراؤه، تقوم بعدها **بإجراء اختبار ديكي-فولر الموسَّع** على سلسلة البواقي STATRESIDS، نفترض ثانية أنه يُسمح بإدراج فترات إبطاء تصل إلى اثنتي عشرة فترة، ويُستخدم معيار شوارز لاختيار طول فترة الإبطاء المثلى، كما يتم استخدام ثابت دون اتجاه عام في انحدار مُستويات السلاسل، نتحصَّل على النتائج التالية:

Null Hypothesis: STATRESIDS has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		−1.738437	0.4096
Test critical values:	1% level	−3.480425	
	5% level	−2.883408	
	10% level	−2.578510	

* ماكينون (١٩٩٦)، قيم بي من جانب واحد.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(STATRESIDS)
Method: Least Squares
Date: 08/05/13 Time: 16:36
Sample (adjusted): 2002M03 2013M04
Included observations: 132 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
STATRESIDS(-1)	−0.120172	0.069127	−1.738437	0.0845
D(STATRESIDS(-1))	−0.658848	0.083894	−7.853369	0.0000
D(STATRESIDS(-2))	−0.558155	0.074282	−7.513974	0.0000
C	7.97E-05	0.000193	0.412030	0.6810

R-squared	0.506131	Mean dependent var	3.78E-05
Adjusted R-squared	0.494556	S.D. dependent var	0.003124
S.E. of regression	0.002221	Akaike info criterion	−9.351697
Sum squared resid	0.000632	Schwarz criterion	−9.264340
Log likelihood	621.2120	Hannan-Quinn criter.	−9.316199
F-statistic	43.72608	Durbin-Watson stat	2.010767
Prob(F-statistic)	0.000000		

وبما أن إحصاءة الاختبار (-١,٧٤) ليست أكثر سلبية من القيم الحرجة حتى عند المستوى ١٠ ٪، فلا يُمكن رفض فرضيَّة العدم لجذر الوحدة في بواقي انحدار الاختبار، وبالتالي فإننا نستنتج أن السلسلتين غير مُتكاملتين تكاملًا مشتركًا، ويعني ذلك أن الشكل الأنسب للنموذج الذي سوف يتم تقديره هو عبارة عن نموذج يضم فقط الفروق الأولى للمتغيِّرات، بما أنه لا وجود لعلاقة طويلة الأجل.

في المقابل إذا وجدنا أن السلسلتين مُتكاملتين تكاملًا مشتركًا فيمكن حينها تقدير نموذج تصحيح الخطأ، بما أنه توجد توليفة خطِّية بين الأسعار الفوريَّة والمستقبلية تكون ساكنة، سوف يكون نموذج تصحيح الخطأ هو النموذج المناسب في هذه الحالة بدلًا من النموذج في شكل فروق أولى فقط؛ لأنه سوف يُمكِّننا من التقاط العلاقة طويلة الأجل بين السلاسل، وكذلك العلاقة قصيرة الأجل، يُمكننا تقدير نموذج تصحيح الخطأ عن طريق إجراء الانحدار التالي:

rspot c rfutures *s*tatresids(−1)

غير أنه إذا قمت بتقدير هذا النموذج فإن القيمة المقدَّرة لحد تصحيح الخطأ لن تكون في الحقيقة معقولة، ونظرًا إلى أن السلسلتين ليستا مُتكاملتين تكاملًا مشتركًا فإن النموذج على الشكل التالي:

rspot c rfutures rspot(−1) rfutures(−1)

سوف يكون مُناسبًا أكثر، هذا ونُشير إلى أنه يُمكننا إما إدراج أو استبعاد الحدود المتباطئة، وأن أيًّا من الشكلين سوف يكون سليمًا من منظور أن جميع العناصر في المعادلة هي عناصر ساكنة.

قبل أن ننتقل لشيء آخر لا بُد أن نُشير إلى أن هذه النتيجة ليست ثابتة تمامًا، فعلى سبيل المثال، إذا قمنا بإجراء انحدار لا يحتوي على فترات إبطاء (أي اختبار ديكي فولر بحت)، أو على عيِّنة فرعية من البيانات، سوف نجد أنه يجب رفض فرضيَّة العدم لجذر الوحدة، ممَّا يدُل على أن السلاسل مُتكاملة تكاملًا مشتركًا، وبالتالي يجب الحذر عند استخلاص استنتاج قاطع في هذه الحالة.

ورغم أنه من السهل جدًّا استخدام منهج إنجل-جرانجر كما هو مُوضَّح أعلاه، إلَّا أنه يشكو من عيب رئيس، وهو أنه لا يُمكن تقدير سوى علاقة تكامل مُشترك واحدة بين المتغيِّرات، في مثال الأسعار الفورية والمستقبلية يُمكن أن يكون هناك على الأكثر علاقة واحدة للتكامل المشترك بما أن هناك فقط مُتغيِّرين في النظام، ولكن في حالات أخرى إذا كان هناك مُتغيرات أكثر فمن المحتمل أن يكون هناك أكثر من علاقة تكامل مُشترك مُستقلة خطيًّا، وبالتالي من المناسب بدلًا من ذلك دراسة مسألة التكامل المشترك ضمن إطار متجه الانحدار الذاتي لجوهانسن.

يُركز التطبيق الذي سوف نقوم بدراسته الآن على ما إذا كانت عوائد أذون الخزانة ذات آجال الاستحقاق المختلفة مُتكاملة تكاملًا مشتركًا أم لا، نقوم **بإعادة فتح ملف العمل 'macro.wf1'** المستخدم في الفصل الرابع، هناك ست سلاسل لأسعار الفائدة، وهي تُمثِّل أسعار الفائدة لثلاثة وستة أشهر، لسنة، ثلاث، خمس وعشر سنوات، تحمل كل سلسلة في الملف اسمًا يبدأ بالأحرف 'ustb'، تتمثَّل الخطوة الأولى في أيِّ تحليل للتكامل المشترك في التأكد من أن المتغيِّرات كلها غير ساكنة في مُستوياتها، **تأكَّد إذًا من صحَّة ذلك** لكل سلسلة من السلاسل الست، من خلال إجراء اختبار جذر الوحدة على كل سلسلة.

بعد ذلك ولتشغيل اختبار التكامل المشترك **نُحدِّد السلاسل الست** ثم ننقر فوق **Quick/ Group Statistics/ Johansen Cointegration Test**، يتعيَّن بعد ذلك أن يظهر مُربَّع يضم أسماء السلاسل الست، انقر فوق **OK** وعندها سوف تظهر قائمة الخيارات التالية (لقطة الشاشة رقم (٨,٣)).

Johansen Cointegration Test

Cointegration Test Specification

Deterministic trend assumption of test
Assume no deterministic trend in data:
1) No intercept or trend in CE or test VAR
2) Intercept (no trend) in CE - no intercept in VAR
Allow for linear deterministic trend in data:
3) Intercept (no trend) in CE and test VAR
4) Intercept and trend in CE - no intercept in VAR
Allow for quadratic deterministic trend in data:
5) Intercept and trend in CE - intercept in VAR
Summary:
6) Summarize all 5 sets of assumptions

* Critical values may not be valid with exogenous variables; do not include C or Trend.

Exog variables*

Lag intervals
1 4
Lag spec for differenced endogenous

Critical Values
MHM
Size 0.05
Osterwald-Lenum

OK Cancel

لقطة الشاشة رقم (٨,٣) اختبار جوهانسن للتكامل المشترك.

تركز الاختلافات بين النماذج من ١ إلى ٦ على ما إذا تم إدراج مقطع أو اتجاه عام أو كليهما في كلٍّ من علاقة التكامل المشترك المحتملة و(أو) متجه الانحدار الذاتي، هذا ويُعتبر عادة فحص حساسيَّة النتائج لنوع التوصيف المستخدم فكرة جيِّدة، لذلك حدِّد **الخيار ٦** الذي سوف يقوم بذلك، ثم انقر فوق **OK**، تظهر النتائج كما في الجدول التالي.

تُعتبر النتائج المتحصَّل عليها من الأنواع الست للنموذج، ومن نوع الاختبار (الإحصاءة 'trace' أو 'max') مُتباينة بعض الشيء فيما يتعلق بعدد متجهات التكامل المشترك (الجزء الأعلى من النتائج)، حيث تُشير الإحصاءة trace إلى وجود على الأقل مُتَّجه واحد للتكامل المشترك في حين يختار نهج الإحصاءة max بين صفر ومتجهين للتكامل المشترك، ويتوقف ذلك على توصيف نموذج متجه الانحدار الذاتي، وبالتالي لدينا نتيجة غير حاسمة فيما يتعلق بما إذا كانت سلاسل أسعار الفائدة الست فعلًا مُتكاملة تكاملًا مُشتركًا أم لا، لكن ثقل الأدلة يميل نوعًا ما لصالح التكامل المشترك.

توفِّر الثلاثة أجزاء من الجدول التالي معلومات يُمكن استخدامها لتحديد طول فترة الإبطاء المناسبة لمتجه الانحدار الذاتي، كما يُمكن استخدام قيم لوغاريتم دالة الإمكان لإجراء اختبارات حول ما إذا كان من الممكن تقييد متجه الانحدار الذاتي برتبة معيَّنة إلى متجه انحدار ذاتي برتبة أقل؛ نجد قيم معايير معلومات أكايكي وشوارز في الجزأين الأخيرين يُحدِّد معيار معلومات أكايكي متجه انحدار ذاتي بثلاث أو بأربع فترات إبطاء على حسب ما إذا تم إدراج مقطع و/ أو متجه عام، في حين يختار معيار معلومات شوارز دائمًا متجه انحدار ذاتي بدون فترات إبطاء، هذا ونُشير إلى اختلاف في الرتبة المثلى للنموذج

يرجع إلى الصغر النسبي لحجم العيِّنة الشهرية المتاحة، مُقارنة بعدد المشاهدات التي كانت ستكون متاحة لو كانت البيانات المستخدمة بيانات يومية، مما يعني أن حد الجزاء في معيار معلومات شوارز يكون أكثر حدة على المعلمات الإضافية في هذه الحالة.

إذًا لرؤية النماذج المقدرة، انقر فوق ... **View/Cointegration Test/ Johansen System Cointegration Test** وحدِّد **الخيار ٣** (أي مقطع (دون اتجاه عام) في معادلة التكامل المشترك، وفي اختبار متجه الانحدار الذاتي) ثم عدِّل 'Lag Intervals' إلى **١ ٣**، وانقر فوق **OK**. وكما يظهر في الجدول التالي يُنتج إفيوز كمية كبيرة جدًّا من المخرجات[٧].

Date: 08/05/13 Time: 17:03
Sample: 1986M03 2013M04
Included observations: 321
Series: USTB10Y USTB1Y USTB3M USTB3Y USTB5Y USTB6M
Lags interval: 1 to 4
Selected (0.05 level*) Number of Cointegrating Relations by Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	2	2	2	3	4
Max-Eig	2	0	0	1	1

*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Information Criteria by Rank and Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or No. of CEs	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Log Likelihood by Rank (rows) and Model (columns)					
0	1967.692	1967.692	1968.534	1968.534	1969.015
1	1986.205	1987.518	1988.32	1990.809	1991.289
2	2002.157	2003.584	2004.315	2009.071	2009.549
3	2012.684	2015.717	2016.425	2024.588	2025.059
4	2019.151	2022.448	2022.786	2035.103	2035.291
5	2021.371	2025.817	2026.083	2041.377	2041.461
6	2021.729	2026.855	2026.855	2044.069	2044.069
Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	−11.36257	−11.36257	−11.33043	−11.33043	−11.29604
1	−11.40315	−11.40509	−11.37894	−11.38822	−11.36005
2	−11.42777	−11.42420	−11.40383	−11.42100	−11.39906
3	−11.41859	−11.41879	−11.40452	−11.43669*	−11.42093
4	−11.38412	−11.37974	−11.36938	−11.42121	−11.40991
5	−11.32318	−11.31973	−11.31516	−11.37930	−11.37359
6	−11.25065	−11.24520	−11.24520	−11.31507	−11.31507
Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	−9.670705*	−9.670705*	−9.56807	−9.56807	−9.46319
1	−9.57030	−9.56050	−9.47559	−9.47313	−9.38622
2	−9.45393	−9.42686	−9.35950	−9.35317	−9.28423
3	−9.30376	−9.26872	−9.21920	−9.21612	−9.16511
4	−9.12830	−9.07693	−9.04308	−9.04790	−9.01311
5	−8.92638	−8.86418	−8.84786	−8.85325	−8.83580
6	−8.71266	−8.63691	−8.63691	−8.63629	−8.63629

(٧) يوفِّر إفيوز متجهات تكامل مشترك وتحميلات مقدرة لـ ٢ إلى ٥ متجهات تكامل مشترك إضافية، لكنها لا تُعرض هنا للحفاظ على المساحة.

Date: 08/05/13 Time: 18:30
Sample (adjusted): 1986M07 2013M04
Included observations: 322 after adjustments
Trend assumption: Linear deterministic trend
Series: USTB10Y USTB1Y USTB3M USTB3Y USTB5Y USTB6M
Lags interval (in first differences): 1 to 3

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None*	0.136950	142.4602	95.75366	0.0000
At most 1*	0.118267	95.03524	69.81889	0.0001
At most 2*	0.089649	54.50629	47.85613	0.0105
At most 3*	0.043899	24.26233	29.79707	0.1896
At most 4	0.024827	9.807123	15.49471	0.2959
At most 5	0.005303	1.712066	3.841466	0.1907

يشير اختبار الأثر إلى وجود ثلاث معادلات متكاملة تكاملًا مشتركًا عند المستوى ٥٪

يُشير * إلى رفض فرضية العدم عند المستوى ٥٪

يُشير ** إلى قيم بي لماكينون، هوغ ومكيليس (١٩٩٩) ((MacKinnon-Haug-Michelis (1999))

يُظهر الجزآن الأوّلان من الجدول نتائج الإحصاءات λ_{trace} و λ_{max} على التوالي، في كل حالة، يعرض العمود الثاني القيم الذاتية المرتَّبة، العمود الثالث إحصاءات الاختبار، العمود الرابع القيم الحرجة، والعمود الأخير قيم بي، بفحص اختبار الأثر، وإذا نظرنا في الصف الأول بعد العناوين يتبيَّن أن الإحصاءة ١٤٢,٤٦٠٢ تفوق إلى حد كبير القيمة الحرجة (أي ٩٥,٧٥)، وبالتالي تُرفض فرضية العدم المتمثِّلة في عدم وجود متجهات تكامل مُشترك، إذا انتقلنا بعد ذلك إلى الصف التالي نرى أن إحصاءة الاختبار (٩٥,٠٣٥٢٥) تفوق مرَّة أخرى القيمة الحرجة، لذلك يتم أيضًا رفض فرضية العدم القائلة بوجود متجه تكامل مُشترك واحد على الأكثر.

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None*	0.136950	47.42496	40.07757	0.0063
At most 1*	0.118267	40.52895	33.87687	0.0070
At most 2*	0.089649	30.24396	27.58434	0.0222
At most 3*	0.043899	14.45521	21.13162	0.3289
At most 4	0.024827	8.095058	14.26460	0.3691
At most 5	0.005303	1.712066	3.841466	0.1907

يشير اختبار القيمة الذاتية القصوى إلى وجود ثلاث معادلات متكاملة تكاملًا مشتركًا عند المستوى ٥٪يُشير * إلى رفض فرضية العدم عند المستوى ٥٪

يُشير ** إلى قيم بي لماكينون، هوغ ومكيليس (١٩٩٩) ((MacKinnon-Haug-Michelis (1999))

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b'*S11*b = I):

USTB10Y	USTB1Y	USTB3M	USTB3Y	USTB5Y	USTB6M
2.684473	−18.296340	−12.359460	10.792730	−8.712903	25.780170
−0.449156	2.335248	−0.630527	8.305166	−5.503590	−4.615958
−2.721505	8.091580	−6.936259	−14.941690	12.300630	4.363734
5.106830	4.395845	1.184519	5.364618	−11.363300	−4.452396
4.873386	−0.273274	−0.306956	2.703060	−6.990166	0.301395
0.745641	−0.345006	0.062957	−0.855164	0.641708	0.342586

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):

D(USTB10Y)	0.019594	0.011721	−0.029932	0.022940	0.004912	−0.015252
D(USTB1Y)	0.021022	0.027672	−0.013588	0.006678	0.026106	−0.009241
D(USTB3M)	0.030206	0.045208	0.010914	0.007775	0.016975	−0.004310
D(USTB3Y)	0.014473	0.010067	−0.014191	0.023590	0.024070	−0.014902
D(USTB5Y)	0.019761	0.008199	−0.026057	0.030408	0.016818	−0.014461
D(USTB6M)	0.013243	0.043250	−0.006139	0.007435	0.021381	−0.006117

1 Cointegrating Equation(s): Log likelihood 1948.484

Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)

USTB10Y	USTB1Y	USTB3M	USTB3Y	USTB5Y	USTB6M
1.000000	−6.815619	−4.604054	4.020428	−3.245667	9.603439
	(1.05558)	(0.76368)	(0.89029)	(0.56162)	(1.42615)

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(USTB10Y)	0.052573
	(0.040990)
D(USTB1Y)	0.056434
	(0.036520)
D(USTB3M)	0.081088
	(0.031220)
D(USTB3Y)	0.038852
	(0.044320)
D(USTB5Y)	0.053047
	(0.044370)
D(USTB6M)	0.035550
	(0.032430)

2 Cointegrating Equation(s): Log likelihood 1968.748

Normalized cointegrating coefficients (standard error in parentheses)

USTB10Y	USTB1Y	USTB3M	USTB3Y	USTB5Y	USTB6M
1.000000	0.000000	20.727950	-90.896910	62.104930	12.443350
		(16.897300)	(19.780600)	(14.172400)	(21.355500)
0.000000	1.000000	3.716758	-13.926450	9.588359	0.416677
		(2.491280)	(2.916370)	(2.089530)	(3.148560)

Adjustment coefficients (standard error in parentheses)

D(USTB10Y)	0.047309	-0.330950
	(0.041510)	(0.281330)
D(USTB1Y)	0.044005	-0.320010
	(0.036770)	(0.249190)
D(USTB3M)	0.060783	-0.447095
	(0.030850)	(0.209070)
D(USTB3Y)	0.034330	-0.241293
	(0.044910)	(0.304330)
D(USTB5Y)	0.049364	-0.342399
	(0.044970)	(0.304730)
D(USTB6M)	0.016124	-0.141293
	(0.032170)	(0.218030)

ملاحظة: الجدول مقطوع

كما نرفض أيضًا فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود متجهين للتكامل المشترك على الأكثر، لكننا نتوقف عند الصف التالي، حيث إننا لن نرفض فرضية العدم القائلة بوجود ثلاثة متجهات للتكامل المشترك على الأكثر عند المستوى ٥ ٪، وهو الاستنتاج الذي سوف نعتمده، يؤكد الاختبار max الموضح في الجزء الثاني هذه النتيجة.

كما نُشير إلى أن قيم المعاملات غير المقيدة هي القيمة المقدرة للمعاملات في متجه التكامل المشترك، وهي معروضة في الجزء الثالث من النتائج، ومع ذلك من المفيد في بعض الأحيان تطبيع قيم المعاملات لتحديد قيمة أحد هذه المعاملات بالوحدة، مثلما هو الحال في انحدار التكامل المشترك في إطار منهج إنجل–جرانجر، سوف يتم إجراء التطبيع بواسطة إفيوز، وذلك بالنسبة للمتغيِّر الأول المعطَى في قائمة المتغيِّرات (أي أيًّا كان المتغيِّر المدرج أولًا في النظام سوف يأخذ مُعامله افتراضيًّا القيمة ١ في متجه التكامل المشترك المطبَّع)، أمَّا الجزء السادس من الجدول فيعرض القيم المقدَّرة في حالة كان لدينا متجه تكامل مشترك واحد فقط، والذي تم تطبيعه بحيث يكون معامل العائد على السندات لمدة عشر سنوات مُساويًا للوحدة، كما يعطي هذا الجزء أيضًا معاملات التعديل أو التحميل في كل انحدار (أي ’مقدار متجه التكامل المشترك‘ في كل معادلة)، في الجزء التالي من النتائج يتم استخدام نفس الصيغة (أي تُعرض متجهات التكامل المشترك المطبَّعة ثم معلمات التعديل)، لكن تحت افتراض أن هناك متجهين للتكامل المشترك، ويستمر ذلك إلى حالة خمسة متجهات للتكامل المشترك، وهو العدد الأقصى الممكن لنظام يحتوي على ست متغيِّرات.

VAR Specification

Basics | Cointegration | VEC Restrictions

Restrictions may be placed on the coefficients B(r,k) of the r-th cointegrating relation:

B(r,1)*USTB10Y + B(r,2)*USTB1Y + B(r,3)*USTB3M + B(r,4)*USTB3Y + B(r,5)*USTB5Y + B(r,6)*USTB6M

VEC Coefficient Restrictions

Impose Restrictions

Enter restriction: (Example: B(1,1)=1, A(2,1)=0)

B(1,3)=0,B(1,6)=0

Optimization

Max Iterations: 500

Convergence: 0.0001

OK | Cancel

لقطة الشاشة رقم (٤ ,٨) توصيف متجه الانحدار الذاتي لاختبارات جوهانسن.

لرؤية نموذج متجه تصحيح الخطأ كاملًا، حدِّد ... **Proc/Make Vector Autoregression**، بدءًا من علامة التبويب الافتراضيَّة 'Basics' في 'VAR type' حدِّد **Vector Error Correction**، وفي الإطار 'Lag Intervals for D (Endogenous):' اكتب ١ ٣، انقر بعد ذلك فوق **علامة التبويب cointegration** وفي الإطار 'Rank' نترك افتراضيًّا ١ أي متجه تكامل مُشترك واحد، وذلك بهدف التبسيط، ونُحدِّد الخيار ٣ ليكون لدينا مقطع دون اتجاه عام في معادلة التكامل المشترك ومتجه الانحدار الذاتي، عند النقر فوق **OK** سوف يظهر المخرج لنموذج متجه تصحيح الخطأ بأكمله.

من المهم أحيانًا اختبار الفرضيات حول أيٍّ من المعلمات في متجه التكامل المشترك أو تحميلاتها في نموذج متجه تصحيح الخطأ، وللقيام بذلك من الشاشة 'Vector Error Correction Estimates' انقر فوق الزر **Estimate** ثم انقر على علامة التبويب **VEC Restrictions**، في إفيوز، يُرمز إلى القيود المتعلقة بعلاقات التكامل المشترك الواردة في β بـ $B(i,j)$، حيث يمثِّل $B(i,j)$ المعامل عدد j في علاقة التكامل المشترك عدد i (لقطة الشاشة رقم (٤ ,٨)).

تسمح في هذه الحالة بعلاقة تكامل مُشترك واحدة لا غير، لذلك نفترض أننا نريد إجراء اختبار الفرضية المتمثِّلة في أن عوائد الثلاثة أشهر والستة أشهر لا تظهر في معادلة التكامل المشترك، يُمكننا اختبار ذلك من خلال تحديد القيد المتمثّل في أن معلماتها تساوي صفرًا، باستخدام المصطلحات الواردة في إفيوز، يتحقَّق ذلك من خلال كتابة $B(1,3) = 0, B(1,6) = 0$ في الإطار 'VEC Coefficient Restrictions' وننقر فوق **OK**، سوف يُظهر إفيوز بعد ذلك قيمة إحصاءة الاختبار، يليها متجه التكامل المشترك المقيّد ونموذج متجه تصحيح الخطأ، ولحفظ المساحة سوف يتم في الجدول التالي عرض إحصاءة الاختبار ومتجه التكامل المشترك المقيَّد فقط.

تتبع إحصاءة الاختبار التوزيع χ^2 بدرجتيْ حرية بما أن لدينا قيدَيْن، تكون قيمة بي للاختبار هنا مُساوية لـ ٠,٠١٠٨٧٦، وبالتالي لا تدعم البيانات القيود عند المستوى ٥٪ وسوف نستنتج أن علاقة التكامل المشترك يجب أن تتضمن أيضًا منحنى العائد قصير الأجل.

أمَّا عند إجراء اختبارات فرضيات تتعلّق بمعاملات التعديل (أي التحميلات في كل معادلة)، فإنه يُشار إلى هذه القيود بـ $A(i,j)$ والذي يُمثِّل معامل متجه التكامل المشترك للمتغيِّر عدد i في علاقة التكامل المشترك عدد j، على سبيل المثال، سوف يختبر

$A(2,1) = 0$ فرضية العدم المتمثّلة في أن معادلة المتغيّر الثاني بحسب الترتيب الوارد في التوصيف الأصلي (USTB1Y في هذه الحالة) ودون إدراج متجه التكامل المشترك الأول، إلخ، نترك فحص بعض القيود من هذا القبيل كتمرين.

Vector Error Correction Estimates
Date: 08/06/13 Time: 07:25
Sample (adjusted): 1986M07 2013M04
Included observations: 322 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegration Restrictions:
B(1,3) = 0, B(1,6) = 0
Convergence achieved after 12 iterations.
Not all cointegrating vectors are identified
LR test for binding restrictions (rank = 1):

Chi-square(2)	9.042452
Probability	0.010876

Cointegrating Eq:	CointEq1
USTB10Y(-1)	0.459023
USTB1Y(-1)	−1.950770
USTB3M(-1)	0.000000
USTB3Y(-1)	5.177136
USTB5Y(-1)	−3.863573
USTB6M(-1)	0.000000
C	0.799548

ملاحظة: الجدول مقطوع

ملاحظة عن نماذج الذاكرة الطويلة
(A note on long-memory models)

هناك اعتقاد سائد على نطاق واسع بأن (لوغاريتمات) أسعار الأصول تضم جذر الوحدة، أمّا سلسلة عوائد الأصول فمن الواضح أنها لا تضم جذرَ وحدةٍ إضافيًّا، بالرغم من أن ذلك لا يعني أنها مُستقلّة، وعلى وجه الخصوص، من الممكن (بل وثبت أن ذلك هو الحال بالنسبة لبعض البيانات الماليّة والاقتصاديّة) أن مُشاهدات مُتباعدة عن بعضها البعض لسلسلة ما تُظهر علامات تبعيّة، يُقال أن مثل هذه السلاسل *تمتلك ذاكرة طويلة* (Long Memory)، تتمثّل إحدى الطرق لتمثيل هذه الظاهرة في استخدام نموذج 'متكامل كسريًّا' (Fractionally Integrated Model)، بعبارات بسيطة: تكون السلسلة مُتكاملة من الرتبة d إذا أصبحت ساكنة بعد إجراء فروق عليها d مرّة على الأقل، في إطار التكامل الكسري، يُسمح لـــ d بأخذ قيم غير صحيحة، نُشير إلى أنه تم تطبيق هذا الإطار لتقدير النماذج ARMA (انظر على سبيل المثال ميلز وماركيلوس (٢٠٠٨) (Mills and Markellos (2008))، في إطار النماذج المتكاملة كسريًّا، سوف تنخفض دالة الارتباط الذاتي المقابلة بشكل مُفرط، بدلًا من أن تنخفض أُسيًّا نحو الصفر، وهكذا فإن دالة الارتباط الذاتي للنموذج المتكامل كسريًّا تنخفض بشكل أبطأ بكثير من دالة الارتباط الذاتي للنموذج ARMA بـــ $d = 0$.كما تم أيضًا تطبيق مفهوم الذاكرة الطويلة على النماذج GARCH (التي تمت مُناقشتها في الفصل ٩)، حيث وُجد أن التقلب يُظهر تبعيَّة طويل الأجل، وعليه تم اقتراح فئة جديدة من النماذج تُعرف باسم النماذج GARCH المتكاملة كسريًّا (FIGARCH) للأخذ بعين الاعتبار هذه

الظاهرة (انظر دينج، جرانجر وإنجل (١٩٩٣) ((Ding, Granger and Engle (1993))، أو بولرسليف وميكلسين (١٩٩٦) ((Bollerslev and Mikkelsen (1996)).

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- عدم السكون
- عملية متفجّرة
- جذر الوحدة
- الانحدار الزائف
- اختبار ديكي فولر الموسع
- التكامل المشترك
- نموذج تصحيح الخطأ
- منهج إنجل-جرانجر ذو الخطوتين
- تقنية جوهانسن
- نموذج متجه تصحيح الخطأ
- القيم الذاتية

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) (أ) ما هي أنواع المتغيِّرات التي يرجَّح أن تكون غير ساكنة؟ كيف يُمكن جَعْل هذه المتغيِّرات ساكنة؟

(ب) لماذا من المهم بشكل عام اختبار عدم السكون في بيانات السلاسل الزمنيَّة قبل محاولة بناء نموذج تجريبي؟

(ج) عرِّف المصطلحات التالية وصِف العمليَّات التي تمثلها:

- السكون الضعيف
- السكون التام (Strict Stationarity)
- اتجاه عام حتمي
- اتجاه تصادُفي

(٢) يريد الباحث اختبار رتبة التكامل لبعض بيانات السلاسل الزمنيَّة، لذلك يُقرِّر استخدام اختبار ديكي فولر وتقدير انحدار على الشكل التالي:

$$\Delta y_t = \mu + \psi y_{t-1} + u_t$$

وتحصل على القيمة المقدَّرة $\hat{\psi} = -0.02$ بخطأ معياري مُساوٍ لــ ٠,٣١.

(أ) ما هي فرضية العدم والفرضية البديلة لهذا الاختبار؟

(ب) بالنظر إلى البيانات والقيمة الحرجة -٢,٨٨، قم بإجراء الاختبار.

(ج) ماذا يُمكن أن نستنتج من هذا الاختبار وما هي الخطوة التالية التي ينبغي اتخاذها؟

(د) لماذا لا يكون من المناسب مُقارنة القيمة المقدَّرة لإحصاءة الاختبار بالقيمة الحرجة المقابلة من التوزيع تي، على الرغم من أن إحصاءة الاختبار تأخذ شكل نسبة تي المعتادة.

(٣) باستخدام نفس الانحدار كما في السؤال الثاني، لكن على مجموعة مختلفة من البيانات يحصل الباحث الآن على القيمة المقدَّرة $\hat{\psi} = -0.52$ بخطأ معياري مُساوٍ لــ ٠,١٦.

(أ) قم بإجراء الاختبار.

(ب) ما هو الاستنتاج وما هي الخطوة التالية التي ينبغي اتخاذها؟

(ج) يقترح باحث آخر أنه قد تكون هناك مشكلة مع هذه المنهجية لأنها تفترض أن الاضطرابات (u_t) هي تشويش أبيض، اقترح مصدرًا مُحتملًا للصعوبة، وكيف يمكن للباحث تفاديها عمليًا.

(٤) (أ) لنأخذ مجموعة من القيم للأسعار الفورية والمستقبلية لسلعة معيَّنة، في إطار هذه السلاسل اشرح مفهوم التكامل المشترك، ناقِشْ كيف يُمكن للباحث اختبار التكامل المشترك بين المتغيِّرات باستخدام منهج إنجل-جرانجر، اشرح أيضًا الخطوات المتَّبَعة في صياغة نموذج تصحيح الخطأ.

(ب) أعْطِ مثالًا آخر من مجال الماليَّة حيث يُمكن توقع التكامل المشترك بين مجموعة من المتغيِّرات، اشرح بالرجوع إلى الآثار المترتبة عن عدم التكامل المشترك، لماذا يُمكن توقُّع التكامل المشترك بين هذه السلاسل.

(٥) (أ) استعرض بشكل موجز منهجية جوهانسن لاختبار التكامل المشترك بين مجموعة من المتغيِّرات في إطار متجه الانحدار الذاتي.

(ب) يستخدم الباحث منهج جوهانسن ويتحصل على إحصاءات الاختبار التالية (وكذلك القيم الحرجة):

r	λ_{max}	القيمة الحرجة عند المستوى ٩٥٪
٠	٣٨,٩٦٢	٣٣,١٧٨
١	٢٩,١٤٨	٢٧,١٦٩
٢	١٦,٣٠٤	٢٠,٢٧٨
٣	٨,٨٦١	١٤,٠٣٦
٤	١,٩٩٤	٣,٩٦٢

حدد عدد متجهات التكامل المشترك.

(ج) 'إذا كانت سلسلتان متكاملتان تكاملًا مشتركًا فمن غير الممكن إجراء استدلالات عن علاقة التكامل المشترك باستخدام تقنية إنجل–جرانجر؛ لأن بواقي الانحدار يُرجَّح أن تكون مرتبطة ذاتيًا'، كيف تجاوز جوهانسن هذه المشكلة واختبر الفرضيات عن علاقة التكامل المشترك؟

(د) أعْطِ مثالًا أو أكثر من الأدبيات الماليَّة الأكاديمية أين تم استخدام تقنية نظم جوهانسن، ما هي النتائج والاستنتاجات الرئيسة لهذا البحث؟

(هـ) قارِنْ بين اختبار القيمة الذاتية القصوى لجوهانسن واختبار يقوم على إحصاءة الأثر، بيِّن بوضوح فرضية العدم والفرضية البديلة في كل حالة.

(٦) (أ) لنفترض أن باحثة لديها مجموعة من ثلاثة متغيِّرات، $y_t(t = 1, ..., T)$، أي تُشير y_t إلى p متغيِّر أو متجه من الرتبة $p \times 1$ والتي ترغب في اختبارها فيما يتعلَّق بوجود علاقات تكامل مشترك باستخدام إجراء جوهانسن، ما هي الآثار المترتبة عن إيجاد أن رتبة المصفوفة المناسبة تأخذ القيمة:

(i) ٠

(ii) ١

(iii) ٢

(iv) ٣

(ب) تحصّلت الباحثة على نتائج اختبار جوهانسن باستخدام المتغيّرات الواردة في الجزء (أ) وهي كالتالي:

r	λ_{max}	القيمة الحرجة ٥٪
٠	٣٨,٦٥	٣٠,٢٦
١	٢٦,٩١	٢٣,٨٤
٢	١٠,٦٧	١٠,٧١
٣	٨,٥٥	١٧,٧٢

حدِّد عدد متجهات التكامل المشترك، اشرح إجابتك.

(٧) قُم بمقارنة أوجه الشبه والاختلاف بين منهجيات إنجل-جرانجر وجوهانسن لاختبار التكامل المشترك ونمذجة الأنظمة المتكاملة تكاملًا مشتركًا، أيها في رأيك تُعتبر الأفضل؟ ولماذا؟

(٨) افتح داخل إفيوز الملف 'currency.wf1' الذي سوف يتم مناقشته بالتفصيل في الفصل التالي، حدِّد ما إذا كانت سلسلة أسعار الصرف (في شكل مستوياتها الأولية) غير ساكنة، إذا كان الأمر كذلك اختبر التكامل المشترك بينهم باستخدام كلٍّ من منهج إنجل-جرانجر ومنهج جوهانسن، هل كنت تتوقَّع أن تكون السلاسل متكاملة تكاملًا مشتركًا ؟ لماذا ولماذا لا؟

(٩) (أ) ما هي المشاكل التي تظهر عند اختبار جذر الوحدة إذا كان هناك انقطاع هيكلي في السلسلة قيد الاختبار؟

(ب) ما هي حدود منهج بيرون (١٩٨٩) للتعامل مع الانقطاعات الهيكلية في اختبار جذر الوحدة؟

الفصل التاسع

نمذجة التقلب والارتباط

Modelling Volatility and Correlation

مخرجات التعلم

سوف تتعلم في هذا الفصل كيفيّة:

- مُناقشة خصائص البيانات التي تُحفز على استخدام نماذج GARCH.
- شرح كيفية تقدير نماذج التقلب الشرطي.
- اختبار وجود 'آثار ARCH' في بيانات السلاسل الزمنية.
- إعداد التنبؤات باستخدام النماذج GARCH.
- مُقارنة نماذج مُختلفة من فئة GARCH.
- مُناقشة المناهج الثلاث لاختبار الفرضيات المتاحة ضمن طريقة التقدير بالإمكان الأعظم.
- إنشاء نماذج التقلب الشرطي مُتعدِّدة المتغيّرات والمقارنة بين التوصيفات البديلة.
- تقدير نماذج GARCH الأُحاديّة والمتعدّدة المتغيّرات داخل إفيوز.

٩,١ الدوافع: جولة في عالم اللاخطيّة

(Motivations: an excursion into non-linearity land)

كانت كل النماذج التي تمت مُناقشتها في الفصول من الثالث إلى الثامن من هذا الكتاب ذات طابع خطّي، أي أن النموذج خطّي في المعلمات، بحيث يكون هناك معلمة واحدة مضروبة في كل مُتغيّر من متغيّرات النموذج، على سبيل المثال، يُمكن للنموذج الهيكلي أن يكون شيئًا من هذا القبيل:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + u_t \qquad (١،٩)$$

أو بصيغة أكثر تراصًا كـ: $y = X\beta + u$. كما يُفترض بالإضافة إلى ذلك أن $u_t \sim N(0, \sigma^2)$. يُعتبر النموذج الخطّي على النحو المبيَّن أعلاه نموذجًا مُفيدًا، وقد مثّلت خصائص المقدّرات الخطّية موضوع العديد من الأبحاث، وهي خصائص مفهومة بشكل جيِّد

للغاية، كما يُمكن تحويل العديد من النماذج التي تبدو *للوهلة الأولى* أنها غير خطِّية إلى نماذج خطِّية بتطبيق اللوغاريتمات، أو بأي تحويل مُناسب آخر، وعلى الرغم من ذلك من المحتمل أن هناك العديد من العلاقات في مجال الماليَّة غير خطِّية في جوهرها، وكما ذكر كامبل، لو وماكينلي (١٩٩٧) ((Campbell, Lo and MacKinlay (1997)) تكون عوائد الخيارات غير خطِّية في بعض مُتغيِّرات المدخلات، وكذلك بالنسبة إلى رغبات المستثمرين في المقايضة بين العوائد والمخاطر، تقدِّم هذه الملاحظات دوافع جليَّة لاعتبار نماذج غير خطِّية في العديد من الحالات بُغية التقاط الخصائص المهمَّة للبيانات بشكل أفضل.

كما تُعتبر كذلك النماذج الهيكليَّة الخطِّية (والسلاسل الزمنيَّة)، مثل النموذج المقدَّم بالمعادلة رقم (١،٩)، غير قادرة على تفسير عدَّة خصائص مُهمَّة رائجة في الكثير من البيانات الماليَّة، بما في ذلك:

- *التفرطح الضعيف* (Leptokurtosis) وهو ما يعني ميل عوائد الأصول الماليَّة بالتميُّز بتوزيعات ذات ذيول سميكة وزيادة في التدبُّب (Peakedness) حول الوسط.
- *عنقوديَّة التقلب* (Volatility Clustering) أو *تجمُّع التقلب* (Volatility Pooling) أي: ميل *التقلب* في الأسواق الماليَّة إلى الظهور على شكل عناقيد، وبالتالي من المتوقَّع أن تكون العوائد الكبيرة (الموجبة أو السالبة) متبوعة بعوائد كبيرة والعوائد الصغيرة (الموجبة أو السالبة) متبوعة بعوائد صغيرة، هذا ونُشير إلى أنه ثمَّة تفسير معقول لهذه الظاهرة، والذي يبدو أنه خاصِّية لجميع سلاسل عوائد الأصول في الماليَّة تقريبًا، وهو أن وصول المعلومات الذي يقود تغيُّرات الأسعار في حد ذاته يحدث دفعة واحدة بدلًا من أن يكون مُتباعدًا بشكل مُتساوٍ عبر الزمن.
- *آثار الرفع المالي* (Leverage Effects) أي أن التقلب يميل إثر انخفاض الأسعار إلى الارتفاع أكثر مُقارنة ممَّا هو عليه إثر ارتفاعٍ للأسعار بنفس الحجم.

بشكل عام يُعرِّف كامبل وآخرون (١٩٩٧) عملية توليد بيانات لاخطيَّة كعمليَّة تكون فيها القيمة الحاليَّة مُرتبطة لاخطيًّا بالقيم الحاليَّة والسابقة لحد الخطأ:

$$y_t = f(u_t, u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots) \qquad (٢،٩)$$

حيث يُمثِّل u_t حد خطأ مُستقل ومُوزَّع بشكل مُتطابق و f دالَّة لاخطِّية، وفقًا لكامبل وآخرين، تُعطي المعادلة التالية تعريفًا أفضل من الناحية العمليَّة وأكثر دقَّة بعض الشيء للنموذج اللاخطِّي:

$$y_t = g(u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots) + u_t\sigma^2(u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots) \qquad (٣،٩)$$

حيث إن g هي دالَّة في حدود الأخطاء السابقة فقط و σ^2 يُمكن أن يُفسَّر على أنه حد التباين بما أنه مضروب بالقيمة الحاليَّة للخطأ، كما يصف كامبل وآخرون بشكل مُفيد النماذج التي تضم دالَّة $g(\bullet)$ لاخطِّية بكونها نماذج لاخطِّية في الوسط، في حين توصف النماذج التي تضم دالَّة $\sigma(\bullet)^2$ لاخطِّية بكونها نماذج لاخطِّية في التباين.

يُمكن أن تكون النماذج خطِّية في الوسط والتباين (نذكر على سبيل المثال نماذج ARMA ونماذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي)، أو خطِّية في الوسط لكن لاخطِّية في التباين (نذكر على سبيل المثال نماذج GARCH)، كما يُمكن تصنيف النماذج على أنَّها نماذج لاخطِّية في الوسط وخطِّية في التباين (نذكر على سبيل المثال نماذج الارتباط المزدوج (Bicorrelation Models))، وكمثال بسيط على ذلك يكون النموذج على الشكل التالي (انظر: بروكس وهنيتش (١٩٩٩)) ((Brooks and Hinich (1999)):

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} y_{t-2} + u_t \quad (٤،٩)$$

وأخيرًا، يُمكن أن تكون النماذج لاخطِّية في كلٍّ من الوسط والتباين (نذكر على سبيل المثال نموذج العتبة الهجين (Hybrid Threshold Model) بأخطاء GARCH المستخدم من قبل بروكس (٢٠٠١)).

٩ , ١ , ١ أنواع النماذج اللاخطِّية

(Types of non-linear models)

هناك عدد لامتناهٍ من الأنواع المختلفة للنماذج اللاخطِّية، غير أنه تبيَّن أن فقط عددًا قليلًا منها مُفيد في نمذجة البيانات الماليَّة، من بين النماذج الماليَّة اللاخطِّية الأكثر شُهرة نجد نماذج ARCH و GARCH المستخدمة في نمذجة التقلب والتنبؤ به، وكذلك نماذج تبديل النظام (Switching Models) التي تسمح لسلوك السلسلة باتباع عمليات مُختلفة في أوقات زمنية مُختلفة، سوف تُناقش نماذج التقلب والارتباط في هذا الفصل، أمَّا نماذج تبديل النظام فسوف تتم تغطيتها في الفصل ١٠.

٩ , ١ , ٢ اختبار اللاخطِّية

(Testing for non-linearity)

كيف يُمكن تحديد ما إذا كان النموذج اللاخطِّي فعلًا مُناسبًا للبيانات؟ ينبغي أن تأتي الإجابة عن هذا السؤال على الأقل في جزء منها من النظريَّة الماليَّة، ينبغي أن يُستخدم النموذج اللاخطِّي عندما تُشير النظريَّة الماليَّة إلى أن العلاقة بين المتغيِّرات تستلزم في حد ذاتها نموذجًا لاخطِّيًا، لكن يُمكن أيضًا أن يكون الاختيار بين الخطِّية واللاخطِّية قائمًا جُزئيًّا على اعتبارات إحصائيَّة، أي تحديد ما إذا كان التوصيف الخطِّي يصف جميع أهم خصائص البيانات التي بين أيدينا أم لا.

ما هي إذًا الأدوات المتاحة للكشف عن السلوك اللاخطيّ في السلاسل الزمنية الماليَّة؟ للأسف، من المحتمل أن تكون الأدوات 'التقليدية' لتحليل السلاسل الزمنية (مثل تقديرات دوال الارتباط الذاتي أو الارتباط الذاتي الجزئي، أو 'التحليل الطيفي' الذي يُعنَى بفحص البيانات في مجال التردد) قليلة الفائدة، من الممكن ألا تجد هذه الأدوات أيَّة أدلَّة على وجود بُنية خطِّية في البيانات، ولكن هذا لا يعني بالضرورة أن مثل هذه المشاهدات مُستقلة عن بعضها البعض.

ومع ذلك، هناك العديد من الاختبارات لأشكال اللاخطِّية في السلاسل الزمنيَّة المتاحة للباحث، بشكل عام يُمكن تقسيم هذه الاختبارات إلى نوعين: الاختبارات العامة والاختبارات الخاصة، عادةً ما تكون الاختبارات العامَّة، والتي يُطلق عليها أحيانًا اختبارات 'portmanteau'، مُصمَّمة لاكتشاف العديد من الانحراف عن العشوائية في البيانات، وهذا يعني أن هذه الاختبارات سوف تكشف عن مجموعة مُتنوعة من الهياكل اللاخطِّية في البيانات، على الرغم من أنه من غير المرجَّح أن تُخبر هذه الاختبارات الباحث عن نوع اللاخطِّية الموجود! ولعل أبسط اختبار عام للاخطِّية هو اختبار ريزت (RESET) لرامسي الذي تمت مُناقشته في الفصل ٤، وذلك على الرغم من أن هناك العديد من الاختبارات الشائعة الأخرى المتاحة، هذا ويُعرف أحد الاختبارات الأكثر استخدامًا باختبار BDS (انظر: بروك وآخرون (١٩٩٦) (Brock et al. (1996)) والذي سُمِّي على اسم الكُتَّاب الثلاثة الذين أعدُّوه لأوَّل مرَّة، يُعتبر اختبار BDS اختبار فرضية بحت، بمعنى آخر: تتمثَّل فرضيَّة العدم لهذا الأخير في أن البيانات هي تشويش بحت (عشوائيَّة تمامًا)، كما ذُكر أن لهذا الاختبار قُدرة على كشف مجموعة مُتنوِّعة من الانحرافات عن العشوائيَّة، كالعمليَّات التصادُفيَّة الخطِّية واللاخطِّية، الفوضى

الحتميَّة (Deterministic Chaos)، إلخ (انظر: بروك وآخرون (١٩٩١))، كما يتبع اختبار BDS تحت فرضيَّة العدم التوزيع الطبيعي المعياري، تُعتبر تفاصيل هذا الاختبار وغيرها تفاصيل تقنية وهي خارج نطاق هذا الكتاب رغم أن كود الحاسب لتقدير اختبار BDS مُتاح الآن على نطاق واسع ودون مقابل على شبكة الإنترنت.

بالإضافة إلى تطبيق اختبار BDS على البيانات الخام في محاولة 'لمعرفة إن كان هناك أي شيء ما، اقترح آخرون استخدام هذا الاختبار كاختبار تشخيص، تتمثَّل الفكرة وراء ذلك في تقدير النموذج المقترح (على سبيل المثال نموذج خطِّي، نموذج GARCH أو أي نموذج آخر لاخطِّي)، ثم تطبيق الاختبار على البواقي (الموحدة معياريًّا) 'لمعرفة ما تبقى'، إذا كان النموذج المقترح مُلائمًا فينبغي أن تكون البواقي الموحَّدة معياريًّا تشويشًا أبيض، في حين إذا كان النموذج المفترض غير كافٍ لالتقاط كل الخصائص الهامَّة للبيانات فسوف تكون إحصاءة اختبار BDS للبواقي الموحَّدة معياريًّا معنويَّة إحصائيًّا، تُعتبر هذه الفكرة مُمتازة من الناحية النظرية، لكنها تُواجه صُعوبات من الناحية العمليَّة؛ أوَّلًا: إذا كان النموذج المفترض نموذجًا غير خطِّي (من قبيل النموذج GARCH) فإن التوزيع المقارب لإحصاءة الاختبار سوف يتغيَّر بحيث لن تعودَ هذه الأخيرة تتبع التوزيع الطبيعي، يتطلَّب ذلك قِيَمًا حرجة جديدة يتم إنشاؤها من خلال المحاكاة، وذلك لكل نوع من النماذج اللاخطِّية التي نقوم بفحص بواقيها، والأخطر من ذلك هو أنه إذا كان النموذج المجهَّز للبيانات غير خطِّي فإن أي هيكل آخر يكون عادة منقوصًا، ممَّا يُسفر عن اختبار يكون إمَّا غير قادر على كشف هياكل إضافيَّة موجودة في البيانات (انظر: بروكس وهنري (٢٠٠٠) (Brooks and Henry (2000))) أو أنه يقوم باختيار نموذج على أساس كونه ملائمًا، لا ينتمي حتى إلى الفئة الصحيحة لعمليَّة توليد البيانات هذه (انظر: بروكس وهروي (١٩٩٩) (Brooks and Heravi (1999))).

كما نُشير إلى أن اختبار BDS مُتاح داخل إفيوز، ولتشغيله على سلسلة مُعيَّنة من البيانات، نقوم ببساطة بفتح السلسلة التي سيتم اختبارها (والتي قد تكون مجموعة من البيانات الخام أو بواقي النموذج المقدَّر) بحيث تظهر على شكل جدول بيانات، قُم إذًا بتحديد القائمة **View** ثم **... BDS Independence Test**. سيتوفر لك بعد ذلك العديد من الخيارات الممكنة؛ تَرِد مزيد من التفاصيل بهذا الشأن في *دليل المستخدم* لإفيوز.

تشمل اختبارات الهيكل اللاخطِّي في بيانات السلاسل الزمنيَّة الأخرى الشائعة اختبار الطيف المزدوج (Bispectrum Test) لهنيتش (١٩٨٢) (Hinich (1982)) وكذلك اختبار الارتباط المزدوج (Bicorrelation Test) (انظر: هسيه (١٩٩٣) (Hsieh (1993))، هنيتش (١٩٩٦) أو بروكس وهنيتش (١٩٩٩) لتعميم الاختبار إلى الحالة مُتعدِّدة المتغيِّرات).

كما نُشير إلى أن مُعظم تطبيقات الاختبارات المذكورة أعلاه خلصت إلى وجود تبعيَّة لاخطِّية في سلاسل عوائد الأصول الماليَّة، وإن كانت هذه التبعيَّة (Dependence) تُوصف على أفضل وجه باستخدام نموذج من النوع GARCH (انظر: هنيتش وباترسون (١٩٨٥) (Hinich and Patterson (1985))؛ بيلي وبولرسلاف (١٩٨٩) (Baillie and Bollerslev (1989))؛ بروكس (١٩٩٦)؛ والمراجع الواردة في هذه الأبحاث للاطلاع على تطبيقات لاختبارات اللاخطِّية على البيانات الماليَّة).

من جهة أخرى، وفيما يخص الاختبارات الخاصَّة، فإنها عادة ما تكون مُصمَّمة بحيث يكون باستطاعتها العثور على أنواع مُحدَّدة من الهياكل اللاخطِّية، كما نذكُر أنه ليس من المرجَّح أن تكشف الاختبارات الخاصَّة عن أشكال أخرى من اللاخطِّية في البيانات، لكن نتائجها تتيح بحكم تعريفها، فئة من النماذج التي يُفترض أن تكون ذات أهميَّة للبيانات التي بين أيدينا، سوف تُقدَّم لاحقًا في هذا الفصل وفي الفصول التالية أمثلة عن الاختبارات الخاصَّة.

٩,١,٣ الفوضى في الأسواق الماليَّة

(Chaos in financial markets)

بحث المتخصِّصون في الاقتصاد القياسي طويلًا ومليًّا عن الفوضى في البيانات الماليَّة، وفي بيانات الاقتصاد الكلي والجزئي، لكن نجاحهم في ذلك وإلى يومنا هذا كان محدودًا جدًّا، هذا وتُعتبر نظرية الفوضى مفهومًا مأخُوذًا من العلوم الفيزيائية، وهي تُشير إلى إمكانيَّة وجود مجموعة من المعادلات اللاخطِّية الحتميَّة التي تُشكِّل أساس سلوك السلاسل أو الأسواق الماليَّة، سوف يبدو هذا السلوك في نظر الاختبارات الإحصائية العاديَّة المعدَّة للتطبيق على النماذج الخطية سلوكًا عشوائيًّا بحتًا، أمَّا الدافع وراء هذا التوخِّي فهو واضح، تعني الرُّؤية الإيجابيَّة للفوضى أنه رغم أن تنبؤ المدى الطويل بحكم تعريفه لا جدوى منه فإن التنبؤ على المدى القصير وقابليَّة التحكُّم (Controllability) مُمكنان، على الأقل من الناحية النظريَّة؛ لأن هناك بعض الهياكل الحتميَّة الكامنة في البيانات، هذا وتتوفَّر في الأدبيات تعريفات مُختلفة لما يُمثِّل فعلًا الفوضى، لكن أبرزها قوة يُعرِّف النظام الفوضوي بأنه نظام يُبدي اعتمادًا فائق الحساسية على الظروف الأوليَّة ((Sensitive Dependence on Initial Conditions (SDIC))، يُجسِّد مفهوم الاعتماد الفائق الحساسية على الظروف الأوليَّة الخاصِّية الأساسيَّة للنظم الفوضويَّة، وهو أنه في صورة إحداث تغيُّر مُتناهي الصغر في الظروف الأوليَّة (الحالة الأولية للنظام) فإن التغيُّر المقابل المكرَّر عبر النظام سوف يتزايد باطراد لفترة زمنيَّة اعتباطيَّة، على الرغم من أن العديد من الإحصاءات تُستخدم عادة في اختبار الفوضى، إلَّا أن واحدة فقط تُمثِّل اختبارًا حقيقيًّا للفوضى، وهي تقدير أكبر أس ليابونوف (Lyapunov Exponent)، يقيس أكبر أس ليابونوف مُعدَّل خسران المعلومة من النظام، إذا كان هذا الأخير مُوجبًا، فهذا يعني وجود اعتماد فائق الحساسيَّة، وبالتالي توفَّر دليلًا عن الفوضى، لهذا الأمر انعكاسات هامَّة على قُدرة التنبؤ بالنظام الأساسي لأن كون جميع الظروف الأولية عمليًّا مُقدَّرة بشيء من الخطأ (إما بسبب خطأ في القياس أو تشويش خارجي)، سوف يدل ضمنًا على أن التنبؤ بالنظام على المدى الطويل يُعَدُّ أمرًا مستحيلًا، حيث إنه من المحتمل أن نخسر كل المعلومات المفيدة خلال مراحل زمنيَّة قليلة.

تم في الثمانينات تَبَنِّي نظريَّة الفوضى والترويج لها في كلٍّ من المنشورات الأكاديميَّة والأسواق الماليَّة في جميع أنحاء العالم، إلَّا أن تطبيقات نظرية الفوضى على الأسواق الماليَّة كانت غير ناجحة دون أي استثناء تقريبًا، وبالتالي ورغم أن الأفكار تُثير اهتمامًا مُتواصلًا بنظريَّة الفوضى نظرًا للخصائص الرياضية المثيرة للاهتمام، وإمكانيَّة إيجاد أفضل التنبؤات، إلَّا أنه يُمكن القول إن الاهتمام الأكاديمي والعملي بنماذج الفوضى للأسواق الماليَّة قد اختفى تقريبًا، هذا ويبدو أن السبب الرئيس وراء فشل منهج نظرية الفوضى يتمثَّل في حقيقة أن الأسواق الماليَّة هي أسواق في غاية التعقيد، تضم عددًا كبيرًا جدًّا من المشاركين المختلفين لكل منهم أهداف مُختلفة ومجموعات مُختلفة من المعلومات، وفوق كل ذلك كل واحد منهم هو إنسان له مشاعر إنسانيَّة ولاعقلانيَّة، ونتيجة لذلك عادة ما تكون البيانات الماليَّة والاقتصادية من بعيد أكثر تشويشًا "وأكثر عشوائية" من بيانات المجالات الأخرى، مما يجعل توصيف النموذج الحتمي أكثر صُعوبة بكثير وربما غير مُجدٍ.

٩,١,٤ نماذج الشبكات العصبية

(Neural Network Models)

الشبكات العصبية الاصطناعية ((Artificial neural networks (ANNs)) هي فئة من النماذج التي يُعتبر تركيبها مُستوحًى إلى حد بعيد من طريقة *إجراء العقل البشري للحسابات*، وقد استخدمت الشبكات العصبية الاصطناعية على نطاق واسع في مجال الماليَّة

لمعالجة مشاكل السلاسل الزمنية والتصنيف، هذا وشملت التطبيقات الحديثة للشبكات العصبية الاصطناعية التنبؤ بعوائد الأصول الماليَّة، التقلب وكذلك التنبؤ بالإفلاس والاستيلاء، وردت هذه التطبيقات في الكتب المؤلَّفة من قِبَل تريبي وتوربن (١٩٩٣) (Trippi and Turban (1993))، فان إيدن (١٩٩٦) (Van Eyden (1996)) ورفينس (١٩٩٥)، كما قدَّم وايت (١٩٩٢) مجموعة تقنية من الأبحاث المتعلِّقة بجوانب الاقتصاد القياسيَّة للشبكات العصبيَّة، في حين تضمَّنت أبحاث فرنسيس وفان ديجك (٢٠٠٠) (Franses and van Dijk (2000)) مقدمة عامة ممتازة، ووصفًا للمسائل التي تتعلَّق بتقدير وتحليل نماذج الشبكات العصبية.

عمليًّا ليس هناك في مجال الماليَّة أيَّة دوافع نظريَّة للشبكات العصبيَّة (التي غالبًا ما تُسمَّى تقنية 'الصندوق الأسود') لكنَّها تستمد رواجها من قدرتها على التناسب مع أي علاقة داليَّة في البيانات بدرجة دقَّة عشوائيَّة، أمَّا فئة نماذج الشبكات العصبية الاصطناعية الأكثر شيوعًا فتُعرف *بنماذج شبكات التغذية الأماميَّة* (Feedforward Network Models) وهي نماذج لها مجموعة من المدخلات (شبيهة بالمتغيِّرات الانحداريَّة) ترتبط بمُخرج أو أكثر (شبيهة بمتغيِّر مُنحدر عليه) بواسطة طبقة واحدة أو أكثر 'مخفيَّة' أو وسيطة، كما يُمكن تعديل حجم وعدد الطبقات المخفيَّة لإعطاء تناسُب أقرب أو أقل قُربًا لبيانات العيِّنة، في حين أن شبكة التغذية الأماميَّة دون طبقات مخفيَّة هي ببساطة نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي.

من المرجَّح أن تعمل نماذج الشبكات العصبيَّة بشكل أفضل في الحالات التي لا تُقدِّم فيها النظريَّة الماليَّة أية تفاصيل بخصوص الصيغة الداليَّة المحتملة للعلاقة التي تجمع بين مجموعة المتغيِّرات، غير أن رواج الشبكات العصبيَّة شهد دون شك تضاؤلًا على امتداد السنوات الخمس الماضية أو أكثر نتيجة لما لُوحِظ من مشاكل عدَّة رافقت استخدامها، من ذلك نذكر أولًا أنه لا يوجد أي تفسير نظري حقيقي لقيم المعاملات المقدَّرة باستخدام الشبكات العصبية، ثانيًا: لا تتوفر تقريبًا أية اختبارات تشخيص أو توصيف للنماذج المقدَّرة لتحديد ما إذا كان النموذج قيد الدراسة مُناسبًا أم لا، ثالثًا: يُمكن أن تُوفِّر الشبكات العصبية الاصطناعية لمجموعة مُعيَّنة من البيانات 'التدريبيَّة' توفيقًا جيِّدًا داخل العيِّنة، لكنَّها عادة ما تُوفِّر تنبؤات ذات دقَّة رديئة خارج العيِّنة، تُعتبر النتيجة الأخيرة نتاجًا لميل الشبكات العصبيَّة للتوافق إلى حد كبير مع خصائص بيانات عيِّنة محدَّدة ومع 'التشويش'، وبالتالي عجزها عن تعميم النتائج، هذا ونُشير إلى وُجود طرق مُختلفة لحل هذه المشكلة، منها طريقة 'التشذيب' (أي إزالة بعض أجزاء الشبكة)، أو استخدام معايير المعلومات لتوجيه حجم الشبكة، أخيرًا: يُمكن أن يكون التقدير اللاخطِّي لنماذج الشبكات العصبية مسألة مُضنية وتستغرق حسابيًّا وقتًا طويلًا، بشكل خاص –وعلى سبيل المثال– إذا كان يجب تقدير النموذج باستخدام كامل العيِّنة لإنتاج تنبؤات بخطوة واحدة للمستقبل.

٩,٢ نماذج التقلب

(Models for volatility)

مثَّلت نمذجة تقلُّب سوق الأسهم والتنبؤ به موضوع العديد من الدراسات النظريَّة والعمليَّة من قِبَل الأكاديميين والممارسين على حد السواء، طوال العقد الماضي أو نحو ذلك، هناك العديد من الدوافع وراء نطاق البحث هذا، حيث يُمكن القول إن التقلب يُعتبر أحد أهم المفاهيم في مجال الماليَّة برمَّته، يُستخدم التقلب المقاس بالانحراف المعياري أو بتبايُن العوائد غالبًا كمقياس غير دقيق لإجمالي مخاطر الأصول الرأسماليَّة، كما نذكر أن العديد من نماذج القيمة المعرَّضة للمخاطر (Value-at-Risk) المستخدمة في قياس مخاطر السوق تتطلَّب تقدير معلمة التقلب أو التنبؤ بها، هذا ويدخل تقلب أسعار سوق الأسهم مُباشرة في صيغة بلاك–شولز (Black–Scholes) المستخدمة في اشتقاق أسعار الخيارات المتداولة.

سوف تُناقش بعض الأقسام التالية نماذج مختلفة تُعتبر مُناسبة لالتقاط الخصائص المسلَّم بها والمناقشة أدناه للتقلب، والتي تمت مُلاحظتها في الدراسات الأدبيَّة.

٩,٣ التقلب التاريخي

(Historical Volatility)

تُعتبر القيمة المقدَّرة التاريخيَّة للتقلب أبسط نموذج للتقلب، يقتضي التقلب التاريخي ببساطة حساب تباين (أو الانحراف المعياري) العوائد وفقًا للطريقة المعتادة وعلى مدى فترة تاريخيَّة ما، وهو ما سيُصبح بعد ذلك توقُّع التقلب لجميع الفترات المستقبليَّة، استُخدم مُتوسِّط التباين التاريخي (أو الانحراف المعياري) عادة كمُدخل يُمثِّل التقلب في نماذج تسعير الخيارات على الرغم من وجود أدلَّة مُتزايدة تُشير إلى أن استخدام التقلب المتنبأ به من نماذج السلاسل الزمنيَّة الأكثر تطوُّرًا سوف يُؤدي إلى تقييمات أكثر دقَّة لعقود الاختيار الماليَّة (انظر على سبيل المثال أكجيراي (١٩٨٩) (Akgiray (1989)) أو تشو وفرويند (١٩٩٦) (Chu and Freund (1996))، كما نُشير في الأخير إلى أن التقلب التاريخي يظل مُفيدًا كمؤشر لمقارنة القدرة التنبؤيَّة للنماذج الزمنيَّة الأكثر تعقيدًا.

٩,٤ نماذج التقلب الضمني

(Implied volatility models)

تتطلب جميع نماذج تسعير الخيارات الماليَّة تقدير أو توقُّع التقلب باعتباره مُدخلًا، بالرجوع إلى سعر الخيار المتداول الذي تم الحصول عليه من بيانات المعاملات، من الممكن تحديد التنبؤ بالتقلب خلال مُدَّة سريان عقد الخيار الذي يتضمَّنه تقييم الخيارات، على سبيل المثال، في حالة استخدام نموذج بلاك-شولز العادي فإن سعر الخيار، الوقت المتبقِّي حتى تاريخ الاستحقاق، سعر الفائدة الخالي من المخاطرة، سعر مُمارسة الخيار والقيمة الحالية للأصل الأساسي، كلها مذكورة في تفاصيل عقود الخيارات، أو يُمكن الحصول عليها من بيانات السوق، وبالتالي من الممكن على ضوء كل هذه الكميات استخدام طريقة عدديَّة مثل طريقة التنصيف (Method of Bisections) أو كذلك طريقة نيوتن-رافسون (Newton-Raphson) لاشتقاق التقلب الذي يتضمَّنه عقد الخيار (انظر واتشام وبرامور (٢٠٠٤) (Watsham and Parramore (2004))، يُمثِّل هذا التقلب الضمني تنبؤ السوق بتقلب عوائد الأصول الأساسيَّة خلال مدة سريان هذا الخيار.

٩,٥ نماذج المتوسِّط المتحرِّك المرجَّح أُسِّيًّا

(Exponentially Weighted Moving Average Models, EWMA)

يُعتبر المتوسِّط المتحرِّك المرجَّح أُسِّيًّا بشكل أساسيّ مُجرَّد امتداد لمقياس مُتوسِّط التقلب التاريخي، والذي يُتيح للمشاهدات الأكثر حداثةً بأن يكون لها تأثير على التنبؤ بالتقلب أقوى من تأثير نقاط البيانات القديمة، وهكذا وفي إطار التوصيف المتوسِّط المتحرِّك المرجَّح أُسِّيًّا، فإن آخر مُشاهدة لها الوزن الأكبر، أمَّا الأوزان المرتبطة بالمشاهدات السابقة فهي تنخفض بشكل مُتضاعف مع مرور الزمن، يتميَّز هذا المنهج بميزتين إذا ما قُورن بالنموذج التاريخي البسيط، أوَّل هذين الميزتين هو أنه من المرجَّح عمليًّا أن يتأثر التقلب أكثر بالأحداث الأخيرة، التي سيكون لها أكبر وزن، من تأثُّره بالأحداث الأبعد زمنيًّا، أمَّا الميزة الثانية فتتمثَّل في أن تأثير

مُشاهدة مُعيَّنة على التقلب ينخفض بمُعدَّل أُسّي نظرًا لتناقص الأوزان التي ترتبط بالأحداث الأخيرة، من ناحية أخرى يُمكن أن يُؤدي المنهج التاريخي البسيط إلى تغيُّر مُفاجئ للتقلب عندما تنحسر الصدمة داخل عيِّنة القياس، أمَّا إذا استمرَّت الصدمة خلال فترة عينة قياس تكون طويلة نسبيًا فإن المشاهدة الكبيرة بشكل غير عادي سوف تعني ضمنًا أن التنبؤات سوف تظل على نحو زائف عند مُستوى مُرتفع، حتى وإن شهد السوق بعد ذلك فترة هدوء، كما يُمكن التعبير عن نموذج المتوسِّط المتحرِّك المرجح أُسِّيًّا بعدَّة طرق نذكر منها على سبيل المثال:

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{j=0}^{\infty}\lambda^j\left(r_{t-j}-\bar{r}\right)^2 \qquad (٥،٩)$$

حيث يُمثِّل σ_t^2 القيمة المقدَّرة للتباين في الفترة t والتي ستُصبح تنبُّؤ التقلب المستقبلي لكل الفترات، كما يُمثِّل $\bar{r}$ مُتوسِّط العائد المقدَّر باستخدام المشاهدات و λ 'عامل التضاؤل' الذي يُحدِّد حجم الوزن الموكل للمشاهدات الحديثة مُقارنة بالمشاهدات الأقدم، نذكر أنه يُمكن تقدير عامل التضاؤل، لكنه حُدِّد في العديد من الدراسات بـ ٠,٩٤ على النحو الموصى به من قبل ريسك متريكس (RiskMetrics) المتخصِّصون في إعداد البرمجيات الرائجة لقياس المخاطر، كما نُشير أيضًا أن ريسك متريكس والعديد من الدراسات الأكاديميَّة تفترض أن مُتوسِّط العائد $\bar{r}$ هو صفر، بالنسبة للبيانات ذات التواتر اليومي أو ذات تواتر أعلى من ذلك، لا يُعتبر هذا افتراضًا غير معقول، ونظرًا إلى أن مُتوسِّط العائد عادة ما يكون ضئيلًا جدًّا فمن الأرجح أن يُسبب هذا الافتراض خسارة في الدقَّة لا تكاد تُذكَر، من الناحية العمليَّة من الواضح أنه لا يُمكن إتاحة عدد لامُتناهٍ من مُشاهدات السلسلة بحيث يجب اقتطاع المجموع في المعادلة رقم (٥،٩) إلى عدد مُحدَّد من فترات الإبطاء، كما هو الحال بالنسبة لنماذج التمهيد الأسي (Exponential Smoothing Models)، فإن التنبؤ من نموذج المتوسِّط المتحرِّك المرجح أُسِّيًّا لجميع آفاق التنبؤ هو أحدث مُتوسِّط قيمة مُقدَّرة مرجحة.

من الجدير بالذكر وجود عنصرين هامَّين يُقيِّدان نماذج المتوسِّط المتحرِّك المرجَّح أسيًّا، أوّلًا: على الرَّغم من أن هناك العديد من الطرق التي يُمكن استخدامها لحساب المتوسِّط المتحرِّك المرجح أسِّيًّا، إلَّا أنه من المهم أن نتذكَّر أن العنصر الجوهري في كل طريقة هو أنه عندما يتم استبدال المجموع اللامُتناهي في المعادلة رقم (٥،٩) بمجموع مُتناهٍ من البيانات المرصودة، فإن مجموع أوزان المعادلة سوف يُصبح أصغر من واحد صحيح، في حالة العينات الصغيرة يُمكن أن يُحدث ذلك فرقًا كبيرًا في المتوسِّط المتحرِّك المرجح أسِّيًّا المحسوب، وبالتالي قد يكون من الضروري إجراء تصحيح، ثانيًا: معظم نماذج السلاسل الزمنية، مثل نموذج GARCH (انظر أدناه)، لديها توقُّعات تميل نحو تبايُن السلسلة غير الشرطي، وذلك كلَّما زاد أفق التنبؤ، وهو ما يُعتبر خاصِّية جيِّدة يُحبَّذ أن تكون في نماذج التنبؤ بالتقلب، حيث إنه من المعروف تمامًا أن تقلبات السلاسل تتميَّز بسلوك 'العودة إلى المتوسِّط'، وهذا يعني ضمنًا أنه إذا كانت التقلبات حاليًا عند مُستوى عالٍ مُقارنةً بمتوسِّطهم التاريخي فإنها سوف تميل إلى التراجع نحو المستوى المتوسِّط، أمَّا إذا كانت عند مُستوى مُتدنٍّ مُقارنة بمتوسِّطهم التاريخي فإنها سوف تميل إلى الارتفاع نحو المتوسِّط، تأخذ نماذج التنبؤ بتقلب GARCH في الحسبان هذه الخاصِّية، وذلك خلافًا لنماذج المتوسِّط المتحرِّك المرجح أسِّيًّا.

٦ , ٩ نماذج الانحدار الذاتي للتقلب

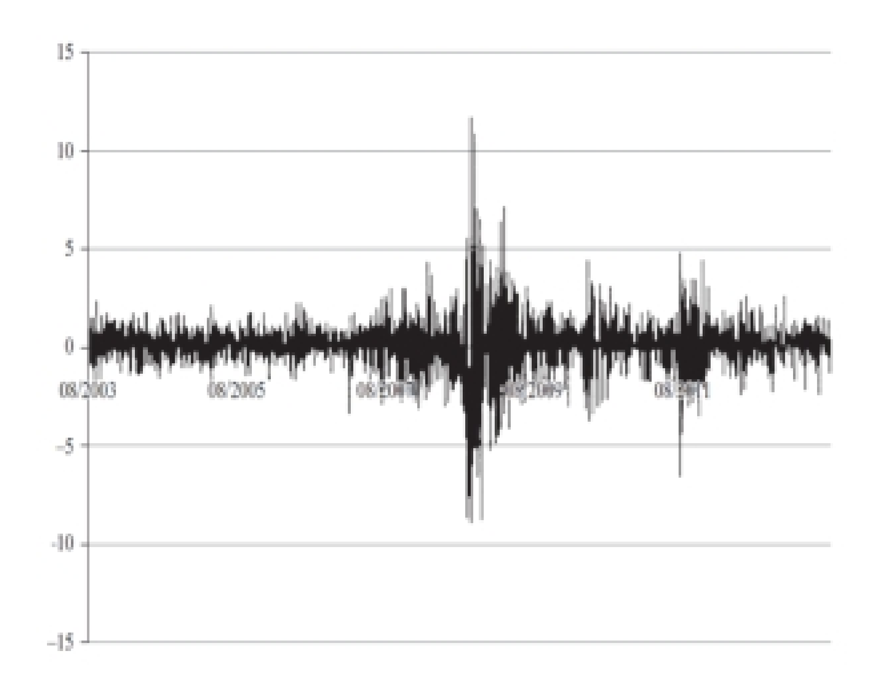
(Autoregressive volatility Models)

تُعتبر نماذج الانحدار الذاتي للتقلب مثالًا بسيطًا نسبيًا عن فئة توصيفات التقلب التصادُفي (Stochastic Volatility)، تكمن الفكرة في إيجاد سلسلة زمنيَّة من مُشاهدات وكيل (بديل) التقلب، ومن ثم يُمكن تطبيق الإجراءات العاديَّة لبوكس-جنكينز لتقدير نماذج الانحدار الذاتي (أو ARMA) على هذه السلسلة، إذا كانت الكميَّة موضوع اهتمام الدراسة هي القيمة المقدَّرة للتقلب اليومي فإنه يتم في الأدبيات استخدام مُتغيِّرين وكيلين بسيطين وهما: مربع العوائد اليومية أو مُقدِّرات المدى اليومي (Daily Range Estimator)، يتضمَّن إعداد العوائد اليومية التربيعيَّة ببساطة أخذ عمود العوائد المرصودة وتربيع كل مُشاهدة من مُشاهدات هذا العمود، يُصبح إذًا العائد التربيعي في كل نقطة زمنيَّة t القيمة المقدَّرة للتقلب اليومي لليوم t، أمَّا مُقدِّر المدى فعادة ما يتضمَّن حساب لوغاريتم نسبة أعلى سعر على أدنى سعر مرصود في يوم التداولt والذي يُصبح القيمة المقدَّرة للتقلب لليوم t:

$$\sigma_t^2 = \log\left(\frac{high_t}{low_t}\right) \quad (٦،٩)$$

باعتبار إمَّا مربع العائد اليومي أو مُقدِّر المدى، يُقدَّر نموذج الانحدار الذاتي العادي، حيث تُقدَّر المعاملات β_i باستخدام طريقة المربعات الصغرى العاديَّة (أو طريقة الإمكان الأعظم، انظر أدناه)، كما يتم إعداد التنبؤات أيضًا بالطريقة المعتادة المناقشة في الفصل ٦ في إطار النماذج ARMA:

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \varepsilon_t \quad (٧،٩)$$



الشكل رقم (١ , ٩) العوائد اليوميَّة لـ S&P بين أغسطس ٢٠٠٣ وأغسطس ٢٠١٣.

٩,٧ نماذج الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين

(Autoregressive Conditionally Heteroscedastic (ARCH) Models)

ثمَّة نموذج لاخطِّي مُستخدَم على نطاق واسع في مجال الماليَّة يُعرف بنموذج ARCH (ترمُز كلمة ARCH إلى الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين)، لمعرفة السبب وراء اعتبار هذه الفئة من النماذج مُفيدة نُذكِّر بأنه يُمكن التعبير عن النموذج الهيكلي المعتاد باستخدام مُعادلة على الصيغة الواردة في المعادلة رقم (١،٩) أعلاه حيث إن $u_t \sim N(0,\sigma_t^2)$، هذا ويُعرف افتراض نموذج الانحدار الخطِّي الكلاسيكي المتمثِّل في ثبات تباين الأخطاء *بتجانس التباين* (أي أنه من المفترض أن $\text{var}\,(u_t) = \sigma)^2$، أمَّا إذا كان تباين الأخطاء غير ثابت فهذا يُعرف *باختلاف التباين*، وكما جاء في شرح الفصل ٥، إذا كانت الأخطاء غير مُتجانسة التباين في حين أنّنا افترضنا أنها مُتجانسة فيُمكن أن يترتَّب عن ذلك خطأ في القيم المقدَّرة للأخطاء المعياريَّة، كما نذكر أنه من غير المرجَّح في إطار السلاسل الزمنيَّة الماليَّة أن يكون تباين الأخطاء ثابتًا عبر الزمن، وبالتالي فمن المنطقي اعتبار نموذج لا يفترض ثبات التباين، ويصف كيف أن تباين الأخطاء يتطوَّر.

كما أن هناك خاصِّية أخرى هامَّة يشترك فيها العديد من السلاسل الزمنيَّة لعوائد الأصول الماليَّة، والتي تُوفِّر دافعًا لاستخدام نماذج من فئة ARCH، تُعرف هذه الخاصِّية 'بعنقوديَّة التقلب' أو 'تجمُّع التقلب'، تصف عنقوديَّة التقلب ميل التغييرات الكبيرة في أسعار الأصول (سالبة أو موجبة) في تعقُّب التغييرات الكبيرة والتغييرات الصغيرة (سالبة أو موجبة) في تعقُّب التغييرات الصغيرة، بعبارات أخرى، يميل المستوى الحالي للتقلب إلى الارتباط إيجابيًّا بمستواه خلال الفترات التي تسبق مُباشرة، تتجلَّى هذه الظاهرة في الشكل رقم (٩,١) الذي يرسم بيانيًّا العوائد اليوميَّة لـــ S&P بين أغسطس ٢٠٠٣ وأغسطس ٢٠١٣.

النقطة الهامة التي يجدر ملاحظتها من الشكل رقم (٩,١) هي أن *التقلب يحدث على دفعات*، وعلى ما يبدو هناك فترة طويلة نسبيًّا من الهدوء النسبي للسوق خلال الفترة الممتدَّة من ٢٠٠٣ إلى ٢٠٠٨ وحتى بداية الأزمة الماليَّة، بدليل أن خلال هذه الفترة هناك فقط عوائد إيجابية وسلبية صغيرة نسبيًّا، من ناحية أخرى وخلال الفترة المتراوحة بين مُنتصف ٢٠٠٨ ومُنتصف ٢٠٠٩، كان التقلب أعلى بكثير حيث رُصد العديد من العوائد الكبيرة الموجبة أو السالبة خلال فترة زمنيَّة وجيزة، وباستخدام غير مناسب بعض الشيء للمصطلحات، يُمكن القول إن 'التقلب مُرتبط ذاتيًّا'.

السؤال الذي يُطرح الآن هو كيف يُمكن باستخدام المعلمات وصف هذه الظاهرة التي تُعدُّ أمرًا شائعًا في العديد من سلاسل عوائد الأصول الماليَّة (أي كيفيَّة نمذجتها)؟ من بين الأساليب المستخدمة نجد استخدام نموذج ARCH، يتطلَّب فَهْم كيفيَّة عمل هذا النموذج تعريفًا للتباين الشرطي للمتغيِّر العشوائي u_t، يُعتبر الفرق بين التباين الشرطي (Conditional Variance) والتباين غير الشرطي تمامًا نفس الفرق بين المتوسِّط الشرطي والمتوسِّط غير الشرطي، كما يُمكن الإشارة إلى التباين الشرطي بـــ σ_t^2 والذي يُكتب كالآتي:

$$\sigma_t^2 = \text{var}\left(u_t \mid u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots\right) = E\left[\left(u_t - \text{E}(u_t)\right)^2 \mid u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots\right] \qquad (٨،٩)$$

عادة ما يفترض أن $E(u_t) = 0$ وبالتالي:

$$\sigma_t^2 = \text{var}\left(u_t \mid u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots\right) = E\left[u_t^2 \mid u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots\right] \qquad (٩،٩)$$

تنصُّ المعادلة رقم (٩،٩) على أن التباين الشرطي للمتغيّر العشوائي u_t، الموزَّع طبيعيًّا بمتوسَّط صفري يُساوي القيمة المتوقعة الشرطية لمربع u_t، تتم نمذجة 'الارتباط الذاتي في التقلب' حسب النموذج ARCH من خلال السماح للتباين الشرطي لحد الخطأ أي σ_t^2 بأن يكون مُرتبطًا بقيمة الخطأ التربيعي في الفترة السابقة مُباشرة:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (١٠،٩)$$

يُعرف النموذج المذكور أعلاه بـ ARCH(1) بما أن التباين الشرطي لا يعتمد سوى على خطأ تربيعي مُتباطئ بفترة واحدة، لاحظ أن المعادلة رقم (١٠،٩) ليست سوى نموذج جُزئي بما أنه لم يُذكر شيء حتى الآن بخصوص المتوسّط الشرطي، في إطار النموذج ARCH يُمكن لمعادلة المتوسّط الشرطي (التي تصف كيفيَّة تفاوت المتغيِّر التابع y_t على مر الزمن) أن تتَّخذ تقريبًا كل الأشكال التي يرغب بها الباحث، ومن الأمثلة على النموذج الكامل نذكر:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \qquad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (١١،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (١٢،٩)$$

يُمكن بكل سهولة توسيع نطاق النموذج المقدَّم بالمعادلات رقم (١١،٩) و (١٢،٩) إلى الحالة العامَّة حيث يعتمد تباين الخطأ على عدد q فترة إبطاء للأخطاء التربيعيَّة، وهو ما يُعرف بالنموذج ARCH(q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q u_{t-q}^2 \quad (١٣،٩)$$

في الأدبيات وعوضًا عن تسمية التباين الشرطي σ_t^2، يُسمَّى غالبًا h_t وبذلك يُكتب النموذج كالتالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \qquad u_t \sim N(0, h_t) \quad (١٤،٩)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q u_{t-q}^2 \quad (١٥،٩)$$

فيما تبقى من هذا الفصل سوف نستخدم σ_t^2 للدلالة على التباين الشرطي في الزمن t، باستثناء تعليمات الكمبيوتر حيث سوف يتم استخدام h_t بما أنه من الأسهل عدم استخدام الأحرف اليونانيَّة.

١, ٧, ٩ طريقة ثانية لصياغة النماذج ARCH

(Another way of expressing ARCH models)

لغاية التوضيح تأخذ بعين الاعتبار النموذج ARCH(1)، يُمكن التعبير عن هذا النموذج بطريقتين تبدوان مُختلفتين، لكنهما في الواقع مُتطابقتان، تكون الطريقة الأولى على النحو الوارد في المعادلات رقم (١١،٩) و (١٢،٩) المذكورة أعلاه، أمَّا الطريقة الثانية فهي على النحو التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \quad (١٦،٩)$$

$$u_t = v_t \sigma_t \qquad v_t \sim N(0,1) \quad (١٧،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (١٨،٩)$$

يُعتبر شكل النموذج المقدَّم بالمعادلات رقم (١١،٩) و (١٢،٩) الأكثر استخدامًا على الرغم من أن توصيف النموذج كما جاء في المعادلات رقم (١٦،٩) إلى (١٨،٩) يُعتبر ضروريًا حتى يتسنَّى استخدام النموذج GARCH في دراسة المحاكاة (انظر الفصل ١٣)، لإثبات أن طريقتيْ صياغة النموذج مُتكافئتان، نأخذ في الاعتبار المعادلة رقم (١٧،٩) حيث إن v_t مُوزّع طبيعيًا، مُتوسّطه صفر، وتباينه الوحدة، ولذلك سوف يكون u_t أيضًا مُوزَّعًا طبيعيًا بمتوسّط صفري وبتباين يُساوي σ_t^2.

٩ , ٧ , ٢ قيود عدم السلبيّة

(Non-negativity constraints)

بما أن h_t يُمثِّل التباين الشرطي فيجب أن تكون قيمته دائمًا موجبة قطعًا؛ ويكون التباين السالب في أي نقطة زمنيّة لا معنى له، فيما يخص المتغيِّرات على يمين مُعادلة التباين الشرطي، فتمثّل كلُّها مُربَّعات الأخطاء المتباطئة، وبالتالي وبحكم تعريفها سوف لن تكون سالبة، وبهدف ضمان أن ذلك سوف يُؤدي دائمًا إلى قيم مقدَّرة مُوجبة للتباين الشرطي، يتطلَّب الأمر أن تكون كل المعاملات في معادلة التباين الشرطي غير سالبة، إذا اتَّخذ معامل أو أكثر قيمة سالبة فإن قيمة التباين الشرطي المجهَّزة من النموذج يُمكن أن تكون سالبة عندما يكون حد التجديد (Innovation Term) التربيعي المتباطئ المقترن بهذا المعامل كبيرًا بدرجة كافية، ومن الواضح أن ذلك لا معنى له، لذلك وعلى سبيل المثال، في حالة المعادلة رقم (١٨،٩)، سوف يكون شرط عدم السلبيّة كالتالي: $\alpha_0 \geq 0$ و $\alpha_1 \geq 0$، بشكل أعم، بالنسبة إلى النموذج ARCH(q) ينبغي أن تكون كل المعاملات غير سالبة: $\alpha_i \geq 0 \;\; \forall \;\; i = 1,2,\ldots,q$، يُعتبر هذا الشرط في الواقع شرطًا كافيًا لكنّه ليس ضروريًّا عدم سلبيّة التباين الشرطي (أي أنّه يُعتبر شرطًا أقوى قليلًا ممَّا هو ضروري بالفعل).

٩ , ٧ , ٣ اختبار 'آثار ARCH'

(Testing for 'ARCH effects')

يُمكن إجراء اختبار لتحديد ما إذا كانت 'آثار ARCH' موجودة في بواقي النموذج المقدَّر، وذلك باستخدام الخطوات الموضَّحة في الإطار رقم (٩ , ١).

وهكذا يُعتبر هذا الاختبار اختبارًا لفرضيّة العدم المشتركة المتمثّلة في أن كل فترات إبطاء البواقي التربيعيّة وعددها q لها قيم لا تختلف معنويًا عن الصفر، إذا كانت قيمة إحصاءة الاختبار أكبر من القيمة الحرجة للتوزيع χ^2، تُرفض إذًا فرضيّة العدم، يُمكن كذلك اعتبار هذا الاختبار كاختبار للارتباط الذاتي في البواقي التربيعيّة، بالإضافة إلى اختبار بواقي النموذج المقدَّر، كثيرًا ما يُطبق اختبار ARCH على بيانات العوائد الخام.

٩ , ٧ , ٤ اختبار 'آثار ARCH' في عوائد أسعار الصرف باستخدام إفيوز

(Testing for 'ARCH effects' in exchange rate returns using EViews)

من المنطقي أوّلًا وقبل الشروع في تقدير نموذج من النوع GARCH، حساب اختبار إنجل (١٩٨٢) ((Engle (1982)) للكشف عن آثار ARCH للتأكد من أن هذه الفئة من النماذج مُناسبة للبيانات، سوف يستخدم هذا التمرين (والتمارين المتبقية من هذا الفصل) عوائد أسعار الصرف اليومية (اسم الملف هو currencies.wf1) حيث هناك ٣٩٨٨ مُشاهدة، كما يتطلَّب هذا النوع من النماذج حتمًا بيانات أكثر كثافة ممَّا تتطلَّبه النماذج التي تقوم على الانحدارات الخطِّية البسيطة، وبالتالي وبافتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة فهي تعمل على نحو أفضل عندما يكون تواتر مُعاينة البيانات يومي عوضًا عن أن يكون بتواتر أقل.

الإطار رقم (١ ، ٩) اختبار 'آثار ARCH'

(١) تشغيل أي انحدار خطّي يتّخذ الشكل المقدّم في المعادلة أعلاه، على سبيل المثال:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + u_t \quad (١٩،٩)$$

ثم نقوم بحفظ البواقي $\hat{u}_t$.

(٢) تربيع البواقي ومن ثم نقوم بانحدار هذه الأخيرة على فترات الإبطاء الخاصة بها q وذلك لاختبار ARCH برتبة q، أي تشغيل الانحدار التالي:

$$\hat{u}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \gamma_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \cdots + \gamma_q \hat{u}_{t-q}^2 + v_t \quad (٢٠،٩)$$

حيث يُمثّل v_t حد الخطأ.

نتحصّل من هذا الانحدار على R^2.

(٣) تُعرّف إحصاءة الاختبار بأنها TR^2 (عدد المشاهدات مضروبًا بمعامل الارتباط المتعدّد) المتحصّل عليها من الانحدار الأخير، وهي إحصاءة تتبع التوزيع $\chi^2(q)$.

(٤) فرضيّة العدم والفرضيّة البديلة هي:

H_0 : $\gamma_1 = 0$ و $\gamma_2 = 0$ و $\gamma_3 = 0$ و ... و $\gamma_q = 0$

H_1 : $\gamma_1 \neq 0$ أو $\gamma_2 \neq 0$ أو $\gamma_3 \neq 0$ أو ... أو $\gamma_q \neq 0$

يتم حساب اختبار وجود ARCH في البواقي بإجراء انحدار البواقي التربيعيّة على ثابت وعلى p فترات إبطاء، حيث يُحدَّد p من قبل المستخدم، لنفترض على سبيل المثال أنه يتم تحديد العدد ٥ كقيمة لـــ p، تتمثّل الخطوة الأولى لهذا الاختبار في تقدير نموذج خطّي بحيث يُمكن اختبار وجود ARCH في البواقي، من القائمة الرئيسة نقوم بتحديد **Quick** ثم تحديد **Estimate Equation**، نكتب بعد ذلك داخل المحرّر Equation Specification المدخلات التالية **rgbp c ar(1) ma(1)** والتي سوف تقوم بتقدير النموذج ARMA(1,1) على عوائد الجنيه الإسترليني مُقابل الدولار[١]، نقوم إثر ذلك بتحديد الطريقة **Least Squares (NLA and ARMA)** لتقدير النموذج، وذلك باستخدام كامل العيّنة ثم ننقر على الزر **OK** (لا تظهر هنا مُخرجات التقدير).

(١) نُشير أنه في هذه المرحلة وقع اختيار الرُّتبة (١،١) بطريقة اعتباطيّة تمامًا، ومع ذلك فمن المهم التفكير بعض الشيء في نوع ورُتبة النموذج المستخدم حتى وإن لم يكن لذلك أهمّية مُباشرة للمسألة المطروحة (والتي سوف تُسمّى لاحقًا بمعادلة 'المتوسط الشرطي') بما أنه يتم قياس التباين حول القيمة المتوسّطة، وبالتالي فمن المرجّح أن يُؤدي كل سوء توصيف في معادلة المتوسّط إلى سوء توصيف معادلة التباين.

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	49.31597	Prob. F(5,1814)	0.0000
Obs*R-squared	232.5277	Prob. Chi-Square(5)	0.0000

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 08/06/13 Time: 07:35
Sample (adjusted): 6/06/2002 7/07/2007
Included observations: 3981 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.109478	0.009717	11.266640	0.000000
RESID^2(-1)	0.117137	0.015797	7.414951	0.0000
RESID^2(-2)	0.126761	0.015896	7.974218	0.0000
RESID^2(-3)	0.043690	0.016007	2.729444	0.0064
RESID^2(-4)	0.035868	0.015895	2.256530	0.0241
RESID^2(-5)	0.089178	0.015774	5.653618	0.0000

R-squared	0.058409	Mean dependent var	0.186471
Adjusted R-squared	0.057225	S.D. dependent var	0.536205
S.E. of regression	0.520637	Akaike info criterion	1.533977
Sum squared resid	1077.473	Schwarz criterion	1.543456
Log likelihood	−3047.381	Hannan-Quinn criter.	1.537338
F-statistic	49.31597	Durbin-Watson stat	2.016422
Prob(F-statistic)	0.000020		

تتمثَّل الخطوة التالية في النقر فوق **View** من النافذة Equation وتحديد **Residual Diagnostics** ثم اختيار **Heteroskedasticity Tests ...**، في المربع 'Test type' اختر **ARCH** و ٥ كعدد فترات الإبطاء التي سيتضمَّنها النموذج، ثم ننقر فوق **OK**، يُظهر مُخرج التقدير السابق نتائج اختبار إنجل، كما تُعتبر كُلٌّ من النسخة إف وإحصاءة LM معنوية للغاية ممّا يُشير إلى وجود ARCH في عوائد الجنيه الإسترليني مُقابل الدولار.

٩,٧,٥ أوجه القصور في النماذج ARCH(q)

(Limitations of ARCH(q) models) ARCH(q)

وفَّر النموذج ARCH إطارًا لتحليل وتطوير نماذج السلاسل الزمنية للتقلب، ومع ذلك نادرًا ما استخدمت النماذج ARCH خلال العقد الماضي أو أكثر لأنها تجلب معها العديد من الصعوبات:

- كيف ينبغي تحديد قيمة q أي عدد فترات إبطاء الباقي التربيعي المدرجة في النموذج؟ يتمثَّل أحد النُّهُج المستخدمة إزاء هذه المشكلة في استخدام اختبار نسبة الأرجحيَّة الذي سوف يُناقش لاحقًا في هذا الفصل مع أنه ليس هناك بشكل واضح نهج أفضل من ذلك.
- يُمكن أن تكون قيمة q أي عدد فترات إبطاء الخطأ التربيعي اللازمة لالتقاط كل التبعيَّة في التباين الشرطي *كبيرة جدًّا*، سوف ينتج عن ذلك نموذجًا للتباين الشرطي يكون كبيرًا من حيث عدد المتغيِّرات وغير شحيح، لتجاوز هذه المشكلة قام إنجل (١٩٨٢) بتحديد انخفاض اعتباطي خطِّي لطول فترات الإبطاء على النموذج ARCH(4) كالتالي:

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1(0.4\hat{u}_{t-1}^2 + 0.3\hat{u}_{t-2}^2 + 0.2\hat{u}_{t-3}^2 + 0.1\hat{u}_{t-4}^2) \quad (٢١،٩)$$

بحيث يكون هناك معلمتان لازمتان لا غير في معادلة التباين الشرطي (γ_0 و γ_1) عوضًا عن خمس معلمات يتطلّبها النموذج ARCH(4) غير المقيَّد.

- *إمكانيّة انتهاك قيود عدم السلبيّة*، بافتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، كلّما زادت معلمات مُعادلة التباين الشرطي كلّما زاد احتمال أن تكون القيمة المقدَّرة لمعلمة أو أكثر من بين هذه المعلمات سالبة.

يُعتبر النموذج GARCH امتدادًا طبيعيًّا للنموذج ARCH(q) ويتغلّب على البعض من هذه المشاكل، وعلى عكس النموذج ARCH، يُعتبر النموذج GARCH نموذجًا شائع الاستخدام في الممارسة العمليّة.

٩،٨ نماذج ARCH المعمَّمة

(Generalised ARCH (GARCH) models)

طُور النموذج GARCH على نحو مُستقل من قِبَل بولرسلاف (١٩٨٦) وتايلور (١٩٨٦)، يُتيح النموذج GARCH للتباين الشرطي بأن يعتمد على فترات الإبطاء السابقة لهذا الأخير بحيث تُصبح الآن مُعادلة التباين الشرطي في الحالة الأبسط كالتالي:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \quad (٩،٢٢)$$

وهو ما يُمثّل النموذج GARCH(1,1)، يُعرف σ_t^2 بأنه *التباين الشرطي* بما أنه يُعتبر القيمة المقدَّرة بفترة واحدة للمستقبل للتباين وهي قيمة محسوبة استنادًا إلى كل المعلومات السابقة التي يُعتقد بأنها ذات صلة، باستخدام النموذج GARCH يُمكن تفسير القيمة الحاليّة المقدَّرة للتباين h_t بأنها دالة موزونة في كل من القيمة المتوسّطة على المدى الطويل (تعتمد على α_0)، المعلومات عن التقلب خلال الفترة السابقة ($\alpha_1 u_{t-1}^2$) وكذلك قيمة التباين المجهَّزة من النموذج خلال الفترة السابقة ($\beta\sigma_{t-1}^2$)، كما تُشير إلى أنه يُمكن التعبير عن النموذج GARCH بشكل يُظهر هذا الأخير على أنه في الواقع نموذج ARMA للتباين الشرطي، لفهم ذلك لنعتبر أن العائد التربيعي في الزمن t مُقارنة بالتباين الشرطي هو:

$$\varepsilon_t = u_t^2 - \sigma_t^2 \quad (٩،٢٣)$$

أو:

$$\sigma_t^2 = u_t^2 - \varepsilon_t \quad (٩،٢٤)$$

نستخدم التعبير الأخير لاستبداله في التباين الشرطي للمعادلة رقم (٩،٢٢):

$$u_t^2 - \varepsilon_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta(u_{t-1}^2 - \varepsilon_{t-1}) \quad (٩،٢٥)$$

بترتيب المعادلة ثانية يكون:

$$u_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta u_{t-1}^2 - \beta\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (٩،٢٦)$$

وهكذا فإن:

$$u_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)u_{t-1}^2 - \beta\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (٩،٢٧)$$

يُعتبر هذا التعبير الأخير عمليّة ARMA (1,1) للأخطاء التربيعيّة.

السؤال الذي يُطرح الآن هو لماذا يُعتبر النموذج GARCH النموذجَ الأفضل، وبالتالي الأكثر استخدام من النموذج ARCH؟ الإجابة هي أن النموذج الأول يُعتبر أكثر شُحًّا، ويتفادى توفيق النموذج بعدد من المتغيّرات أكثر من المطلوب (Overfitting)، ونتيجة لذلك يكون احتمال انتهاك النموذج لقيود عدم السلبيَّة أقل، بهدف توضيح لماذا يُعتبر النموذج GARCH شحيحًا نأخذ في البداية مُعادلة التباين الشرطي في حالة النموذج GARCH(1,1) ونطرح ١ من كل رمز سفليّ زمني لمعادلة التباين الشرطي رقم (٢٢،٩) بحيث يُمكن الحصول على التعبير التالي:

$$\sigma_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2 \quad (٩،٢٨)$$

ثم نطرح مرة أخرى ١ من كل رمز سفليّ زمني:

$$\sigma_{t-2}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-3}^2 + \beta \sigma_{t-3}^2 \quad (٢٩،٩)$$

تستبدل σ_{t-1}^2 داخل المعادلة رقم (٢٢،٩):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta(\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2) \quad (٣٠،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta + \alpha_{1\beta} u_{t-2}^2 + \beta^2 \sigma_{t-2}^2 \quad (٣١،٩)$$

نستبدل الآن σ_{t-2}^2 داخل المعادلة رقم (٣١،٩):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta + \alpha_{1\beta} u_{t-2}^2 + \beta^2(\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-3}^2 + \beta \sigma_{t-3}^2) \quad (٣٢،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta + \alpha_1 \beta u_{t-2}^2 + \alpha_0 \beta^2 + \alpha_1 \beta^2 u_{t-3}^2 + \beta^3 \sigma_{t-3}^2 \quad (٣٣،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2) + \alpha_1 u_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2) + \beta^3 \sigma_{t-3}^2 \quad (٣٤،٩)$$

سوف ينتج عن العدد اللامتناهي من الاستبدالات المتعاقبة من هذا النوع ما يلي:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2 + \cdots) + \alpha_1 u_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \cdots) + \beta^\infty \sigma_0^2 \quad (٣٥،٩)$$

التعبير الأول على يمين المعادلة رقم (٣٥،٩) هو ببساطة ثابت، وبما أن عدد المشاهدات يميل إلى ما لانهاية فإن β^∞ سوف يميل إلى الصفر، وبالتالي يُمكن كتابة النموذج GARCH(1,1) كالتالي:

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \cdots) \quad (٣٦،٩)$$

$$= \gamma_0 + \gamma_1 u_{t-1}^2 + \gamma_2 u_{t-2}^2 + \cdots \quad (٣٧،٩)$$

وهذا يُمثِّل نموذج ARCH مُقيَّد برُتبة لامُتناهية، وهكذا فإن النموذج GARCH(1,1)، الذي يحتوي على ثلاث معلمات فقط في معادلة التباين الشرطي يُعتبر نموذجًا شحيحًا جدًّا يسمح لعدد لامُتناهٍ من الأخطاء التربيعيَّة السابقة بالتأثير على التباين الشرطي الحالي.

كما يُمكن للنموذج GARCH(1,1) أن يمتدَّ ليشمل الصيغة GARCH(p,q)، أين تُضبط معلمات التباين الشرطي الحالي بطريقة يعتمد فيها هذا الأخير على عدد q فترات إبطاء للخطأ التربيعي وعدد p فترات إبطاء للتباين الشرطي:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \quad (٣٨،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (٣٩،٩)$$

لكن بشكل عام يكون النموذج GARCH(1,1) كافيًا لالتقاط عنقوديَّة التقلب في البيانات ونادرًا ما يُقدَّر أو حتى يُفكَّر في نموذج برتبة أعلى من ذلك في المؤلفات الأكاديمية الماليَّة.

٩، ٨، ١ التباين غير الشرطي في إطار التوصيف GARCH

(The unconditional variance under a GARCH specification)

يتغيَّر التباين الشرطي لكن التباين غير الشرطي لـــ u_t ثابتًا، ويُعطى بالمعادلة:

$$\text{var}(u_t) = \frac{\alpha_0}{1-(\alpha_1+\beta)} \quad (٤٠،٩)$$

طالما أن $\alpha_1 + \beta < 1$، بالنسبة لـ $\alpha_1 + \beta \geq 1$، يكون التباين غير الشرطي لـــ u_t غير مُعرَّف، وهذا يُطلق عليه 'عدم السكون في التباين'، أمَّا $\alpha_1 + \beta = 1$ فيُعرف باسم 'جذر الوحدة في التباين' ويُسمَّى أيضًا 'GARCH المتكامل' (Integrated GARCH) أو IGARCH، كما لا يوجد دافعًا نظريًّا قويًّا لعدم السكون في التباين مثلما هو الحال بالنسبة إلى عدم السكون في المتوسِّط (على سبيل المثال مُتوسِّط سلاسل الأسعار)، وعلاوة على ذلك فإن النموذج GARCH الذي يتضمَّن معاملات تُشير إلى عدم السكون في التباين يكون لديها بعض الخصائص غير المُستحبَّة إطلاقًا، يتعلَّق أحد الأمثلة التوضيحيَّة عن ذلك بالتنبؤات بالتباين المعدَّة من هذه النماذج، بالنسبة إلى نماذج GARCH الساكنة فإن التنبؤات بالتباين الشرطي تقترب من القيمة المتوسِّطة للتباين على المدى الطويل كلَّما زاد أفق التوقُّع (انظر أدناه)، أمَّا بالنسبة إلى العمليات IGARCH فإن هذا التقارب لن يحدث أبدًا، وعندما يكون $\alpha_1 + \beta > 1$ فإن التنبؤ بالتباين الشرطي يميل إلى ما لانهاية كلما زاد أفق التوقُّع.

الإطار رقم (٩، ٢) تقدير النموذج ARCH أو GARCH

(١) تحديد المعادلات المناسبة للمتوسط وللتباين، على سبيل المثال تُحدِّد النموذج AR(1)-GARCH(1,1):

$$y_t = \mu + \emptyset y_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (٤١،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (٤٢،٩)$$

(٢) تحديد لوغاريتم دالة الإمكان التي سيُجرى تعظيمها تحت افتراض التوزيع الطبيعي للاضطرابات:

$$L = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{(y_t-\mu-\emptyset y_{t-1})^2}{\sigma_t^2} \quad (٤٣،٩)$$

(٣) سوف يقوم الكمبيوتر بتعظيم الدالة وتوليد قيم المعلمات التي تُعظِّم لوغاريتم دالة الإمكان إلى جانب إنشاء أخطائهم المعياريّة.

٩ , ٩ تقدير النماذج ARCH و GARCH

(Estimation of ARCH/GARCH models)

بما أن النموذج لم يَعُد على الشكل الخطِّي المعتاد فلا يُمكن لطريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة أن تُستخدم لتقدير النموذج GARCH، هناك العديد من الأسباب وراء ذلك، أبسطها وأكثرها أهمّيّة هو أن طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة تعمل على تصغير مجموع مربعات البواقي، يعتمد مجموع مربعات البواقي فقط على معلمات مُعادلة المتوسِّط الشرطي دون التباين الشرطي، وبالتالي فإن تصغير مجموع مربعات البواقي لم يَعُد الهدف المناسب، بهدف تقدير نماذج من العائلة GARCH، استُخدمت تقنية أخرى تُعرف بطريقة *الإمكان الأعظم*، تعمل هذه الطريقة بشكل أساسي على إيجاد القيم الأكثر احتمالًا للمعلمات بالنظر إلى البيانات الفعليَّة، وبصورة أكثر تحديدًا، يتم إعداد دالَّة لوغاريتم الإمكان ثم تسعى للحصول على قيم المعاملات الكفيلة بتعظيم هذه الدالَّة، هذا ويُمكن استخدام طريقة التقدير بالإمكان الأعظم لإيجاد قيم معلمات النماذج الخطِّية والنماذج اللاخطِّية على حد سواء، يُبيِّن الإطار رقم (٩,٢) الخطوات المتَّبعة لتقدير النماذج ARCH أو GARCH، سوف يتناول القسم التالي بمزيد من التفصيل النقاط ٢ و ٣ الواردة في الإطار، وذلك بشرح كيفيَّة اشتقاق لوغاريتم دالَّة الإمكان.

١ , ٩ , ٩ تقدير المعلمات باستخدام الإمكان الأعظم

(Parameter estimation using maximum likelihood)

في إطار التقدير بالإمكان الأعظم وكما ذكرنا أعلاه، نقوم باختيار مجموعة من قيم المعلمات التي يُرجَّح أنها أنتجت البيانات المرصودة، ويتم ذلك أولًا من خلال إعداد *دالَّة الإمكان* التي يُرمز إليها بـ *LF*، سوف تكون دالَّة الإمكان دالَّة ضربية للبيانات الفعليَّة، وبالتالي سوف يكون من الصعب تعظيم هذه الدالَّة بالنسبة إلى المعلمات، لذلك يتم أخذ لوغاريتم هذه الأخيرة بهدف تحويل دالَّة الإمكان إلى دالَّة جمعيَّة لبيانات العيِّنة، أي *LLF*، هذا ويرد في مُلحق هذا الفصل اشتقاق لمقدِّر الإمكان الأعظم (ML) في إطار نموذج الانحدار البسيط ثُنائي المتغيِّرات ومُتجانس التباين، يتضمَّن اشتقاق مُقدِّر الإمكان الأعظم بشكل أساسي القيام بتفاضل دالَّة لوغاريتم الإمكان بالنسبة إلى المعلمات، لكن كيف يُساعد هذا في تقدير النماذج مُختلفة التباين؟ كيف يُمكن تعديل طريقة تقدير النماذج مُتجانسة التباين الموضحة في الملحق ليتم تطبيقها على تقدير نماذج GARCH؟

في إطار النماذج مُتفاوتة التباين الشرطية يكون النموذج كالتالي: ($y_t = \mu + \emptyset y_{t-1} + u_t,\ u_t \sim N(0, \sigma_t^2)$)، حيث تم تعديل تباين الأخطاء من تباين ثابت (σ^2) إلى تباين يتغيَّر مع الزمن (σ_t^2) كما سبق مع مُعادلة التباين الشرطي، كما يُمكن إنشاء لوغاريتم دالَّة الإمكان المناسبة للنموذج GARCH بنفس الطريقة المستخدمة في حالة تجانس التباين وذلك بتعويض:

$$\frac{T}{2}\log\sigma^2$$

بما يُعادله من التباين المتغيِّر مع الزمن:

$$\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log\sigma_t^2$$

وتعويض σ^2 في مقام الجزء الأخير من التعبير بـــ σ_t^2 (انظر مُلحق هذا الفصل)، هذا ويُعتبر اشتقاق هذه النتيجة باستخدام المبادئ الأوّلية خارج نطاق هذا النص، لكن تُقدّم المعادلة رقم (٤٣،٩) في الإطار رقم (٩،٢) دالة لوغاريتم الإمكان للنموذج المذكور أعلاه بتباين شرطي مُتغيِّر مع الزمن وبأخطاء مُوزَّعة طبيعيًّا.

يعود تعظيم لوغاريتم دالة الإمكان بديهيًّا إلى تقليل:

$$\sum_{t=1}^{T} \log \sigma_t^2$$

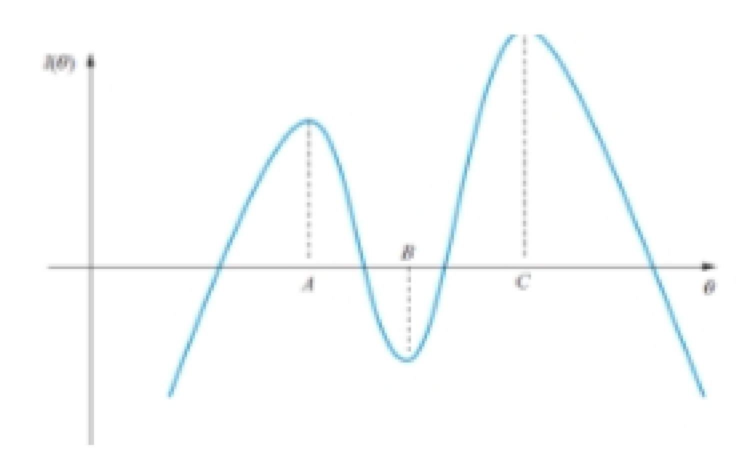
و

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t - \mu - \emptyset y_{t-1})^2}{\sigma_t^2}$$

معًا (بما أن هذه الحدود تظهر مسبوقة بعلامة سالبة في لوغاريتم دالة الإمكان و $-\frac{T}{2}\log(2\pi)$ هو مُجرَّد ثابت بالنسبة للمعلمات)، هذا ويعني تقليل هذه الحدود معًا ضمنًا تقليل تباين الخطأ كما هو مُوضَّح في الفصل ٤، أمَّا تعظيم لوغاريتم دالة الإمكان لنموذج تكون فيه التباينات مُتغيِّر مع الزمن فيُعتبر أصعب ممَّا هو عليه في حالة تجانس التباين، كما طُورت المشتقات التحليليَّة بالنسبة إلى المعلمات للوغاريتم دالة الإمكان في المعادلة رقم (٤٣،٩)، لكن اقتصر ذلك على سياق الأمثلة الأبسط من توصيفات GARCH، وعلاوة على ذلك تُعتبر الصيغ الناتجة مُعقَّدة، لذلك غالبًا ما يُستخدم إجراء عددي لتعظيم دالة لوغاريتم دالة الإمكان.

تعمل كل الطرق أساسًا من خلال 'البحث' في فضاء المعلمات وحتى إيجاد قيم المعلمات التي تُعظِّم لوغاريتم دالة الإمكان، أمَّا إفيوز فيستخدم طريقة تكراريَّة لتعظيم لوغاريتم دالة الإمكان، وهذا يعني أنه على ضوء مجموعة من التخمينات الأوّلية بخصوص القيم المقدَّرة للمعلمات، يقع في كل تقريب مُتتالٍ تحديث قيم المعلمات هذه إلى أن يُحدِّد البرنامج أنه تمَّ التوصُّل إلى القيم المثلى، إذا كان للوغاريتم دالة الإمكان قيمة عُظمى واحدة بالنسبة إلى قيم المعلمات، فإن كل طريقة من طرق الاستمثال ينبغي أن تكون قادرة على إيجاد هذه القيمة العُظمى على الرغم من أن بعض الطرق سوف تستغرق في ذلك وقتًا أطول من غيرها.

هذا ويُعتبر العرض المفصّل لمختلف طرق الاستمثال المتاحة خارج نطاق هذا الكتاب، لكن وكما هو الحال مع النماذج اللاخطيَّة من قبيل النماذج GARCH، فإنه يُمكن أن يكون للوغاريتم دالة الإمكان العديد من القيم العُظمى المحلّية بحيث يُمكن للخوارزميات المختلفة إيجاد قيم عُظمى محلّية مُختلفة للوغاريتم دالة الإمكان، ولهذا السبب يجب تحذير القراء من أن إجراءات الاستمثال المختلفة يُمكن أن تُؤدي إلى قيم مُقدَّرة مُختلفة للمعامل، وخاصة إلى قيم مُقدَّرة مُختلفة للأخطاء المعياريَّة (لمزيد من التفاصيل انظر بروكس، بورك وبيرساند (Brooks, Burke and Persand) ٢٠٠١ أو ٢٠٠٣)، تُعَدُّ مجموعة جيّدة من معلمات التخمين الأوّليَّة في مثل هذه الحالات أمرًا ضروريًّا، وكما هو مُوضَّح في الشكل رقم (٩،٢)، يُمثِّل وجود قيم مُثلى محلّيَّة (أو Multimodalities) على سطح الإمكان عوائق خطرة مُحتملة عند استخدام منهج الإمكان الأعظم لتقدير معلمات النموذج GARCH.



الشكل رقم (٩,٢) مسألة القيم المثلى المحلّية عند التقدير باستخدام الإمكان الأعظم.

لنفترض الآن أن النموذج يحتوي على معلمة واحدة لا غير، θ، بحيث تُعظِّم لوغاريتم دالة الإمكان بالنسبة إلى هذه المعلمة، في الشكل رقم (٩,٢)، نرمُز بـ $l(\theta)$ إلى قيمة لوغاريتم دالة الإمكان لكل قيمة من قيم θ، من الواضح أن $l(\theta)$ يبلغ القيمة العُظمى العامَّة عندما يكون $\theta = C$ ويبلغ قيمة عُظمى محلّية عندما يكون $\theta = A$، وهذا يُبرهن على أهمية القيم الأوَّلية الجيِّدة للمعلمات، ومن المحتمل أن تُؤدي كل القيم الأولية التي تقع على يسار النقطة B إلى اختيار A بدلًا من C، كما أنه من المرجَّح عمليًّا أن تكون الحالة أسوأ نظرًا لأنه يتم تعظيم دالة لوغاريتم الإمكان بالنسبة إلى عديد المعلمات عوضًا عن معلمة واحدة، ومن الممكن أن يكون هناك العديد من النقاط المثلى المحلِّية، كما أن هناك إمكانية أخرى من شأنها أن تجعل من عمليَّة الاستمثال أمرًا صعبًا وهي عندما تكون لوغاريتم دالة الإمكان مُسطحة بالقرب من القيمة العُظمى، لذلك وعلى سبيل المثال، إذا كانت القمَّة المقابلة للنقطة C في الشكل رقم (٩,٢) مُسطَّحة بدلًا من كونها حادَّة فيُمكن لمجموعة من قيم θ أن تُؤدي إلى قيم مُتشابهة جدًّا للوغاريتم دالة الإمكان، مما يجعل من الصعب الاختيار بين هذه القيم.

لشرح ذلك مُجددًا وبمزيد من التفاصيل تتم عمليَّة الاستمثال بالطريقة المبيَّنة في الإطار رقم (٩,٣)، تقوم كل طرق الاستمثال داخل إفيوز على تحديد المشتقات الأولى والثانية للوغاريتم دالة الإمكان بالنسبة إلى قيم المعلمات في كل تكرار وهي مُشتقات تُعرف على التوالي باسم الانحدار (أو التدرج) والهيسيان (Hessian) (أي مصفوفة المشتقات الثانية للوغاريتم دالة الإمكان بالنسبة إلى المعلمات)، كما نُشير إلى أنه يتوفَّر داخل إفيوز خوارزميَّة استمثال تعود إلى بيرند، هول، هول وهسمان (١٩٧٤) (Berndt, Hall, Hall and Hausman (1974)) وتُعرف بـاسم BHHH.

تستخدم طريقة BHHH المشتقات الأولى فقط (وهي مُشتقات محسوبة عدديًّا وليس تحليليًّا) وتقوم بحساب القيم التقريبيَّة للمشتقات الثانية، هذا ويزيد عدم حساب الهسيان الفعلي في كل تكرار ولكل فاصل زمني من سرعة العمليات الحسابيَّة، لكن يُمكن أن تكون عمليَّة التقريب رديئة في حالة كان لوغاريتم دالة الإمكان بعيدًا جدًّا عن قيمته العُظمى، وهو ما يتطلَّب المزيد من التكرارات للوصول إلى القيم المثلى، كما تُعتبر خوارزمية ماركوارت (Marquardt Algorithm) المتاحة في إفيوز تعديلًا لطريقة BHHH (وكلاهما شكل مُختلف لطريقة جاوس-نيوتن (Gauss-Newton)) تُدرج 'تصحيحًا' الغرض منه الدفع سريعًا بالقيم المقدَّرة للمعاملات إلى قيمها المثلى، يرد وصف مُفصَّل لكل طرق الاستمثال هذه في برس وآخرين (١٩٩٢) (Press et al. (1992)).

إطار رقم (٣, ٩) استخدام التقدير بواسطة الإمكان الأعظم على الصعيد العملي

(١) إعداد دالة لوغاريتم الإمكان.

(٢) استخدام الانحدار للحصول على القيم المقدّرة الأولية لمعلمات مُعادلة المتوسّط.

(٣) اختيار بعض القيم الأولية لمعلمات مُعادلة التباين الشرطي. في معظم حزم البرمجيات، تكون القيم الأولية الافتراضية لمعلمات التباين الشرطي صفرًا، وهذا أمر مُؤسف لأن غالبًا ما تُسفر القيم الصفرية للمعلمات عن قيمة عُظمى محليّة للإمكان. لذا نُعيّن إذا أمكن ذلك قيمًا أوّلية مقبولة بعيدة عن الصفر.

(٤) تحديد معيار التقارب (Convergence Criterion) ويكون ذلك إما حسب معيار أو حسب قيمة. عندما يتم اختيار 'حسب المعيار' فإن الحزمة سوف تستمر في البحث عن 'أفضل' قيم للمعلمات والتي تُعطي قيمة أعلى لدالة لوغاريتم الإمكان إلى أن يُصبح التغيّر في قيمة هذه الأخيرة بين التكرارات أصغر من معيار التقارب المحدّد. أمّا اختيار 'حسب القيمة' فإن ذلك سوف يسمح إلى البرنامج بالبحث إلى أن يُصبح التغيّر في القيم المقدّرة للمعاملات صغيرًا بالقدر الكافي. بالنسبة إلى إفيوز فإن معيار التقارب الافتراضي هو ٠,٠٠١ وهو ما يعني أن التقارب يتحقق وأن البرنامج سوف يتوقف عن البحث إذا كانت النسبة المئوية للتغيّر في أيّ من القيم المقدّرة للمعاملات لآخر تكرار أصغر من ٠,١٪.

٢, ٩, ٩ عدم اعتدال التوزيع والإمكان الأعظم

(Non-normality and maximum likelihood)

نُذكّر بأن افتراض الطبيعيّة الشرطية لـــ u_t يُعتبر أمرًا أساسيًا في تحديد دالة الإمكان، من الممكن اختيار عدم اعتدال التوزيع باستخدام التمثيل التالي:

$$u_t = v_t\sigma_t, \quad v_t \sim N(0,1) \qquad (٩،٤٤)$$

$$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2} \qquad (٩،٤٥)$$

كما نذكر أنه لا يُمكن توقُّع أن يكون u_t مُوزّعًا طبيعيًّا، أي أنه حد اضطراب $N(0,\sigma_t^2)$ من نموذج الانحدار، وهو ما يدل ضمنًا أنه من المحتمل أن تكون ذيول التوزيع سميكة، هناك طريقة جديرة بالاعتبار لاختبار الاعتدال تتمثّل في إنشاء الإحصاءة:

$$v_t = \frac{u_t}{\sigma_t} \qquad (٩،٤٦)$$

والتي ستكون اضطراب النموذج في النقطة الزمنيَّة t مقسومًا بالانحراف المعياري الشرطي في تلك النقطة الزمنيَّة، وبالتالي فإن v_t هو الذي يُفترض أن يكون مُوزّعًا طبيعيًّا وليس u_t، أمَّا نظيره في العيِّنة فهو:

$$\hat{v}_t = \frac{\hat{u}_t}{\hat{\sigma}_t} \qquad (٤٧،٩)$$

والذي يُعرف بالباقي الموحَّد معياريًّا، كما يُمكن فحص ما إذا كان $\hat{v}_t$ يتبع التوزيع الطبيعي أم لا باستخدام أيٍّ من اختبارات الاعتدال المعياريَّة مثل اختبار بيرا-جارك، عادة ما نجد أن $\hat{v}_t$ يظل مُدبَّبًا لكن بصفة أقل من تدبب $\hat{u}_t$، والنتيجة هي أنه يُمكن للنموذج GARCH التقاط بعض التدبُّب في التوزيع غير الشرطي لعوائد الأصول، لكن ليس كلَّه.

السؤال الذي يُطرح الآن هو هل يُعتبر عدم التوزيع الطبيعي لـ $\hat{v}_t$ مُشكلة؟ حسنًا، الجواب هو 'في الواقع لا'، حتى في صورة عدم تحقُّق افتراض الاعتدال الشرطي فإن القيم المقدَّرة للمعلمات سوف تظل مُتَّسقة إذا تم توصيف مُعادلات المتوسِّط والتباين بشكل صحيح، غير أن في إطار عدم الاعتدال سوف تكون القيم المقدَّرة المعتادة للأخطاء المعياريَّة غير مُلائمة، وينبغي استخدام مُقدَّر مُختلف لمصفوفة التباين والتغاير حصين ضد عدم الاعتدال، يعود إلى بولرسلاف وولدريدج (١٩٩٢) (Bollerslev and Wooldridge (1992))، يُعرف هذا الإجراء (أي الإمكان الأعظم بأخطاء معياريَّة تعود إلى بولرسلاف وولدريدج) *بشبه الإمكان الأعظم* (Quasi-Maximum Likelihood أو QML).

٩،٩،٣ تقدير نماذج GARCH في إفيوز

(Estimating GARCH models in EViews)

لتقدير نموذج من النوع GARCH، نقوم بفتح مُربع حوار توصيف المعادلة من خلال تحديد **Quick/ Estimate Equation** أو بتحديد **... Object/New Object/Equation**، اختر ARCH من مربع التحديد 'Estimation Settings Method' وسوف تُفتح النافذة في لقطة الشاشة رقم (١ ، ٩).

كما نذكر أنه من الضروري تحديد كل من مُعادلة المتوسِّط ومُعادلة التباين، بالإضافة إلى أسلوب التقدير والعيِّنة.

لقطة الشاشة رقم (١ ، ٩) تقدير نموذج من النوع **GARCH**.

مُعادلة المتوسِّط

(The mean equation)

يجب إدخال توصيف مُعادلة المتوسِّط في مُربَّع تحرير المتغيِّر التابع، أَدْخِل التوصيف بإدراج المتغيِّر التابع تليه المتغيِّرات الانحداريَّة، ينبغي أيضًا إدراج الحد الثابت 'C'، إذا تضمَّن توصيف مُعادلتك الحد ARCH-M (انظر لاحقًا في هذا الفصل) فيجب عليك النقر على الزر المناسب في الجهة اليُمنى العليا لمربع الحوار لتحديد الانحراف المعياري الشرطي، التباين الشرطي أو لوغاريتم التباين الشرطي.

مُعادلة التباين

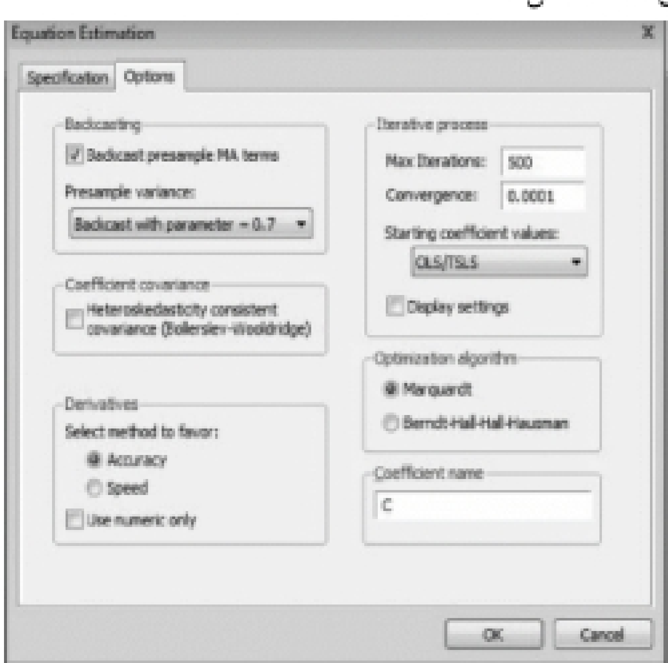
(The variance equation)

مُربَّع التحرير المسمَّى 'Variance regressors' (أي المتغيِّرات الانحداريَّة للتباين) هو مُربَّع يتم فيه إدراج المتغيِّرات التي يجب تضمينها في توصيف مُعادلة التباين، لاحظ أن إفيوز يُدرج دائمًا ثابتًا في مُعادلة التباين الشرطي، لهذا السبب ليس من الضروري إضافة 'C' إلى قائمة المتغيِّرات الانحداريَّة للتباين، على نحو مُماثل، ليس من الضروري إدراج حدود ARCH أو GARCH في هذا المربَّع بما أنه سيتم تناول هذه الأخيرة في أنحاء أخرى من مربَّع الحوار، بدلًا من ذلك أَدْخِل هنا كل المتغيِّرات الخارجيَّة أو المتغيِّرات الوهمية التي ترغب في تضمينها إلى مُعادلة التباين الشرطي، أو ببساطة اترك هذا المربع فارغًا (كما هو الحال عادة).

توصيف التباين والتوزيع

(Variance and distribution specification)

قم تحت العنوان 'Variance and distribution Specification' (توصيف التباين والتوزيع) باختيار عدد الحدود ARCH و GARCH، يتمثَّل الإعداد الافتراضي في إجراء عمليَّة التقدير بحد واحد لـــ ARCH وحد واحد لـــ GARCH (أي على التوالي فترة إبطاء واحدة للأخطاء التربيعيَّة وفترة إبطاء واحدة للتباين الشرطي)، أمَّا لتقدير النموذج GARCH الاعتيادي فنترك الإعداد الافتراضي 'GARCH/TARCH'، تصف المدخلات الأخرى في هذا المربع أشكالًا مُختلفة أكثر تعقيدًا من التوصيف GARCH القياسي، والتي يَرِد وصفها في أقسام لاحقة من هذا الفصل.



لقطة الشاشة رقم (٩ , ٢) **خيارات تقدير النموذج GARCH.**

خيارات التقدير

(Estimation options)

يُوفِّر إفيوز عددًا من الإعدادات الاختياريَّة للتقدير، يمنح النقر فوق علامة التبويب Options الخيارات المبيَّنة في لقطة الشاشة رقم (٩,٢) المراد ملؤها حسب الاقتضاء، كما يُستخدم 'الخيار مصفوفة التغاير المصحَّحة لأخطاء عدم ثبات التباين' (Heteroskedasticity Consistent Covariance) لحساب التغايرات والأخطاء المعياريَّة لمقدَّر شبه الإمكان الأعظم، وذلك باستخدام الطرق التي وصفها بولرسلاف وولدريدج (١٩٩٢)، هذا ويُستخدم هذا الخيار إذا كنت تشك في أن الأخطاء تتبع التوبع الشرطي الطبيعي، لاحظ أن القيم المقدَّرة للمعاملات سوف تظلّ ثابتة (تقريبًا) في حالة تم تحديد هذا الخيار وأن فقط مصفوفة التغاير المقدّرة سوف تتغيَّر، تتَّسم لوغاريتم دوال الإمكان للنماذج ARCH غالبًا بسلوك غير جيِّد بحيث من الممكن عدم تحقُّق التقارب باستخدام إعدادات التقدير الافتراضيَّة، كما نُشير أنه من الممكن في إفيوز اختيار خوارزمية تكراريَّة (خوارزمية ماركوارت (Marquardt Algorithm)، خوارزمية بيرند، هول، هول وهسمان (BHHH Algorithm) أو خوارزمية جاوس-نيوتن (Gauss Newton Algorithm)) لتغيير قيم البداية، زيادة الحد الأقصى لعدد التكرارات أو تعديل معيار التقارب، على سبيل المثال، إذا لم يتحقَّق التقارب، أو إذا تحصلنا على قيم مقدَّرة غير معقولة للمعلمات، فمن المنطقي إعادة إجراء التقدير باستخدام مجموعة مُختلفة من قيم البداية و/ أو خوارزمية استمثال مُختلفة، بمجرد تقدير النموذج يُوفِّر إفيوز مجموعة مُتنوِّعة من المعلومات ومن إجراءات الاستدلال والفحص التشخيصي، على سبيل المثال تتوفر الخيارات التالية في الزر View:

- البواقي الفعليَّة والمجهَّزة من النموذج: يتم عرض البواقي في أشكال مُختلفة، مثل جدول ورسوم بيانيَّة وبواقي مُوحَّد معياريًّا.
- الرسم البياني GARCH: يرسم هذا الرسم البياني الانحراف المعياري بخطوة واحدة للمستقبل، σ_t، أو التباين الشرطي σ_t^2 لكل مُشاهدة في العيِّنة.
- مصفوفة التغاير.
- اختبارات المعاملات.
- اختبارات البواقي/تصوير الارتباط-إحصاءات Q.
- اختبارات البواقي/المدرج التكراري-اختبار الاعتدال.
- اختبارات البواقي/اختبار ARCH LM.

إجراءات النموذج ARCH

(ARCH model procedures)

إثر تقدير نموذج من نوع GARCH تكون كل هذه الخيارات مُتاحة بالضغط على الزر 'Proc':

- إنتاج سلسلة البواقي.
- إنتاج سلسلة التباين للنموذج GARCH.
- التنبؤ.

هذا ونذكر أن تقدير النموذج GARCH(1,1) على سلسلة الين مُقابل الدولار ('rjpy') باستخدام التعليمات الموضحة أعلاه، وباستخدام الإعدادات الافتراضيَّة في كل المواضع من شأنه أن يُفرز النتائج التالية:

Dependent Variable: RJPY
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Date: 08/06/13 Time: 18:02
Sample (adjusted): 7/08/2002 6/06/2013
Included observations: 3987 after adjustments
Convergence achieved after 24 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(−1)^2 + C(4)*GARCH(−1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.002664	0.006491	0.410491	0.6814
Variance Equation				
C	0.004404	0.000453	9.713821	0.0000
RESID(−1)^2	0.046623	0.003476	13.41392	0.0000
GARCH(−1)	0.933667	0.005074	184.0124	0.0000

R-squared	−0.000243	Mean dependent var	−0.004699
Adjusted R-squared	−0.000243	S.D. dependent var	0.471950
S.E. of regression	0.472008	Akaike info criterion	1.235623
Sum squared resid	888.0459	Schwarz criterion	1.241935
Log likelihood	−2459.215	Hannan-Quinn criter.	1.237861
Durbin-Watson stat	1.705253		

إحصائيًّا تُعتبر معاملات كل من حدود البواقي التربيعيَّة المتباطئة والتباين الشرطي المتباطئ في معادلة التباين الشرطي معنويَّة للغاية، نذكر أيضًا وكما هو الحال عادة بالنسبة إلى القيم المقدّرة للنموذج GARCH لبيانات عوائد الأصول الماليَّة، يكون مجموع معاملات الخطأ التربيعي المتباطئ والتباين الشرطي المتباطئ قريبًا جدًّا من الوحدة (٠,٩٨ تقريبًا)، وهذا يعني أن الصدمات على التباين الشرطي سوف تكون شديدة الاستمرار، ويُمكن ملاحظة ذلك من خلال النظر في مُعادلات التنبؤ بالقيم المستقبلية للتباين الشرطي باستخدام نموذج GARCH الواردة في قسم لاحق، سوف يدل المجموع المرتفع لهذه المعاملات ضمنًا أن العائد الكبير، مُوجبًا كان أم سالبًا، سوف يُؤدي بالتوقعات المستقبليَّة للتباين بأن تكون مُرتفعة لفترة طويلة، أمَّا المعاملات الفرديَّة للتباين الشرطي فهي كذلك كما هو مُتوقَّع، كما نذكر أن حد المقطع لمعادلة التباين 'C' صغيرًا جدًّا، 'المعلمة ARCH' في حدود ٠,٠٥ في حين أن معامل التباين الشرطي المتباطئ ('GARCH') أكبر من ذلك وفي حدود ٠,٩٣.

١٠ , ٩ امتدادات للنموذج GARCH الأساسي
(Extensions to the basic GARCH model)

تم مُنذ تطوير النموذج GARCH اقتراح عدد هائل من الامتدادات والبدائل، سيتم تسليط الضوء هنا على مثالين من أهم الأمثلة عن النماذج GARCH، كما يُرجى أن يرجع القراء المهتمون الراغبون في المزيد من البحث إلى دراسة مُتكاملة مُعدَّة من قِبَل بولرسلاف وآخرين (١٩٩٢).

اقتُرحت العديد من الامتدادات للنموذج GARCH كنتيجة للمشاكل التي لُوحظت لدى النماذج GARCH(p,q) القياسيَّة، أول هذه المشاكل هو أنه من الممكن أن تكون شروط اللاسلبيَّة مُنتهكة من قِبَل النموذج المقدر والطريقة الوحيدة لتجنُّب هذا سوف تكون بالتأكيد في وضع قيود مُصطنعة على معاملات النموذج من أجل إجبارهن على أن يكن معاملات غير سالبة، ثانيًا: لا تستطيع النماذج GARCH تسفير آثار الرَّفع المالي (المبيَّنة أدناه) على الرغم من أنها تستطيع تفسير عنقوديَّة التقلب، وضعف التفرطح في السلاسل، أخيرًا: لا يُتيح النموذج GARCH أيَّة تغذية مُرتدَّة مُباشرة بين التباين الشرطي والمتوسِّط الشرطي.

سيتم الآن فحص بعض التعديلات الأكثر استخدامًا والمؤثرة على النماذج GARCH وهذه التعديلات من شأنها أن تُؤدي إلى إزالة بعض قيود أو حدود النموذج الأساسي.

١١ , ٩ النماذج GARCH غير المُتماثلة
(Asymmetric GARCH models)

يتمثَّل أحد القيود الرئيسة للنماذج GARCH في كونها تفرض استجابة مُتماثلة للتقلب للصدمات الموجبة والسالبة، ينتُج ذلك لكون التباين الشرطي في المعادلات مثل المعادلة رقم (٣٩،٩) هو دالة في أحجام البواقي المتباطئة، وليس في علامات (موجبة أم سالبة) البواقي (بعبارة أخرى، بتربيع الخطأ المتباطئ في المعادلة رقم (٣٩،٩) تُفقد العلامة)، لكن يرى البعض أنه من المرجَّح أن تُسبِّب صدمة سالبة على السلاسل الزمنيَّة الماليَّة ارتفاعًا في التقلب أكثر ممَّا تُسبِّبه صدمة موجبة بنفس الحجم، في حالة العوائد على أسهم الملكية تُنسب مظاهر عدم التماثل هذه عادة إلى *آثار الرفع المالي*، والذي بمقتضاه يسبب الانخفاض في قيمة أسهم الشركة ارتفاع في نسبة الدَّين إلى حقوق المساهمين، وهذا يقود المساهمين الذين يتحمَّلون المخاطر المتبقيَة للشركات إلى إدراك كون تدفقاتهم النقديَّة المستقبليَّة أكثر مُخاطرة نسبيًا.

كما نذكر أن هناك وجهة نظر أخرى مُستمدَّة من فرضيَّة 'التقلب والتغذية المرتدَّة'، حسب هذه الأخيرة وبافتراض أن الأرباح الموزَّعة على المساهمين ثابتة، إذا ارتفعت العوائد المتوقَّعة عند ارتفاع تقلُّب أسعار الأسهم، إذن يجب أن تنخفض أسعار الأسهم عندما يرتفع التقلب، وعلى الرغم من أنه لا يُمكن أن يُنسب عدم التماثل في سلاسل العوائد، باستثناء عوائد أسهم الملكيَّة، إلى تغيُّر الرفع المالي، إلا أن ليس هناك على حد السواء ما يدعو لافتراض أن عدم التماثل هذا يوجد فقط في عوائد أسهم الملكيَّة.

يرد فيما يلي شرح لصيغتين لامُتماثلتين مشهورتين، وهما: النموذج GJR الذي سُمِّي على اسم الكتاب جلوستن، جاغنثان ورنكل (١٩٩٣) ((Glosten, Jagannathan and Runkle (1993)) ونموذج GARCH الأُسِّي (EGARCH) المقترح من طرف نيلسون (١٩٩١) ((Nelson (1991)).

٩ , ١٢ النموذج GJR

(The GJR model)

يُعتبر النموذج GJR امتداد بسيط للنموذج GARCH بإدراج حد إضافي يأخذ في الاعتبار أوجه عدم التماثل الممكنة، تُقدِّم الآن المعادلة التالية التباين الشرطي:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 + \gamma u_{t-1}^2 I_{t-1} \quad (٤٨،٩)$$

حيث:

$I_{t-1} = 1$ إذا $u_{t-1} < 0$

$= 0$ خلاف ذلك

بالنسبة إلى أثر الرَّفع المالي سوف نرى أن $\gamma > 0$، نُشير الآن إلى أن شرط اللاسلبية سوف يكون كالتالي: $\alpha_0 > 0$، $\alpha_1 > 0$، $\beta \geq 0$ و $\alpha_1 + \gamma \geq 0$، وهذا يعني أن النموذج يظل مقبولًا حتى وإن كان $\gamma < 0$ شريطة أن يكون $\alpha_1 + \gamma \geq 0$.

مثال(٩ , ١)

لتقديم مثال توضيحي عن النهج GJR، نستخدم العوائد الشهريَّة لــ S&p500 من ديسمبر ١٩٧٩ وحتى يونيو ١٩٩٨، نتحصَّل على النتائج التالية، حيث إن النسب تي بين قوسين:

$$\underset{(3.198)}{y_t = 0.172} \quad (٤٩،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \underset{(16.372)}{1.243} + \underset{(0.407)}{0.015}u_{t-1}^2 + \underset{(14.999)}{0.498}\sigma_{t-1}^2 + \underset{(5.772)}{0.604}u_{t-1}^2 I_{t-1} \quad (٥٠،٩)$$

لاحظ أن حد اللاتماثل γ له علامة صحيحة ومعنويَّة، لرؤية كيف أن التقلب يرتفع بعد صدمة كبيرة سالبة أكثر ممَّا يرتفع بعد صدمة كبيرة مُوجبة، نفترض أن $\sigma_{t-1}^2 = 0.823$ و $\hat{u}_{t-1} = \pm 0.5$، إذا كان $\hat{u}_{t-1} = 0.5$ فهذا يعني أن $\sigma_t^2 = 1.65$، ومع ذلك تُشير صدمة بنفس الحجم لكن بعلامة مُضادة، أي $\hat{u}_{t-1} = -0.5$، إلى أن التباين الشرطي المجهّز من النموذج في الزمن t سوف يكون $\sigma_t^2 = 1.80$.

٩ , ١٣ النموذج EGARCH

(The EGARCH model)

اقتُرِح النموذج GARCH الأُسِّي من طرف نيلسون (١٩٩١)، هناك طرق مُختلفة للتعبير عن مُعادلة التباين الشرطي، لكن تتمثَّل أحد التوصيفات الممكنة في:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \left[\frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (٥١،٩)$$

يتمتَّع هذا النموذج بعديد من المزايا التي لا يتمتَّع بها التوصيف GARCH البحت، نذكر أوَّلًا أنه تبعًا لنمذجة $\log(\sigma_t^2)$ فإن σ_t^2 سوف يكون مُوجبًا حتى وإن كانت المعلمات سالبة، وبالتالي ليس هناك حاجة لفرض قيود مُصطنعة بخصوص عدم سلبية معلمات النموذج، ثانيًا: تأخذ الصيغة EGARCH في الاعتبار اللاتماثل بحيث إذا كانت العلاقة بين التقلب والعوائد علاقة سلبيَّة فإن γ سوف يكون سالبًا، لاحظ أن نيلسون يفترض في الصيغة الأصلية هيكل توزيع الخطأ المعمم (Generalised Error Distribution) للأخطاء، يُعتبر توزيع الخطأ المعمَّم مجموعة واسعة من التوزيعات التي يُمكن استخدامها لأنواع عديدة من السلاسل، غير أن جميع تطبيقات النموذج EGARCH تقريبًا تستخدم التوزيع الطبيعي الشرطي للأخطاء، المذكور آنفًا، بدلًا من توزيع الخطأ المعمَّم نظرًا لما يتمتَّع به من سهولة حسابيَّة وتفسير سهل.

٩ , ١٤ النموذج GJR و EGARCH في إفيوز
(GJR and EGARCH in EViews)

تُظهر شاشة القائمة الرئيسة لتقدير GARCH أن هناك توفُّر عددًا من الأشكال المختلفة للنموذج GARCH البسيط، ويُمكن القول: إن أهم هذه الأشكال هي النماذج غير المُتماثلة مثل النموذج TGARCH (GARCH ذو عتبة) والذي يُعرف أيضًا باسم نموذج GJR والنموذج EGARCH، لتقدير النموذج GJR داخل إفيوز، نقوم من خلال شاشة توصيف مُعادلة النموذج GARCH (لقطة الشاشة رقم (٩ , ١) أعلاه) بتغيير العدد 'Threshold Order' (درجة العتبة) من ٠ إلى ١، أمَّا لتقدير النموذج EGARCH **فنقوم بتغيير الخيار الافتراضي تقدير النموذج 'GARCH/TARCH' إلى 'EGARCH'**.

Dependent Variable: RJPY
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Date: 08/06/13 Time: 13:23
Sample (adjusted): 7/08/2002 6/06/2013
Included observations: 3987 after adjustments
Convergence achieved after 21 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(−1)^2 + C(4)*RESID(−1)^2*(RESID(−1)<0)
+ C(5)*GARCH(−1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	−0.001220	0.006679	−0.182713	0.8550
Variance Equation				
C	0.003897	0.000445	8.766881	0.0000
RESID(−1)^2	0.024975	0.003703	6.743803	0.0000
RESID(−1)^2*(RESID(-1)<0)	0.038199	0.004978	7.673294	0.0000
GARCH(−1)	0.938557	0.005137	182.7135	0.0000

R-squared	−0.000054	Mean dependent var	−0.004699
Adjusted R-squared	−0.000054	S.D. dependent var	0.471950
S.E. of regression	0.471963	Akaike info criterion	1.229490
Sum squared resid	887.8779	Schwarz criterion	1.237379
Log likelihood	−2445.989	Hannan-Quinn criter.	1.232287
Durbin-Watson stat	1.705575		

يُقدِّم هذان الجدولان التاليان للنتائج على التوالي قِيَمَ المعاملات المقدَّرة لكلٍّ من هذين التوصيفين، وذلك باستخدام بيانات العوائد اليوميَّة لسعر صرف الين مُقابل الدولار (yen–US)، بالنسبة إلى التوصيف GJR، نرى أن حد اللاتماثل '(RESID(−)^2*RESID(−1)∧2(1) <0)' مُوجب ومعنوي للغاية، في حين أن القيمة المقدَّرة للمعامل 'RESID(−1)/SQRT(GARCH(−1))' في النموذج EGARCH معنويَّة جدًّا لكن بعلامة سالبة، لذا بالنسبة إلى النموذج GJR، تُشير القيم المقدَّرة أن الصدمات السالبة تُؤدي إلى ارتفاع في التباين الشرطي للفترة التالية أكثر ممَّا تُسبِّبه الصدمات السالبة بنفس العلامة، بينما العكس هو الصحيح بالنسبة إلى النموذج EGARCH، من الواضح إذًا أنه يجب علينا توخِّي الحذر عند تفسير القيم المقدَّرة للنماذج من النوع GARCH بما أن إجراءات الاستمثال تتقارب من القيم المثلى في كلتا الحالتين، والقيم المقدَّرة تبدو وبصورة مُختلفة مقبولة تمامًا.

Dependent Variable: RJPY
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Date: 08/06/13 Time: 13:32
Sample (adjusted): 7/08/2002 6/06/2013
Included observations: 3987 after adjustments
Convergence achieved after 41 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
LOG(GARCH) = C(2) + C(3)*ABS(RESID(−1)/ SQRT(GARCH(−1)))
+ C(4)*RESID(−1)/ SQRT(GARCH(−1)) + C(5)*LOG(GARCH(−1))

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	−0.001259	0.006459	−0.194903	0.8455
Variance Equation				
C(2)	−0.107729	0.008416	−12.80063	0.0000
C(3)	0.107247	0.007361	14.56981	0.0000
C(4)	−0.037184	0.004177	−8.903008	0.0000
C(5)	0.979445	0.002488	393.6791	0.0000

R-squared	−0.000053	Mean dependent var	−0.004699
Adjusted R-squared	−0.000053	S.D. dependent var	0.471950
S.E. of regression	0.471963	Akaike info criterion	1.227398
Sum squared resid	887.8769	Schwarz criterion	1.235287
Log likelihood	−2441.818	Hannan-Quinn criter.	1.230195
Durbin-Watson stat	1.705577		

كما تُعتبر النتائج التي تتعلَّق بحد اللاتماثل في النموذج EGARCH عكس ما كان مُتوقَّعًا في حالة تطبيق النموذج GARCH على مجموعة من عوائد الأسهم، لكن يُمكن القول إن تفسير اللاتماثل *بأثر الرفع المالي أو بالتغذية العكسية للتباين* كلاهما لا ينطبق في سياق أسعار الأسهم، في حالة صدمة موجبة على العوائد فهذا يعني ضمنًا المزيد من الين مُقابل الدولار الواحد، وبالتالي نتحدَّث عن ارتفاع قيمة الدولار أو انخفاض قيمة الين، وبالتالي تُشير نتائج النموذج EGARCH إلى أن ارتفاع قيمة الدولار (انخفاض قيمة الين) يُؤدي إلى زيادة التقلب في الفترة التالية أكثر ممَّا يُسبِّبه ارتفاع في قيمة الين بنفس المقدار (والعكس بالعكس بالنسبة إلى النموذج GJR).

٩,١٥ اختبارات عدم التماثل في التقلب

(Tests for asymmetries in volatility)

اقترح إنجل ونغ (١٩٩٣) ((Engle and Ng (1993)) مجموعة من اختبارات عدم التماثل في التقلب تُعرف باسم اختبارات التحيُّز من حيث العلامة والحجم، وبالتالي ينبغي استخدام اختبارات إنجل ونغ لتحديد ما إذا كان النموذج اللامتماثل مطلوبًا لنمذجة سلسلة مُعيَّنة أو أنه يُمكن اعتبار النموذج GARCH المتماثل مُناسبًا، عمليًّا عادة ما تُطبَّق اختبارات إنجل ونغ على بواقي النموذج GARCH المعد لبيانات العوائد، لنعرِّف S_{t-1}^{-} على أنه مُتغيِّر وهمي مُؤشر يأخذ القيمة ١ إذا كان $\hat{u}_{t-1} < 0$ وصفر خلاف ذلك، هذا ويعتمد اختبار تحيُّز الإشارة على معنويَّة $\emptyset_1$ من عدمها في المعادلة:

$$\hat{u}_t^2 = \emptyset_0 + \emptyset_1 S_{t-1}^{-} + v_t \quad (٩،٥٢)$$

حيث يُمثِّل v_t حد خطأ مُستقل ومُوزَّع بشكل مُتطابق، إذا كانت الصدمات الموجبة والسالبة على $\hat{u}_{t-1}$ تُؤثِّر بشكل مُختلف على التباين الشرطي، فإن $\emptyset_1$ سوف يكون معنويًّا إحصائيًّا.

من الممكن أيضًا أن مقدار أو حجم الصدمة سوف يُحدِّد ما إذا كانت استجابة التقلب للصدمات مُتماثلًا أم لا، يتم في هذه الحالة إجراء اختبار التحيُّز السالب بسبب الحجم يقوم على إجراء انحدار يُستخدم قيم الآن S_{t-1}^{-} كمتغيِّر ميل وهمي، يُمكن القول إن هناك تحيِّزًا بسبب الحجم سالبًا إذا كان $\emptyset_1$ في هذا الانحدار معنوي إحصائيًّا:

$$\hat{u}_t^2 = \emptyset_0 + \emptyset_1 S_{t-1}^{-} u_{t-1} + v_t \quad (٩،٥٣)$$

أخيرًا، بتحديد $S_{t-1}^{+} = 1 - S_{t-1}^{-}$ بحيث ينتقي S_{t-1}^{+} المشاهدات التي تكون لها تجديدات مُوجبة، يقترح إنجل ونغ اختبارًا مُشتركًا لتحيُّز الإشارة والحجم، قائمًا على الانحدار التالي:

$$\hat{u}_t^2 = \emptyset_0 + \emptyset_1 S_{t-1}^{-} + \emptyset_2 S_{t-1}^{-} u_{t-1} + \emptyset_3 S_{t-1}^{+} u_{t-1} + v_t \quad (٩،٥٤)$$

تُشير معنويَّة $\emptyset_1$ إلى وجود تحيُّز الإشارة حيث إن للصدمات الموجبة والسالبة تأثيرات مُتباينة على التقلب المستقبلي مُقارنة مع ما تتطلَّبه الصيغة GARCH القياسيَّة من استجابة مُتماثلة للتقلب المستقبلي، ومن جهة أخرى، تُشير معنويَّة $\emptyset_2$ و $\emptyset_3$ إلى وجود تحيُّز الحجم حيث لا تحظى علامة الصدمة فقط بالأهميَّة، بل كذلك حجم الصدمة، باستخدام الطريقة المعتادة صيغت إحصاءة الاختبار المشترك وذلك بحساب TR^2 من خلال الانحدار رقم (٩،٥٤)، تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم وجود آثار اللاتماثل، يتبع TR^2 تقاربُيًّا التوزيع χ^2 بثلاث درجات حرّية.

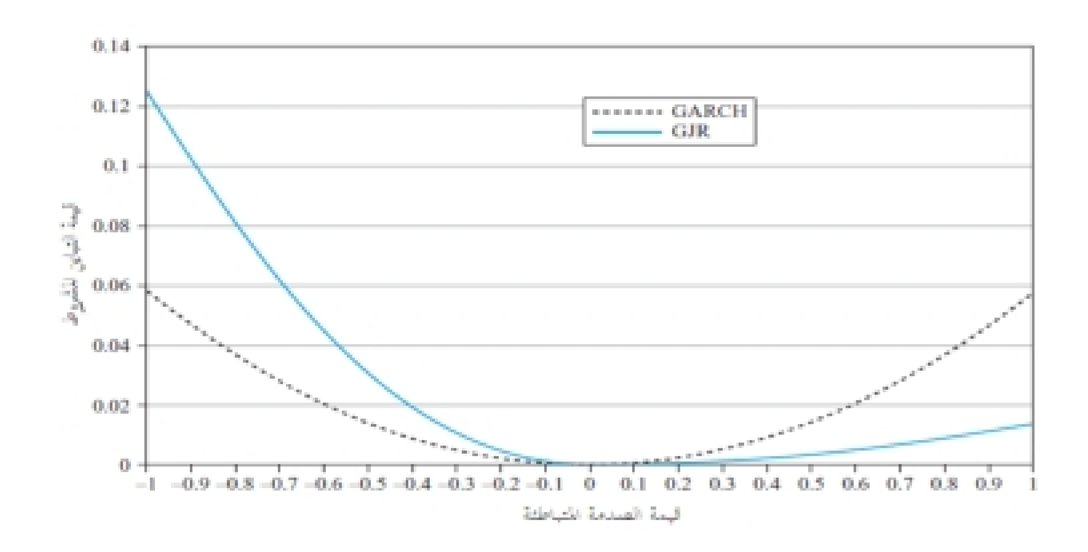
٩,١٥,١ مُنحنيات تأثير الأخبار

(News impact curves)

يمنح مُنحنى تأثير الأخبار المقدَّم من قِبَل باجان وشفيرت (١٩٩٠) ((Pagan and Schwert (1990)) رسمًا بيانيًّا لدرجة عدم تماثُل التقلب للصدمات الموجبة والسالبة، استنادًا إلى نموذج مُقدَّر، يرسم مُنحنى تأثير الأخبار تقلب الفترة المقبلة (σ_t^2) الذي ينجم

عن القيم المختلفة الموجبة والسالبة لـ u_{t-1}، تُرسم هذه المنحنيات باستخدام مُعادلة التباين الشرطي المقدَّر للنموذج قيد الدرس وذلك باستخدام القيم المقدَّرة لمعاملات النموذج والقيم المتباطئة للتباين الشرطي التي تأخذ التباين غير الشرطي كقيمة أوَّلية، تُستخدم بعد ذلك القيم المتتالية لـ u_{t-1} في المعادلة لتحديد القيم المقابلة لـ σ_t^2 المستمدَّة من النموذج، لنأخذ على سبيل المثال تقديرات إفيوز للنماذج GARCH و GJR المذكورة أعلاه لبيانات S&P500، يتم بعد ذلك استبدال قيم u_{t-1} الممتدَّة بين (−١،+١) في مُعادلة كل نموذج لتقصِّي تأثير ذلك على التباين الشرطي خلال الفترة المقبلة، يُقدِّم الشكل رقم (٩،٣) مُنحنيات تأثير الأخبار للنماذج GARCH و GJR الناجمة عن ذلك.

وكما يتَّضح من الشكل رقم (٩،٣)، يكون مُنحنى تأثير الأخبار للنموذج GARCH (الخط الرمادي) بطبيعة الحال مُتماثلًا حول الصفر بحيث إن صدمة بحجم ما سوف يكون لها نفس التأثير على التباين الشرطي المستقبلي مهما كانت علامة تلك الصدمة، من ناحية أخرى نرى أن مُنحنى تأثير الأخبار للنموذج GJR (الخط الأسود) غير مُتماثل حيث إن للصدمات السالبة أكثر تأثير على التباين الشرطي المستقبلي من الصدمات السالبة بنفس الحجم، من الممكن أيضًا أن نرى أنه في إطار النموذج GJR، سوف يكون لصدمة سالبة بحجم ما تأثيرًا أكبر ممَّا قد يتضمَّنه النموذج GARCH، في حين أن الصدمة الموجبة بحجم ما سوف يكون لها تأثيرًا أكبر في ظل النموذج GARCH مُقارنة بالنموذج GJR، تحصل هذه النتيجة الأخيرة بسبب الانخفاض في قيمة α_1، أي مُعامل الخطأ التربيعي المتباطئ، عند إدراج حد عدم التماثل في النموذج.



الشكل رقم (٩،٣) مُنحنيات تأثير الأخبار على العائد S&P500 المتحصَّل عليها باستخدام القيم المقدَّرة لمعاملات النماذج GARCH و GJR.

٩،١٦ النموذج GARCH في مُعادلة المتوسِّط

(GARCH-in-mean)

تفترض مُعظم النماذج المستخدمة في مجال الماليَّة أنه ينبغي مُكافأة المستثمرين، نتيجة تحمُّلهم لمخاطر إضافية بمنحهم عائدًا أعلى، يتمثَّل أحد سُبل وضع هذه الفكرة موضع التطبيق في السماح بأن يكون عائد الورقة الماليَّة مُحدَّدًا جُزئيًّا بمُخاطرته، لذلك اقترح إنجل، ليلين وروبينز (١٩٨٧) (Engle, Lilien and Robins (1987)) التوصيف ARCH-M، حيث يدخل التباين الشرطي لعوائد

الأصول في مُعادلة المتوسّط الشرطي، وبما أن النماذج GARCH تُعتبر الآن أكثر شعبيَّة بكثير من النموذج ARCH، فمن الأكثر شيوعًا تقدير النموذج GARCH-M، يُعطي التوصيف التالي مثالًا عن النموذج GARCH-M:

$$y_t = \mu + \delta\sigma_{t-1} + u_t,\ \ u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (٥٥،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \quad (٥٦،٩)$$

إذا كان δ مُوجبًا ومعنويًّا إحصائيًّا فإن زيادة المخاطرة جرَّاء زيادة في التباين الشرطي تُؤدِّي إلى ارتفاع مُتوسّط العائد، وبالتالي يُمكن تفسير δ على أنَّه علاوة المخاطرة، هذا ويظهر حد التباين الشرطي σ_{t-1}^2 في بعض التطبيقات العمليَّة مُباشرة في مُعادلة المتوسّط الشرطي بدلًا من الصيغة الجذرية التربيعيَّة σ_{t-1}، كما نُدرج في بعض التطبيقات الأخرى حد الفترة الزمنيَّة ذاتها، أي σ_t^2، بدلًا من الحد المتباطئ.

٩، ١٦، ١ تقدير النموذج GARCH-M في إفيوز

(GARCH-M estimation in EViews)

باستخدام البيانات rjpy وبتقدير النموذج GARCH-M المتضمّن لحد الانحراف المعياري الشرطي في مُعادلة المتوسّط الشرطي دون الأخذ في الاعتبار عدم التماثل، من خلال القائمة الرئيسة GARCH كما هو مُوضَّح أعلاه، نتحصَّل على النتائج كما في الإطار التالي.

Dependent Variable: RJPY
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Date: 08/06/13 Time: 16:06
Sample (adjusted): 7/08/2002 6/06/2013
Included observations: 3987 after adjustments
Convergence achieved after 28 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(−1)^2 + C(5)*GARCH(−1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
SQRT(GARCH)	−0.052260	0.076468	−0.683433	0.4943
C	0.024755	0.032632	0.758621	0.4481
Variance Equation				
C	0.004326	0.000457	9.461929	0.0000
RESID(−1)^2	0.046511	0.003485	13.34539	0.0000
GARCH(−1)	0.934156	0.005041	185.3095	0.0000

R-squared	−0.000344	Mean dependent var	−0.004699
Adjusted R-squared	−0.000595	S.D. dependent var	0.471950
S.E. of regression	0.472091	Akaike info criterion	1.236012
Sum squared resid	888.1354	Schwarz criterion	1.243901
Log likelihood	−2458.969	Hannan-Quinn criter.	1.238809
Durbin-Watson stat	1.705155		

ونرى في هذه الحالة أن علامة القيمة المقدَّرة لمعلمة مُعادلة المتوسّط الشرطي سالبة لكنَّها غير معنويَّة إحصائيًّا، وبالتالي نستنتج أنه بالنسبة لعوائد هذه العملة لا تُوجد تغذية مُرتدَّة من التباين الشرطي نحو المتوسط الشرطي.

١٧ , ٩ استخدامات النماذج من نوع GARCH بما في ذلك التنبؤ بالتقلب

(Uses of GARCH-type models including volatility forecasting)

تُعتبر النماذج GARCH بشكل أساسي نماذج مُفيدة، ويرجع ذلك لإمكانيَّة استخدامها في نمذجة تقلُّب سلسلة ما عبر الزمن، ومن الممكن الجمع بين أكثر من نموذج واحد من النماذج الزمنيَّة التي تمَّ التطرُّق إليها لحد الآن في هذا الكتاب للحصول على نماذج 'مُختلطة' أكثر تعقيدًا، يُمكن لمثل هذه النماذج أن تُفسِّر في آنٍ واحد العديد من الخصائص الهامَّة للسلاسل الزمنيَّة، ونذكر على سبيل المثال النموذج ARMA–EGARCH(1,1)-M؛ كما أن التعقيد الممكن لهذا النموذج لا يحدُّه إلَّا الخيال!

كما يُمكن استخدام النماذج من النوع GARCH للتنبؤ بالتقلب، يُعتبر النموذج GARCH نموذجًا لوصف الحركات في التباين الشرطي لحد الخطأ u_t التي قد لا تبدو مُفيدة بشكل خاص، لكن يُمكن أن نُبيِّن أن:

$$\text{var}\left(y_t|\ y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\right) = \text{var}\left(u_t|\ u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\right) \qquad (٥٧،٩)$$

إذًا باعتبار القيم السابقة لكليهما فإن التباين الشرطي لـ y هو نفس التباين الشرطي لـ u، وبالتالي سوف تمنح نمذجة σ_t^2 أيضًا نماذج وتنبؤات لـ y_t، لذلك إذا كان المتغير التابع في الانحدار y_t يُمثِّل سلسلة عوائد الورقة الماليَّة، فإن التنبؤات بـ σ_t^2 سوف تكون التنبؤات المستقبليَّة لتباين y_t، وهكذا فإننا نجد أن التنبؤ بالتقلب يُمثِّل أحد الاستخدامات الأساسيَّة للنماذج من النوع GARCH، يُمكن أن يكون ذلك مُفيدًا على سبيل المثال في تسعير الخيارات الماليَّة أين يُمثِّل التقلب مُدخلًا من مُدخلات نموذج تسعير الأصول، على سبيل المثال، تُعتبر قيمة عقود خيارات الشراء (Call Option) 'العاديَّة' دالة في: القيمة الحاليَّة للخيار، سعر مُمارسة الخيار، الوقت المتبقِّي حتى تاريخ الاستحقاق، سعر الفائدة الخالي من المخاطرة والتقلب، أمَّا التقلُّب المطلوب للحصول على سعر مُناسب للخيارات فهو في حقيقة الأمر التقلب المتوقَّع للأصل محل عقد الخيار على مدى فترة صلاحيَّة الخيار، وكما أشير إلى ذلك من قبل، من الممكن استخدام مقياس بسيط للمتوسِّط التاريخي كمقياس لتوقُّع التقلب المستقبلي، لكن هناك طريقة أخرى تبدو أنسب تتمثَّل في استخدام نموذج السلاسل الزمنيَّة، مثل النموذج GARCH، لحساب تنبؤات التقلب. تناول داي ولويس (١٩٩٢) (Day and Lewis (1992)) في ورقة بحث القدرة التنبؤيَّة للنماذج المختلفة، هذا وتَرِد أدناه مُناقشة مُستفيضة لهذه القدرة التنبؤيَّة.

يُعتبر إعداد تنبؤات باستخدام نماذج من الفئة GARCH أمرًا بسيطًا نسبيًّا، حيث إن الجبر المستخدم يكون مُشابهًا جدًّا لذلك المطلوب للحصول على تنبؤات من النماذج ARMA، يُقدِّم المثال رقم (٢ , ٩) توضيحًا لذلك.

مثال(٢ , ٩)..

لنعتبر النموذج GARCH(1,1) التالي:

$$y_t = \mu + u_t, \ \ u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \qquad (٥٨،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \qquad (٥٩،٩)$$

لنفترض أن الباحث قام بتقدير النموذج GARCH الوارد سابقًا لسلسلة عوائد مُؤشر أسعار الأسهم وتحصَّل على قيم المعلمات المقدَّرة التالية: $\hat{\mu} = 0.0023$، $\hat{\alpha}_0 = 0.0172$، $\hat{\beta} = 0.7811$، $\hat{\alpha}_1 = 0.1251$، إذا توفرت للباحث بيانات تصل حتى الزمن T، اكتب المعادلات في σ_t^2، u_t^2 وفي قيمهما المتباطئة التي يُمكن استخدامها لإنتاج تنبؤات بخطوة، بخطوتين وبثلاث خُطوات للمستقبل للتباين الشرطي لـ y_t.

ما نحتاج إليه هو توليد تنبؤات لـ $\sigma^2_{T+1}|\Omega_T$، $\sigma^2_{T+2}|\Omega_T$،...، $\sigma^2_{T+s}|\Omega_T$ حيث يرمُز Ω_T إلى كل المعلومات المتاحة إلى حدود المشاهدة T، بالنسبة إلى الزمن T، تُعطي المعادلة رقم (٥٩،٩) مُعادلة التباين الشرطي، بإضافة واحد صحيح، ثم اثنين، ثم ثلاثة إلى كل رمز من الرموز السفليّة لهذه المعادلة، نتحصّل على المعادلات (٦٠،٩)-(٦٢،٩):

$$\sigma^2_{T+1} = \alpha_0 + \alpha_1 u^2_T + \beta\sigma^2_T \quad (٦٠،٩)$$

$$\sigma^2_{T+2} = \alpha_0 + \alpha_1 u^2_{T+1} + \beta\sigma^2_{T+1} \quad (٦١،٩)$$

$$\sigma^2_{T+3} = \alpha_0 + \alpha_1 u^2_{T+2} + \beta\sigma^2_{T+2} \quad (٦٢،٩)$$

ليكن $\sigma^{f^2}_{1,T}$ التنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل لـ σ^2 المعد في الزمن T، من السهل حساب ذلك لأن في الزمن T قيم كل حدود الجهة اليُمنى للمعادلة معروفة، هذا ويُمكن الحصول على $\sigma^{f^2}_{1,T}$ بأخذ التوقُّع الشرطي للمعادلة رقم (٦٠،٩).

باعتبار $\sigma^{f^2}_{1,T}$، كيف يُمكن حساب التنبؤ بخطوتين للمستقبل لـ σ^2 المعد في الزمن T، أي $\sigma^{f^2}_{2,T}$؟

$$\sigma^{f^2}_{1,T} = \alpha_0 + \alpha_1 u^2_T + \beta\sigma^2_T \quad (٦٣،٩)$$

يُمكن من المعادلة رقم (٦١،٩) كتابة:

$$\sigma^{f^2}_{2,T} = \alpha_0 + \alpha_1 E(u^2_{T+1}|\Omega_T) + \beta\sigma^{f^2}_{1,T} \quad (٦٤،٩)$$

حيث يُمثِّل $E(u^2_{T+1}|\Omega_T)$ توقُّع حد الاضطراب التربيعي u^2_{T+1} المعد في الزمن T، من الضروري إيجاد $E(u^2_{T+1}|\Omega_T)$ باستخدام التعبير الرياضي لتباين المتغيِّر العشوائي u_t، يفترض النموذج أن السلسلة لها متوسِّط صفري بحيث يُمكن كتابة التباين كالتالي:

$$\text{var}(u_t) = E\left[\left(u_t - E(u_t)\right)^2\right] = E(u_t^2) \quad (٦٥،٩)$$

التباين الشرطي لـ u_t هو σ^2_T وبالتالي:

$$\sigma^2_T|\Omega_T = E(u_t)^2 \quad (٦٦،٩)$$

بعكس حدود المعادلة وتطبيقها على المسألة التي بين يدينا نتحصّل على:

$$E(u_{T+1}|\Omega_T)^2 = \sigma^2_{T+1} \quad (٦٧،٩)$$

لكن σ^2_{T+1} غير معروف في الزمن T وبالتالي يُستبدل بقيمته المتوقَّعة $\sigma^{f^2}_{1,T}$ بحيث تُصبح المعادلة رقم (٦٤،٩) كالتالي:

$$\sigma^{f^2}_{2,T} = \alpha_0 + \alpha_1\sigma^{f^2}_{1,T} + \beta\sigma^{f^2}_{1,T} \quad (٦٨،٩)$$

$$\sigma^{f^2}_{2,T} = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\sigma^{f^2}_{1,T} \quad (٦٩،٩)$$

ماذا عن التنبؤ بثلاث خطوات للمستقبل؟ باعتبار حجج مماثلة نتحصّل على:

$$\sigma^{f^2}_{3,T} = E_T(\alpha_0 + \alpha_1 u^2_{T+2} + \beta\sigma^2_{T+2}) \quad (٧٠،٩)$$

$$\sigma^{f^2}_{3,T} = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\sigma^{f^2}_{2,T} \quad (٧١،٩)$$

$$\sigma_{3,T}^{f^2} = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\left[\alpha_0 + (\alpha_1 + \beta)\sigma_{1,T}^{f^2}\right] \quad (٧٢،٩)$$

$$\sigma_{3,T}^{f^2} = \alpha_0 + \alpha_0(\alpha_1 + \beta) + (\alpha_1 + \beta)^2\sigma_{1,T}^{f^2} \quad (٧٣،٩)$$

هذا ويُمكن إنتاج أي تنبؤ بعدد s خُطوة للمستقبل بواسطة المعادلة التالية:

$$\sigma_{s,T}^{f^2} = \alpha_0 \sum_{i=1}^{s-1}(\alpha_1 + \beta)^{i-1} + (\alpha_1 + \beta)^{s-1}\sigma_{1,T}^{f^2} \quad (٧٤،٩)$$

وذلك لكل قيمة من قيم $s \geq 2$.

ومن الجدير بالذكر عند هذه النقطة أن التباينات، وبالتالي التنبؤات بالتباين، تتميَّز بكونها عمليَّة جمعيَّة على مر الزمن، وهو ما يُعتبر خاصِّية مُفيدة جدًّا، لنفترض على سبيل المثال أنه باستخدام العوائد اليوميَّة لسعر الصرف الأجنبي جرى إعداد تنبؤات للتباين بخطوة، بخطوتين، بثلاث خطوات، بأربع خطوات وبخمس خطوات للمستقبل، أي أنه تم إعداد تنبؤ لكل يوم من أيام الأسبوع المقبل للتداول، ببساطة سوف يكون التباين المتوقَّع لكامل الأسبوع مجموع الخمس تنبؤات اليوميَّة للتباين، إذا كان الانحراف المعياري هو القيمة المقدَّرة المطلوبة للتقلب بدلًا من التباين، عندها نأخذ ببساطة الجذر التربيعي لتنبؤات التباين، ومن هنا نُشير كذلك أن الانحرافات المعياريَّة ليست جمعيَّة، وبالتالي إذا كانت الانحرافات المعيارية هي المقياس المطلوب للتقلب فلا بد من تربيعها لتحويلها إلى تباينات، تُجمع بعد ذلك التباينات ويُؤخذ الجذر التربيعي لها للحصول على انحراف معياري أسبوعي.

---

٩ , ١٧ , ١ إجراء التنبؤ باستخدام النماذج GARCH في إفيوز

(Forecasting from GARCH models with EViews)

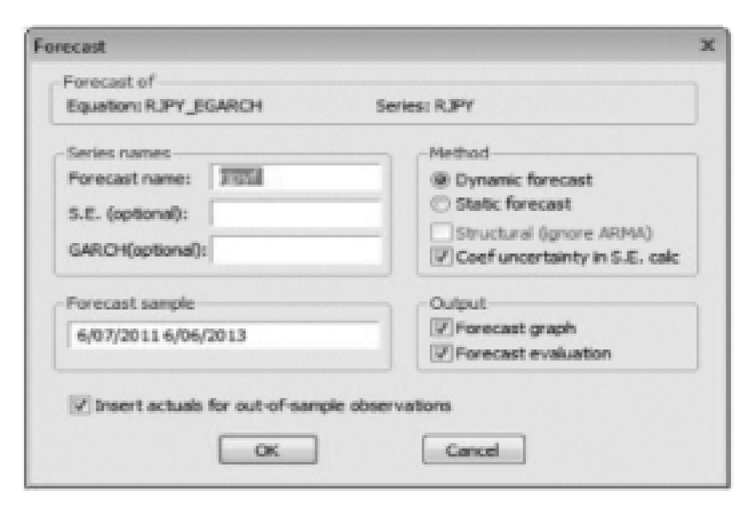
استنادًا إلى أحد النماذج GARCH التي يُمكن تقديرها داخل إفيوز نتحصَّل على التنبؤات باستخدام فقط عيِّنة فرعيَّة من البيانات المتاحة لتقدير النموذج، نضغط بعد ذلك فوق الزر 'Forecast' الذي يظهر بعد الانتهاء من تقدير النموذج المطلوب، لنفترض على سبيل المثال أننا أوقفنا تقدير النموذج GARCH(1,1) (بدون عدم تماثل ولا حد GARCH في مُعادلة المتوسِّط) لعوائد الين الياباني عند التاريخ ٦ يونيو ٢٠١١ وذلك للاحتفاظ بالسنتين الأخيرتين من البيانات لإجراء التنبؤ (أي أن 'عيِّنة التنبؤ' هي ٠٦/٠٧/٢٠٠٥ ٠٦/٠٦/٢٠١٣)، ننقر بعد ذلك فوق علامة التبويب Forecast أعلى نتائج التقدير وسوف يظهر مربع الحوار في لقطة الشاشة رقم (٩ , ٣).

هناك مُجدَّد العديد من الخيارات المتاحة بما في ذلك إتاحة اسم لتنبؤات لكل من المتوسط الشرطي والتباين الشرطي، أو الخيار بين إنتاج تنبؤات ساكنة (سلسلة مُستمرة من التنبؤات بخطوة واحدة للمستقبل) أو تنبؤات ديناميكيَّة (تنبؤ بخطوات مُتعدِّدة للمستقبل)، تُقدِّم لقطات الشاشة رقم (٩ , ٤) و (٩ , ٥) رسومًا للتنبؤات الساكنة والديناميكيَّة المتحصَّل عليها.

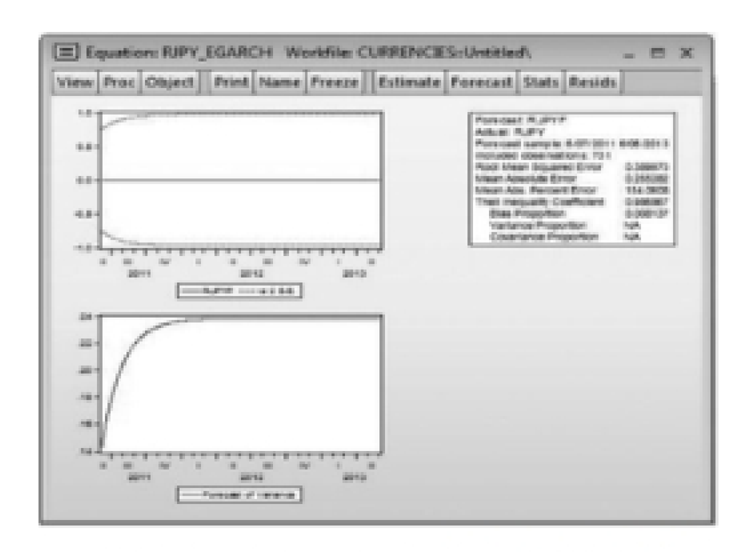
التنبؤات الديناميكيَّة للنموذج GARCH(1,1) (لغاية سنتين مُقبلتين)

(GARCH(1,1) Dynamic forecasts (up to two years ahead))

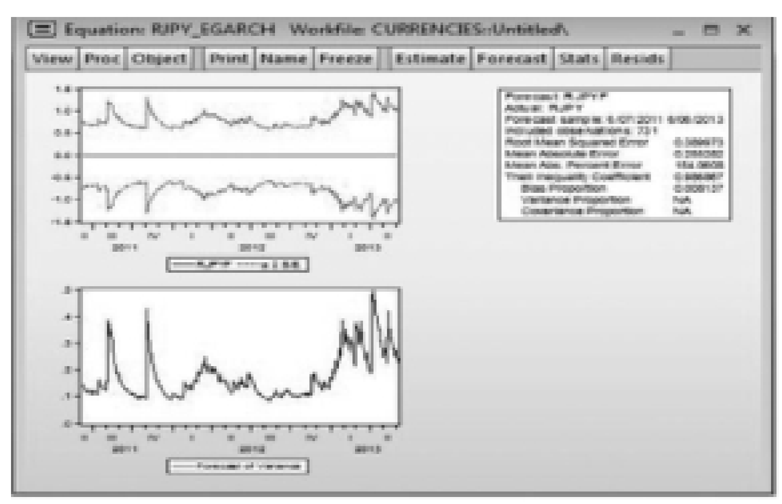
تُظهر التنبؤات الديناميكيَّة لمعادلة المتوسِّط أن شكل التنبؤات مُسطَّحًا تمامًا (يرجع ذلك لكون مُعادلة المتوسط الشرطي تضم فقط حدًّا ثابتًا) بينما كانت قيمة التباين الشرطي في نهاية فترة التقدير عند مُستوى مُتدنٍّ تاريخيًّا مُقارنة بمتوسِّطها غير الشرطي، وبالتالي تتقارب التنبؤات من القيمة المتوسِّطة طويلة الأمد كُلما زاد أفق التنبؤ، كما نُشير إلى أنه لا توجد فترات ثقة مُكوّنة من الأشرطة ±٢ الأخطاء المعياريَّة لتنبؤات التباين الشرطي، هذا ويتطلَّب حساب هذه الفترات نوعًا ما تقدير تباين التباين، وهو ما يُعتبر خارج نطاق هذا الكتاب (ويتعدَّى قُدرة الدوال المدمجة في برنامج إفيوز)، كما تُوفِّر تنبؤات التباين الشرطي الأساس لأشرطة الأخطاء المعياريَّة المقدَّمة على شكل خطوط حمراء مُنقَّطة حول تنبؤ المتوسط الشرطي، وبما أن تنبؤات التباين الشرطي ترتفع تدريجيًّا مع زيادة أفق التوقُّع فإن أشرطة الأخطاء المعياريَّة تتَّسع بعض الشيء، أمَّا إحصاءات تقييم التنبؤ الواردة في المربع على يمين الرسوم البيانيَّة فهي تخص تنبؤات المتوسط الشرطي.



لقطة الشاشة رقم (٩،٣) التنبؤ باستخدام النماذج GARCH



لقطة الشاشة رقم (٩،٤) التنبؤات الديناميكيَّة للتباين الشرطي



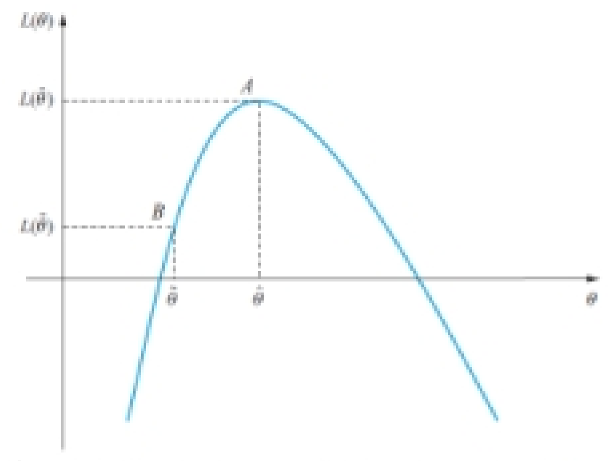
لقطة الشاشة رقم (٩,٥) التنبؤات الساكنة للتباين الشرطي

التنبؤات الساكنة للنموذج GARCH(1,1)

(تنبؤات مُتحركة بيوم واحد للمستقبل)

(GARCH(1,1) Static forecasts (rolling one-day ahead))

من الواضح أن لتنبؤات التباين قمّتين؛ واحدة عند منتصف سنة ٢٠١١، والأخرى عند أواخر سنة ٢٠١١، غير أن هذه التنبؤات مُستقرَّة إلى حد ما خلال سنة ٢٠١٢ وتاريخيًا مُنخفضة جدًّا، قبل أن ترتفع ثانية خلال سنة ٢٠١٣، وبما أن هذه التنبؤات تُمثّل سلسلة من تنبؤات مُتحرّكة بخطوة واحدة للمستقبل للتباين الشرطي فإنها تُظهر تقلبًا أكثر بكثير ممَّا تُظهره التنبؤات الديناميكيَّة، كما ينتج عن هذا التقلب المزيد من التقلب في أشرطة الأخطاء المعياريَّة حول تنبؤات المتوسط الشرطي، كما نُشير إلى أنه رغم التحديث اليومي للتنبؤات بناءً على المعلومات الجديدة التي تُغذّي التنبؤات فإن القيم المقدَّرة للمعلمات في حد ذاتها لم تُحدَّث، وبالتالي ترتكز التنبؤات قُبيل نهاية العيِّنة على قيم مُقدَّرة تعود تقريبًا إلى سنتين مضت، إذا أردنا تحديث قيم النموذج المقدَّرة على امتداد العيِّنة فسوف نحتاج إلى كتابة بعض التعليمات البرمجيَّة ضمن تكرار حَلَقي يكون تنفيذه بطيئًا جدًّا كما لو أننا نقوم بتقدير العديد من النماذج GARCH وليس نموذجًا واحدًا، انظر الفصل ١٣ للاطلاع على مُناقشة كيفيَّة إنشاء التكرارات الحَلَقيَّة داخل إفيوز، وبطريقة مُماثلة يُمكن إعداد تنبؤات لكل نموذج، من نماذج العائلة GARCH، يُمكن تقديره باستخدام هذا البرنامج.



الشكل رقم (٩,٤) ثلاثة نهج لاختبار الفرضيات في إطار الإمكان الأعظم.

١٨ , ٩ اختبار القيود اللاخطِّية أو اختبار الفرضيات عن النماذج اللاخطِّية

(non-linear models Testing non-linear restrictions or testing hypotheses about)

في إطار النماذج اللاخطِّية، لا تزال اختبارات إف وتي المعتادة صحيحة لكنها ليست مرنة بما فيه الكفاية، لنفترض على سبيل المثال أنه من المثير للاهتمام اختبار الفرضية $\alpha_1\beta = 1$، الآن وبعد أن تم توسيع نطاق النماذج ليشمل النماذج اللاخطِّية، لم يَعُدْ هناك داعٍ لافتراض أن القيود ذات الصلة هي فقط قيود خطِّية.

ضمن التقدير بالمربعات الصُّغرى العاديَّة تعمل طريقة اختبار إف من خلال فحص مدى ارتفاع مجموع مربعات البواقي إثر فرض قُيود على معلمات النموذج، بعبارات عامَّة جدًّا، يعمل اختبار الفرضيات في إطار الإمكان الأعظم بطريقة مُماثلة، أي أن هذه الطريقة تعمل من خلال فحص مدى انخفاض قيمة لوغاريتم دالة الإمكان فور فرض القيد، إذا انخفضت لوغاريتم دالة الإمكان 'كثيرًا' نستنتج حينها أن البيانات لا تُؤيِّد القيود، وبالتالي يجب رفض الفرضيَّة.

كما نذكر أن هناك ثلاثة أساليب لاختبار الفرضيات تقوم على مبادئ الإمكان الأعظم وهي: طريقة والد، طريقة نسبة الإمكان، وطريقة مُضاعف لاجرانج، لتقديم توضيح مُوجز عن كيفيَّة عمل كل واحدة من هذه الطرق، نعتبر أن هناك معلمة واحدة θ سوف يتم تقديرها ونرمُز بـ $\hat{\theta}$ إلى القيمة المقدَّرة باستخدام الإمكان الأعظم وبـ $\tilde{\theta}$ القيمة المقدَّرة المقيَّدة، كما نرمز إلى القيمة المعظَّمة للوغاريتم دالة الإمكان باستخدام الإمكان الأعظم غير المُقيَّد بـ $L(\hat{\theta})$ والأمثليَّة المقيَّدة بـ $L(\tilde{\theta})$، هذا ويُمكن توضيح أساليب الاختبار الثلاث كما في الشكل رقم (٤ , ٩).

تتطلب جميع الاختبارات قياس 'المسافة' بين النقطة A (التي تُمثِّل القيمة المعظمة غير المُقيَّدة للوغاريتم دالة الإمكان) والنقطة B (التي تُمثِّل القيمة المقيَّدة)، هذا وتُشكِّل المسافة العموديَّة أساس اختبار نسبة الإمكان، يُمثِّل $2[L(\hat{\theta}) - L(\tilde{\theta})] = 2ln[l(\hat{\theta})/l(\tilde{\theta})]$ ضعف هذه المسافة العموديَّة حيث يرمز L إلى لوغاريتم دالة الإمكان و l إلى دالة الإمكان، أمَّا اختبار والد فهو مبني على المسافة الأفقيَّة بين $\hat{\theta}$ و $\tilde{\theta}$ في حين أن اختبار مُضاعف لاجرانج يُقارن بين مُيول مُيول المنحنى عند النقاط A وB، عند النقطة A التي تُمثِّل القيمة القُصوى غير المُقيَّدة للوغاريتم دالة الإمكان، يكون ميل المنحنى صفرًا، لكن هل المنحنى 'حاد بشكل ملموس' عند $L(\tilde{\theta})$ أي عند النقطة B؟ كلما زاد انحدار المنحنى عند النقطة B كلما قل احتمال تأييد البيانات للقيد.

تتضمَّن تعابير إحصاءات اختبار مُضاعف لاجرانج المشتقات الأولى والثانية للوغاريتم دالة الإمكان بالنسبة لمعلمات التقدير المقيَّد، تُعرف المشتقات الأولى للوغاريتم دالة الإمكان جميعها بمتَّجه الدرجات وهي مُشتقات تقيس ميل لوغاريتم دالة الإمكان عند كل قيمة من قيم المعلمات الممكنة، كما تُشكِّل القيم المتوقَّعة للمشتقات الثانية مصفوفة المعلومات، وهي تقيس درجة تدبُّب لوغاريتم دالة الإمكان ومدى ارتفاع قيمة هذه الأخيرة عند المستوى الأمثل مُقارنة بمَّا هي عليه في أماكن أخرى، كما تُستخدم مصفوفة المشتقات الثانية أيضًا لإنشاء معاملات الأخطاء المعياريَّة، أمَّا فيما يخص اختبار مُضاعف لاجرانج فلا يتضمَّن سوى تقدير الانحدار المقيَّد بما أن ميل لوغاريتم دالة الإمكان عند الحد الأقصى سوف يكون -وبحكم تعريفه- صفرًا، وبما أن تقدير الانحدار المقيَّد يُعتبر عادة أسهل من تقدير الانحدار غير المُقيَّد فإن اختبارات مُضاعف لاجرانج عادة ما تكون عمليًّا الأسهل استخدامًا من بين الطرق الثلاث، يكمن السبب وراء كون أن الانحدارات المقيَّدة تكون عادة أكثر بساطة في كون أن القيود غالبًا ما تعني أن بعض المُكوِّنات في النموذج تحت فرضيَّة العدم تأخذ القيمة صفرًا، أو أنها تُدمج معًا بحيث يكون هناك عدد أقل من المعلمات التي سوف يجري تقديرها، كما نُشير إلى أن اختبار والد لا يتضمَّن سوى تقدير للانحدار غير المُقيَّد، وتُعتبر الاختبارات المعتادة تي وإف للمربعات الصُّغرى العاديَّة أمثلة عن اختبارات والد (باعتبار مُجدَّدًا أننا قُمنا فقط بتقدير انحدار مُقيَّد).

من بين النهج الثلاث لاختبار الفرضيات في إطار الإمكان الأعظم يتميَّز اختبار نسبة الإمكان بديهيًّا بأكثر جاذبية، وبالتالي سوف تُمَثِّل دراسة مُعمَّقة لهذا الأخير موضوع القسم التالي، لمزيد من التفاصيل انظر غوش (١٩٩١ القسم ١٠ , ٣) (Ghosh (1991, section 10.3).

١ , ١٨ , ٩ اختبارات نسبة الإمكان

(Likelihood ratio tests)

تتضمَّن اختبارات نسبة الإمكان تقديرًا تحت فرضيَّة العدم، وآخر تحت الفرضيَّة البديلة بحيث يكون لدينا نمُوذجان مُقدَّران: نموذج غير مُقيّد ونموذج يخضع لقيود، هذا "وتُقارن" القيم المعظَّمة للوغاريتم دوال الإمكان للنموذجين المقيَّد وغير المقيَّد، لنفترض أننا قُمنا بتقدير نموذج غير مُقيّد وتم التوصُّل إلى القيمة المعظّمة للوغاريتم دالة الإمكان، والتي يُرمز إليها بــــ L_u، لنفترض كذلك أننا قُمنا بتقدير نموذج بعد فرض قيد (أو قيود) وتحصَّلنا على قيمة جديدة للوغاريتم دالة الإمكان، يُرمز إليها بـ L_r، تتبع إحصاءة اختبار نسبة الإمكان تقارُبيًّا توزيع كا٢ (χ^2) وتُعطى بالمعادلة التالية:

$$LR = -2(L_r - L_u) \sim \chi^2(m) \quad (٧٥،٩)$$

حيث يُمثّل m عدد القيود، كما نذكر كذلك أنه بالنسبة إلى النموذج غير المُقيّد تقل دائمًا القيمة المعظَّمة للوغاريتم دالة الإمكان عن مثيلتها في النموذج المقيَّد بحيث يكون $L_r \leq L_u$، تُعتبر هذه القاعدة بديهيَّة ومُماثلة لتأثير فرض قيد على النموذج الخطِّي المقدّر بالمربعات الصُّغرى العاديَّة حيث إن $RRSS \geq URSS$، على نحو مُماثل يتحقَّق التساوي بين L_r و L_u فقط عندما يكون القيد موجودًا أصلًا في البيانات، ومع ذلك نُلاحظ أن الاختبار إف المعتاد هو في حقيقة الأمر اختبار والد وليس اختبار نسبة الإمكان بما أنه يُمكن حسابه باستخدام نموذج غير مُقيّد لا غير، هذا ويظهر نهج اختبار إف القائم على مُقارنة مجموع مُربعات البواقي ببساطة نتيجة لجبر المربعات الصُّغرى العاديَّة.

مثال(٣ , ٩)..

قُدِّر النموذج GARCH وتم الحصول على القيمة ٨٥ , ٦٦ كقيمة مُعظّمة للوغاريتم دالة الإمكان، لنفترض أن الباحث يرغب في اختبار ما إذا كان $\beta = 0$ في المعادلة رقم (٧٧،٩):

$$y_t = \mu + \emptyset y_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (٧٦،٩)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (٧٧،٩)$$

بعد فرض القيد وتقدير النموذج انخفضت القيمة المعظّمة للوغاريتم دالة الإمكان إلى ٥٤ , ٦٤، هل البيانات تُؤيد القيد، أي هل أن التوصيف ARCH(1) كافٍ؟ تُقدِّم المعادلة التالية إحصاءة الاختبار:

$$LR = -2(64.54 - 66.85) = 4.62 \quad (٧٨،٩)$$

يتبع الاختبار التوزيع $\chi^2(1) = 3.84$ عند المستوى ٥٪ و مِمَّا يسمح برفض فرضيَّة العدم هامشيًّا، وبالتالي نستنتج أن النموذج ARCH(1)، بدون فترة إبطاء في التباين الشرطي في مُعادلة التباين ليس كافيًا تمامًا لوصف التبعية في التقلب عبر الزمن.

....

١٩ , ٩ التنبؤ بالتقلب: بعض الأمثلة والنتائج الواردة في الكتابات المنشورة

(Volatility forecasting: some examples and results from the literature)

هناك العديد من الكتابات الحديثة نسبيًا التي حاولت مُقارنة العديد من النماذج من حيث دقَّة تنبؤاتها بالتقلب خارج العيِّنة، فعلى سبيل المثال، وجد أكجيراي (١٩٨٩) ((Akgiray (1989)) أن النموذج GARCH يتفوق على كل من النموذج ARCH، نموذج المتوسِّط المتحرِّك المرجح أسِّيًا ونموذج المتوسِّط التاريخي فيما يخص التنبؤ بالتقلب الشهري لمؤشر الأسهم الأمريكيَّة، باستخدام تنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل بتقلب سعر صرف الدولار، لوحظت نتيجة مُماثلة للتفوق الواضح للنموذج GARCH من قبل واست وتشو (١٩٩٥) ((West and Cho (1995)) على الرغم من أن سلوك النموذج GARCH في آفاق أبعد لم يكن أفضل من سلوك النماذج البديلة، كما قام باجان وشفيرت (١٩٩٠) بمقارنة النماذج GARCH، EGARCH، نموذج ماركوف لتبديل النظام (Markov switching regime) وثلاثة نماذج لامعلميَّة فيما يتعلَّق بالتنبؤ بتقلب العوائد الشهريَّة للأسهم الأمريكية، وخلصا إلى أن نتائج النموذج EGARCH مرضيَّة إلى حد بعيد، يليه في ذلك النموذج GARCH، أمَّا بقية النماذج فكانت تنبؤاتها رديئة للغاية، من جهتهما قام فرنسيس وفان ديجك (١٩٩٦) (Franses and van Dijk (1996)) بمُقارنة ثلاث نماذج من عائلة النماذج GARCH (النموذج GARCH القياسي، النموذج QGARCH والنموذج GJR) فيما يخص التنبؤ بالتقلب الأسبوعي للعديد من مُؤشرات أسواق الأسهم الأوروبية، وجد فرنسيس وفان ديجك أن النماذج GARCH اللاخطيَّة لم تتمكَّن من التغلب على النموذج GARCH القياسي، أخيرًا: وجد برالسفورد وفاف (١٩٩٦) ((Brailsford and Faff (1996)) أن النماذج GARCH و GJR تتفوَّق قليلًا على العديد من النماذج الأكثر بساطة عند التنبؤ بالتقلب الشهري لمؤشر الأسهم الأستراليَّة، هذا ويتمثَّل الاستنتاج الذي خلصت إليه هذه المجموعة المتنامية من البحوث في أن التنبؤ بالتقلب يُعتبر 'مُهمَّة في غاية الصعوبة' (برالسفورد وفاف ١٩٩٦، ص ٤١٩) على الرغم من أن نماذج عدم التجانس الشرطي تبدو من أفضل النماذج المتوفِّرة حاليًا، بصفة خاصَّة وفيما يتعلَّق بالتنبؤ تُعتبر النماذج اللاخطيَّة واللامعلميَّة الأكثر تعقيدًا أدنى مرتبة من النماذج الأكثر بساطة، نُشير إلى أنه تم ذكر هذه النتيجة في ورقة بحث سابقة لديمسون ومارش (١٩٩٠) (Dimson and Marsh (1990)) في إطار مُقارنة النماذج المعقَّدة نسبيًّا بالنماذج الخطِّية الشحيحة، أخيرًا نظر بروكس (١٩٩٨) فيما إذا كانت مقاييس حجم التعامل في السوق تُساعد في تحسين دقة التنبؤ بالتقلب وتوصَّل إلى أن ذلك غير مُمكن.

قدّم داي ولويس (١٩٩٢) ((Day and Lewis (1992)) مثالًا واضحًا بشكل خاص عن أسلوب ومُحتوى هذه الفئة من الأبحاث، لذلك سوف نُقدِّم الآن فحصًا مُعمَّقًا لدراسة داي ولويس، كان الهدف من ورقة بحثهما دراسة أداء التنبؤ خارج العيِّنة للنماذج GARCH و EGARCH في توقُّع تقلب مُؤشر السوق، ثم تمَّت مُقارنة التنبؤات المتحصَّل عليها من نماذج الاقتصاد القياسي هذه مع التنبؤات المتحصَّل عليها من 'التقلب الضمني'، كما ذكرنا سابقًا يُعرف التقلب الضمني بكونه توقُّع السوق للمستوى 'المتوسِّط' لتقلب الأصل الأساسي خلال مُدَّة سريان الخيار الذي يترتب عن السعر المتداول الحالي للخيار، وباعتبار نموذج لتسعير الخيارات مثل نموذج بلاك-شولز، يُمكن مُباشرة مُشاهدة كل مُدخلات النموذج، باستثناء التقلب من السوق أو أن هذه المدخلات منصوص عليها في بنود عقد الخيار، وبالتالي من الممكن باستخدام طريقة بحث تكراريَّة كطريقة نيوتن-رافسون (انظر واتشام وبارامور (٢٠٠٤) ((Watsham and Parramore (2004)) 'استخراج' تقلب الأصل الأساسي من سعر الخيار.

هناك سؤال مهم للباحث، وهو معرفة ما إذا كان التقلب الضمني أو نماذج الاقتصاد القياسي يُفرز تنبؤات أدق بتقلب الأصل الأساسي، إذا كانت الخيارات وأسواق الأصول الأساسية تتَّسم بالكفاءة المعلوماتيَّة فلن يكون لنماذج الاقتصاد القياسي المعدَّة للتنبؤ بالتقلب التي تستند على القيم المحقَّقة السابقة للتقلب الأصلي أيَّة قوة تفسيريَّة إضافيَّة للقيم المستقبلية لتقلب الأصل الأساسي، من

ناحية أخرى إذا تضمَّنت نماذج الاقتصاد القياسي معلومات إضافيَّة مُفيدة في التنبؤ بالتقلب المستقبلي، فمن الممكن تحويل هذه التنبؤات إلى قاعدة تداول مُربحة.

تشمل البيانات المستخدمة من قبل داي ولويس أسعار الإقفال الأسبوعيَّة (من الأربعاء إلى الأربعاء ومن الجمعة إلى الجمعة) للخيار على المؤشر S&P100 وسعر المؤشر الأساسي بين ١١ مارس ١٩٨٣ و ٣١ ديسمبر ١٩٨٩، كما استخدما وعلى حد السواء عوائد من منتصف الأسبوع وحتى مُنتصف الأسبوع المقبل وعوائد من الجمعة إلى الجمعة المقبلة لتحديد ما إذا كان لآثار نهاية الأسبوع تأثير معنوي على هذه الأخيرة، يذكر داي ولويس أن عوائد يوم الجمعة تحتوي على آثار الاستحقاق؛ نظرًا لأن التقلبات الضمنيَّة تشهد قفزة في يوم الجمعة لأسبوع الاستحقاق، لا تُعتبر هذه المسألة ذات أهميَّة مُباشرة لهذا الكتاب، وبالتالي سوف تُعرض هنا فقط نتائج العوائد من منتصف الأسبوع وحتى مُنتصف الأسبوع المقبل.

بالنسبة إلى النماذج التي استخدمها داي ولويس فهي على النحو التالي، أوَّلًا: بالنسبة إلى المتوسط الشرطي لنماذج السلاسل الزمنيَّة، استخدم داي ولويس التوصيف GARCH-M لنمذجة فائض عائد السوق على المتغيِّر الوكيل الخالي من الخطر:

$$R_{Mt} - R_{Ft} = \lambda_0 + \lambda_1\sqrt{h_t} + u_t \quad (٧٩،٩)$$

حيث يُمثِّل R_{Mt} العائد على محفظة السوق و R_{Ft} المعدَّل الخالي من الخطر، كما نُشير إلى أن داي ولويس يرمُزان إلى التباين الشرطي بـــ h_t^2، مع أننا قُمنا هنا بتعديل ذلك ليُصبح h_t، سوف نستخدم كذلك الترميز σ_t^2 للدلالة على القيم المقدَّرة للتباين الضمني، أمَّا بالنسبة إلى التباين فسوف يُستخدم توصيفان: النموذج GARCH(1,1) 'البسيط' والنموذج EGARCH:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (٨٠،٩)$$

أو

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \beta_1 \ln(h_{t-1}) + \alpha_1\left(\theta\frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma\left[\left|\frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right| - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\right]\right) \quad (٨١،٩)$$

تتمثَّل إحدى طرق اختبار ما إذا كانت نماذج التقلب الضمني أو النماذج من النوع GARCH تُحقِّق الأداء الأفضل في إضافة قيمة مُتباطئة من تقدير التقلب الضمني (σ_{t-1}^2) إلى المعادلات رقم (٨٠،٩) و (٨١،٩)، وبالتالي سوف ينتج عن ذلك التوصيف 'الهجين' أو 'الشامل'، تُصبح المعادلة رقم (٨٠،٩) كالتالي:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \delta\sigma_{t-1}^2 \quad (٨٢،٩)$$

والمعادلة رقم (٨١،٩) كالتالي:

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \beta_1 \ln(h_{t-1}) + \alpha_1\left(\theta\frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma\left[\left|\frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right| - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\right]\right) + \delta \mathrm{Ln}(\sigma_{t-1}^2) \quad (٨٣،٩)$$

تتمثَّل الاختبارات محل الاهتمام في اختبار $H_0 : \delta = 0$ في المعادلات رقم (٨٢،٩) و(٨٣،٩)، إذا تعذَّر رفض فرضيات العدم هذه فسوف نستنتج أن التقلب الضمني لا يتضمَّن أيَّة معلومات إضافيَّة مُفيدة في تفسير التقلب عن تلك المستمدة من النموذج GARCH، وفي نفس الوقت يُمكن كذلك اختبار $H_0 : \alpha_1 = 0\ and\ \beta_1 = 0$ في المعادلة رقم (٨٢،٩) و $H_0 : \alpha_1 = 0\ and\ \beta_1 = 0\ and\ \theta = 0\ and\ \gamma = 0$ في المعادلة رقم (٨٣،٩)، في حالة احتفظنا بهذه المجموعة الثانية من القيود فإن المعادلات رقم (٨٢،٩) و (٨٣،٩) سوف تُختزل في:

$$h_t = \alpha_0 + \delta\sigma_{t-1}^2 \quad (٨٢،٩)$$

و

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \delta \text{Ln}(\sigma_{t-1}^2) \quad (٨٣،٩)$$

تختبر هذه المجموعة من القيود المفروضة على المعادلات رقم (٨٢،٩) و (٨٣،٩) ما إذا كان الخطأ التربيعي المتباطئ والتباين الشرطي المتباطئ يتضمَّنان أيَّة قوَّة تفسيريَّة إضافيَّة حالما يتم إدراج التباين الضمني في التوصيف، هذا ويُمكن اختبار كل هذه القيود بسهولة نسبيَّة باستخدام اختبار نسبة الإمكان، يعرض الجدول رقم (٩,١) نتائج هذا الاختبار.

يظهر من القيم المقدَّرة ومن أخطائها المعياريَّة ضمن التوصيف رقم (٨٢،٩) أن حد التقلب الضمني (δ) معنوي إحصائيًّا في حين أن حدود النموذج GARCH (α_1 و β_1) ليست كذلك، ومع ذلك فإن إحصاءات الاختبار الواردة في العمود الأخير كلاهما أكبر من القيم الحرجة المقابلية للتوزيع χ^2 مُشيرة إلى أن النموذج GARCH والتقلب الضمني كلاهما يتميَّز بقدرة إضافية في نمذجة تقلب السهم الأساسي، كما أجرى داي ولويس تحليلًا مُماثلًا يُقارن بين النموذج EGARCH والتقلب الضمني وتُعرض نتائج هذا التحليل هُنا في الجدول رقم (٩,٢).

الجدول رقم (٩,١) النموذج **GARCH** مُقابل التقلب الضمني

$$R_{Mt} - R_{Ft} = \lambda_0 + \lambda_1\sqrt{h_t} + u_t \quad (٧٩،٩)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (٨٠،٩)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \delta\sigma_{t-1}^2 \quad (٨٢،٩)$$

$$h_t = \alpha_0 + \delta\sigma_{t-1}^2 \quad (٨٢،٩')$$

مُعادلة التباين	λ_0	λ_1	$\alpha_0 \times 10^{-4}$	α_1	β_1	δ	Log – L	χ^2
(٨٠،٩)	٠,٠٠٧٢	٠,٠٧١	٥,٤٢٨	٠,٠٩٣	٠,٨٥٤	-	٧٦٧,٣٢١	١٧,٧٧
	(٠,٠٠٥)	(٠,٠١)	(١,٦٥)	(٠,٨٤)	(٨,١٧)			
(٨٢،٩)	٠,٠٠١٥	٠,٠٤٣	٢,٠٦٥	٠,٢٦٦	٠,٠٦٨-	٠,٣١٨	٧٧٦,٢٠٤	–
	(٠,٠٢٨)	(٠,٠٢)	(٢,٩٨)	(١,١٧)	(٠,٥٩-)	(٣,٠٠)		
(٨٢،٩')	٠,٠٠٥٦	٠,١٨٤-	٠,٩٩٣	-	-	٠,٥٨١	٧٦٤,٣٩٤	٢٣,٦٢
	(٠,٠٠١)	(٠,٠٠١-)	(١,٥٠)			(٢,٩٤)		

ملاحظات: النسب تي بين قوسين، ويرمُز Log-L إلى القيمة المعظَّمة لدالة لوغاريتم الإمكان في كل حالة، يرمُز χ^2 إلى قيمة إحصاءة الاختبار وهي إحصاءة تتبع التوزيع $\chi^2(1)$ في حالة اختُزلت المعادلة (٨٢،٩) في المعادلة (٨٠،٩) والتوزيع $\chi^2(2)$ في حالة اختُزلت المعادلة (٨٢،٩) في المعادلة (٨٢،٩').

المصدر: داي ولويس (١٩٩٢)، أُعيد نشره بترخيص من إلسيفر.

كما نُشير إلى أن نتائج النموذج EGARCH مُشابهة للغاية لتلك المتحصل عليها من التوصيفات GARCH، استنادًا إلى إحصاءات نسبة الاحتمال، لا يُمكن حذف المعلومة المتباطئة من التوصيف EGARCH ولا الحدود المتباطئة للتقلب الضمني حيث إن كُلًّا من حدود النموذج EGARCH ومعاملات التقلب الضمني ذات معنويَّة هامشيَّة في التوصيف رقم (٨٣،٩).

الجدول رقم (٩،٢) النموذج **GARCH** مُقابل التقلب الضمني

$$R_{Mt} - R_{Ft} = \lambda_0 + \lambda_1 \sqrt{h_t} + u_t \qquad (٧٩،٩)$$

$$ln(h_t) = \alpha_0 + \beta_1 ln(h_{t-1}) + \alpha_1 \left(\theta \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \left[\left|\frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right| - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\right]\right) \qquad (٨١،٩)$$

$$ln(h_t) = \alpha_0 + \beta_1 ln(h_{t-1}) + \alpha_1 \left(\theta \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \left[\left|\frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right| - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\right]\right) + \delta Ln(\sigma_{t-1}^2) \qquad (٨٣،٩)$$

$$ln(h_t) = \alpha_0 + \delta Ln(\sigma_{t-1}^2) \qquad (٨٣،٩')$$

مُعادلة التباين	λ_0	λ_1	$\alpha_0 \times 10^{-4}$	β_1	θ	γ	δ	Log − L	χ^2
(٨١،٩)	٠,٠٠٢٦-	٠,٠٩٤	٣,٦٢-	٠,٥٢٩	٠,٢٧٣	٠,٣٥٧	-	٧٧٦,٤٣٦	٨,٠٩
	(٠,٠٣-)	(٠,٢٥)	(٢,٩٠-)	(٣,٢٦)	(٤,١٣-)	(٣,١٧)			
(٨٣،٩)	٠,٠٠٣٥	٠,٠٧٦-	٢,٢٨-	٠,٣٧٣	٠,٢٨٢-	٠,٢١٠	٠,٣٥١	٧٨٠,٤٨٠	—
	(٠,٥٦)	(٠,٢٤-)	(١,٨٢-)	(١,٤٨)	(٤,٣٤-)	(١,٨٩)	(١,٨٢)		
(٨٣،٩')	٠,٠٠٤٧	٠,١٣٩-	٢,٧٦-	-	-		٠,٦٦٧	٧٦٥,٠٣٤	٣٠,٨٩
	(٠,٧١)	(٠,٤٣-)	(٢,٣٠-)				(٤,٠١)		

ملاحظات: النسب تي بين قوسين، ويرمُز Log-L إلى القيمة المعظَّمة للوغاريتم دالة الإمكان في كل حالة، يرمُز χ^2 إلى قيمة إحصاءة الاختبار وهي إحصاءة تتبع التوزيع $\chi^2(1)$ في حالة اختُزلت المعادلة (٨٣،٩) في المعادلة (٨١،٩) والتوزيع $\chi^2(3)$ في حالة اختُزلت المعادلة (٨٣،٩) في المعادلة (٨٣،٩').

المصدر: داي ولويس (١٩٩٢)، أعيد نشره بترخيص من إلسيفر.

ومع ذلك لا تُمثل الاختبارات المذكورة أعلاه اختبارًا حقيقيًّا للقدرة التنبؤية للنماذج، حيث إن جميع هذه المشاهدات استخدمت في كُلٍّ من تقدير واختبار النماذج، لهذا السبب قام المؤلفان بإجراء اختبار تنبؤ خارج العيِّنة، هناك ما مجموعه ٧٢٩ نُقطة بيانات في عيِّنة المؤلفين، وقد استخدما منها أوَّل ٤١٠ مُشاهدات لتقدير النماذج، وبعد ذلك قاما بالتنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل بتقلب الأسبوع التالي، ثم جدَّد المؤلفان بناء العيِّنة ثانية بإضافة مُشاهدة واحدة في كل مرَّة وإنشاء تنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل في كل مرحلة.

قيَّم داي ولويس التنبؤات بطريقتين، تمثَّلت الأولى في إجراء انحدار لسلسلة التقلب المحقَّق على التنبؤات إضافة إلى ثابت:

$$\sigma_{t+1}^2 = b_0 + b_1 \sigma_{ft}^2 + \xi_{t+1} \qquad (٨٤،٩)$$

حيث يرمُز σ_{t+1}^2 إلى القيمة "الحقيقيَّة" للتقلب عند الزمن $t + 1$ و $\sigma_{f_t}^2$ القيمة المتنبؤ بها للتقلب خلال الفترة t، تقتضي التنبؤات الدقيقة تمامًا أن يكون $b_0 = 0$ و $b_1 = 1$، أمَّا الطريقة الثانية فتكون من خلال مجموعة من اختبارات التنبؤ الشامل (Forecast Encompassing Tests)، تعمل هذه الطرق أساسًا من خلال إجراء انحدار للتقلب المحقَّق على التنبؤات الناتجة عن العديد من النماذج، تُستكمل سلاسل التنبؤات ذات المعاملات المعنويَّة لتشمل تنبؤات النماذج ذات المعاملات غير المعنويَّة.

لكن ما هو التقلب؟ بعبارة أخرى، مع أي مقياس يجب مُقارنة التنبؤات، مع التقلب المحقَّق أم مع التقلب "اللاحق"؟ حظي هذا السؤال وحتى وقت قريب باهتمام ضئيل في المؤلفات الأدبيَّة، هناك طريقة شائعة الاستخدام تتمثَّل في افتراض أن المقياس اللاحق المناسب هو مُربع العائد اليومي إذا كان الأمر يتعلَّق بتنبؤ التقلب اليومي، يُمكن صياغة التباين الشرطي لأي مُتغيِّر عشوائي r_t كالتالي:

$$\mathrm{var}(r_t) = \mathrm{E}[r_t - \mathrm{E}(r_t)]^2 \qquad (٨٥،٩)$$

وكما ذكرنا سابقًا يُفترض عادة أن $\mathrm{E}(r_t)$ يُساوي صفرًا، وهذا ليس بالأمر غير المعقول إذا كان تواتر البيانات مُرتفعًا نسبيًّا، بحيث تُختزل مُعادلة التباين في:

$$\mathrm{var}(r_t) = \mathrm{E}[r_t^2] \qquad (٨٦،٩)$$

يذكر أندرسون وبولرسلاف (١٩٩٨) ((Anderson and Bollerslev (1989)) أن العوائد التربيعيَّة اليوميَّة تمنح مُتغيِّرًا وكيلًا مُشوّشًا جدًّا للتقلب الحقيقي، وبأن هناك مُتغيِّرًا وكيلًا للتقلب اليومي أفضل من ذلك بكثير يتمثَّل في حساب التقلب من البيانات داخل اليوم، على سبيل المثال يُمكن الحصول على مقياس أفضل للتباين اليومي بأخذ العوائد عند كل ساعة ثم تربيعها وجمعها معًا، أمَّا السبب وراء كون استخدام البيانات ذات التواتر العالي يمنح مقياسًا أفضل للتقلب اللاحق فيرجع ببساطة لتوظيفه لمعلومات أكثر، باستخدام بيانات يوميَّة فقط في حساب مقياس التقلب اليومي نكون قد استخدمنا فعليًّا مُشاهدتين فقط من سلسلة مُشاهدات السعر الأساسي، إذا كان سعر الإغلاق اليومي ثابتًا من يوم إلى يوم مُوالٍ فإن العائد التربيعي وبالتالي التقلب سوف يكون صفرًا، مع أنه من الممكن أن تكون هناك تقلبات جوهريَّة خلال اليوم، ذهب هانسن ولوند (٢٠٠٦) ((Hansen and Lunde (2006)) أبعد من ذلك عندما أشارَا إلى أنه حتى ترتيب النماذج من حيث دقة التنبؤ بالتقلب سوف يكون مُتضاربًا في حالة استُخدم في التقييم مُتغيِّر وكيل غير جيِّد للتقلب الحقيقي.

استخدم داي ولويس في دراساتهم مقياسين للتقلب اللاحق (حيث كان التواتر المستخدم في النماذج هو التواتر الأسبوعي):

(١) مُربع العائد الأسبوعي على المؤشر، وأطلقوا عليه اسم SR.

(٢) تباين العوائد اليوميَّة في الأسبوع مضروبة في عدد أيام التداول خلال ذلك الأسبوع، وأطلقوا عليه اسم WV

تُشير مُناقشة اندرسون وبولرسلاف إلى أنه من المرجَّح أن يكون المقياس الأخير المقياس الأفضل، وبالتالي ينبغي التركيز أكثر على نتائجه، يُقدِّم الجدول رقم (٩،٣) نتائج الانحدارات المنفصلة للتقلب المحقَّق على ثابت وعلى السلسلة المتنبَّأ بها للتقلب.

يُمكن تفسير القيم المقدَّرة للمعاملات b_0 المقدَّمة في الجدول رقم (٩،٣) بأنها مُؤشرات لمعرفة ما إذا كانت نُهُج التنبؤ المعنيَّة مُتحيِّزة أم لا، في جميع الحالات كانت قيم المعاملات b_0 قريبة من الصفر، كما أن القيم المقدَّرة تكون معنويَّة إحصائيًّا فقط بالنسبة إلى التنبؤات بالتقلب التاريخي والتنبؤات بالتقلب الضمني عندما يكون العائد الأسبوعي التربيعي مقياسًا لاحقًا للتقلب، هذا وتُشير القيم المقدَّرة الموجبة للمعاملات إلى أن التنبؤات في المتوسِّط مُنخفضة للغاية، أمَّا القيم المقدَّرة للمعاملات b_1 فهي بعيدة جدًّا عن

الوحدة باستثناء النموذج GARCH (عندما يُستخدم التباين اليومي في التقلب اللاحق) والنموذج EGARCH (عندما يكون التباين الأسبوعي التربيعي مقياسًا لاحقًا للتقلب)، أخيرًا: تكون قيم R^2 صغيرة جدًّا (كلها أقل من ١٠٪ ومُعظمها أقل من ٣٪) ممَّا يدل على الأداء الضعيف لسلاسل التنبؤ في شرح تغيُّر مقياس التقلب المحقَّق.

الجدول رقم (٩،٣) القوة التنبؤية خارج العيّنة للتنبؤات بالتقلب الأسبوعي

$$\sigma_{t+1}^2 = b_0 + b_1\sigma_{ft}^2 + \xi_{t+1} \quad (٨٤،٩)$$

نموذج التنبؤ	المتغير الوكيل للتقلب اللاحق	b_0	b_1	R^2
التاريخي	SR	٠,٠٠٠٤ (٥,٦٠)	٠,١٢٩ (٢١,١٨)	٠,٠٩٤
التاريخي	WV	٠,٠٠٠٥ (٢,٩٠)	٠,١٥٤ (٧,٥٨)	٠,٠٢٤
GARCH	SR	٠,٠٠٠٢ (١,٠٢)	٠,٦٧١ (٢,١٠)	٠,٠٣٩
GARCH	WV	٠,٠٠٠٢ (١,٠٧)	١,٠٧٤ (٣,٣٤)	٠,٠١٨
EGARCH	SR	٠,٠٠٠٠ (٠,٠٥)	١,٠٧٥ (٢,٠٦)	٠,٠٢٢
EGARCH	WV	٠,٠٠٠١- (٠,٤٨-)	١,٥٢٩ (٢,٥٨)	٠,٠٠٨
التقلب الضمني	SR	٠,٠٠٢٢ (٢,٢٢)	٠,٣٥٧ (١,٨٢)	٠,٠٣٧
التقلب الضمني	WV	٠,٠٠٠٥ (٠,٣٨٩)	٠,٧١٨ (١,٥٩)	٠,٠٢٦

ملاحظات: تُشير كلمة 'التاريخي' إلى استخدام المتوسّط التاريخي البسيط للعوائد التربيعيّة في التنبؤ بالتقلب؛ النسب تي بين قوسين، تُشير SR و WV على التوالي إلى مُربع العائد الأسبوعي على المؤشر S&P100 وإلى تباين العوائد اليوميّة في الأسبوع مضروبة في عدد أيام التداول خلال ذلك الأسبوع.

المصدر: داي ولويس (١٩٩٢)، أعيد نشره بترخيص من إلسيفر.

تستند انحدارات التنبؤات الشاملة إلى إجراء يعود إلى فير وشيلر (١٩٩٠) ((Fair and Shiller (1990)) وهو إجراء يسعى إلى تحديد ما إذا كانت المجموعات المختلفة من التنبؤات تختلف فيما بينها من حيث ما تتضمَّنه من مجموعات مُختلفة من المعلومات، يكون انحدار الاختبار على الشكل التالي:

$$\sigma_{t+1}^2 = b_0 + b_1\sigma_{It}^2 + b_2\sigma_{Gt}^2 + b_3\sigma_{Et}^2 + b_4\sigma_{Ht}^2 + \xi_{t+1} \quad (٨٧،٩)$$

وتُعرض نتائج هذا الانحدار في الجدول رقم (٩,٤).

الجدول رقم (٩,٤) مقارنات محتوى المعلومات النسبي للتنبؤات بالتقلب خارج العيّنة

$$\sigma_{t+1}^2 = b_0 + b_1\sigma_{It}^2 + b_2\sigma_{Gt}^2 + b_3\sigma_{Et}^2 + b_4\sigma_{Ht}^2 + \xi_{t+1} \quad (٩، ٨٧)$$

مُقارنات التنبؤ	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	R^2
GARCHالضمني مُقابل	٠,٠٠٠١٠- (٠,٠٩-)	٠,٦٠١ (١,٠٣)	٠,٢٩٨ (٠,٤٢)	–	–	٠,٠٢٧
مُقابل GARCHالضمني مُقابل التاريخي	٠,٠٠٠١٨ (١,١٥)	٠,٦٣٢ (١,٠٢)	٠,٢٤٣- (٠,٢٨-)	–	٠,١٢٣ (٧,٠١)	٠,٠٣٨
EGARCHالضمني مُقابل	٠,٠٠٠٠١- (٠,٠٧-)	٠,٦٩٥ (١,٦٢)	–	٠,١٧٦ (٠,٢٧)	–	٠,٠٢٦
EGARCHالضمني مُقابل مُقابل التاريخي	٠,٠٠٠٢٦ (١,٣٧)	٠,٥٩٠ (١,٤٥)	٠,٣٧٤- (٠,٥٧-)	–	٠,١١٨ (٧,٧٤)	٠,٠٣٨
EGARCH مُقابل GARCH	٠,٠٠٠٠٥ (٠,٣٧٠)	–	١,٠٧٠ (٢,٧٨)	٠,٠٠١- (٠,٠٠-)	–	٠,٠١٨

ملاحظات: النسب تي بين قوسين؛ المقياس اللاحق المستخدم في هذا الجدول هو تباين العوائد اليوميّة في الأسبوع مضروبة في عدد أيام التداول خلال ذلك الأسبوع.

المصدر: داي ولويس (١٩٩٢)، أعيد نشره بترخيص من إلسيفر.

تتّسم أحجام ومعنويات المعاملات في الجدول رقم (٩,٤) بالأهمّية، حيث تُمثّل عدم المعنويّة الميزة الأبرز لمعظم سلاسل التنبؤات، في المقارنة الأولى لا سلسلة تنبؤات التقلب الضمني ولا سلسلة تنبؤات النموذج GARCH لها معاملات معنويّة إحصائيًّا.

عندما يُضاف التقلب التاريخي إلى النموذج، يكون معامله مُوجبًا ومعنويًّا إحصائيًّا، كما تبرُز نتائج مُماثلة عند مُقارنة التنبؤات المتحصّل عليها من نموذج التقلب الضمني، وتلك المتحصّل عليها من النموذج EGARCH: أي ولا واحدة معنويّة، لكن عند إضافة سلسلة المتوسّط التاريخي فإن مُعاملها يكون معنويًّا، ويتّضح من هذا ومن الصف الأخير من الجدول رقم (٩,٤) أن ليس لحد عدم التماثل في النموذج EGARCH أيّة قوّة تفسيريّة إضافيّة مُقارنة مع تلك التي يتضمّنها النموذج GARCH المتماثل، مرّة أخرى، كل قيم R^2 صغيرة جدًّا (أقل من ٤٪).

يتمثّل الاستنتاج الذي توصلت إليها هذه الدراسة (والذي يتماشى بشكل عام مع استنتاجات العديد من الدراسات الأخرى) في أن النتائج ضمن العيّنة تُشير إلى أن التقلب الضمني يحتوي على معلومات إضافيّة لم ترد في التوصيفات GARCH/ EGARCH، لكن تُشير النتائج خارج العيّنة أن التنبؤ بالتقلب يُعتبر مُهمّة صعبة!

٩,٢٠ إعادة النظر في نماذج التقلب العشوائي

(Stochastic volatility models revisited)

تعرَّضنا إلى مُناقشة نماذج الانحدار الذاتي في القسم (٦،٩) أعلاه وهي نماذج تُعتبر حالات خاصَّة من فئة نماذج أعم تُعرَف بنماذج التقلب التصادُفي، من المفاهيم الخاطئة المتداولة اعتبار التوصيفات من نوع GARCH هي أنواع من نماذج التقلب التصادُفي، ومع ذلك، وكما يُستشف من اسمها، تختلف نماذج التقلب التصادُفي عن النماذج GARCH أساسًا في كون مُعادلة التباين الشرطي في التوصيف GARCH مُعادلة حتميَّة تمامًا بالنظر إلى كل المعلومات المتاحة بما في ذلك معلومات الفترة السابقة، بعبارات أخرى تفتقر مُعادلة التباين في النموذج GARCH إلى حد خطأ؛ إذ يُقتصر إدراج هذا الأخير على مُعادلة المتوسِّط.

تتضمَّن نماذج التقلب التصادُفي حد خطأ ثانٍ يُضاف إلى مُعادلة التباين الشرطي، كما يُعتبر توصيف الانحدار الذاتي للتقلب سهل الفهم وسهل التقدير لكونه يتطلَّب أن يكون لدينا مقياس للتقلب قابل للمشاهدة، يُستخدم بعد ذلك كأي مُتغيِّر آخر من مُتغيِّرات نموذج الانحدار الذاتي، غير أن مُصطلح 'التقلب الذاتي' يقترن عادة بصيغة مُختلفة، وكأحد الأمثلة عن ذلك نذكر:

$$y_t = \mu + u_t\sigma_t\,,\ \ u_t \sim N(0,1) \tag{٨٨،٩}$$

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta_1\log(\sigma_{t-1}^2) + \sigma_\eta\eta_t \tag{٨٩،٩}$$

حيث يُمثِّل η_t مُتغيِّرًا عشوائيًّا ثانيًا يتبع التوزيع $N(0,1)$ ومُستقلًّا عن u_t، يكون التقلب هنا تقلبًا كامنًا بدلًا من أن يكون مُشاهدًا، وبالتالي تتم نمذجته بطريقة غير مُباشرة.

ترتبط نماذج التقلب التصادُفي ارتباطًا وثيقًا بالنظريات الماليَّة المستخدمة في أدب تسعير الخيارات، هذا وافترضت الأعمال السابقة لبلاك وشولز (١٩٧٣) أن التقلب ثابت عبر الزمن، تم اتخاذ هذا الافتراض إلى حد كبير بهدف التبسيط على الرغم من أنه يصعُب اعتباره افتراضًا واقعيًّا، ومن أحد الآثار الجانبية المنفِّرة لاستخدام نموذج يتضمَّن ثبات التقلب كافتراض، نجد أن الخيارات المربحة جدًّا (deep in-the-money) والخيارات شديدة البُعد عن الربحيَّة (far out-of-the-money) مُسعَّرة بأقل من قيمتها مُقارنة بالأسعار المتداولة الفعليَّة، ساهمت هذه الملاحظة التجريبيَّة جُزئيًّا في نشأة نماذج التقلب التصادُفي، حيث تتم نمذجة لوغاريتم عمليَّة التباين غير المنظور بواسطة توصيف تصادُفي خطِّي على غرار نموذج الانحدار الخطِّي، وتتمثَّل الميزة الأساسيَّة لنماذج التقلب التصادُفي في أنه يُمكن النظر إليها على أنها تقريبات في الزمن المنفصل لنماذج الزمن المستمر المستخدمة في أُطُر تسعير الأصول (انظر على سبيل المثال هول ووايت (١٩٨٧) ((Hull and White (1987))، غير أن مثل هذه النماذج يصعُب تقديرها، لاستعراض نماذج التقلب التصادُفي (أُحاديَّة المتغيِّر)، انظر تايلور (١٩٩٤)، غيسلز وآخرين (١٩٩٥) ((Ghysels et al. (1995)) أو شيفارد (١٩٩٦) ((Shephard (1996)) والمراجع الواردة في هذه الأبحاث.

على الرغم من أن نماذج التقلب التصادُفي استُخدمت على نطاق واسع في المؤلفات الرياضيَّة لتسعير الخيارات، إلَّا أنها لم تحظَ بنفس الانتشار في التطبيقات الماليَّة التجريبيَّة ذات الزمن المنفصل، ويرجع ذلك ربما إلى التعقيد الذي يرتبط بعمليَّة تقدير معلمات النموذج (انظر هارفي، رويز وشيفارد (١٩٩٤) ((Harvey, Ruiz and Shephard (1994))، وعلى الرغم من أن النماذج من النوع GARCH تكون في الزمن المستمر أبعد عن أُسسها النظريَّة من التقلب التصادُفي إلَّا أن تقديرها باستخدام الإمكان الأعظم يكون أسهل، كما لا يتوفَّر أي تعديل بسيط نسبيًّا لإجراء الإمكان الأعظم المستخدم في تقدير النماذج GARCH وبالتالي لن نُواصل هنا مُناقشة نماذج التقلب التصادُفي.

٩,٢٠,١ نماذج العزوم من درجة أعلى

(Higher moment models)

انتقلت الأبحاث خلال العقدين الماضيين من دراسة بحتة للعزم الأوَّل للسلاسل الزمنيَّة الماليَّة (أي تقدير النماذج على سلاسل العوائد نفسها) إلى الاهتمام *بالعزم الثاني* (نماذج للتباين)، في حين أن هذا يمثِّل بوضوح خطوة كبيرة إلى الأمام في تحليل البيانات الماليَّة، إلَّا أنه من الواضح أيضا أن توصيفات التباين الشرطي ليست قادرة تماما على التقاط جميع الخصائص الهامَّة للسلاسل الزمنيَّة، فعلى سبيل المثال، لا يُمكن للنماذج GARCH ذات الاضطرابات الموحَّدة معياريًّا والمعتدلة (٠،١) أن تُولِّد أطراف توزيع سميكة بما فيه الكفاية لنمذجة ضعف التفرطح الذي يُلاحظ في الواقع في سلاسل عوائد الأصول الماليَّة، هذا ويُشير أحد النهج المقترحة لهذه المسألة أن تكون الاضطرابات الموحَّدة معياريًّا مُستمدَّة من التوزيع تي لستيورنت (Student's t) بدلًا من التوزيع الطبيعي، ومع ذلك ليس هناك سبب لافتراض أن سماكة أطراف التوزيع يجب أن تكون ثابتة عبر الزمن، وهو ما يُجبرنا عليه النموذج GARCH-t.

وثمة إمكانية أخرى لتوسيع نطاق البحث ليشمل استخدام عزوم توزيع العوائد من الدرجة الثالثة والرابعة (أي الالتواء والتفرطح على التوالي)، وهكذا من الممكن أن يتبع الالتواء أو التفرطح الشرطي في إطار هذا التوصيف عملية من النوع GARCH تسمح له بالتغيّر عبر الزمن، هذا وقدم هارفي وصدّيق (١٩٩٩، ٢٠٠٠) ((Harvey and Siddique (1999, 2000)) نموذج انحدار ذاتي للالتواء الشرطي، في حين اقترح بروكس، بورك، هيرافي وبيرساند (٢٠٠٥) ((Brooks, Burke, Heravi and Persand (2005)) نموذج التفرطح الشرطي، يُمكن أن يكون لمثل هذه النماذج تطبيقات عديدة أخرى في مجال الماليَّة بما في ذلك توزيع الأصول (اختيار المحفظة الماليَّة)، تسعير الخيارات، تقدير علاوات المخاطر وما إلى ذلك، كما تم في إطار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة إجراء توسيع التحليل ليشمل عزوم توزيع العوائد من درجة تزيد عن الدرجتين حيث يُؤخذ في الاعتبار الالتواء المشترك والتفرطح المشترك بين عوائد الأصول وعوائد السوق (انظر على سبيل المثال هونج وآخرين (٢٠٠٤) ((Hung et al. (2004))، كما اقترحت دراسة حديثة لبروكس وآخرين (٢٠٠٦) إطارًا يقوم على المنفعة (Utility) لتحديد نِسَب التحوُّط المثلى التي تأخذ بعين الاعتبار تأثير العزوم من المرتبة الأعلى على قرار التحوُّط ضد مخاطر السلع الأساسيَّة المبرمة بعقود مستقبلية.

٩,٢٠,٢ نماذج أطراف التوزيع

(Tail models)

من المعلوم تمامًا أن عوائد الأصول الماليَّة لا تتبع التوزيع الطبيعي، بل إنها تكون في مُعظم الأحيان *ضعيفة التفرطح* أي أن *أطرافها سميكة*، يترتب على هذه الملاحظة العديد من الآثار على النمذجة الاقتصاديَّة القياسيَّة، يُشترط أوَّلًا: أن تكون النماذج وإجراءات الاستدلال حصينة ضد توزيعات الأخطار غير المُعتدلة التوزيع، ثانيًا: لم تَعُد مخاطرة حيازة ورقة ماليَّة مُعيَّنة تُقاس بشكل مُناسب باستخدام التباين وحده، ففي إطار إدارة المخاطر سوف يُؤدي افتراض اعتدال التوزيع عندما تكون العوائد ذات توزيع سميك الأطراف إلى تقدير مخاطرة المحفظة الماليَّة بأقل ممَّا هي عليه، وبناءً على ذلك استُخدمت العديد من المناهج التي تأخذ بعين الاعتبار وبصفة مُنتظمة تواجد ضعف التفرطح في البيانات الماليَّة، بما في ذلك استخدام التوزيع تي لستيورنت.

يُمكن القول إن النهج الأبسط يتمثَّل في استخدام مزيج من التوزيعات الطبيعيَّة، كما يُمكن مُلاحظة أن مزيجًا من التوزيعات الطبيعيَّة ذات التباينات المختلفة يُؤدي إلى سلسلة شاملة تكون ضعيفة التفرطح، ثانيًا: يُمكن استخدام التوزيع تي لستيورنت وتقدير معلمة

درجات حرّيته المعتادة إلى جانب المعلمات الأخرى للنموذج باستخدام الإمكان الأعظم، تتحكّم القيمة المقدّرة لدرجات الحرّية في سماكة أطراف التوزيع المجهّزة من النموذج، إضافة إلى ذلك من الممكن استخدام توزيعات احتماليّة أخرى مثل التوزيعات 'الثابتة' التي تندرج ضمن الإطار العام لنظريّة القيم المتطرّفة (انظر بروكس، كلير، ديل مول وبيرساند (٢٠٠٥) (Brooks, Clare, Dalle Molle and Persand (2005)) للاطلاع على تطبيق هذه التقنية في نمذجة القيمة المعرّضة للمخاطر، والفصل ١٣ للاطلاع على نهج بديل).

٩,٢١ التنبؤ بالتغايُرات والارتباطات

(Forecasting covariances and correlations)

يتمثّل أحد أوجه القصور الرئيسة لنماذج التقلب التي سبق فحصُها أعلاه في كونها وبطبيعتها أحاديّة المتغيّر تمامًا، أي أنها تقوم بنمذجة التقلب الشرطي لكل سلسلة بشكل مُستقل تمامًا عن السلاسل الأخرى، يُمكن أن يُشكّل ذلك قيدًا هامًّا لسببين؛ أوّلًا: بقدر ما تكون هناك 'آثار جانبيّة للتقلب بين الأسواق أو الأصول' (أي ميل التقلب في سوق ما أو لأصل ما إلى التغيُّر نتيجة تغيُّر التقلب في سوق آخر أو لأصل آخر) سوف يكون توصيف النموذج أحادي المتغير خاطئًا، على سبيل المثال، سوف يسمح لنا استخدام نموذج مُتعدّد المتغيّرات بتحديد ما إذا كان التقلب في سوق يؤدي إلى تقلبات الأسواق الأخرى أو تباطئها، ثانيًا: غالبًا ما تحظى التغايُرات بين السلاسل في مجال الماليّة بالاهتمام بما في ذلك تباينات السلاسل الفرديّة ذاتها، بالنسبة إلى حساب نسب التحوُّط، تقديرات قيم المحفظة الماليّة المعرَّضة للمخاطر، حساب المعامل بيتا في نماذج تسعير الأصول الرأسماليّة وما إلى ذلك، فكلها تتطلّب أخذ التغايرات كمُدخلات.

ويُمكن للنماذج GARCH مُتعدّدة المتغيّرات التغلُّب على كل هذه النقائص المقترنة بنظرائهم أحاديّة المتغيّر، كما يُمكن استخدام تمديدات النماذج GARCH مُتعدّدة المتغيّر للتنبؤ بتقلبات سلسلة العناصر تمامًا كما هو الحال في النماذج أحاديّة المتغيّر، وبما أن تقلبات السلاسل الزمنيّة الماليّة غالبًا ما تتحرّك معًا فإن اتخاذ نهج مُشترك لنمذجة التقلب يُرجّح أن يكون أكثر فعاليّة من التعامل مع كل سلسلة على حدة، بالإضافة إلى ذلك، ولأن النماذج مُتعدّدة المتغيّرات تتيح تقديرات للتغايرات الشرطية فضلًا عن التباينات الشرطية، فإنه من الممكن أن يكون لهذه النماذج عدد من التطبيقات الأخرى المفيدة.

كما نُشير إلى أن العديد من الأبحاث بحثت القدرة التنبؤية للعديد من النماذج التي تتضمّن ارتباطات، فعلى سبيل المثال، وجد سيجل (١٩٧٧) (Siegel (1997)) أن التنبؤات بالارتباط الضمني من الخيارات المتداولة تحتوي على كل المعلومات الواردة في العوائد التاريخيّة (على الرغم من أنه لم يعتبر نماذج المتوسّط المتحرّك المرجح أُسّيًا ولا النماذج من النوع GARCH)، من ناحية أخرى وجد والتر ولوبيز (٢٠٠٠) (Walter and Lopez (2000)) أن الارتباط الضمني يكون عمومًا أقل فائدة مُقارنة بالتنبؤات المشتقّة من النماذج GARCH في توقُّع الارتباط المستقبلي بين عوائد الأصل الأساسي، أخيرًا: وجد جبسون وبوير (١٩٩٨) (Gibson and Boyer (1998)) أن النموذج GARCH القُطري وطريقة ماركوف لتبديل النظام يُعطيان تنبؤات بالارتباط أفضل من تلك المتحصَّل عليها من النماذج الأبسط، بمعنى أن هذه الأخيرة تُفرز أرباحًا أقل عندما تُستخدم التنبؤات في إستراتيجيّة التداول.

٩ , ٢٢ نمذجة التغاير والتنبؤ به في مجال الماليَّة: بعض الأمثلة

(Covariance modelling and forecasting in finance: some examples)

٩ , ٢٢ , ١ تقدير معاملات بيتا الشرطية

(The estimation of conditional betas)

يُعرَّف معامل بيتا في نماذج تسعير الأصول الرأسماليَّة الأصل i بأنَّه نسبة التغاير بين عائد محفظة السوق وعائد الأصل على تباين عائد محفظة السوق، عادة ما يتم إنشاء المعاملات بيتا باستخدام مجموعة من البيانات التاريخيَّة عن تباينات وتغايرات السوق، ومع ذلك يتَّسم تقدير بيتا بهذه الطريقة، مثله مثل مُعظم المسائل الأخرى في مجال الماليَّة، بنظرة رجعيَّة في حين ينبغي أن يرتكز الاهتمام الفعلي للمستثمرين حول بيتا المهيمن طوال فترة احتفاظ المستثمر بالأصل، تُوفِّر نماذج GARCH مُتعدِّدة المتغيِّرات طريقة بسيطة للتقدير الشرطي (المتغيِّر زمنيًّا) للمعاملات بيتا، عندما تُعَدُّ تنبؤات التغاير بين عائد الأصل وعائد محفظة السُّوق، وكذلك التنبؤات بتباين محفظة السوق من هذا النموذج فإننا نتحصَّل على تنبؤ ببيتا تتغيَّر قيمته عبر الزمن:

$$\beta_{i,t} = \frac{\sigma_{im,t}}{\sigma_{m,t}^2} \tag{٩٠،٩}$$

حيث يُمثِّل $\beta_{i,t}$ القيمة المقدَّرة المتغيِّرة زمنيًّا في الزمن t للسهم i، $\sigma_{im,t}$ التغاير بين عوائد السوق وعوائد السهم i في الزمن t و $\sigma_{m,t}^2$ يُمثِّل تباين عائد السوق في الزمن t.

٩ , ٢٢ , ٢ نسب التحوُّط الديناميكيَّة

(Dynamic hedge ratios)

على الرغم من أن هناك عدة تقنيات متاحة للتخفيض من الخطر وإدارته إلَّا أن أبسطها وربما أكثرها استخدامًا هي طريقة التحوُّط باستخدام العقود المستقبلية (الآجلة)، يتحقَّق التحوُّط من خلال اتخاذ مواقف عكسية في أسواق العقود المستقبلية وأسواق العقود الفورية في آنٍ واحد، بحيث إن أيَّة خسائر مُتكبَّدة نتيجة لحركة نسبية للسعر في سوق ما يجب أن يُقابلها وإلى حد ما حركة إيجابيَّة للسعر في سوق آخر، تُعرف *نسبة التحوُّط* بأنها نسبة عدد وحدات الأصول المستقبلية المشتراة على عدد وحدات الأصول الفوريَّة، وبما أن في هذا السياق يُقاس الخطر عادة بتقلب عوائد المحفظة فإن اختيار نسبة التحوُّط التي تُقلِّل من تباين عوائد المحفظة التي تضم مركز عقود مستقبلية وأخرى فوريَّة يُمكن أن يُمثِّل بديهيًّا إستراتيجيَّة وجيهة، وهو ما يُعرف *بنسبة التحوُّط المثلى*، تبعًا لهول (٢٠٠٥) يُمكن تحديد نسبة التحوُّط المثلى بالطريقة المعهودة، وذلك بتعريف أوَّلًا: ΔS = التغيُّر في السعر الفوري S خلال فترة التحوُّط، ΔF = التغيُّر في السعر المستقبلي F خلال فترة التحوُّط، σ_s = الانحراف المعياري لـ ΔS، σ_F الانحراف المعياري لـ ΔF، p = معامل الارتباط بين ΔS و ΔF و h = نسبة التحوُّط، بالنسبة إلى التحوُّط القصير (أي مركز طويل على الأصل وبيع على المكشوف بالنسبة إلى العقد المستقبلي)، يُمثِّل $(\Delta S - h\Delta F)$ التغيُّر في قيمة المركز المتحوَّط خلال فترة التحوُّط في حين أنه بالنسبة إلى التحوُّط الطويل تكون الصيغة المناسبة هي $(h\Delta F - \Delta S)$.

تتميَّز المحفظتان الماليتان المغطَّاتين (مركز طويل فوري وبيع على المكشوف مستقبلي، أو مركز طويل مستقبلي وبيع على المكشوف فوري) بنفس التباين والذي يُمكن الحصول عليه من:

$$\mathrm{var}(h\Delta F - \Delta S)$$

بالرجوع إلى قواعد استخدام مُؤثر التباين يُمكن كتابة التباين كالآتي:

$$\mathrm{var}(\Delta S) + \mathrm{var}(h\Delta F) - 2cov(\Delta S, h\Delta F)$$

أو

$$\mathrm{var}(\Delta S) + h^2\mathrm{var}(\Delta F) - 2hcov(\Delta S, \Delta F)$$

وبالتالي نتحصّل على تباين التغيُّر في قيمة المركز المتحوّط كالتالي:

$$\upsilon = \sigma_s^2 + h^2\sigma_F^2 - 2hp\sigma_s\sigma_F \quad (٩١،٩)$$

يُفضي تصغير هذا التعبير بالنسبة إلى h إلى:

$$h = p\frac{\sigma_s}{\sigma_F} \quad (٩٢،٩)$$

وفقًا لهذه الصيغة تكون نسبة التحوُّط المثلى مُحدَّدًا ثابتة عبر الزمن وتُحسب باستخدام البيانات التاريخيّة، لكن ماذا لو أن الانحرافات المعياريَّة تتغيَّر عبر الزمن؟ يمكن في هذه الحالة التنبؤ بالانحرافات المعيارية، وبالارتباط بين التغيُّرات في السلاسل الفورية والمستقبلية باستخدام النموذج GARCH مُتعدِّد المتغيرات، بحيث يُستبدل التعبير السابق بـ:

$$h_t = p_t\frac{\sigma_{s,t}}{\sigma_{F,t}} \quad (٩٣،٩)$$

هناك نماذج عديدة مُستخدمة في التنبؤ بالتغاير والارتباط سيتم التطرق إلى العديد منها لاحقًا، تم تصنيف هذه النماذج إلى نماذج بسيطة، نماذج GARCH مُتعدِّد المتغيرات ونماذج الارتباط الخاصّة.

٩, ٢٣ نماذج التغاير البسيطة

(Simple covariance models)

٩, ٢٣, ١ التغاير والارتباط التاريخيّان

(Historical covariance and correlation)

من الممكن حساب التغاير والارتباط بين سلسلتين بالطريقة المعتادة باستخدام مجموعة من البيانات التاريخيّة، بنفس طريقة حساب التقلب تمامًا.

٩, ٢٣, ٢ نماذج التغاير الضمني

(Implied covariance models)

من الممكن حساب التغايرات الضمنيّة باستخدام الخيارات التي تعتمد عوائدها على أكثر من أصل أساسي واحد، كما نُشير إلى أن العدد الصغير نسبيًا لهذه الخيارات يحد من الظروف التي يجوز فيها حساب التغايرات الضمنيّة، ومن الأمثلة عن ذلك نذكر

الخيارات التي يرتبط عائدها بأداء مُؤَشّرَيْنِ أو أكثر، الخيارات على 'هامش عمليَّة التكسير' للدرجات المختلفة للنفط والخيارات على العملة، في الحالة الأخيرة تُعطي المعادلة التالية التباين الضمني لعوائد العُملة المتقاطعة xy:

$$\tilde{\sigma}^2(xy) = \tilde{\sigma}^2(x) + \tilde{\sigma}^2(y) - 2\tilde{\sigma}^2(x, y) \quad (٩،٩٤)$$

حيث يُمثّل $\tilde{\sigma}^2(x)$ و $\tilde{\sigma}^2(y)$ التباين الضمني للعوائد x و y على التوالي و $\tilde{\sigma}^2(x, y)$ التغاير الضمني بين x و y، بتغيير التقلبات الضمنيَّة للعملات الثلاث المشاهدة للخيار من جانب لآخر في المعادلة رقم (٩،٩٤) نتحصَّل على التغاير الضمني بواسطة:

$$\tilde{\sigma}^2(x, y) = \frac{\tilde{\sigma}^2(x) + \tilde{\sigma}^2(y) - \tilde{\sigma}^2(xy)}{2} \quad (٩،٩٥)$$

فعلى سبيل المثال، إذا كان التغاير الضمني بين USD/DEM و USD/JPY محور اهتمامنا، فمن الضروري أن تتوفر لدينا التباينات الضمنيَّة لعوائد USD/DEM ولعوائد USD/JPY إضافة إلى تباين عوائد العملة المتقاطعة DEM/JPY للحصول على التغاير الضمني باستخدام المعادلة رقم (٩،٩٤).

٩,٢٣,٣ استخدام نموذج المتوسّط المتحرّك المرجح أُسّيًّا لحساب التغايُرات

(Exponentially weighted moving average model for covariances)

مُجدَّدًا وكما هو الحال بالنسبة إلى نمذجة تقلب سلسلة مُفردة، نجد التوصيف المتوسّط المتحرّك الموصوف أُسّيًّا والذي يُعطي أوزانًا أكبر للمشاهدات الحديثة عند حساب التغاير أكثر ممَّا يُعطيه التقدير الذي يقوم على المتوسّط البسيط، بالنسبة إلى تركيب ثُنائي المتغيِّر يضم سلسلتين من العوائد على x و y، يُمكن كتابة تقديرات نموذج المتوسّط المتحرّك المرجح أسّيًا للتباينات والتغايُرات في الزمن t كالتالي:

$$h_{ij,t} = \lambda h_{ij,t-1} + (1 - \lambda) x_{t-1} y_{t-1} \quad (٩،٩٦)$$

حيث إن $i \neq j$ في توصيف التغايرات و $i = j \,; x = y$ في توصيف التباين، وكما في الحالة أحادية المتغيِّر، فإن القيم h المجهَّزة من النموذج تصبح أيضًا التنبؤات للفترات اللاحقة، يرمُز $\lambda(0 < \lambda < 1)$ مُجدَّدًا إلى عامل التضاؤل الذي يُحدد الأوزان النسبية المرتبطة بالمشاهدات الحديثة مُقارنة بالمشاهدات الأقل حداثة، نُشير إلى أنه يُمكن تقدير هذه المعلمة (باستخدام الإمكان الأعظم على سبيل المثال) لكنها غالبًا ما تُضبط عشوائيًّا (تستخدم طريقة ريسك متيركس (Riskmetrics) على سبيل المثال ٠,٩٧ كقيمة لعامل التضاؤل للبيانات الشهرية و ٠,٩٤ للبيانات ذات التواتر اليومي).

يُمكن إعادة كتابة هذه المعادلة كدالة لامُتناهية الرُّتبة في العوائد فقط، وذلك باستبدال التغايرات تباعًا:

$$h_{ij,t} = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i} y_{t-i} \quad (٩،٩٧)$$

على الرغم من أن النموذج المتوسّط المتحرّك الموصوف أُسّيًّا رُبما يُمثّل الطريقة الأبسط للأخذ بعين الاعتبار التغيُّر عبر الزمن للتباينات والتغايُرات إلَّا أن هذا النموذج يُعتبر صيغة مُقيَّدة للتوصيف GARCH المتكامل (IGARCH) ولا يضمن أن تكون مصفوفة التغاير والتباين المقدَّرة مصفوفة مُوجبة بشكل مؤكد، وكما هو الحال بالنسبة للنموذج IGARCH، لا يستطيع النموذج المتوسّط المتحرّك الموصوف أُسّيًّا الأخذ بعين الاعتبار الرجوع إلى المتوسّط المشاهد في تقلبات أو في تغايرات عوائد الأصول والذي يُعتبر أمرًا شائعًا بوجه الخصوص عندما تكون ترددات المشاهدات مُنخفضة.

٩,٢٤ النماذج GARCH مُتعدّدة المتغيِّرات

(Multivariate GARCH models)

تُعتبر النماذج GARCH مُتعدّدة المتغيِّرات نماذج مُشابهة جدًّا في جوهرها بنظرائهم أحاديَّة المتغيِّر، باستثناء أن النماذج الأولى تُحدِّد كذلك مُعادلات تصف كيفيَّة تغيُّر التغايرات عبر الزمن، وبالتالي فهي تُعتبر وبحكم تعريفها نماذج أكثر تعقيدًا في توصيفها وتقديرها، هُناك العديد من الصيغ المختلفة للنماذج GARCH مُتعدِّدة المتغيِّرات التي ورد ذكرها في الأبحاث المنشورة، لعل أهمَّها النموذج *VECH*، النموذج *VECH* القُطري ونموذج BEKK، سوف نُناقش أدناه كل من هذه النماذج إضافة إلى العديد من النماذج الأخرى كل بدوره، للاطلاع على مُناقشة أكثر تفصيلًا لهذه النماذج انظر كرونر ونغ (١٩٩٨) ((Kroner and Ng (1998))، هناك في كل حالة عدد *N* من الأصول التي سوف نقوم بنمذجة تبايناتها وتغايُراتها.

٩,٢٤,١ النموذج VECH

(The VECH model)

على غرار النماذج GARCH أحاديَّة المتغيِّر يُمكن ضبط مُتغيِّرات مُعادلة المتوسط الشرطي بأية طريقة شئنا، وإن كان من الجدير بالذكر أنه نظرًا لكون التباينات الشرطيَّة تُقاس حول القيمة المتوسِّطة فإن سوء توصيف هذه الأخيرة قد يعني ضمنًا سوء توصيف التباينات السابقة، لنفترض بهدف إدخال بعض الرموز أن $y_t(y_{1t}\, y_{2t} \dots y_{Nt})$ هو مُتَّجه مُشاهدات السلاسل الزمنيَّة من الدرجة $N \times 1$، C مُتَّجه عمودي من الدرجة $N(N+1)/2$ يضم التباين والتغاير الشرطيان و A و B مصفوفتين مُربَّعتين من الدرجة $N(N+1)/2$ تضمَّان المعلمات، هناك توصيف شائع للنموذج *VECH* يعود في البداية إلى بولرسلاف، إنجل وولدريدج (١٩٨٨) وهو:

$$VECH(H_t) = C + AVECH(\Xi_{t-1}\Xi'_{t-1}) + BVECH(H_{t-1}) \quad \Xi_t|\psi_{t-1} \sim N(0, H_t) \qquad (٩،٩٨)$$

حيث إن H_t مصفوفة التباين والتغاير الشرطي من الدرجة $N \times N$، Ξ_t مُتَّجه التجديد (الاضطراب) من الدرجة $N \times 1$، ψ_{t-1} يُمثِّل مجموعة المعلومات المتوفِّرة في الزمن $t-1$، و $VECH(.)$ عامل تكديس الأعمدة يتم تطبيقه على الجزء العُلوي للمصفوفة المتماثلة، في حالة مُتغيِّرين اثنين (أي $N = 2$) سوف يكون مُتَّجه المعلمات C من الدرجة 3×1 ومصفوفات المعلمات A و B من الدرجة 3×3.

يُمثِّل $C[I - A -]^{-1}$ مصفوفة التباين غير الشرطي للنموذج *VECH* حيث يرمُز I إلى مصفوفة الوحدة من الدرجة $N(N+1)/2$، يتطلَّب سُكون النموذج *VECH* أن تكون القيم المطلقة لجميع القيم الذاتيَّة لـ $[A + B]$ أصغر من واحد صحيح.

ومن أجل التوصل إلى فهم أعمق لكيفيَّة عمل النموذج *VECH*، نكتب أدناه العناصر التالية عندما يكون $N = 2$، نُعرِّف:

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix}, \qquad \Xi_t = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix},$$

يأخذ مُؤثر *VECH* الجزء 'المثلثي العُلوي' للمصفوفة ليضم كل عنصر من هذا الجزء في مُتَّجه ذي عمود واحد، فعلى سبيل المثال، بالنسبة لـ $VECH(H_t)$ يُصبح لدينا:

$$VECH(H_t) = \begin{bmatrix} h_{11t} \\ h_{22t} \\ h_{12t} \end{bmatrix}$$

حيث يُمثِّل h_{iit} التباينات الشرطية في الزمن t لسلسلتي عوائد الأصلين (i= 1. 2) المستخدمتين في النموذج ويُمثِّل h_{ijt} $(i \neq j)$ التغايُرات الشرطية بين عوائد السلسلتين، أمّا بالنسبة لـ $VECH(\Xi_t\Xi_t')$ فيُمكن صياغته على النحو التالي:

$$\begin{aligned} VECH(\Xi_t\Xi_t') &= VECH\left(\begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1t} & u_{2t} \end{bmatrix}\right) \\ &= VECH\begin{pmatrix} u_{1t}^2 & u_{1t}u_{2t} \\ u_{1t}u_{2t} & u_{2t}^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} u_{1t}^2 \\ u_{2t}^2 \\ u_{1t}u_{2t} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

تُعطي المعادلات التالية النموذج $VECH$ كاملًا:

(٩،٩٩)

$$h_{11t} = c_{11} + a_{11}u_{1t-1}^2 + a_{12}u_{2t-1}^2 + a_{13}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{11}h_{11t-1} + b_{12}h_{22t-1} + b_{13}h_{12t-1}$$

(٩،١٠٠)

$$h_{22t} = c_{21} + a_{21}u_{1t-1}^2 + a_{22}u_{2t-1}^2 + a_{23}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{21}h_{11t-1} + b_{22}h_{22t-1} + b_{23}h_{12t-1}$$

(٩،١٠١)

$$h_{12t} = c_{31} + a_{31}u_{1t-1}^2 + a_{32}u_{2t-1}^2 + a_{33}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{31}h_{11t-1} + b_{32}h_{22t-1} + b_{33}h_{12t-1}$$

وبالتالي من الواضح أن التباينات الشرطية والتغايُرات الشرطية تعتمد على القيم المتباطئة لكل التباينات الشرطية، كما تعتمد كذلك على التغايُرات الشرطية بين كل عوائد الأصول في السلسلة بالإضافة إلى الأخطاء التربيعيَّة المتباطئة والضرب التقاطُعي للأخطاء، يُعتبر عدد معلمات هذا النموذج غير المُقيّد مُرتفعًا جدًّا، كما يصعب تقدير هذا الأخير، إذا كان $N = 2$ يكون لدينا ٢١ معلمة (C يضم ٣ عناصر، A و B لكُلٍّ منهما ٩ عناصر)، في حين إذا كان $N = 3$ يكون لدينا ٧٨ معلمة وبالنسبة لـــ $N = 4$ يكون عدد المعلمات ٢١٠!

٢ , ٢٤ , ٩ النموذج VECH القُطري

(The diagonal VECH model)

بازدياد عدد الأصول المستخدمة يُمكن أن يُصبح سريعًا تقدير النموذج $VECH$ غير قابل للتطبيق عمليًا، لهذا السبب تُحدَّد مصفوفة التباين والتغاير الشرطية للنموذج $VECH$ على الشكل الذي أعدَّه بولرسلاف، إنجل وولدريدج (١٩٨٨) حيث يُفترض أن تكون المصفوفات A و B مصفوفات قُطريَّة، هذا القيد يعني ضمنًا أنه لن يكون هناك آثار جانبيَّة غير مُباشرة للتقلب من سلسلة لأخرى ممَّا يُؤدي إلى تخفيض كبير في عدد المعلمات المقدَّرة إلى تسع معلمات في الحالة ثُنائيَّة المتغيِّر (أصبح الآن لكلٍّ من A و B ثلاث عناصر)، وإلى ١٢ معلمة بالنسبة إلى النظام ثلاثي المتغيرات (أي إذا كان $N = 3$).

يتصف الآن النموذج، الذي يُعرف بالنموذج *VECH* القُطري، كالتالي:

$$h_{ij,t} = w_{ij} + \alpha_{ij} u_{i,t-1} u_{j,t-1} + \beta_{ij} h_{ij,t-1} \quad i,j = 1,2 \qquad (٩،١٠٢)$$

حيث يُمثِّل w_{ij}، α_{ij} و β_{ij} المعلمات، كما يُمكن كذلك التعبير عن النموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات بمؤثر *VECH* قُطري بالنموذج ARCH مُتعدِّد المتغيِّرات برُتبة لامُتناهية حيث يُعبِّر عن التغاير بكونه المتوسِّط المرجَّح بمعدل انخفاض هندسي للعناصر الأخيرة للضرب التقاطُعي للعوائد غير المُتوقَّعة حيث تحمل المشاهدات الحديثة الأوزان الأكبر، كما يوجد حل بديل لمشكلة البُعديَّة يتمثَّل في استخدام النموذج GARCH المتعامد (انظر على سبيل المثال فان دير ويد (٢٠٠٢)، (Van der Weide (2002)) أو النموذج GARCH ذو العوامل (انظر إنجل، نغ وروثشيلد (١٩٩٠)، (Engle, Ng and Rothschild (1990))، من عيوب النموذج *VECH* نجد أنه لا يضمن أن تكون مصفوفة التغاير مصفوفة شبه مُوجبة التعريف.

يجب أن تكون مصفوفة التباين والتغاير أو مصفوفة الارتباط مصفوفة 'شبه مُوجبة التعريف' ويتم التغاضي عن الحالة التي تكون فيها جميع عوائد سلسلة ما لها نفس القيمة أي أن تباينها صفرًا، لذلك تكون المصفوفة دائمًا مُوجبة التعريف، وهذا يعني، من بين أمور أخرى، أن كل الأرقام على القطر الرئيس لمصفوفة التباين والتغاير سوف تكون أرقامًا مُوجبة، وأن هذه المصفوفة سوف تكون مُتماثلة حول هذا القطر الرئيس، تُعتبر هذه الخصائص بديهيًّا جذابة، إضافة إلى أهميتها من وجهة نظر رياضية، فبالنسبة للتبايُنات لا يُمكن أن تكون سالبة، والتغاير بين سلسلتين لا يتغيَّر أيًّا كان ترتيب السلسلتين وإيجابيَّة التعريف ضروريَّة لضمان ذلك.

كما تُعتبر مصفوفة الارتباطات موجبة التعريف هامَّة في بعض التطبيقات في مجال الماليَّة ونذكر على سبيل المثال أهمِّيتها من وجهة نظر إدارة المخاطر، وهذه الخاصّية هي التي تضمن أنه أيًّا كان وزن السلسلة في محفظة الأصول تكون قيمة المخاطر المقدَّرة دائمًا مُوجبة، لحسن الحظ تُعتبر هذه الخاصّية المرغوبة آليًّا أحد ميزات مصفوفات الارتباطات غير المُتغيِّرة زمنيًّا، والتي تُحسب مُباشرة باستخدام البيانات الفعليَّة، وتظهر حالة شاذة عما سبق ذكره عندما نستخدم طريقة استمثال لاخطِّية في تقدير مصفوفة الارتباط (باعتبارها نماذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات) أو عندما يستخدم مُدير المخاطر قيم مُعدَّلة لبعض الارتباطات، يُمكن أن تكون مصفوفة الارتباط المعدّلة الناتجة مصفوفة موجبة التعريف، كما يُمكن ألا تكون كذلك، وهذا يعتمد على قيم الارتباطات التي تتضمَّنها وقيم الارتباطات المتبقّية، إذا صادف ولم تكن مصفوفة الارتباط مُوجبة التعريف فإن النتيجة هي أنه بالنسبة لبعض معامل ترجيح الأصول الفرديَّة للمحفظة يُمكن أن يكون تباين المحفظة المقدّر سالبًا.

٩,٢٤,٣ النموذج BEKK

(The BEKK model)

يتناول النموذج *BEKK* (كرونر وإنجل (١٩٩٥)) الصعوبة المرتبطة بالنموذج *VECH* والمتمثّلة في ضمان التعريف الموجب[٢] للمصفوفة H، يُمثِّل النموذج *BEKK* كالتالي:

$$H_t = W'W + A'H_{t-1}A + B'\Xi_{t-1}\Xi'_{t-1}B \qquad (٩،١٠٣)$$

(٢) تظهر اللفظيّة الأوائليّة BEKK من كون أن ورقة البحث الأولى ورد فيها بابا وكرافتس (Baba and Krafts) كمشاركين في التأليف.

حيث يُمثّل A و B مصفوفات معلمات من الدرجة $N \times N$ و W مصفوفة معلمات مُثلّثة علويَّة، يُضمن التعريف الموجب لمصفوفة التغاير من خلال الطبيعة التربيعيَّة للحدود الواردة في الجهة اليمنى للمعادلة.

٩,٢٤,٤ تقدير النموذج GARCH مُتعدّد المتغيِّرات

(Model estimation for multivariate GARCH)

في ظل افتراض اعتدال التوزيع الشرطي، يُمكن تقدير معلمات النماذج *GARCH* مُتعدِّدة المتغيِّرات في أيٍ من التوصيفات الواردة أعلاه باستخدام دالة لوغاريتم الإمكان:

$$l(\theta) = -\frac{TN}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(\log|H_t| + \Xi_t H_t^{-1}\Xi_t') \quad (٩،١٠٤)$$

حيث يرمُز θ إلى كل المعلمات غير المعروفة والتي سيجرى تقديرها، N عدد الأصول (أي عدد السلاسل في النظام)، T عدد المشاهدات وتُحافظ كل الرموز الأخرى على دلالاتها كما في السابق، تتبع القيمة مقدَّرة الإمكان الأعظم لـــ θ تقاربيًّا التوزيع الطبيعي، وبالتالي من الممكن تطبيق إجراءات الإحصاء الاستدلالي التقليديَّة، هذا ويتعدّى عرض المزيد من التفاصيل حول عمليَّة التقدير باستخدام الإمكان الأعظم في إطار النماذج *GARCH* مُتعدِّدة المتغيِّرات نطاق هذا الكتاب، لكن يكفي القول إنه مُقارنة بالنماذج أحاديَّة المتغيِّر، يجعل إدراج تعقيدات ومعلمات إضافيَّة إلى النموذج عمليَّة التقدير مُهمَّةً حسابيًّا أكثر صُعوبة على الرغم من أن المبادئ هي أساسًا نفسها.

٩,٢٥ نماذج الارتباط المباشر

(Direct correlation models)

تُحدِّد النماذج *VECH* و *BEKK* ديناميكية التغايرات بين مجموعة من السلاسل، ويتم إنشاء الارتباطات بين أيِّ زوج من السلاسل وفي كل نقطة زمنيَّة بقسمة التغايرات الشرطية بناتج ضرب الانحرافات المعياريَّة الشرطية، كما نُشير إلى أن هناك نهجًا مُختلفًا قليلًا يتمثّل في نمذجة ديناميكيَّة الارتباطات بشكل مُباشر، وهو ما أطلق عليه بوونس وآخرون (٢٠٠٦) (Bauwens *et al.* (2006)) تسمية 'التوليفات اللاخطِّية من النماذج أحاديَّة المتغيِّر' لأسباب سيتم التطرّق إليها في القسم الفرعي التالي.

٩,٢٥,١ نموذج الارتباط الثابت

(The constant correlation model)

هناك طريقة بديلة للتقليص من عدد المعلمات في إطار النماذج MGARCH تشترط أن تكون الارتباطات بين الاضطرابات ϵ_t (أو على نحو مُكافئ بين المتغيِّرات المشاهدة y_t) ثابتة عبر الزمن، وبالتالي على الرغم من أن التغايرات الشرطية ليست ثابتة إلَّا أنها ترتبط بالتبايُنات على النحو المبيَّن في نموذج الارتباط الشرطي الثابت (Constant Conditional Correlation Model) المقترح من قِبَل بولرسلاف (١٩٩٠)، كما تكون التبايُنات الشرطية في نموذج الارتباط الثابت مُماثلة لتباينات مجموعة توصيفات GARCH أحاديَّة المتغيِّر (على الرغم من أنها مُقدَّرة سويًّا):

$$h_{ii,t} = c_i + a_i\epsilon_{i,t-i}^2 + b_i h_{ii,t-1} \quad i = 1, \ldots, N \quad (٩،١٠٥)$$

تُعرَّف عناصر H_t التي تقع خارج القطر بطريقة غير مُباشرة من خلال الارتباطات التي يُرمز إليها بـ ρ_{ij}:

$$h_{ij,t} = \rho_{ij} h_{ii,t}^{1/2} h_{jj,t}^{1/2} \quad i,j = 1, \ldots, N, \quad i < j \qquad (٩،١٠٦)$$

هل من المعقول من الناحية العمليّة افتراض ثبات الارتباطات عبر الزمن؟ طُوِّر العديد من الاختبارات لهذه الفرضيّة، من ذلك اختبار بيرا وكيم (٢٠٠٢) ((Bera and Kim (2002)) الذي يرتكز على مصفوفة المعلومات واختبار مُضاعف لاجرانج المقترح من قبل تسي (٢٠٠٠) ((Tse (2000))، يبدو أن استنتاجات هذه الاختبارات التي تم التوصُّل إليها تتوقَّف على الاختبار الذي تم استخدامُه، لكن يبدو أن هناك أدلة لا يستهان بها ضد ثبات الارتباطات لا سيما في إطار عوائد الأسهم.

٩,٢٥,٢ نموذج الارتباط الشرطي الديناميكي

(The dynamic conditional correlation model)

تتوفَّر العديد من الصياغات المختلفة لنموذج الارتباط الشرطي الديناميكي (Dynamic Conditional Correlation Model) لكنَّ التوصيف الرائج يعود إلى إنجل (٢٠٠٢)، يرتبط هذا النموذج بصياغة نموذج الارتباط الشرطي الثابت المذكورة أعلاه، لكن يُسمح للارتباطات بالتغيُّر عبر الزمن، تُعرَّف مصفوفة التباين والتغاير H_t كالتالي:

$$H_t = D_t R_t D_t \qquad (٩،١٠٧)$$

حيث تحتوي المصفوفة القُطريَّة D_t الانحرافات المعياريَّة الشرطية (أي الجذور التربيعيَّة للتباينات الشرطية المتحصَّل عليها إثر إجراء تقديرات للنماذج GARCH أحاديَّة المتغيِّر لكل سلسلة فرديَّة N) على القطر الرئيس؛ ويمثِّل R_t مصفوفة الارتباط الشرطي، كما نذكر أن إلزام R_t بأن يكون غير مُتغيِّر زمنيًّا من شأنه أن يُؤدي إلى نموذج الارتباط الشرطي الثابت.

هناك العديد من الطرق الصريحة الممكنة لضبط عناصر R_t من بينها نهج التمهيد الأُسِّي الذي تمت مُناقشته في إنجل (٢٠٠٢)، بشكل عام يُمكن تحديد النموذج من النوع MGARCH على النحو التالي:

$$Q_t = S \circ (\iota \iota' - A - B) + A \circ u_{t-1} u'_{t-1} + B \circ Q_{t-1} \qquad (٩،١٠٨)$$

حيث يُمثِّل S مصفوفة الارتباط غير الشرطي لمتَّجه البواقي الموحَّدة معياريًّا (المتحصَّل عليها من المرحلة الأولى للتقدير، انظر أدناه)، $u_t = D_t^{-1}\epsilon_t$. ι هو مُتَّجه جميع عناصره واحد و Q_t مصفوفة التباين والتغاير مُوجبة التعريف مُتماثلة ومن الدرجة $N \text{ x } N$، يرمُز $\circ$ إلى عمليَّة ضرب *هادامار* (Hadamard) أو عمليَّة ضرب المصفوفات عنصرًا بعنصر، يُبسِّط هذا التوصيف لعنصر المقطع عمليَّة التقدير ويُقلِّل من عدد المعلمات التي سيجري تقديرها، إلَّا أنه ليس ضروريًّا، هذا واقترح إنجل (٢٠٠٢) صيغة شبيه بالصيغة GARCH لنمذجة Q_t ديناميكيًّا حيث يتم إنشاء مصفوفة الارتباط الشرطي R_t على النحو التالي:

$$R_t = diag\{Q_t^*\}^{-1} Q_t diag\{Q_t^*\}^{-1} \qquad (٩،١٠٩)$$

حيث يرمُز $diag(.)$ إلى مصفوفة تضم عناصر القطر الرئيس لـ (.) و Q^* مصفوفة تأخذ الجذر التربيعي لكل عُنصر من Q، عمليًّا تُعبِّر هذه العمليَّة عن أخذ التغايرات من Q_t وقسمتها بنتائج ضرب الانحرافات المعياريَّة المناسبة من Q_t^* لإنشاء مصفوفة الارتباطات.

اقترح تسي وتسوي (٢٠٠٢) (Tse and Tsui (2002)) صيغة مُختلفة قليلًا لنموذج الارتباط الشرطي الديناميكي، كما يُمكن تبسيط المعادلة رقم (٩، ١٠٨) بتحديد كلٍّ من A و B كأعداد قياسيَّة بحيث تتبع جميع الارتباطات الشرطية نفس العمليَّة.

يُمكن في مرحلة واحدة تقدير النموذج باستخدام الإمكان الأعظم على الرغم من أن ذلك سوف يكون عمليَّة صعبة في إطار النظم الكبيرة، ونتيجة لذلك دعا إنجل إلى إجراء تقدير النموذج على مرحلتين حيث يتم أوَّلًا نمذجة كل متغيِّر في النظام على حدة كنموذج GARCH أحادي المتغيِّر، نقوم في هذه المرحلة الأولى بإنشاء لوغاريتم دالة الإمكان المشتركة، وهي ببساطة عبارة عن جمع كل الإمكانات العُظمى (وعددها N) للنماذج GARCH الفرديَّة، ثم نقوم في المرحلة الثانية بتعظيم الإمكان الشرطي بالنسبة إلى كل المعلمات غير المعروفة في مصفوفة الارتباط، في المرحلة الثانية للتقدير تتَّخذ دالة لوغاريتم الإمكان الشكل التالي:

$$l(\theta_2|\theta_1) = \sum_{t=1}^{T}(\log|R_t|u_t'R_t^{-1}u_t) \quad (٩،١١٠)$$

حيث يُمثِّل θ_1 كل المعلمات غير المعروفة المقدَّرة في المرحلة الأولى و θ_2 كل المعلمات التي سوف تُقدَّر في المرحلة الثانية، باستخدام إجراء بمرحلتين يكون التقدير مُتَّسقًا لكنه غير كُفء نتيجة لتواصل عدم اليقين الذي يشوب المعلمات من المرحلة الأولى إلى المرحلة الثانية.

٩ ، ٢٦ امتدادات للنموذج GARCH مُتعدِّد المتغيرات الأساسي

(Extensions to the basic multivariate GARCH model)

تم اقتراح العديد من الامتدادات للتوصيف أحادي المتغيِّر، العديد منها رُحِّل إلى الحالة مُتعدِّدة المتغيِّرات، فعلى سبيل المثال يُمكن إدراج حدود التباين أو التغاير الشرطي في مُعادلة المتوسط الشرطي (انظر بولرسلاف وآخرين (١٩٨٨))، وفي إطار التطبيقات الماليَّة حيث تُمثِّل y_t العوائد، يُمكن بشكل عام تفسير معلمات هذه المتغيِّرات بكونها علاوات المخاطرة.

٩ ، ٢٦ ، ١ النموذج GARCH مُتعدِّد المتغيرات غير المُتماثل

(Asymmetric multivariate GARCH)

أصبحت النماذج غير المُتماثلة رائجة جدًّا في التطبيقات العمليَّة حيث يُسمح للتباينات و/ أو التغايرات الشرطية أن يكون لها رد فعل مُختلف إزاء الأحداث الإيجابيَّة والسلبيَّة من نفس الحجم، في إطار تعدُّد المتغيِّرات، يتحقَّق رد الفعل المختلف إزاء الأحداث الإيجابيَّة والسلبيَّة عادة في إطار النمذجة المقترحة من قِبَل جلوستن وآخرين (١٩٩٣) أكثر من التوصيف EGARCH لنيلسون (١٩٩١)، كما اقترح كرونر ونغ (١٩٩٨) على سبيل المثال الإضافة التالية إلى الصيغة BEKK (مع تعديلات بديهيَّة خاصَّة بالنماذج *VECH* و *VECH* القطري):

$$H_t = W'W + A'H_{t-1}A + B'\Xi_{t-1}\Xi_{t-1}'B + D'z_{t-1}z_{t-1}'D \quad (٩،١١١)$$

حيث يُمثِّل z_{t-1} مُتجهًا عموديًّا من الدرجة N تأخذ عناصره القيمة $-\epsilon_{t-1}$ إذا كان العنصر المماثل الوارد في ϵ_{t-1} سالبًا وصفرًا ما عدا ذلك، كما قام كرونر ونغ (١٩٩٨) بتحليل خصائص اللاتماثل التي تتميَّز بها النماذج ذات مصفوفة التغاير المتغيِّرة زمنيًّا، وكشفا عن ثلاثة أشكال مُمكنة للسلوك اللامُتماثل، أوَّلًا: تُظهر مصفوفة التغاير لاتماثلًا في تبايُنها إذا كان التباين الشرطي

لسلسلة ما يتأثّر بإشارة الحدث في تلك السلسلة، تُظهر مصفوفة التغاير لاتماثلًا في التغاير إذا كان التباين الشرطي لسلسلة ما يتأثّر بإشارة الحدث في سلسلة أخرى، أخيرًا: إذا كان التغاير الشرطي يتأثر بإشارة الحدث في عوائد أيّ سلسلة من السلاسل فإن النموذج يُقال أنه يُظهر تغايرًا لامُتماثلًا.

٩,٢٦,٢ افتراضات التوزيع البديلة

(Alternative distributional assumptions)

كما هو الحال بالنسبة لنماذج التقلب التصادُفي و GARCH أحاديَّة المتغيِّر فإن افتراض الاعتدال الشرطي (مُتعدِّد المتغيِّرات) لا يُمكن أن يُولِّد أطراف توزيع سميكة بما فيه الكفاية لنمذجة دقيقة لخصائص توزيع البيانات الماليَّة، كما يُمكن الحصول على أفضل تقريب للتوزيعات الفعليَّة للسلاسل الزمنيَّة (وخصوصًا السلاسل الماليَّة) باستخدام التوزيع تي لستيورنت، يظل تقدير مثل هذا النموذج مُمكنًا باستخدام الإمكان الأعظم لكن باستخدام دالة إمكان مُغايرة (وأكثر تعقيدًا)، سوف تتضمَّن الصيغة العاديَّة تقدير معلمة وحيدة لدرجات الحريَّة التي ستُطبَّق على جميع السلاسل في النظام كجزء من العمليَّة، كما أن لهذا النهج عيبًا مُحتملًا إضافيًّا، وهو أن سماكة طرف التوزيع المتمثِّلة في معلمة درجات الحريَّة ثابتة عبر الزمن، لذلك اقترح بروكس، بورك وآخرون (٢٠٠٥) نموذجًا يتخطَّى أوجه القصور هذه، ومع ذلك يظل تحديد بعض القيود أمرًا مطلوبًا، وثمَّة مسألة أخرى وهي ما مدى التواء التوزيع غير الشرطي للصدمات، إذا كان الحال كذلك فإن النموذج المبنيَّ على التوزيع تي لستيورنت لن يكون مُناسبًا، ويجب استخدام توزيع بديل على غرار التوزيع تي الملتوي متعدِّد المتغيِّرات المقترح من قبل باوينز ولوران (٢٠٠٢).

على الرغم من أن هناك العديد من الإضافات الأخرى التي يُمكن تصوُّرها للنماذج الأساسيَّة، على غرار النموذج MGARCH الدوري أو الموسمي، إلَّا أن مجموعة التوصيفات المستخدمة في الكتابات المتاحة أضيق من توصيفات النماذج أحاديَّة المتغيِّر، وتتمثَّل نقطة الضعف الرئيسة، حتى بالنسبة إلى النماذج الأشح المذكورة أعلاه، في كون عدد معلمات هذه النماذج مُرتفعًا جدًّا، ورغم ذلك ما تزال العديد من التطبيقات المحتملة في مجال الاقتصاد والماليَّة تُجرى في إطار نظم ذات أبعاد مُرتفعة (من قبيل توزيع الأصول بين عدد من الأسهم)، وبالتالي من النماذج المبتكرة الهامَّة نجد استحداث النماذج المتعامدة والنماذج ذات العوامل المشار إليهما سابقًا يشترك كلاهُما في نفس الفكرة الأساسية، وهي أنه بفرض هيكل معيَّن على مصفوفة التباين والتغاير من الممكن التوصُّل إلى صيغة مُبسَّطة.

٩,٢٧ النموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات لتسعير الأصول الرأسماليَّة ذات تغايُرات مُتغيِّرة عبر الزمن

(A multivariate GARCH model for the CAPM with time-varying covariances)

قام بولرسلاف، إنجل وولدريدج (١٩٩٨) بتقدير النموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات على عوائد أذون الخزانة الأمريكيَّة، عوائد الأسهم المضمونة (Gilts) وعوائد الأسهم، تتكوَّن البيانات المستخدمة من فائض عوائد فترة الاحتفاظ المحسوبة لأذون الخزانة الأمريكيَّة لمدة ستة أشهر، سندات الخزانة الأمريكيَّة لمدة عشرين سنة، وعوائد المؤشر المرجّح لقيمة أسهم بورصة نيويورك الواردة في سجل مركز بحوث أسعار الأوراق الماليَّة، تمتد البيانات من الربع الأول لسنة ١٩٥٩ (1959Q1) إلى الربع الثاني من سنة ١٩٨٤ (1984Q2) أي ما مجموعه ١٠٢ مُشاهدة.

كما تم استخدام نموذج GARCH-M مُتعدِّد المتغيِّرات من النوع *VECH* القُطري إلى جانب استخدام خوارزميَّة بيرند وآخرين (١٩٧٤) في تقدير المعاملات بالإمكان الأعظم، هذا ويسهل عرض القيم المقدَّرة لمعاملات مُعادلات المتوسط والتباين الشرطيين على التوالي كما في المعادلات التالية:

$$\begin{vmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.070 \\ (0{,}032) \\ -4{,}342 \\ (1{,}030) \\ -3{,}117 \\ (0{,}710) \end{vmatrix} + \underset{(0{,}160)}{0{,}499} \sum_j w_{jt-1} \begin{vmatrix} h_{1jt} \\ h_{2jt} \\ h_{3jt} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{vmatrix} \tag{١١٢،٩}$$

$$\begin{vmatrix} h_{11t} \\ h_{12t} \\ h_{22t} \\ h_{13t} \\ h_{23t} \\ h_{33t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underset{(0.004)}{0.011} \\ \underset{(0.062)}{0.176} \\ \underset{(6.372)}{13.305} \\ \underset{(0.009)}{0.018} \\ \underset{(2.820)}{5.143} \\ \underset{(1.466)}{2.083} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \underset{(0.105)}{0.445}\,\varepsilon_{1t-1}^2 \\ \underset{(0.092)}{0.233\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1}} \\ \underset{(0.113)}{0.188\varepsilon_{2t-1}^2} \\ \underset{(0.132)}{0.197\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{3t-1}} \\ \underset{(0.092)}{0.165\varepsilon_{2t-1}\varepsilon_{3t-1}} \\ \underset{(0.066)}{0.078\varepsilon_{3t-1}^2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \underset{(0.056)}{0.466h_{11t-1}} \\ \underset{(0.052)}{0.598h_{12t-1}} \\ \underset{(0.215)}{0.441h_{22t-1}} \\ \underset{(0.361)}{-0.362h_{13t-1}} \\ \underset{(0.338)}{-0.348h_{23t-1}} \\ \underset{(0.333)}{0.469h_{33t-1}} \end{vmatrix} \tag{١١٣،٩}$$

المصدر: بولرسلاف، إنجل وولدريدج (١٩٩٨)، أعيد نشره بترخيص من مطبعة جامعة شيكاغو.

حيث يُمثِّل y_{jt} العوائد، w_{jt-1} مجموعة مُتَّجهات قيم الأوزان في الزمن $t-1$، ويُشير $i = 1.2.3$ إلى الأذونات، السندات والأسهم على التوالي، وترد الانحرافات المعياريَّة بين قوسين، لننظر الآن في الآثار التي تترتب عن علامات، أحجام ومعنويات قيم المعاملات المقدَّرة الواردة في المعادلات رقم (١١٢،٩) و (١١٣،٩)، تُمَثِّل قيمة المعامل في مُعادلة المتوسط الشرطي المساوية لـــ ٠,٤٩٩ مقياسًا إجماليًّا لتجنُّب المخاطر النسبيَّة وتُفسَّر أيضًا على أنها تُمَثِّل مُوازنة (مُفاضلة) السوق بين العائد والمخاطرة، يُعطي مُعامل التباين هذا المدرج في معادلة المتوسط الشرطي، العائد الإضافي المطلوب تعويضًا عن تحمل وحدة إضافيَّة من التباين (المخاطرة)، أمَّا مُعاملات المقطع للسندات والأسهم في مُعادلات المتوسط الشرطي فهي سالبة للغاية وإحصائيًّا معنوية جدًّا، يرى المؤلفون أن هذا يُعدُّ أمرًا مُتوقَّعًا؛ لأن المعاملات الضريبيَّة التفضيليَّة التي يحظى بها الاستثمار في الأصول طويلة الأجل تُشجِّع المستثمرين على الاحتفاظ بهذه الأصول حتى وإن كانت نسب العائد مُنخفضة نسبيًّا.

يُعتبر الهيكل الديناميكي في مُعادلات التباين والتغاير الشرطي الأقوى بالنسبة للأذونات والسندات وضعيفًا للغاية بالنسبة للأسهم، وهذا ما يتَّضح من المعنويات الإحصائيَّة لكل منهم، في الواقع ولا معلمة من معلمات مُعادلات التباين والتغاير الشرطي لمعادلات عوائد الأسهم معنويَّة عند المستوى ٥٪، كما نذكر أن التغاير غير الشرطي بين الأذونات والسندات مُوجب في حين أنه سالب بين الأذونات والأسهم وبين السندات والأسهم، ويرجع ذلك لكون معلمات التغاير الشرطي المتباطئ سالبة في الحالتين الأخيرتين، وأكبر من حيث قيمها المطلقة من معاملات الضرب التقاطُعي للأخطاء المتباطئة المقابلة.

أخيرًا تُعتبر درجة الثبات (Degree of persistence) في التباين الشرطي (التي تُحدَّد بـ $\alpha_1 + \beta$) والتي تُجسِّد درجة تَعَنُّد التقلب، كبيرة نسبيًّا بالنسبة لمعادلة الأذونات، لكنَّها وبشكل مُفاجئ ضئيلة بالنسبة للسندات والأسهم إذا ما نظرنا إلى نتائج أوراق البحث الأخرى التي تتعلق بنفس الموضوع.

٩ ,٢٨ تقدير نسبة التحوُّط المتغيِّرة مع الزمن لعوائد مُؤشر أسهم FTSE

(Estimating a time-varying hedge ratio for FTSE stock index returns)

قام بروكس، هنري وبيرساند (٢٠٠٢) في ورقة بحث لهم بمقارنة فعاليَّة التحوُّط استنادًا إلى نسب التحوُّط المشتقَّة من عديد التوصيفات GARCH مُتعدِّدة المتغيِّرات مع تلك المستمدَّة من تقنيات أخرى أبسط، نُناقش فيما يلي البعض من نتائجهم الرئيسة.

٩ ,٢٨ ,١ معلومات أساسيَّة

(Background)

هناك العديد من البحوث التجريبيَّة عن حساب نسب التحوُّط المثلى، كما نجد إجماعًا عامًّا على أن استخدام النماذج GARCH مُتعدِّدة المتغيِّرات (MGARCH) يمنح أداءات تتفوَّق على كل من التحوُّطات الثابتة عبر الزمن أو تحوطات المربعات الصُّغرى العاديَّة المتدرِّجة، ويتَّضح ذلك من انخفاض تقلبات المحفظة، فعلى سبيل المثال ذكر تشيكاتي، كومبي وفيجلفسكي (١٩٨٨) (Cecchetti, Cumby and Figlewski (1988))، مايرز وتومسون (١٩٨٩) (Myers and Thompson (1989)) وبيلي ومايرز (١٩٩١) أن أسعار السلع الأساسيَّة تتميَّز بمصفوفات تغاير مُتغيِّرة مع الزمن، وبما أن الأنباء بخصوص الأسعار الفوريَّة والمستقبلية تصل إلى السوق على شكل رزم مُنفصلة فإن مصفوفة التغاير الشرطي، وبالتالي نسبة التحوُّط المثلى، تُصبح مُتغيِّرة مع الزمن، كما استخدم بيلي ومايرز (١٩٩١) وكذلك كرونر وسلطان (١٩٩٣) (Kroner and Sultan (1993)) من بين آخرين النماذج MGARCH لالتقاط التغيُّر الزمني في مصفوفة التغاير ولتقدير نسبة التحوُّط الناتجة عن ذلك.

٩ ,٢٨ ,٢ الترميز (Notation)

لنأخذ F_t و S_t على أنَّهما يُمثِّلان لوغاريتم مؤشر الأسهم ولوغاريتم مؤشر أسعار الأسهم المستقبلية على التوالي، يكون العائد الحقيقي على المركز الفوري المحتفظ به بين الزمن $t-1$ والزمن t كالتالي: $\Delta S_t = S_t - S_{t-1}$، وعلى نحو مُماثل فإن العائد الحقيقي على المركز المستقبلي هو: $\Delta F_t = F_t - F_{t-1}$، غير أنه في الزمن $t-1$ يُمكن كتابة العائد المتوقَّع، أي $E_{t-1}(R_t)$، للمحفظة الماليَّة المؤلفة من وحدة واحدة من مؤشر الأسهم و β وحدات من العقد المستقبلي كالتالي:

$$E_{t-1}(R_t) = E_{t-1}(\Delta S_t) - \beta_{t-1} E_{t-1}(\Delta F_t) \tag{٩،١١٤}$$

حيث يُمثِّل β_{t-1} نسبة التحوُّط المحدَّد في الزمن $t-1$ والمستخدم في الفترة t، هذا ويُمكن كتابة تباين العائد المتوقَّع للمحفظة، أي $h_{p,t}$، كالتالي:

$$h_{p,t} = h_{s,t} + \beta_{t-1}^2 h_{F,t} - 2\beta_{t-1} h_{SF,t} \tag{٩،١١٥}$$

حيث يُمثِّل $h_{p,t}$، $h_{s,t}$ و $h_{F,t}$ على التوالي التبايُنات الشرطية للمحفظة وللمراكز الفوريَّة والمستقبلية، كما يُمثِّل $h_{SF,t}$ التغاير الشرطي بين المركز الفوري والمركز المستقبلي، أمَّا بالنسبة لـــ β_{t-1}^* الذي يُمثِّل العدد الأمثل للعقود المستقبلية في محفظة المستثمر، أي نسبة التحوُّط المثلى، فهو كالتالي:

$$\beta_{t-1}^* = -\frac{h_{SF,t}}{h_{F,t}} \qquad (٩،١١٦)$$

إذا كانت مصفوفة التباين والتغاير ثابتة مع الزمن (وإذا لم يكن بين F_t و S_t تكامُلًا مُشترَكًا) فإنه يُمكن الحصول على القيمة المقدَّرة لــــ β^*، أي نسبة التحوُّط المثلى الثابتة، من معامل الميل المقدَّر b في الانحدار التالي:

$$\Delta S_t = a + b\Delta F_t + u_t \qquad (٩،١١٧)$$

نتحصَّل على القيمة المقدَّرة لنسبة التحوُّط المثلى باستخدام المربعات الصُّغرى العاديَّة كالتالي: $b = \frac{h_{SF}}{h_F}$.

٩,٢٨,٣ البيانات والنتائج

(Data and results)

تتألف البيانات المستخدمة في دراسة بروكس، هنري وبيرساند (٢٠٠٢) من ٣٥٨٠ مُشاهدة يوميَّة لمؤشر الأسهم FTSE 100 وللعقود المستقبليَّة على مُؤشرات أسعار الأسهم والتي تشمل الفترة بين ١ يناير ١٩٨٥ و ٩ أبريل ١٩٩٩، هذا وتم دراسة العديد من نهج تقدير نسبة التحوُّط المثلى.

تم في بداية الأمر تقييم فعاليَّة التحوُّط داخل العيِّنة حيث تم إنشاء وتقييم التحوُّطات باستخدام نفس مجموعة البيانات، كما تم بحث فعاليَّة التحوُّط خارج العيِّنة لأفق تحوُّط بيوم واحد من خلال إنشاء تنبُّؤات بيوم واحد للمستقبل للتباين الشرطي للسلاسل المستقبلية وللتغاير الشرطي بين السلاسل الفوريَّة و المستقبلية، تُحوِّل هذه التنبُّؤات بعد ذلك إلى نسب تحوُّط باستخدام المعادلة رقم (٩،١١٦)، هذا وتم فحص أداء تحوُّط الصيغة *BEKK* وكذلك فحص أداء التحوُّط باستخدام النموذج *BEKK* المتضمَّن لحدود عدم التماثل (على نفس منوال النماذج GJR)، ترد عوائد وتبايُنات مُختلف إستراتيجيات التحوُّط في الجدول رقم (٩,٥).

أمَّا النهج الأبسط والذي يرد في العمود (٢) فيتمثَّل في عدم وجود تحوُّط على الإطلاق، في هذه الحالة تضم المحفظة ببساطة مركزًا طويل على سوق التعامل النقدي، نذكر كذلك أن هذا النهج قادر على تحقيق عوائد مُوجبة هامَّة داخل العيِّنة لكن تفاوت عوائد المحفظة يكون مُرتفعًا، وعلى الرغم من أن كل الإستراتيجيات البديلة لا تستطيع تحقيق عوائد تختلف معنويًّا عن الصفر، سواء في العيِّنة أو خارجها، إلَّا أنه من الواضح من خلال الأعمدة (٣)-(٥) من الجدول رقم (٩,٥) أن أي تحوُّط يُولِّد تفاوت عوائد أقل بكثير ممَّا هو عليه في حالة عدم وجود تحوُّط على الإطلاق.

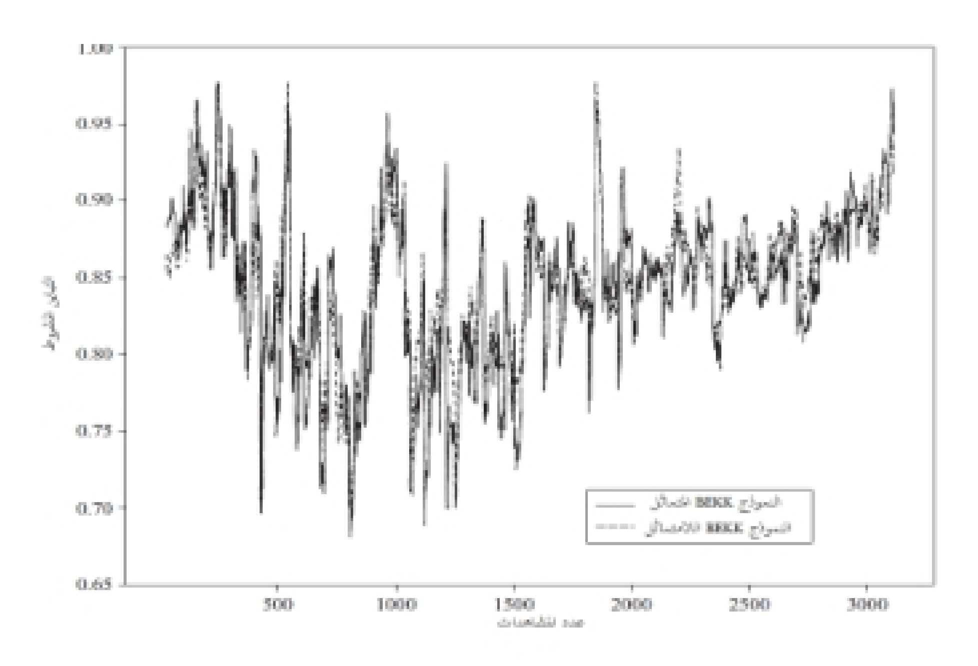
الجدول رقم (٩,٥) فعالية التحوط: إحصاءات مُوجزة عن عوائد المحافظ

داخل العيّنة				
	غير متحوّط $\beta = 0$	تحوّط ضعيف $\beta = -1$	تحوّط مُتماثل مُتغيّر مع الزمن $\beta_t = \frac{h_{FS,t}}{h_{F,t}}$	تحوّط لامُتماثل مُتغيّر مع الزمن $\beta_t = \frac{h_{FS,t}}{h_{F,t}}$
(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
العائد	٠,٠٣٨٩	٠,٠٠٠٣-	٠,٠٠٦١	٠,٠٠٦٠
	{٢,٣٧١٣}	{٠,٠٣٥١-}	{٠,٩٥٦٢}	{٠,٩٥٨٠}
التباين	٠,٨٢٨٦	٠,١٧١٨	٠,١٢٤٠	٠,١٢١١
خارج العيّنة				
	غير متحوّط	تحوّط ضعيف	تحوّط مُتماثل مُتغيّر مع الزمن	تحوّط لامُتماثل مُتغيّر مع الزمن
	$\beta = 0$	$\beta = -1$	$\beta_t = \frac{h_{FS,t}}{h_{F,t}}$	$\beta_t = \frac{h_{FS,t}}{h_{F,t}}$
العائد	٠,٠٨١٩	٠,٠٠٠٤-	٠,٠١٢٠	٠,٠١٤٠
	{١,٤٩٥٨}	{٠,٠٢١٦}	{٠,٧٧٦١}	{٠,٩٠٨٣}
التباين	١,٤٩٧٢	٠,١٦٩٦	٠,١١٨٦	٠,١١٨٨

مُلاحظة: النسب تي معروضة بين {.}.

المصدر: بروكس، هنري وبيرساند (٢٠٠٢).

بالنسبة للتحوّط "الضعيف" والذي يتطلّب وحدة واحدة من العقد المستقبلي قصير الأجل عن كل وحدة من العقد الفوري، لكنَّه لا يسمح للتحوُّط بأن يتغيّر مع الزمن، فإنه يُولِّد انخفاضًا في التباين في حدود ٨٠٪ داخل العيّنة وما يُقارب ٩٠٪ خارج العيّنة مُقارنة مع المركز غير المُتحوّط، عند السماح لنسبة التحوُّط بأن تكون مُتغيِّرة مع الزمن وعندما تكون مُحدَّدة من النموذج GARCH المتماثل والمتعدِّد المتغيّرات فإن ذلك يُؤدي إلى مزيد من الانخفاض كنسبة من تباين المركز غير المُتحوِّط بـــ ٥٪ و ٢٪ على التوالي داخل العيّنة وفي العيّنة المستبعدة، أمَّا السماح بأن يكون للتباين الشرطي استجابة لامُتماثلة للصدمات الموجبة والسالبة فيؤدي إلى انخفاض جد مُتواضع في التباين داخل العيّنة (انخفاض إضافي بـ ٠,٥٪ من القيمة الأوَّلية) وعمليًّا دون تغيير يُذكر في قيمة التباين خارج العيّنة.



الشكل رقم (٩,٥) نسب التحوُّط المتغيِّرة مع الزمن لعوائد مؤشر FTSE المشتقَّة من النماذج BEKK المتماثلة واللاَّمتماثلة.

يرسُم الشكل رقم (٩,٥) بيانيًّا نسبة التحوُّط المتغيِّرة مع الزمن والمتحصَّل عليها من النماذج MGARCH المتماثلة واللامُتماثلة، نذكر أن نسبة التحوُّط المثلى لم تتجاوز قط ٠,٩٦ عقد مُستقبلي لكل عقد مُؤشر، بقيمة مُتوسِّطة تبلغ ٠,٨٢ عقد مستقبلي مُباع لكل عقد مُؤشر طويل الأجل، أمَّا تباين نسبة التحوُّط المثلى المقدَّرة فتبلغ ٠,٠٠١٩، وعلاوة عن ذلك تبدو سلسلة نسب التحوُّط المثلى المتحصَّل عليها من خلال تقدير النموذج GARCH المتماثل سلسلة ساكنة.

هذا ورُفض اختبار ADF لفرضيَّة العدم $\beta_{t-1}^{*} \sim I(1)$ (أي أن نسبة التحوط المثلى المتحصَّل عليها من النموذج BEKK اللامتماثل تحتوي على جذر الوحدة) بشدَّة من قبل البيانات (إحصاءة ADF = -٥,٧٢١٥ والقيمة الحرجة عند المستوى ٥٪ = -٢,٨٦٣٠)، ويتطلَّب التحوُّط المتغيِّر مع الزمن مُقارنة بالتحوُّط الثابت عبر الزمن، بيع (شراء) عدد أقل من العقود المستقبلية لكل عقد مُؤشر طويل الأجل (قصير الأجل) وبالتالي يُوفِّر على الشركة التعرُّض لمخاطر النقدية على المدى القصير، ومن بين التفسيرات الممكنة لتفوُّق أداء الإستراتيجيات الديناميكيَّة على التحوُّط الضعيف، نذكر أن التحوُّط الديناميكي يستخدم معلومات المدى القصير، في حين تقود اعتبارات المدى الطويل وفرضيَّة أن العلاقة بين حركات الأسعار الفوريَّة والمستقبلية هي ١:١ التحوُّط الضعيف.

كما قام بروكس، هنري وبيرساند بدراسة أداء التحوُّط للعديد من النماذج باستخدام نهج حديث لإدارة المخاطر، ووجدوا مُجدَّدًا أن التحوُّط المتغيِّر مع الزمن يُفضي إلى تحسُّن ملحوظ في النتائج، لكنَّ أخْذَ عدم التماثل بعين الاعتبار لن يترتب عنه سوى تخفيض إضافي زهيد في خطر المحفظة المتحوّطة.

٩,٢٩ نماذج التقلب التصادُفي مُتعدِّدة المتغيِّرات

(Multivariate stochastic volatility models)

كما في حالة المتغيِّر الواحد وعلى الرغم من أن مُصطلح 'التقلب التصادُفي' يُستخدم عادة في وصف النماذج من فئة GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات، إلَّا أن هذا المصطلح غير مُناسب تمامًا في هذا الإطار، ويرجع ذلك لكون مُعادلات التباين والتغاير الشرطي تُعتبر مُعادلات حتميَّة بالنظر إلى المعلومات التي تتضمَّنها الفترة السابقة، ومعنى ذلك أنه ليس هناك مصدر إضافي للتشويش في مُعادلة التباين (أو التغاير) الشرطي للنموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات.

كان اقتراح نموذج التقلب التصادُفي مُتعدِّد المتغيِّرات مُبادرة من هارفي، رويز وشيفارد (١٩٩٤) والترميز المستخدم هنا يشبه إلى حد كبير ترميزهم، لنأخذ y_{it} على أنه عناصر مُتَّجه مُشاهدات من الدرجة $N \times 1$ في الزمن t للسلسلة i وبتباين σ_t^2 مُتغيِّر مع الزمن، مُعرَّفًا كالتالي:

$$y_{it} = \epsilon_{it}(\exp\{h_{it}\})^{1/2} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \tag{٩،١١٨}$$

حيث يُمثِّل $\epsilon = (\epsilon_{1t}, \dots, \epsilon_{Nt})$ مُتَّجه الاضطرابات بمُتوسِّط صفري وبمصفوفة تغاير Σ_ϵ وحيث:

$$h_{it} = \log(\sigma_{it}^2) \tag{٩،١١٩}$$

تُحدَّد مصفوفة التغاير Σ_ϵ بحيث تكون عناصر قُطرها الرئيس مُساوية لواحد صحيح (ولذلك فهي أيضًا مصفوفة الارتباط) في حين يُرمز إلى العناصر خارج القطر الرئيس بـــ ρ_{ij}.

في إطار نموذج التقلب التصادُفي يُمكن تحديد h_{it} بحيث تسير وفق عمليَّة انحدار ذاتي من الدرجة P:

$$h_{it} = \gamma_i + \sum_{p=1}^{P} \psi_{ip} h_{i,t-p} + \eta_{it} \quad i = 1, \dots, N \tag{٩،١٢٠}$$

حيث يُمثِّل $\eta_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{Nt})$ مُتَّجه اضطرابات التباين الشرطي، بمتوسِّط صفري وبمصفوفة تغاير Σ_η، كما يُفترض عادة أن ϵ_{it} و η_{it} مُستقلان فيما بينهما ومُوزَّعان حسب التوزيع الطبيعي مُتعدِّد المتغيِّرات، عادة ما يُعتبر $P = 1$ كافيًا، وبهذا تكون ديناميكيات التباين لكل سلسلة في النظام عمليَّة AR(1)، كما يُمكن إضافة حدود المتوسِّط المتحرِّك، أو حتى مُتغيِّرات خارجيَّة إلى توصيف التباين، لكن ذلك نادر عمليًّا.

ومن الجدير بالذكر أنه يُشترط في هذا النموذج أن تكون الارتباطات ρ_{ij} بين اضطرابات مُعادلة المتوسِّط ثابتة عبر الزمن، وبالتالي فإن التغايُرات بين السلاسل N تتبع دالة في التبايُنات بدلًا من أن تكون مُستقلَّة فيما بينها، تُضاهي هذه الصيغة النموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات ذا الارتباط الشرطي الثابت المقترح من قبل بولرسلاف (١٩٩٠) والمناقَش أدناه، وتُمثِّل أحد أوجه القصور الهامة للنموذج، غير أن ذلك يعني ضمنًا أن نماذج التقلب التصادُفي مُتعدِّدة المتغيِّرات شحيحة للغاية، وأن عدد المعلمات يصعد مُباشرة مع عدد المتغيِّرات التي في النظام، على سبيل المثال، في إطار نموذج التقلب التصادُفي ثُنائي المتغيِّرات، هناك ثماني معلمات سيجري تقديرها[٣].

---

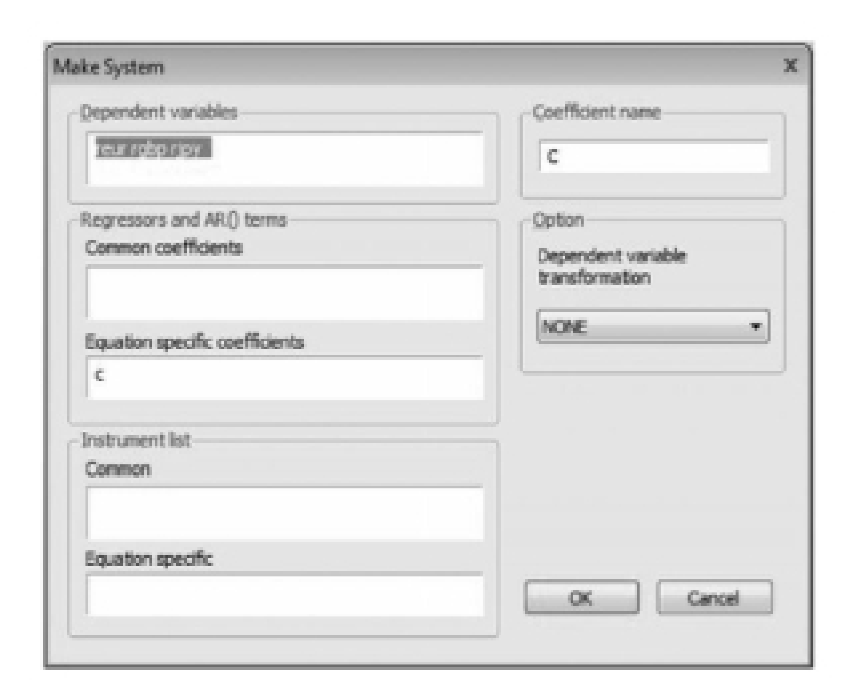
(٣) وهذا يُقابل تسع مُتغيِّرات بالنسبة إلى النموذج VECH MGARCH القُطري و ٢١ مُتغيِّرًا بالنسبة إلى النموذج MGARCH غير المُقيَّد.

اقترح هارفي وآخرون (١٩٩٤) تقدير النموذج باستخدام شبه الإمكان الأعظم بواسطة مُرشّح كالمان (Kalman Filter)، غير أن دانيلسون (١٩٩٨) يرى أن طريقة استخدامهم لشبه الإمكان الأعظم تفتقر إلى الكفاءة، ووفقًا لما اقترحه جاكيي، بولسون وروسي (١٩٩٥) ((Jacquier, Polson and Rossi (1995))، هناك نهج بديل لتقدير نماذج التقلب التصادُفي مُتعدِّدة المتغيِّرات يتمثَّل في الاستفادة من طرق سلسلة ماركوف مونتي كارلو البايزيَّة (Bayesian Markov Chain Monte Carlo)[٤].

٩,٣٠ تقدير النماذج GARCH مُتعدّدة المتغيّرات باستخدام إفيوز

(Estimating multivariate GARCH models using EViews)

لتقدير مثل هذا النموذج نحتاج أولًا إلى إنشاء نظام يحتوي على المتغيِّرات التي سيتم استخدامها، **تحدِّد المتغيِّرات الثلاث** **'reur'**، **'rgbp'** و **'rjpy'** ثم ننقر فوق **زر الفأرة الأيمن**، نختار **Open/as System**، وسوف تظهر لقطة الشاشة رقم (٩,٦).



لقطة الشاشة رقم (٩,٦) إعداد النظام.

وبما أنه لن يتم استخدام أيّة مُتغيِّرات مُفسِّرة في مُعادلة التباين الشرطية فيُمكن الاحتفاظ بكل الخيارات الافتراضية، لذا يكفي النقر فوق **OK**، سيظهر إطار النظام الذي يحتوي على ثلاث مُعادلات لا تتضمَّن سوى مقاطع، ثم ننقر بعد ذلك فوق **Proc/Estimate...** من النافذة 'System Estimation' (تقدير النظام)، نقوم بتغيير 'Estimation method' (طريقة التقدير) إلى **ARCH – Conditional Heteroscedasticity** وسوف تظهر لقطة الشاشة رقم (٩,٧).

(٤) انظر: تشيب وغرينبرغ (١٩٩٦) ((Chib and Greenberg (1996)) لمناقشة مُبسّطة ولكن تقنية جدًا عن تعقيدات طريقة سلسلة ماركوف مونتي كارلو البايزيّة.

لقطة الشاشة رقم (٩,٧) خيارات تقدير النموذج **GARCH** مُتعدّدة المتغيِّرات.

يسمح إفيوز بتقدير ثلاث فئات مُهِمّة من النماذج GARCH مُتعدِّدة المتغيِّرات وهي: النموذج VECH القُطري، نموذج الارتباط الشرطي الثابت، ونموذج BEKK القُطري، بالنسبة إلى توزيع الخطأ يُمكن استخدام إمَّا التوزيع الطبيعي مُتعدِّد المتغيِّرات، أو التوزيع تي لستيورنت مُتعدِّد المتغيِّرات، هذا ويُمكن إدراج مُتغيِّرات خارجيَّة إضافيَّة في مُعادلة التباين والأخذ بعين الاعتبار اللاتماثل.

يُمكن من خلال النقر فوق علامة التبويب Options (خيارات) تمكين المستخدم من تعديل الإعدادات المستخدمة في عمليَّة الاستمثال، يُمكن أن تكون هذه الإعدادات مُفيدة في حالة وجود مشاكل عند تقدير النموذج كعدم التقارب، أو إفضاء التقارب إلى قيم معلمات مُقدَّرة غير معقولة، نترك كل هذه الخيارات على حالتها الافتراضية وعند النقر فوق **OK** نتحصَّل على النتائج التالية[٥].

يعرض الجزء الأوَّل من الجدول القيم المقدَّرة لمعادلة المتوسط الشرطي، لم يُستخدم في هذا المثال سوى مقاطع في مُعادلات المتوسِّط، أمَّا الجزء التالي فيُظهر مُعاملات مُعادلات التباين، تتبعها بعض مقاييس جودة التوفيق للنموذج ككل، وكذلك لكل مُعادلة من مُعادلات المتوسِّط الفرديَّة، كما يعرض الجزء الأخير من الجدول مُعاملات التباين المحوَّلة، وهي في هذه الحالة مُطابقة لقائمة مُعاملات التباين بما أنه عندما تكون الأخطاء طبيعيَّة فإنه لا يتم إجراء أيّ تحويل (تختلف هذه المعاملات فقط في حالة استخدام التوصيف تي لستيورنت)، من الواضح أن قيم المعاملات المقدَّرة كلها على حد السواء منطقيَّة ومعنويَّة إحصائيًّا.

هناك عدد من الخطوات المفيدة الأخرى التي يُمكن القيام بها بمُجرَّد تقدير النموذج، تتوفَّر جميعها بالنقر فوق الزر 'View' (عرض)، فعلى سبيل المثال، يُمكننا رسم سلسلة البواقي بيانيًّا أو تقدير الارتباطات بينها، وبالنقر أيضا فوق 'Conditional variance' يُمكننا الحصول على قائمة بقيم التباينات الشرطية والتغايرات أو الارتباطات عبر الزمن أو كذلك رسمها بيانيًّا، كما نستطيع إضافة إلى ذلك القيام باختبار الارتباط الذاتي واعتدال الأخطاء.

(٥) تتجلّى صعوبة هذا النموذج في كونه يتطلّب عند تقديره وقتًا أطول من كلٍّ من النموذج GARCH أحاديّ المتغيّر والنماذج الأخرى التي استعرضناها سابقًا.

System: UNTITLED
Estimation Method: ARCH Maximum Likelihood (Marquardt)
Covariance specification: Diagonal VECH
Date: 08/06/13 Time: 05:50
Sample: 7/08/2002 6/06/2013
Included observations: 3987
Total system (balanced) observations 11961
Presample covariance: backcast (parameter = 0.7)
Convergence achieved after 15 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	−0.014665	0.006099	−2.404605	0.0162
C(2)	−0.010580	0.005707	−1.853937	0.0637
C(3)	0.008758	0.006197	1.413283	0.1576
	Variance Equation Coefficients			
C(4)	0.000758	0.000142	5.333032	0.000
C(5)	0.000811	0.000118	6.893582	0.000
C(6)	0.000972	0.000138	7.057098	0.000
C(7)	0.000955	0.000151	6.329567	0.000
C(8)	0.000899	0.000134	6.729971	0.000
C(9)	0.005043	0.000437	11.53342	0.000
C(10)	0.029060	0.001835	15.83992	0.000
C(11)	0.025820	0.001535	16.81733	0.000
C(12)	0.034765	0.002368	14.67968	0.000
C(13)	0.030542	0.001972	15.48565	0.000
C(14)	0.036163	0.002608	13.86502	0.000
C(15)	0.054571	0.003427	15.92236	0.000
C(16)	0.967396	0.001849	523.0839	0.000
C(17)	0.966886	0.001784	542.0472	0.000
C(18)	0.953080	0.003015	316.1549	0.000
C(19)	0.963545	0.002291	420.5394	0.000
C(20)	0.946951	0.003561	265.9424	0.000
C(21)	0.923789	0.004770	193.6745	0.000

Log likelihood	−4949.970	Schwarz criterion	2.526724
Avg. log likelihood	−0.413842	Hannan-Quinn criter.	2.505336
Akaike info criterion	2.493589		

Equation: REUR = C(1)			
R-squared	−0.000232	Mean dependent var	−0.007413
Adjusted R-squared	−0.000232	S.D. dependent var	0.476621
S.E. of regression	0.476676	Sum squared resid	905.6991
Prob(F-statistic)	1.694663		
Equation: RGBP = C(2)			
R-squared	−0.000548	Mean dependent var	−0.000226
Adjusted R-squared	−0.000548	S.D. dependent var	0.442446
S.E. of regression	0.442568	Sum squared resid	780.7222
Prob(F-statistic)	1.580781		
Equation: RJPY = C(3)			
R-squared	−0.000813	Mean dependent var	−0.004699
Adjusted R-squared	−0.000813	S.D. dependent var	0.471950
S.E. of regression	0.472142	Sum squared resid	888.5516
Prob(F-statistic)	1.704282		

Covariance specification: Diagonal VECH
GARCH = M + A1.*RESID(−1)*RESID(−1)' + B1.*GARCH(−1)
M is an indefinite matrix
A1 is an indefinite matrix
B1 is an indefinite matrix

Transformed Variance Coefficients

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M(1,1)	0.000758	0.000142	5.333032	0.000
M(1,2)	0.000811	0.000118	6.893582	0.000
M(1,3)	0.000972	0.000138	7.057098	0.000
M(2,2)	0.000955	0.000151	6.329567	0.000
M(2,3)	0.000899	0.000134	6.729971	0.000
M(3,3)	0.005043	0.000437	11.53342	0.000
A1(1,1)	0.029060	0.001835	15.83992	0.000
A1(1,2)	0.025820	0.001535	16.81733	0.000
A1(1,3)	0.034765	0.002368	14.67968	0.000
A1(2,2)	0.030542	0.001972	15.48565	0.000
A1(2,3)	0.036163	0.002608	13.86502	0.000
A1(3,3)	0.054571	0.003427	15.92236	0.000
B1(1,1)	0.967396	0.001849	523.0839	0.000
B1(1,2)	0.966886	0.001784	542.0472	0.000
B1(1,3)	0.953080	0.003015	316.1549	0.000
B1(2,2)	0.963545	0.002291	420.5394	0.000
B1(2,3)	0.946951	0.003561	265.9424	0.000
B1(3,3)	0.923789	0.004770	193.6745	0.000

* مُعاملات المصفوفة ليست شبه مُوجبة التعريف.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- اللاخطّية
- النموذج GARCH
- التباين الشرطي
- اختبار والد
- الإمكان الأعظم
- اختبار نسبة الإمكان
- اختبار مُضاعف لاجرانج
- التوصيف GJR
- اللاتماثل في التقلبات
- مرجح أسّيًا
- الارتباط الشرطي الثابت
- المتوسّط المتحرّك
- VECH قطري
- النموذج BEKK
- مُنحنى تأثير الأخبار
- GARCH في المتوسّط
- عنقوديّة التقلب

مُلحق تقدير المعلمات باستخدام الإمكان الأعظم

Appendix (Parameter estimation using maximum likelihood)

توخّيًا للتبسيط سوف يستعرض هذا الملحق مسألة الانحدار ثُنائي المتغيّر بأخطاء مُتجانسة، وذلك على سبيل الإيضاح (أي افتراض عدم وجود ARCH وأن تباين الأخطاء ثابت مع الزمن)، لنفترض أن نموذج الانحدار الخطّي محل اهتمامنا يأخذ الشكل التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t \qquad (٩أ،١)$$

بافتراض أن $u_t \sim N(0, \sigma^2)$ يكون $y_t \sim N(\beta_1 + \beta_2 x_t, \sigma^2)$ وبهذا تكون دالة الكثافة الاحتماليّة للمتغيّر العشوائي الموزّع طبيعيًّا بهذا المتوسّط وبهذا التباين كالتالي:

$$f\,(y_t \mid \beta_1 + \beta_2 x_t, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(y_t - \beta_1 - \beta_2 x_t)^2}{\sigma^2}\right\} \qquad (٩أ،٢)$$

تُعتبر الدالة الاحتماليّة دالة في البيانات للمعلمات المعطاة، ترسُم القيم المتتالية لـــ y_t مُنحنى التوزيع الطبيعي بشكله الجرسي المألوف، وبما أن عناصر y مُستقلّة ومُوزّعة بشكل مُتطابق فإنه يُمكن صياغة دالة الكثافة الاحتماليّة المشتركة لكل عناصر y كحاصل ضرب دوال الكثافة الفرديّة:

$$\begin{aligned} &f\,(y_1, y_2, \dots, y_T \mid \beta_1 + \beta_2 x_1, \beta_1 + \beta_2 x_2, \dots, \beta_1 + \beta_2 x_T, \sigma^2) \\ &= f(y_1 \mid \beta_1 + \beta_2 x_1, \sigma^2) f(y_2 \mid \beta_1 + \beta_2 x_2, \sigma^2) \dots f(y_T \mid \beta_1 + \beta_2 x_T, \sigma^2) \\ &= \prod_{t=1}^{T} f(y_t \mid \beta_1 + \beta_2 x_t, \sigma^2) \qquad t = 1,2,\dots,T \end{aligned} \qquad (٩أ،٣)$$

يُعرف حد الجهة اليسرى للمعادلة *بالكثافة المشتركة* (Joint Density) وتُعرف حدود الجهة اليُمنى *بالكثافات الهامشيَّة* (Marginal Densities)، تنبثق هذه النتيجة من استقلاليَّة قيم y، وبالطريقة نفسها التي جاءت في مبادئ نظرية الاحتمال، حيث إنه بالنسبة إلى ثلاث أحداث مُستقلَّة A، B و C يكون احتمال حدوث كلٍّ من A، B و C معًا مُساويًا لاحتمال A مضروبًا باحتمال B مضروبًا باحتمال C، تُظهر المعادلة رقم (٩أ،٣) احتمال الحصول على كل قيم y التي حدثت، نستبدل كل قيمة لــ y_t من المعادلة (٩أ،٢) داخل المعادلة (٩أ،٣) وباستخدام النتيجة $Ae^{x_1} \text{ x } Ae^{x_2} \text{ x } \dots Ae^{x_T} = A^T(e^{x_1} \text{ x } e^{x_2} \text{ x } \dots e^{x_T}) = A^T e^{(x_1+x_2+\dots+x_T)}$ نتحصَّل على التعبير التالي:

$$f\,(y_1, y_2, \dots, y_T |\, \beta_1 + \beta_2 x_t, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^T(\sqrt{2\pi})^T} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2 x_t)^2}{\sigma^2}\right\} \qquad (٩أ،٤)$$

وهو ما يُمثِّل الكثافة المشتركة لجميع عناصر y وفق القيم المعطاة لـــ x_t، β_1، β_2 و σ^2، إلَّا أن الحالة الشائعة عمليًّا هي عكس الحالة المذكورة سابقًا، أي أن x_t و y_t مُعطاة ونسعى لتقدير β_1، β_2 و σ^2، إذا كان الأمر كذلك فإن $f(\bullet)$ تُعرف بكونها دالة الإمكان، يُرمز إليها بـــ $LF(\beta_1, \beta_2, \sigma^2)$ وتُكتب كالتالي:

$$LF\,(\beta_1, \beta_2, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^T(\sqrt{2\pi})^T} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2 x_t)^2}{\sigma^2}\right\} \qquad (٩أ،٥)$$

يقتضي تقدير الإمكان الأعظم اختبار قيم المعلمات $(\beta_1, \beta_2, \sigma^2)$ التي تُعظِّم هذه الدالَّة، من الضروري القيام بتفاضل المعادلة رقم (٩أ،٥) بالنسبة لـــ β_1، β_2 و σ^2، لكن هذه المعادلة هي حاصل ضرب عدد T من الحدود وبالتالي من الصعب القيام بتفاضل المعادلة رقم (٩أ،٥).

لحسن الحظ من الممكن تطبيق اللوغاريتم على المعادلة رقم (٩أ،٥) بما أن $\max_x f(x) = \max_x \ln(f(x))$، مع العلم أنه في كلتا الحالتين سيتم اختيار نفس القيم المثلى للمعلمات، إذًا باستخدام القوانين المختلفة لتحويل الدوال التي تتضمَّن اللوغاريتمات يُمكن الحصول على لوغاريتم دالة الإمكان:

$$LFF = -T\ln\sigma - \frac{T}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2 x_t)^2}{\sigma^2} \qquad (٩أ،٦)$$

وهو ما يُعادل:

$$LFF = -\frac{T}{2}\ln\sigma^2 - \frac{T}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2 x_t)^2}{\sigma^2} \qquad (٩أ،٧)$$

للحصول على المعادلة رقم (٩أ،٧) تم فقط تغيير الجزء الأول للجهة اليمنى للمعادلة رقم (٩أ،٦) لإظهار σ^2 بدلًا من σ في ذلك الجزء من التعبير.

بالرجوع إلى النتيجة التالية:

$$\frac{\delta}{\delta x}\big(\ln(x)\big) = \frac{1}{x}$$

وبمُفاضلة المعادلة رقم (٩أ،٧) بالنسبة لـــ β_1، β_2 و σ^2 نتحصَّل على التعابير التالية للمشتقات الأولى:

$$\frac{\delta LFF}{\delta\beta_1} = -\frac{1}{2}\sum\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2 x_t).2.-1}{\sigma^2} \qquad (٩أ،٨)$$

$$\frac{\delta LFF}{\delta\beta_2} = -\frac{1}{2}\sum\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2 x_t).2.-x_t}{\sigma^2} \qquad (٩أ،٩)$$

$$\frac{\delta LFF}{\delta\sigma^2} = -\frac{\mathrm{T}}{2}\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{2}\sum\frac{(y_t-\beta_1-\beta_2x_t)^2}{\sigma^4} \qquad (٩أ،١٠)$$

نُساوي المعادلات رقم (٩أ،٨)- (٩أ،١٠) بالصفر بهدف تقليل الدوال ونضع قُبّعات فوق المعلمات للدلالة على أنها مُقدَّرات الإمكان الأعظم، من خلال المعادلة رقم (٩أ،٨) نتحصَّل على:

$$\sum(y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t) = 0 \qquad (٩أ،١١)$$

$$\sum y_t - \sum\hat{\beta}_1 - \sum\hat{\beta}_2 x_t = 0 \qquad (٩أ،١٢)$$

$$\sum y_t - T\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2\sum x_t = 0 \qquad (٩أ،١٣)$$

$$\frac{1}{T}\sum y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2\frac{1}{T}\sum x_t = 0 \qquad (٩أ،١٤)$$

نُذكّر بأن:

$$\frac{1}{T}\sum y_t = \bar{y}_t$$

هو مُتوسّط y وهو ما ينطبق أيضًا على x، يُمكن أخيرًا اشتقاق مُقدِّر لـــ $\hat{\beta}_1$:

$$\hat{\beta}_1 = \bar{y} - \hat{\beta}_2\bar{x} \qquad (٩أ،١٥)$$

من خلال المعادلة رقم (٩أ،٩) نتحصل على:

$$\sum(y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t)\,x_t = 0 \qquad (٩أ،١٦)$$

$$\sum y_t x_t - \sum\hat{\beta}_1 x_t - \sum\hat{\beta}_2 x_t^2 = 0 \qquad (٩أ،١٧)$$

$$\sum y_t x_t - \hat{\beta}_1\sum x_t - \hat{\beta}_2\sum x_t^2 = 0 \qquad (٩أ،١٨)$$

$$\hat{\beta}_2\sum x_t^2 = \sum y_t x_t - (\bar{y} - \hat{\beta}_2\bar{x})\sum x_t \qquad (٩أ،١٩)$$

$$\hat{\beta}_2\sum x_t^2 = \sum y_t x_t - T\overline{xy} + \hat{\beta}_2 T\bar{x}^2 \qquad (٩أ،٢٠)$$

$$\hat{\beta}_2(\sum x_t^2 - T\bar{x}^2) = \sum y_t x_t - T\overline{xy} \qquad (٩أ،٢١)$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum y_t x_t - T\overline{xy}}{(\sum x_t^2 - T\bar{x}^2)} \qquad (٩أ،٢٢)$$

ومن خلال المعادلة رقم (٩أ،١٠) نتحصل على:

$$\frac{\mathrm{T}}{\hat{\sigma}^2} = \frac{1}{\hat{\sigma}^4}\sum(y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t)^2 \qquad (٩أ،٢٣)$$

بإعادة ترتيب المعادلة:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T}\sum(y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t)^2 \qquad (٩أ،٢٤)$$

لكن الحد بين قوسين في الجهة اليمنى للمعادلة رقم (٩أ،٢٤) هو الباقي في الزمن t (أي القيمة الفعليَّة ناقص القيمة المجهَّزة من النموذج) وبالتالي:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T}\sum \hat{u}_t^2 \qquad (٩أ،٢٥)$$

هل هذه الصيغ مُشابهة لمقدَّرات المربعات الصُّغرى العاديَّة؟ تتطابق المعادلات رقم (٩أ،١٥) و (٩أ،٢٢) مع مُعادلات المربَّعات الصُّغرى العاديَّة، وبالتالي يُفضي الإمكان الأعظم والمربَّعات الصُّغرى العاديَّة إلى تقديرات مُتطابقة لمعاملات المقطع والميل، غير أن تقدير $\hat{\sigma}^2$ في المعادلة رقم (٩أ،٢٥) مُختلف، كان مُقدَّر مُعادلات المربَّعات الصُّغرى العاديَّة كالتالي:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T-k}\sum \hat{u}_t^2 \qquad (٩أ،٢٦)$$

ويتبيَّن أيضًا أن مُقدَّر المربَّعات الصُّغرى العاديَّة غير مُتحيِّز، وعليه يجب أن يكون مُقدَّر الإمكان الأعظم لتباين الخطأ مُتحيِّزًا رغم أنه مُتَّسق لأنه عندما يكون $T \to \infty$ فإن $T - k \approx T$.

كما نُشير إلى أنه من الممكن كذلك إجراء الاشتقاق السابق باستخدام المصفوفة بدلًا من جبر سيغما، تظل مُقدَّرات مُعاملات المقطع والميل الناتجة عن ذلك مُتطابقة لتلك المتحصَّل عليها من المربَّعات الصُّغرى العاديَّة في حين يكون تقدير خطأ التباين مُجدَّدًا مُتحيِّزًا، ومن الجدير بالذكر كذلك أن مُقدَّر الإمكان الأعظم مُتَّسق وتقارُبي كفء، من الصعب جبريًّا اشتقاق مُقدَّر الإمكان الأعظم للوغاريتم دالة الإمكان للنموذج GARCH وبالتالي فهي خارج نطاق هذا الكتاب.

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) (أ) ما هي خصائص البيانات الماليَّة المسلَّم بها والتي لا يُمكن تفسيرها باستخدام النماذج الخطيَّة للسلاسل الزمنية؟

(ب) أي من هذه الخصائص يُمكن نمذجتها باستخدام العمليَّة GARCH(1,1)؟

(ج) لماذا يُفضِّل الباحثون في الأبحاث التجريبيَّة الحديثة النموذج GARCH(1,1) على النموذج ARCH(p) البحث؟

(د) اشرح امتدادين للنموذج GARCH الأصلي، ما هي الخصائص الإضافيَّة للبيانات الماليَّة التي من الممكن أن تلتقطها هذه الامتدادات؟

(هـ) لنأخذ النموذج GARCH(1,1) التالي:

$$y_t = \mu + u_t \quad u_t \sim N(0\ \sigma_t^2) \qquad (٩،١٢١)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \qquad (٩،١٢٢)$$

إذا كان y_t يُمثِّل سلسلة العوائد اليوميَّة للسهم، فما هي مجموعة القيم المحتملة للمعاملات μ، α_0، α_1 و β؟

(و) لنفترض أن الباحث يُريد اختبار فرضيَّة العدم: $\alpha_0 + \beta = 1$ في مُعادلة الجزء (هـ)، اشرح كيف يُمكن إنجاز ذلك في إطار الإمكان الأعظم.

(ز) لنفترض أن الباحث قام بتقدير النموذج GARCH الوارد سابقًا لسلسلة عوائد مُؤشر أسعار الأسهم وتحصَّل على قيم المعلمات المقدَّرة التالية: $\hat{\mu} = 0.0023$، $\hat{\alpha}_0 = 0.0172$، $\hat{\beta} = 9811$، $\hat{\alpha}_1 = 0.1251$، إذا توفرت للباحث بيانات تصل

حتى الزمن T، اكتب المعادلات في σ_t^2، u_t^2 في قيمها المتباطئة التي يُمكن استخدامها لإنتاج تنبؤات بخطوة، بخطوتين وبثلاث خُطوات للمستقبل للتباين الشرطي لـ y_t.

(ح) لنفترض الآن بدلًا من ذلك أن قيمة المعامل المقدَّرة β لهذا النموذج هي ٠,٩٨، بإعادة النظر في تعابير التنبؤات التي تحصَّلت عليها في الجزء (ز)، اشرح ما سيحدث للتنبؤات في هذه الحالة.

(٢) (أ) ناقش بإيجاز المبادئ التي يقوم عليها الإمكان الأعظم.

(ب) صف باختصار الأساليب الثلاث لاختبار الفرضيات المتاحة ضمن التقدير بالإمكان الأعظم، أي منها يُرجَّح أن يكون الأسهل حسابيًّا من الناحية العمليَّة، ولماذا؟

(ج) تُستخدم المربعات الصُّغرى العاديَّة والإمكان الأعظم في تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطِّي البسيط، هل أنها تُعطي نفس القيم المقدَّرة؟ اشرح إجابتك.

(٣) (أ) ميِّز بين مُصطلحات 'التباين الشرطي' و 'التباين غير الشرطي'، أيُّها من الأرجح أن يكون مُهمًّا لإنتاج:

- تنبؤات بالتباين بخطوة واحدة للمستقبل.
- تنبؤات بالتباين بعشرين خطوة للمستقبل.

(ب) إذا كان u_t يتبع العمليَّة GARCH(1,1) فما هي النتيجة المحتملة إذا قُمنا بتقدير انحدار على الشكل (٩، ١٢١) باستخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة، وبافتراض أن التباين الشرطي ثابت.

(ج) قُم بمقارنة ومُقابلة نماذج التقلب التالية مُشيرًا إلى نقاط قوّتها ونقاط ضعفها:

- التقلب التاريخي.
- المتوسِّط المتحرِّك المرجح أسّيًّا.
- GARCH (1,1).
- التقلب الضمني.

(٤) لنفترض أن الباحث يهتم بنمذجة العلاقة بين عوائد سوق بورصة نيويورك وعوائد سوق بورصة لندن.

(أ) اكتب نموذج *VECH* قُطري لهذه المسألة، ناقش قيم تقديرات المعاملات التي تتوقَّعها.

(ب) نفترض أن هناك حاجة إلى التنبؤات بالارتباط الأسبوعي للأسبوعين المقبلين، صف إجراء يُمكِّن من إنشاء مثل هذه التنبؤات باستخدام مجموعة من بيانات العوائد اليوميَّة لمؤشر السوق.

(ج) ما هي النهج الأخرى المتاحة لنمذجة الارتباط؟

(د) ما هي نقاط قوة وضعف النماذج GARCH مُتعدِّدة المتغيِّرات مُقارنة مع البدائل التي اقترحتها في الجزء (ج)؟

(٥) (أ) ما المقصود بمنحنى تأثير الأخبار؟ باستخدام لوحة جدوليَّة أو غير ذلك، قُم بإنشاء مُنحنى تأثير الأخبار للنماذج GARCH و EGARCH المقدَّرة التالية، وحدِّد التباين الشرطي المتباطئ بقيمة التباين غير الشرطي (المقدَّر باستخدام عيِّنة البيانات) ألا وهي ٠,٠٩٦:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (٩،١٢٣)$$

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha_2 \log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha_3 \left[\frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right] \quad (١٢٤،٩)$$

	GARCH	EGARCH
μ	-٠,٠١٣٠	-٠,٠٢٧٨
	(٠,٠٦٦٩)	(٠,٠٨٥٥)
α_0	٠,٠٠١٩	٠,٠٨٢٣
	(٠,٠٠١٧)	(٠,٥٧٢٨)
α_1	**٠,١٠٢٢	-٠,٠٢١٤
	(٠,٠٣٣٣)	(٠,٠٣٣٢)
α_2	**٠,٩٠٥٠	**٠,٩٦٣٩
	(٠,٠١٧٥)	(٠,٠١٣٦)
α_3	-	**٠,٢٣٢٦
		(٠,٠٧٩٥)

(ب) في الواقع قُدِّرت النماذج في الجزء (أ) باستخدام العوائد اليوميَّة لسعر الصرف الأجنبي، كيف يُمكن للنظريَّة الماليَّة أن تُفسِّر الأنماط الملاحظة في مُنحنيات تأثير الأخبار؟

(٦) باستخدام إفيوز، قُم بتقدير نموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات لسلاسل العوائد الفوريَّة والمستقبلية المتوفِّرة داخل 'sandphedge.wg1'، لاحظ أن هذه السلاسل قصيرة نوعًا ما لتقدير نموذج GARCH مُتعدِّد المتغيِّرات، احفظ التغايُرات والتباينات الشرطية المجهَّزة ثم استخدمها في إنشاء نسب التحوُّط المثلى المتغيِّرة مع الزمن، قارن ذلك الرسم البياني بنسبة التحوُّط غير الشرطي المحسوبة في الفصل ٣.

الفصل العاشر

نماذج تبديل النظام
Switching Models

مخرجات التعلم

سوف تتعلَّم في هذا الفصل كيفية:

- استخدام مُتغيّرات وهمية للمقطع وللميل للسماح للسُّلوك الموسمي في السلاسل الزمنيّة.
- الحث على استخدام نماذج تبديل النظام في الاقتصاد القياسي المالي.
- تحديد وشرح المنطق الذي تستند إليه نماذج ماركوف لتبديل النظام (Markov Switching Models).
- مُقارنة ومُقابلة نماذج ماركوف لتبديل النظام ونماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات (Threshold Autoregressive Models).
- شرح ما يُستخلص بداهة من تقدير نماذج تبديل النظام.

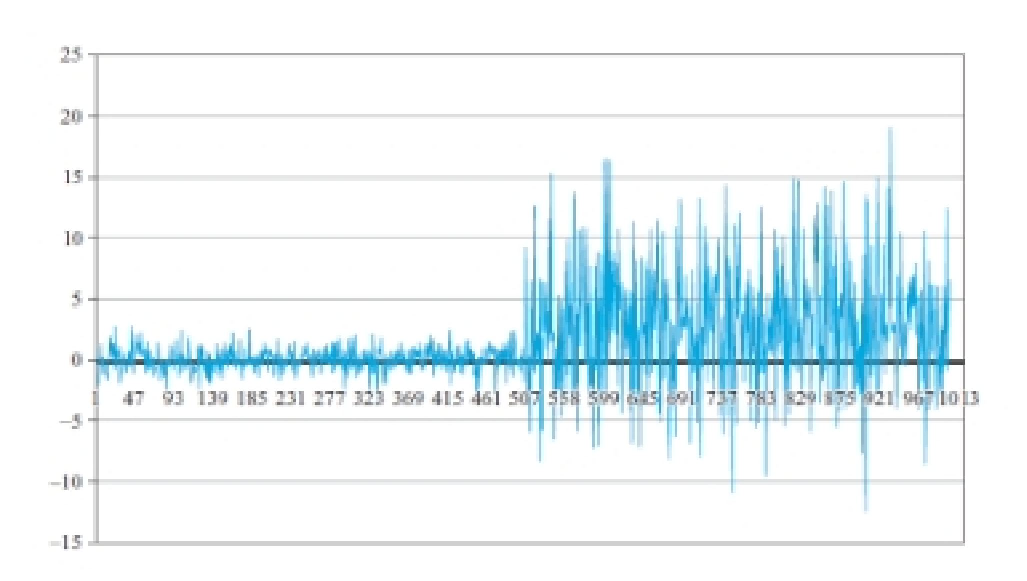
١٠,١ الدوافع (Motivations)

يبدُو أن العديد من السلاسل الزمنيّة في الاقتصاد والماليّة تمرُّ بسلسلة أحداث يتغيَّر خلالها سُلوك السلسلة بشكل كبير جدًّا مُقارنة بما كانت عليه سابقًا، يُمكن أن يتغيّر سُلوك السلسلة عبر الزمن، ويكون هذا التغيُّر من حيث قيمتها المتوسّطة، من حيث تقلّبها، أو من حيث مدى ارتباط قيمتها الحاليّة بقيمتها السابقة، يُمكن أن يتغيَّر السُّلوك مرَّة واحدة وإلى الأبد، ويُعرف ذلك عادة 'بالانقطاع الهيكلي' في السلسلة، كما يُمكن أن يتغيَّر سُلوك السلسلة لفترة من الزمن قبل أن تعود إلى سُلوكها الأصلي أو أن تتحوَّل إلى نمط آخر من السُّلوك، ويُسمَّى هذا الأخير عادة 'بتحوُّل النظام' أو 'تبدُّل النظام'.

١ , ١ , ١٠ ما الذي قد يُسبِّب تغيُّرات أساسيَّة فريدة في خصائص السلسلة؟

(What might cause one-off fundamental changes in the properties of a series?)

تُنسب التغيُّرات الجوهريَّة في خصائص السلسلة عادة إلى الأحداث الضخمة مثل: الحروب، المخاوف الماليَّة؛ كالسَّحْب المُفْرِط للإيداعات المصرفيَّة، التغيُّرات الهامَّة في سياسة الدولة، ونخص بالذِّكْر استحداث قيمة مُستهدفة للتضخم، أو كذلك إزالة



الشكل رقم (١ , ١٠) عيِّنة من رسم بياني لسلسلة زمنيَّة توضِّح تحوُّل النظام.

الرقابة على أسعار الصرف، كما نذكر أيضًا التغيُّرات في الهيكل الجزئي للسوق، مثل 'الانفجار الكبير' (Big Bang)، أو عندما أصبح التداول في بورصة لندن يتم إلكترونيًّا، أو تغيير آليَّة التداول في السوق مثل الانتقال الجزئي لبورصة لندن سنة ١٩٩٧ من نظام تُحرِّكه أسعار صانعي السوق (Quote-Driven System) إلى نظام تُحرِّكه أوامر التداول (Order-Driven System).

من ناحية ثانية، من الصحيح أيضًا أن تحوُّلات النظام قد تحدث بصفة مُنتظمة وبتكرارات أكثر بكثير، من الممكن أن تحدث مثل هذه التغيُّرات نتيجة لعوامل أكثر غموضًا، لكن لا تزال مع ذلك تُحدِث تعديلات هامَّة إحصائيًّا في سُلوك السلسلة، ومن الأمثلة على ذلك نذكر أنماط التداول اليومي المشاهدة في هوامش الشراء والبيع في سوق الأسهم (انظر الفصل ٧)، تبدو هذه الفروق ذات قيم مُرتفعة خلال فتح السوق، ثم تتقلَّص تدريجيًّا على مدار اليوم قبل أن تتَّسع مُجدَّدًا عند إغلاق السوق.

لإعطاء مثال عن نوع التحوُّلات التي من الممكن حدوثها يُقدِّم الشكل رقم (١ , ١٠) مثالًا صارخًا عن ذلك، وكما يتبيَّن من هذا الشكل يتغيَّر سُلوك السلسلة بشكل لافت للانتباه عند حدود المشاهدة رقم ٥٠٠، لا يقتصر الأمر على أن السلسلة تُصبح أكثر تقلبًا من ذي قبل، بل إن قيمة مُتوسِّطها تزداد أيضًا بشكل ملحوظ، وعلى الرغم من أن هذا المثال يُعتبر حالة صارمة تم إنشاؤها باستخدام بيانات مُحاكاة، فمن الواضح أنه أمام هذه 'التغيُّرات في النظام' لن يكون تقدير نموذج خطِّي على كامل الفترة التي تشمل التغيُّر من نظام لآخر أمرًا مُناسبًا، يتمثَّل أحد الطرق الممكنة لمعالجة هذه المشكلة في تقسيم البيانات عند زمن التغيُّر من نظام لآخر، ثم تقدير نماذج مُنفصلة لكل جزء، من الممكن كذلك السماح للسلسلة y_t بأن تكون مُستمدَّة من نوعين مُختلفين من عمليات توليد

البيانات أو أكثر وعند أزمنة مُختلفة، فعلى سبيل المثال، إذا كان يُعتقد أن العمليَّة AR(1) مُناسبة لالتقاط الخصائص الهامَّة لسلسلة ما تغيَّر سُلوكها عند المشاهدة رقم ٥٠٠ مثلًا، فإنه يُمكن تقدير نموذجين كالآتي:

$$y_t = \mu_1 + \emptyset_1 y_{t-1} + u_{1t}$$ قبل المشاهدة رقم ٥٠٠ (١٠، ١)

$$y_t = \mu_2 + \emptyset_2 y_{t-1} + u_{2t}$$ بعد المشاهدة رقم ٥٠٠ (١٠، ٢)

في إطار الشكل رقم (١ , ١٠)، يدل ذلك على التركيز على تغيُّر قيمة المتوسِّط لا غير، تُمثِّل هذه المعادلات مثال بسيط جدًّا لما يُعرف باسم النموذج خطي القِطع (Piecewise Linear Model)، أي أنه على الرغم من أن النموذج إجمالًا غير خطِّي (أي عندما يُؤخذ النموذج بأكمله) إلَّا أن كل عُنصر من العناصر المكوِّنة له يُعتبر نموذجًا خطيًّا.

قد تكون هذه الطريقة صحيحة، إلَّا أنها من المرجَّح أن تكون مهدرة للمعلومات أيضًا، فعلى سبيل المثال، حتى وإن كان هناك في كل عيِّنة ما يكفي من المشاهدات لتقدير النماذج (الخطِّية) المنفصلة فسوف يكون هناك خسارة من حيث الكفاءة بسبب وجود عدد أقل من المشاهدات في كلٍّ من العيِّنتين ممَّا لو تم تجميع كافة المشاهدات معًا، من الممكن كذلك أن تتغيَّر خاصِّية فقط من خصائص السلسلة، على سبيل المثال تتغيَّر قيمة مُتوسِّط السلسلة (غير الشرطي) دون المساس بخصائصها الأخرى، من المنطقي في هذه الحالة مُحاولة إبقاء كل المشاهدات معًا لكن مع الأخذ بعين الاعتبار الشكل المميَّز للتغيُّر الهيكلي في عمليَّة بناء النموذج، وبالتالي فإن المطلوب هو عبارة عن مجموعة من النماذج تسمح باستخدام جميع مُشاهدات السلسلة في تقدير النموذج، وأن هذا النموذج يكون أيضًا مرنًا بما فيه الكفاية ليأخذ بعين الاعتبار أنواعًا مُختلفة من السُّلوك عند نقاط مُختلفة من الزمن، هناك فئتان من نماذج تبديل النظام يُرجَّح أنهما تُتيحان حدوث ذلك، وهما *نماذج ماركوف لتبديل النظام ونماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات*.

السؤال الأوَّل والرئيس الذي يطرح نفسه الآن هو: كيف يُمكن تحديد أين يقع تبديل (أو تبديلات) النظام؟ سوف تعتمد الطريقة المستخدمة في اتخاذ هذا الخيار على النموذج المستخدم، هناك نوع بسيط من نماذج تبديل النظام أين تتم التبديلات من نظام لآخر بشكل حتمي باستخدام المتغيِّرات الوهمية، ومن أحد الاستخدامات الهامَّة لهذا النموذج في مجال الماليَّة هو السماح بـ"الموسميَّة" في البيانات الماليَّة، في مجال الاقتصاد والماليَّة عمومًا يُعتقد أن العديد من السلاسل تُبدي سُلوكًا موسميًّا ينتج عنه أن أحد عناصر السلسلة يكون متغيِّرًا دوريًّا يُمكن التنبؤ به جُزئيًّا عبر الزمن، إذا قُمنا على سبيل المثال بدراسة البيانات الشهريَّة أو الفصلية للإنفاق الاستهلاكي فمن المرجَّح أن قيمة السلسلة سوف ترتفع بسرعة في أواخر شهر نوفمبر بسبب النفقات المتعلقة بعيد الميلاد، يلي ذلك تدنٍّ في قيمة السلسلة في منتصف شهر يناير، عندما يدرك المستهلكون أنهم أنفقوا أكثر من اللازم قبل عيد الميلاد، وفي موسم تخفيضات شهر يناير! كما ينخفض أيضًا للإنفاق الاستهلاكي في المملكة المتحدة عادة خلال فترة عطلة أغسطس عندما يكون جميع أصحاب العقول الراجحة قد غادروا البلاد، تتجلَّى هذه الظواهر في العديد من السلاسل وتكون بنفس الدرجة، وفي نفس الوقت من كل سنة، وما عدا ذلك يُنسَب إلى الاتجاه العام طويل المدى (Long-term Trend) وإلى التغيُّرية قصيرة الأجل للسلسلة.

٢ , ١٠ الأحداث الموسميّة في الأسواق الماليّة.. مقدمة واستعراض للمؤلفات

(Seasonalities in financial markets: introduction and literature review)

في إطار الأسواق الماليّة، ولا سيما فيما يتعلّق بالأسهم، لوحظ وجود عدد من 'التأثيرات الموسمية' الأخرى، تُعرف مثل هذه التأثيرات 'بانحرافات التقويم' (Calendar Anomalies) أو 'تأثيرات التقويم' (Calendar Effects)، ومن الأمثلة عن ذلك نذكر تأثيرات فتح وإغلاق السوق، 'تأثير شهر يناير'، تأثيرات نهاية الأسبوع وتأثيرات عطلة البنوك، هذا ومثّل التحرّي عن وجود

'تأثيرات التقويم' في الأسواق الماليّة من عدمه موضوعًا لعدد هائل من الأبحاث الأكاديميّة الحديثة، يُمكن تعريف تأثيرات التقويم بشكل عام على أنها ميل عوائد الأصول الماليّة إظهار أنماط مُنتظمة في أوقات مُحدَّدة من اليوم، من الأسبوع، من الشهر، أو من السنة، ومن الأمثلة عن أهم تلك الانحرافات نجد *تأثير يوم الأسبوع* الذي يُؤدي في المتوسط إلى ارتفاع ملحوظ في عوائد بعض أيام الأسبوع دون أيام أخرى، فعلى سبيل المثال، توصّلت دراسات فرنش (١٩٨٠)، جيبونز وهيس (١٩٨١) (Gibbons and Hess (1981)) وكيم وستانبو (١٩٨٤) ((Keim and Stambaugh (1984)) إلى أن متوسط العائد عند إقفال السوق في الولايات المتّحدة سالب معنويًا يوم الاثنين، وموجب معنويًا يوم الجمعة، في المقابل، وجد جاف ووسترفيلد (١٩٨٥) ((Jaffe and Westerfield (1985)) أن أيام الثلاثاء شهدت أدنى مُستويات لعوائد أسواق الأسهم اليابانية والأسترالية.

تبدو هذه النتائج للوهلة الأولى مُتناقضة مع فرضية كفاءة الأسواق حيث إنه يُمكن اعتبار وجود انحرافات التقويم على أنها تدل ضمنًا على أن المستثمرين بإمكانهم وضع إستراتيجيات تداول تجني من ورائها أرباحًا غير طبيعيَّة استنادًا إلى هذه الأنماط، فعلى سبيل المثال، ومع بقاء جميع العوامل الأخرى ثابتة، قد يرغب مُشترو الأسهم في بيع الأسهم عند الإغلاق يوم الجمعة، والقيام بالشراء عند الإغلاق يوم الخميس، وذلك بهدف الاستفادة من تلك التأثيرات، ومع ذلك فإن إثبات إمكانيَّة التنبؤ بعوائد الأسهم لا يعني بالضرورة عدم كفاءة السوق، على الأقل لسببين؛ أولًا: من المرجّح أن مُتوسط فائض العوائد الطفيف الموثق في أوراق البحوث المذكورة أعلاه لن يُولِّد أرباحًا صافية ضمن إستراتيجية تداول حالما نأخذ بعين الاعتبار تكاليف المعاملات، لذلك، وفي ظل العديد من التعريفات 'العصرية' لكفاءة السوق (على سبيل المثال تعريف جنسن، ١٩٧٨) فإنه لن يتم تصنيف هذه الأسواق بكونها غير فعالة، ثانيًا: من الممكن أن تُعزى الاختلافات الواضحة في عوائد مختلفة أيام الأسبوع إلى التفاوت الزمني لعلاوات مخاطر سوق الأسهم.

إذا تواجدت أيٌّ من ظواهر التقويم تلك في البيانات، لكن تم تجاهلها أثناء عمليَّة بناء النموذج، فمن المرجّح أن تكون نتيجة ذلك سوء توصيف للنموذج، فعلى سبيل المثال، من المرجّح أن يُؤدي تجاهل الموسميَّة في y_t إلى ارتباط ذاتي في البواقي بدرجة مساوية للموسميَّة، فمثلًا يكون الارتباط الذاتي من الدرجة الخامسة إذا كانت y_t سلسلة لعوائد يوميَّة.

٣ , ١٠ نمذجة الموسميَّة في البيانات الماليَّة

(Modelling seasonality in financial data)

وكما ورد أعلاه، تُعتبر الموسميَّة عند التكرارات المختلفة في البيانات الماليَّة أمرًا مُوثَّقًا جيّدًا ممًا لا يدع شكًّا في وجودها، حتى وإن كان هناك جدل حول كيفيَّة تفسير الموسميَّة تفسيرًا منطقيًّا، وتتمثّل إحدى الطرق البسيطة للتعامل مع ذلك، وفحص مدى تواجد الموسميَّة في إدراج متغيِّرات وهمية في معادلات الانحدار، يعتمد العدد المقبول للمتغيِّرات الوهمية التي يُمكن إنشاؤها على

تواتر البيانات، على سبيل المثال، يُمكن إنشاء أربعة متغيِّرات وهمية لبيانات رُبع سنوية، واثني عشر متغيِّرًا للبيانات الشهرية، خمسة متغيِّرات لبيانات يومية وهكذا، في حالة بيانات ربع سنوية سوف يتم تعريف أرباع المتغيِّرات الوهمية على النحو التالي:

$D1_t$ = ١ في الربع الأوّل وصفر خلاف ذلك

$D2_t$ = ١ في الربع الثاني وصفر خلاف ذلك

$D3_t$ = ١ في الربع الثالث وصفر خلاف ذلك

$D4_t$ = ١ في الربع الرابع وصفر خلاف ذلك

كم عدد المتغيِّرات الوهمية التي يُمكن وضعها في نموذج الانحدار؟ إذا تم استخدام حد المقطع في الانحدار فإن عدد المتغيِّرات الوهمية التي يجب إدراجها يكون أقل بواحد من 'موسميَّة' البيانات، لفهم ذلك فلننظر فيما قد يحدث إذا قُمنا باستخدام كل المتغيِّرات الوهمية الأربعة للسلسلة الربعيَّة، فيما يلي القيم التي سوف تتخذها المتغيِّرات الوهمية لفترة مُنتصف الثمانينات إلى جانب مجموع المتغيِّرات الوهمية عند كل نُقطة زمنية، والذي يرد في العمود الأخير:

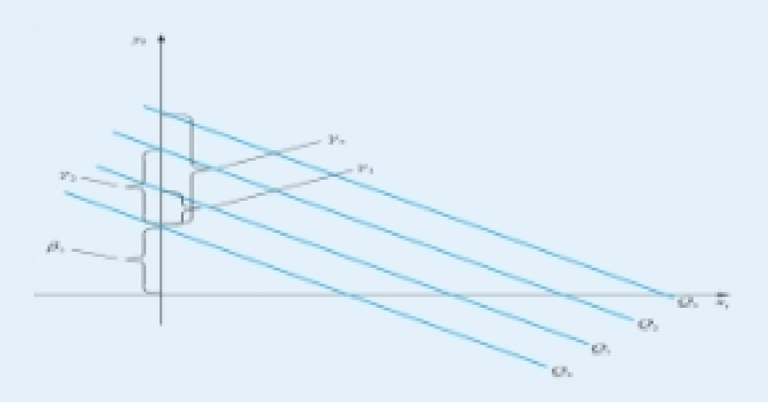
		$D1$	$D2$	$D3$	$D4$	المجموع
١٩٨٦	$Q1$	١	٠	٠	٠	١
	$Q2$	٠	١	٠	٠	١
	$Q3$	٠	٠	١	٠	١
	$Q4$	٠	٠	٠	١	١
١٩٨٧	$Q1$	١	٠	٠	٠	١
	$Q2$	٠	١	٠	٠	١
	$Q3$	٠	٠	١	٠	١

إلخ

سيكون مجموع المتغيِّرات الوهمية الأربعة يساوي واحد في كل فترة زمنيَّة، للأسف هذا المجموع قطعًا مُطابقًا للمتغيِّر المرتبط ضمنيًا بمعامل المقطع، وبالتالي إذا تم إدراج كل من المتغيِّرات الوهمية الأربعة والمقطع في نفس الانحدار سوف تظهر مشكلة التعدد الخطِّي التام بحيث لا يكون الحصول على $(X'X)^{-1}$ ولا يُمكن تقدير أيٍّ من المعاملات، تُعرَف هذه المشكلة *بفخ المتغيِّرات الوهمية*، يتمثَّل الحل لهذه المشكلة إمَّا في استخدام ثلاثة متغيِّرات وهميَّة فقط إضافة إلى المقطع، أو استخدام المتغيِّرات الوهميَّة الأربعة دون المقطع.

الإطار رقم (١٠,١) كيف تعمل المتغيّرات الوهمية؟

تعمل المتغيّرات الوهمية -وكما هو موضح أعلاه- بتغيير المقطع، بحيث على ضوء كل المتغيّرات المفسّرة يُسمَح لمتوسط قيمة المتغير التابع بالتغيّر عبر الفصول. وهذا مُبيَّن في الشكل رقم (١٠،٢).



الشكل رقم (١٠,٢) استخدام المتغيّرات الوهمية المقطعية لبيانات فصلية.

لنأخذ الانحدار التالي:

$$y_t = \beta_1 + \gamma_1 D1_t + \gamma_2 D2_t + \gamma_3 D3_t + \beta_2 x_{2t} + \cdots + u_t \quad (١٠،٣)$$

سوف يتم تغيير المقطع خلال كل فترة. سيكون المقطع على النحو التالي:

- $\hat{\beta}_1 + \hat{\gamma}_1$ في الربع الأول بما أن $D1 = 1$ و $D2 = D3 = 0$ وذلك لكل مُشاهدات الربع ١.
- $\hat{\beta}_1 + \hat{\gamma}_2$ في الربع الثاني بما أن $D2 = 1$ و $D1 = D3 = 0$ وذلك لكل مُشاهدات الربع ٢.
- $\hat{\beta}_1 + \hat{\gamma}_3$ في الربع الثالث بما أن $D3 = 1$ و $D1 = D2 = 0$ وذلك لكل مُشاهدات الربع ٣.
- $\hat{\beta}_1$ في الربع الرابع بما أن $D1 = D2 = D3 = 0$ وذلك لكل مُشاهدات الربع ٤

سوف تُلتقط الخصائص الموسميَّة في البيانات باستخدام أيٍّ من هذين الحلَّين، وستكون البواقي في كل حالة مُتطابقة على الرغم من أن تفسير المعاملات سوف يتغيَّر، فإذا تم استخدام أربعة متغيِّرات وهمية (وبافتراض عدم وجود متغيِّرات مُفسرة في الانحدار)، يُمكن تفسير المعاملات المقدرة على أنها مُتوسط قيمة المتغيِّر التابع خلال كل فصل، في حالة استخدام ثابت وثلاثة متغيِّرات وهمية فإن المعاملات المقدرة للمتغيِّرات الوهمية تُفسَّر على أنها تمثِّل مُتوسط انحرافات المتغيِّرات التابعة للفصول المدرجة عن قيمها المتوسِّطة للفصل المستبعد من الانحدار، على النحو الوارد في المثال (١،١٠) أدناه.

مثال(١ , ١٠) ....

بحث بروكس وبيرساند (٢٠٠١أ) عن دليل لتأثير يوم الأسبوع في خمسة أسواق أوراق ماليَّة في جنوب شرق آسيا وهي: كوريا الجنوبية، ماليزيا، الفلبين، تايوان وتايلاند. هذا وتم جَمْع البيانات من بريمارك داتاستريم (Primark Datastream) على أساس أسعار الإغلاق اليوميَّة لجميع أيام الأسابيع (من أيام الاثنين إلى أيام الجمعة) الواقعة في الفترة الممتدَّة من ٣١ ديسمبر ١٩٨٩ وحتى ١٩ يناير ١٩٩٦ (أي ما مجموعــه ١٥٨١ مُشــاهدة). تتَّخذ الانحدارات الأولى المقدرة، والتي تُشكل الاختبارات الأبسط لتأثيرات يوم الأسبوع، الشكل التالي:

$$r_t = \beta_1 + \gamma_1 D1_t + \gamma_2 D2_t + \gamma_3 D3_t + +\gamma_4 D4_t + +\gamma_5 D5_t + u_t \qquad (٤،١٠)$$

حيث يُمثِّل r_t العائد المدروس بصفة مُنفصلة لكل بلد في الزمن t، $D1_t$ متغيِّر وهمي ليوم الاثنين يأخذ القيمة ١ لكل مُشــاهدات يوم الاثنين وصفر خلاف ذلك، وهكذا يُمكن تفسير قيم المعاملات المقدَّرة على أنها مُتوسط عائد العينة لكل يوم من أيام الأسبوع، يُظهر الجدول رقم (١ , ١٠) نتائج هذه الانحدارات.

تتمثَّل الخصائص الرئيسة بإيجاز فيما يلي، ليس هناك تأثيرات تقويم معنويَّة لكل من كوريا الجنوبية والفلبين، بالنسبة لتايلاند وماليزيا فلكلٍّ منهما متوسِّط عوائد موجب يوم الاثنين وعوائد سالبة معنويًّا يوم الثلاثاء، أمَّا تايوان فلديها تأثير معنوي يوم الأربعاء.

كما ذُكر أعلاه يُمكن أيضًا استخدام المتغيِّرات الوهمية لاختبار انحرافات التقويم الأخرى كتأثير يناير مثلًا، وما إلى ذلك من الانحرافات كما نوقش أعلاه، كما يُمكن أن يتضمَّن الانحدار في نفس الوقت متغيِّرات وهميَّة ذات تواترات مُختلفة، يُمكن على سبيل المثال إضافة متغيِّر وهمي جديد $D6_t$ يُمثِّل "تأثيرات شهر أبريل" إلى المعادلة رقم (٤،١٠)، يقترن ببداية السنة الضريبية الجديدة في المملكة المتَّحدة، مثل هذا المتغيِّر، وحتى وإن كان الانحدار يستخدم بيانات يومية، من شأنه أن يأخذ القيمة ١ لجميع المشاهدات التي تقع في شهر أبريل وصفر خلاف ذلك.

الجدول رقم (١ , ١٠) قيم ومعنويات معاملات أيام

	تايلاند	ماليزيا	تايوان	كوريا الجنوبية	الفلبين
الاثنين	٠,٠٠٠٤٩ (٠,٦٧٤٠)	٠,٠٠٣٢٢ **(٣,٩٨٠٤)	٠,٠٠١٨٥ **(٢,٩٣٠٤)	٠,٠٠٠٥٦ (٠,٤٣٢١)	٠,٠٠١١٩ (١,٤٣٦٩)
الثلاثاء	٠,٠٠٠٤٥- (٠,٣٦٩٢-)	٠,٠٠١٧٩- (١,٦٨٣٤-)	٠,٠٠١٧٥- **(٢,١٢٥٨-)	٠,٠٠١٠٤ (٠,٥٩٥٥)	٠,٠٠٠٠٩٧- (٠,٠٩١٦-)
الأربعاء	٠,٠٠٠٣٧- (٠,٥٠٠٥-)	٠,٠٠١٦٠- (١,٥٩١٢-)	٠,٠٠٠٣١ (٠,٤٧٨٦)	٠,٠٠٢٤٦- **(٢,١٠٧-)	٠,٠٠٠٤٩- (٠,٥٦٣٧-)
الخميس	٠,٠٠٠٤٠ (٠,٥٤٦٨)	٠,٠٠١٠٠ (١,٠٣٧٩)	٠,٠٠١٥٩ **(٢,٢٨٨٦)	٠,٠٠١٥٩ (١,٢٧٢٤-)	٠,٠٠٠٩٢ (٠,٨٩٠٨)
الجمعة	٠,٠٠٠٣١- (٠,٣٩٩٨-)	٠,٠٠٠٥٢ (٠,٥٠٣٦)	٠,٠٠٠٠٤٠ (٠,٠٥٣٦)	٠,٠٠٠٤٣ (٠,٣١٢٣)	٠,٠٠١٥١ (١,٧١٢٣)

ملاحظات: ترد المعاملات في كل خليَّة تليها النسب تي بين قوسين؛ يرمز * و ** على التوالي إلى المعنوية عند المستويات ٥٪ و ١٪.

المصدر: بروكس وبيرساند (٢٠٠١أ).

إذا اخترنا حذف أحد المتغيِّرات الوهمية والإبقاء على المقطع يُصبح المتغيِّر الوهمي المحذوف حينئذ الفئة المرجعيَّة التي على أساسها تُقارن كل المتغيِّرات الوهمية الأخرى، لنأخذ على سبيل المثال نموذجًا مُماثلًا للنموذج السابق لكن مع حذف المتغيِّر الوهمي ليوم الاثنين:

$$r_t = \alpha + \gamma_1 D1_t + \gamma_2 D2_t + \gamma_3 D3_t + +\gamma_4 D4_t + +\gamma_5 D5_t + u_t \qquad (٥،١٠)$$

سوف تكون قيمة المقطع المقدَّرة $\hat{\alpha}$ هي قيمة يوم الاثنين، $\hat{\alpha} + \hat{\gamma}_{21}$ قيمة يوم الثلاثاء، وهكذا، أمَّا $\hat{\gamma}_2$ فتُفسَّر على أنها فارق متوسِّط العوائد بين يوم الاثنين ويوم الثلاثاء، وعلى نحو مُماثل يُمكن أن تُفسَّر $\hat{\gamma}_3, \ldots, \hat{\gamma}_5$ على أنها فارق متوسِّط العوائد بين أيام الأربعاء، الخميس، الجمعة، ويوم الاثنين.

على أمل أن يكون هذا التحليل قد أوضح بطريقة جيِّدة المتغيِّر الوهمي (أو المقطع) الذي يجب حذفه من الانحدار، فإننا نستطيع التحكم في تفسير نتائج اختبار الفرضيَّة بطريقة طبيعية، وهو الأمر الأكثر أهميَّة، كما يُمكن تطبيق نفس المنطق على متغيِّرات وهميَّة للميل (Slope dummy variables) الوارد وصفها في القسم التالي.

١٠,٣,١ المتغيِّرات الوهميَّة للميل

(Slope dummy variables)

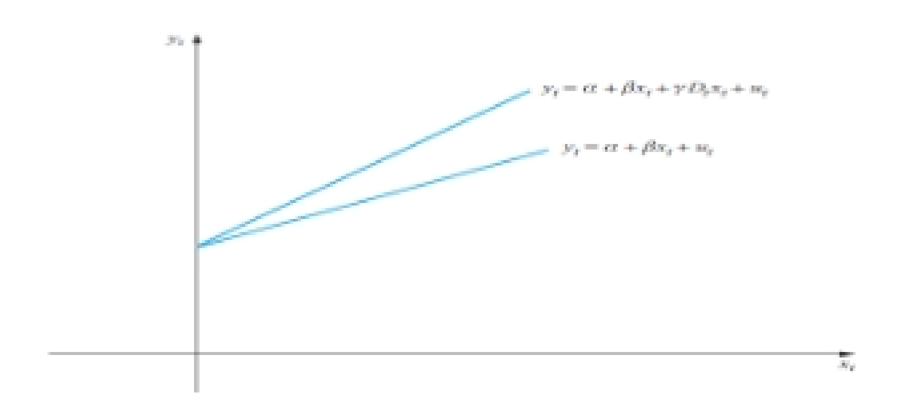
يُمكن إضافة إلى المتغيِّرات الوهميَّة للمقطع، أو بدلًا منها، استخدام متغيِّرات وهمية للميل، تعمل هذه المتغيِّرات على تغيير ميل خط الانحدار تاركة المقطع دون تغيير، يُقدِّم الشكل رقم (١٠,٣) مثالًا توضيحيًا في إطار متغيِّر وهمي وحيد للميل (أي

حالتين· مُختلفتين)، ينطبق مثل هذا الإعداد على سبيل المثال إذا كانت البيانات نصف سنويَّة (مرتين سنويًا) أو نصف أسبوعيَّة، أو كذلك المشاهدات المرصودة عند فتح وإغلاق الأسواق، وبالتالي سوف يُعرَّف D_t على النحو التالي: $D_t = 1$ للنصف الأول من السنة، وصفر للنصف الثاني من السنة.

يُغيِّر المتغيِّر الوهمي للميل ميلَ خط الانحدار تاركًا المقطع دون تغيير، في الحالة السابقة يُحدَّد المقطع بـ α في حين أن الميل يتغيَّر عبر الزمن، بالنسبة للفترات التي يأخذ فيها المتغيِّر الوهمي صفرًا سوف يكون الميل مساويًا لـ β في حين أنه في الفترات التي يأخذ فيها المتغيِّر الوهمي واحدًا صحيحًا يكون الميل مساويًا لـ $\beta + \gamma$.

من الممكن كذلك وبطبيعة الحال استخدام أكثر من متغيِّر وهمي واحد للميولات، فعلى سبيل المثال، إذا كانت البيانات فصليَّة يُمكن استخدام الإعداد التالي مع العلم أن $D1_t$ ... $D3_t$ تُمثِّل الفصول ١–٣.

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma_1 D1_t x_t + \gamma_2 D2_t x_t + \gamma_3 D3_t x_t + u_t \quad (٦،١٠)$$



الشكل رقم (٣ ,١٠) استخدام متغيِّرات وهميَّة للميل.

في هذه الحالة وبما أن هناك أيضًا حدًّا عند x_t غير مُرتبط بمتغيِّر وهمي فإن مُعاملات المتغيِّرات الوهميَّة (γ_1 إلخ) تُفسَّر على أنها تُمثِّل انحراف ميل ذلك الربع عن مُتوسِّط الميل لجميع الأرباع (الفصول)، من ناحية أخرى إذا تم إدراج أربعة متغيِّرات وهميَّة للميل (دون إدراج βx_t) فستُفسَّر مُعاملات المتغيِّرات الوهميَّة على أنها مُعاملات مُتوسِّط الميل خلال كل ربع، مرة أخرى، من المهم عدم إدراج أربعة متغيِّرات وهمية ربعيَّة للميل إلى جانب βx_t في الانحدار وإلَّا سوف نُواجه مُشكلة التعدد الخطِّي التام.

مثال(٢ , ١٠) ....

بالعودة إلى المثال المتعلِّق بتأثيرات يوم الأسبوع في أسواق الأسهم في جنوب شرق آسيا، وبالرغم من أن معنويَّة المعاملات في المعادلة رقم (٤،١٠) تدعم فرضيَّة وجود الموسميَّة في العوائد، فإنه من الجدير بالذِّكر أن عوامل المخاطرة لم تُوخذ بعين الاعتبار، ومن المهم قبل استخلاص نتائج بشأن احتمال وجود فرص مُراجحة أو بخصوص عدم كفاءة الأسواق، السماح لإمكانيَّة أن يكون السوق أقل أو أكثر مخاطرة في أيام مُعيَّنة دون أخرى، وبالتالي يُمكن تفسير العوائد المعنوية المنخفضة (المرتفعة) في المعادلة رقم (٤،١٠) بانخفاض (ارتفاع) المخاطرة، لذلك قام بروكس وبيرساند باختبار الموسميَّة باستخدام نموذج سوق تجريبي يتم بواسطته قياس خطر السوق تقريبيًّا بالعائد على مؤشر الأسعار العالمي لاتفاقية التجارة الحرة، وبالتالي وبهدف بحث كيفيَّة اختلاف الخطر من يوم إلى آخر خلال أيام الأسبوع، سوف نستخدم متغيِّرات وهميَّة تفاعُليَّة (Interactive Dummy Variable) (أي متغيِّرات وهمية للميل) لتحديد ما إذا كان الخطر يرتفع (ينخفض) خلال اليوم الذي تكون فيه العوائد عالية (مُنخفضة).

يُمكن كتابة المعادلة المقدَّرة، على نحو مُنفصل لكل بلد وباستخدام بيانات السلاسل الزمنيَّة، على النحو التالي:

$$r_t = \left(\sum_{i=1}^{5} \alpha_i D_{it} + \beta_i D_{it}\, RWM_t\right) + u_t \qquad (٧،١٠)$$

حيث يرمز α_i و β_i إلى المعاملات التي سيتم تقديرها، D_{it} متغيِّر وهمي عدد i يأخذ القيمة ١ في اليوم $t = i$ وصفر خلاف ذلك ويُمثِّل RWM_t العائد على مؤشر الأسعار العالمي، وبهذه الطريقة عند دراسة تأثير مخاطر السوق على الموسمية يُسمح لكل من المخاطرة والعوائد بأن يتغيَّرا بتغيُّر أيام الأسبوع، هذا وتَرِد نتائج تقدير المعادلة رقم (١٠، ٧) في الجدول رقم (٢ ,١٠)، لاحظ أنه تم استبعاد كوريا الجنوبية والفلبين من هذا الجزء من التحليل بما أنه لم يتم العثور فيهما على أيَّة انحرافات تقويم لتُفسَّر في الجدول رقم (١ ,١٠)، وكما يتَّضح من الجدول، تظل هناك تأثيرات معنويَّة ليوم الاثنين في أسواق أسهم بانكوك وكوالالمبور وتأثير معنوي ليوم الخميس في سوق أسهم كوالا لمبور حتى بعد إدراج متغيِّرات وهمية للميل والتي تسمح للمخاطرة بالتغيُّر عبر أيام الأسبوع.

الجدول رقم (٢ ,١٠) تأثيرات يوم الأسبوع مع إدراج متغيِّرات وهمية تفاعلية ومتغيِّر بديل عن المخاطرة

	تايلاند	ماليزيا	تايوان
الاثنين	٠,٠٠٣٢٢	٠,٠٠١٨٥	٠,٠٠٠٥٤٤
	(٣,٣٥٧١)**	(٢,٨٠٢٥)**	(٠,٣٩٤٥)
الثلاثاء	-٠,٠٠١١٤	-٠,٠٠١٢٢	٠,٠٠١٤٠
	(-١,١٥٤٥)	(-١,٨١٧٢)	(١,٠١٦٣)
الأربعاء	-٠,٠٠١٦٤	٠,٠٠٠٢٥	-٠,٠٠٢٦٣
	(-١,٦٩٢٦)	(٠,٣٧١١)	(-١,٩١٨٨)
الخميس	٠,٠٠١٠٤	٠,٠٠١٥٧	-٠,٠٠١٦٦
	(١,٠٩١٣)	(٢,٣٥١٥)*	(-١,٢١١٦)
الجمعة	٠,٠٠٠٠٣١	-٠,٣٧٥٢	-٠,٠٠٠١٣
	(٠,٠٣٢١٤)	(-٠,٥٦٨٠)	(-٠,٠٩٧٦)
بيتا- الاثنين	٠,٣٥٧٣	٠,٥٤٩٤	٠,٦٣٣٠
	(٢,١٩٨٧)*	(٤,٩٢٨٤)**	(٢,٧٤٦٤)**
بيتا- الثلاثاء	١,٠٢٥٤	٠,٩٨٢٢	٠,٦٥٧٢
	(٨,٠٠٣٥)**	(١١,٢٧٠٨)**	(٣,٧٠٧٨)**
بيتا- الأربعاء	٠,٠٦٠٤٠	٠,٥٧٥٣	٠,٣٤٤٤
	(٣,٧١٤٧)**	(٥,١٨٧٠)**	(١,٤٨٥٦)
بيتا- الخميس	٠,٦٦٦٢	٠,٨١٦٣	٠,٦٠٥٥
	(٣,٩٣١٣)**	(٦,٩٨٤٦)**	(٢,٥١٤٦)*
بيتا- الجمعة	٠,٩١٢٤	٠,٨٠٥٩	١,٠٩٠٦
	(٥,٨٣٠١)**	(٧,٤٤٩٣)**	(٤,٩٢٩٤)**

ملاحظات: تَرِد المعاملات في كل خليَّة تليها النسب تي بين قوسين؛ يرمز * و ** على التوالي إلى المعنوية عند المستويات ٥٪ و ١٪.

المصدر: بروكس وبيرساند (٢٠٠١أ).

كما تنخفض النسب تي انخفاضًا طفيفًا من حيث القيمة المطلقة، مُشيرة بالتالي إلى أن تأثير يوم الأسبوع أصبحت أقل وضوحًا بقليل، ومع ذلك فإن متوسط عائد سوق الأسهم التايواني السالب معنويًا قد اختفى تمامًا، من الواضح كذلك أن مُستويات متوسط المخاطر تختلف باختلاف أيام الأسبوع، فعلى سبيل المثال، تتراوح قيم بيتا لسوق الأسهم في بانكوك من أدنى مستوى لها وهو ٠,٣٦ ويُوافق يوم الاثنين إلى أعلى مُستوى لها والذي يتجاوز الوحدة خلال يوم الثلاثاء، وهذا يوضح أنه ليس هناك فقط تأثير يوم الاثنين مُوجب ومعنوي في هذا السوق، وإنما يتعدَّى ذلك إلى كون استجابة تحركات سوق بانكوك للتغيرات في قيمة سوق الأسهم العالمية العام تُعتبر أقل بكثير في ذلك اليوم مُقارنة بأيام الأسبوع الأخرى.

١٠,٣,٢ المتغيِّرات الوهميَّة للموسمية في إفيوز

(Dummy variables for seasonality in EViews)

يُعتبر *تأثير شهر يناير* تأثير التقويم الأكثر شيوعًا في البيانات الشهريَّة، تم إنشاء متغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ فقط في أشهر يناير بهدف دراسة ما إذا كان هناك فعلًا وجود لتأثير شهر يناير في انحدار سلسلة زمنيَّة شهريَّة، من السهل القيام بذلك من خلال إنشاء متغيِّر وهمي جديد يُسمَّى JANDUM يحتوي من أوَّله إلى آخره على أصفار، ومن ثمَّ تعديل مُدخلات المتغيِّر بتغيير كل أصفار الأشهر يناير بواحد، بالرجوع إلى مثال سعر سهم مايكروسوفت في ملف العمل 'macro.wf1' للفصول ٤ و ٥ نقوم بإنشاء هذا المتغيِّر باستخدام المنهجيَّة الموصوفة أعلاه، وإجراء الانحدار مُجدَّدًا بعد إدراج هذا المتغيِّر الوهمي الجديد، تَرِد نتائج هذا الانحدار في الجدول التالي:

Dependent Variable: ERMSOFT
Method: Least Squares
Date: 07/08/13 Time: 06:30
Sample (adjusted): 1986M05 2013M04
Included observations: 324 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.222940	0.897978	−0.248269	0.8041
ERSANDP	1.386384	0.143283	9.675858	0.0000
DPROD	−1.242103	1.206216	−1.029752	0.3039
DCREDIT	−3.18E-05	6.97E-05	−0.456415	0.6484
DINFLATION	1.962921	2.242415	0.875360	0.3820
DMONEY	−0.003737	0.034398	−0.108637	0.9136
DSPREAD	4.281578	6.333687	0.676001	0.4995
RTERM	4.622120	2.287478	2.020619	0.0442
FEB98DUM	−65.65307	11.59806	−5.660694	0.0000
FEB03DUM	−66.80029	11.57405	−5.771558	0.0000
JANDUM	4.127243	2.834769	1.455936	0.1464

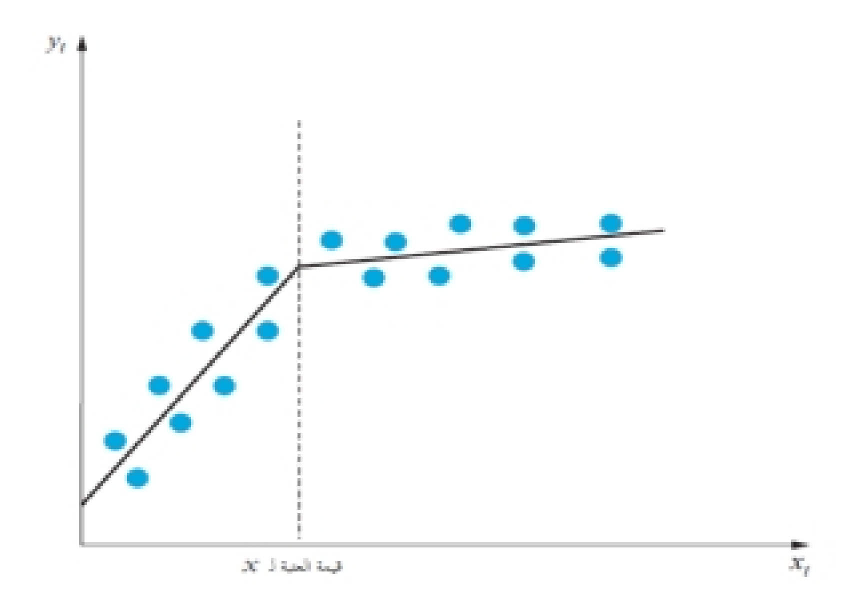
R-squared	0.350457	Mean dependent var	−0.311466
Adjusted R-squared	0.329705	S.D. dependent var	14.05871
S.E. of regression	11.51008	Akaike info criterion	7.757685
Sum squared resid	41466.86	Schwarz criterion	7.886043
Log likelihood	−1245.745	Hannan-Quinn criter.	7.886043
F-statistic	16.88775	Durbin-Watson stat	2.153722
Prob(F-statistic)	0.000000		

يتبيَّن من الجدول أن المتغيِّر الوهمي خارج نطاق المعنويَّة الإحصائية عند المستوى ١٠٪ وبعلامة مُوجبة مُتوقَّعة، مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، تُشير قيمة المعامل ٤.١٢٧ إلى أن عوائد سهم مايكروسوفت في شهر يناير أعلى بحوالي ٤٪ من مُتوسِّط عوائد باقي أشهر السنة.

٤ , ١٠ تقدير الدوال خطِّية القطع البسيطة

(Estimating simple piecewise linear functions)

يُعتبر النموذج خطِّي القطع مثالًا لمجموعة عامة من النماذج التي تُعرف *بتقنيات سبلين* (Spline Techniques)، تشمل تقنيات سبلين تطبيق دوال متعدِّدة الحدود على الأجزاء المختلفة للبيانات بطريقة مُجزأة، تُستخدم هذه النماذج على نطاق واسع لتوفيق مُنحنيات العوائد إلى عوائد السندات ذات آجال الاستحقاق المختلفة (انظر على سبيل المثال شيا (١٩٨٤)).



الشكل رقم (٤ , ١٠) نموذج خطِّي القطع بعتبة x^*.

يعمل النموذج خطِّي القطع البسيط على النحو التالي، إذا كانت العلاقة بين السلسلتين x و y تختلف حسب ما إذا كانت قيمة x أصغر أو أكبر من قيمة عتبة ما x^* فإنه من الممكن التقاط هذه الظاهرة باستخدام المتغيِّرات الوهميَّة، يُمكن تعريف المتغيِّر الوهمي D_t بحيث يتَّخذ القيم التالية:

$$D_t = \begin{cases} 0 & \text{إذا } x_t < x^* \\ 1 & \text{إذا } x_t \geq x^* \end{cases} \qquad (٨،١٠)$$

لتقديم مثال توضيحي عن الحالات التي يكون فيها النموذج خطِّي القطع مُفيدًا، نذكر أنه تختلف أحيانًا حدود وحدات المزايدة السعريَّة (Tick Size) حسب سعر الأصل، فعلى سبيل المثال، وبحسب جورج ولنجستاف (١٩٩٣) (انظر كذلك الفصل ٦ من هذا الكتاب)، يُحدِّد سوق عقود بورصة شيكاغو وحدات المزايدة السعريَّة بـ ١/٨ دولارات للخيارات بقيمة ٣ دولارات فأكثر

وبـ ١٦/١ دولارًا للخيارات التي قيمها أقل من ٣ دولارات، يعني ذلك أن حركات الأسعار الدنيا المسموح بها هي على التوالي ٨/١ دولارات و ١٦/١ دولارًا للخيارات بقيمة ٣ دولارات فأكثر، وللخيارات التي قيمها أقل من ٣ دولارات، وبالتالي إذا استُخدم y وهو هامش شراء وبيع الخيار و x وهو سعر الخيار كمتغيِّر لتفسير حجم الهامش جُزئيًا فإن الهامش سيتغيَّر جُزئيًّا بتغيُّر سعر الخيار وبطريقة قطعية وفقًا لحد وحدات المزايدة السعريَّة، يُمكن إذًا تحديد النموذج على النحو التالي:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 D_t + \beta_4 D_t x_t + u_t \qquad (٩،١٠)$$

مع العلم أن D_t لها نفس التعريف السابق، على ضوء ما تقدَّم بخصوص المتغيِّرات الوهميَّة، استُخدم المتغيِّر الوهمي في المعادلة رقم (٨،١٠) كمقطع وكمتغيِّر وهمي للميل على حد السواء، يُقدِّم الشكل رقم (١٠ , ٤) مثالًا يُظهر البيانات وخط الانحدار.

لاحظ أنه يُفترض في هذه المرحلة أن قيمة العتبة أو 'المفصل' معلومة، هذا ونُشير إلى أنه من الممكن تعميم هذه الحالة إلى حالة يكون فيها y_t مُستمدًّا من أكثر من نظامين، أو أنه ناتج عن نموذج أكثر تقعيدًا.

١٠ , ٥ نماذج ماركوف لتبديل النظام

(Markov switching models)

على الرغم من اقتراح أدبيات الاقتصاد القياسي لعدد هائل من نماذج العتبة اللاخطِّية، إلَّا أن هناك فقط نوعين من النماذج كان لهما تأثير ملحوظ في مجال الماليَّة (إضافة إلى النماذج GARCH ذات العتبات من النوع المشار إليه في الفصل ٨)، هذان النموذجان هما نموذج ماركوف لتبديل النظام المنسوب إلى هاميلتون (١٩٨٩ و ١٩٩٠) ((Hamilton (1989, 1990)) ونموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المنسوب إلى تونغ (١٩٨٣ و ١٩٩٠)، سوف تتم مُناقشة كلٍّ من هذه الصيغة أدناه.

١٠ , ٥ , ١ أساسيات نماذج ماركوف لتبديل النظام

(Fundamentals of Markov switching models)

تُقسَّم المجموعة الشاملة للأحداث الممكنة في إطار نهج ماركوف لتبديل النظام إلى m حالة من حالات العالم، يُرمز إليها بـ $s_i, i = 1, \dots, m$ المقابلة للأنظمة m، بعبارة أخرى: يُفترض أن y_t تُبدِّل النظام وفقًا لمتغيِّر غير مُشاهد s_t والذي يأخذ قيمًا صحيحة، سوف نفترض فيما تبقى من هذا الفصل أن $m = 1$ أو $m = 2$، وبالتالي إذا كان $s_t = 1$ فإن العمليَّة تكون في النظام ١ في الزمن t وإذا كان $s_t = 2$ فإن العمليَّة تكون في النظام ٢ في الزمن t، تخضع حركات متغيِّر الحالة (State Variable) بين الأنظمة إلى عمليَّة ماركوف، يُمكن التعبير عن خاصِّية ماركوف هذه كالتالي:

$$P[a < y_t \leq b \,|y_1, y_2, \dots, y_{t-1}] = P[a < y_t \leq b \,|y_{t-1}] \qquad (١٠،١٠)$$

تنص هذه المعادلة ببساطة على أن التوزيع الاحتمالي للحالة في أي زمن t يتوقف فقط على الحالة في الزمن $t - 1$ وليس على حالات الأزمنة $t - 2$، $t - 3$... وبالتالي عمليات ماركوف ليست مُعتمدة على مسار ما، تكمن قوة النموذج في مرونته وفي كونه قادرًا على التقاط التغيرات في التباين بين عمليات الحالة، فضلًا عن التقاط التغيرات في المتوسط.

يتكوَّن الشكل الأساسي لنموذج هاميلتون، والذي يُعرف أيضا 'بمرشح هاميلتون' (Hamilton's filter) (انظر هاميلتون (١٩٨٩))، من متغيِّر حالة يُرمز إليه بـ z_t، والذي يُفترض أنه استنادًا إلى عمليَّة ماركوف من المرتبة الأولى يقوم بتقدير:

$$Prob[z_t = 1 \,|z_{t-1} = 1] \;= p_{11} \qquad (١١،١٠)$$

$$Prob[z_t = 2 \,|z_{t-1} = 1] \;= 1 - p_{11} \qquad (١٢،١٠)$$

$$Prob[z_t = 2 \,|z_{t-1} = 2] \;= p_{22} \qquad (١٣،١٠)$$

$$Prob[z_t = 1 \,|z_{t-1} = 2] \;= 1 - p_{22} \qquad (١٤،١٠)$$

حيث يرمُز p_{11} و p_{22} على التوالي إلى احتمال التواجد في النظام ١، علمًا وأن نظام الفترة السابقة هو النظام ١ واحتمال التواجد في النظام ٢، علمًا بأن نظام الفترة السابقة هو النظام ٢، وبالتالي تُعرَّف $1 - p_{11}$ احتمال y_t من الحالة ١ في الفترة $t-1$ إلى الحالة ٢ في الفترة t و تُعرَّف $1 - p_{22}$ احتمال تحوُّل y_t من الحالة ٢ إلى الحالة ١ بين الزمن t والزمن $t-1$، كما يُمكن في إطار هذا التوصيف إثبات أن يتطوَّر z_t حسب العمليَّة $AR(1)$:

$$z_t = (1 - p_{11}) + \rho z_{t-1} + \eta_t \qquad (١٥،١٠)$$

حيث إن $\rho = p_{11} + p_{22} - 1$، يُمكن بشكل عام اعتبار z_t تعميمًا للمتغيِّرات الوهميَّة التي سبق ذكرها والمستخدمة في نمذجة التحوُّلات في السلسلة، من الممكن في إطار نهج ماركوف لتبديل النظام وجود تحوُّلات مُتعدِّدة من مجموعة سلوكيات إلى أخرى.

تتطوَّر سلسلة العوائد المشاهدة في هذا الإطار على النحو المقدَّم في المعادلة رقم (١٠،١٥):

$$y_t = \mu_1 + \mu_2 z_t + \;(\sigma_1^2 + \phi z_t)^{1/2} u_t \qquad (١٦،١٠)$$

حيث إن $u_t \sim N(0,1)$، تكون قيمة السلسلة وتبايُنها المتوقعان في الحالة ١ على التوالي μ_1 و σ_1^2، أمَّا في الحالة ٢ فهما على التوالي $(\mu_1 + \mu_2)$ و $\sigma_1^2 + \phi$، يُعرَّف التباين في الحالة ٢ أيضًا كالتالي: $\sigma_2^2 = \sigma_1^2 + \phi$، تُقدَّر معلمات النموذج غير المعلومة $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, p_{11}, p_{22})$ باستخدام الإمكان الأعظم، تتعدَّى تفاصيل التقدير نطاق هذا الكتاب لكن يقدِّم إنجل وهاميلتون (١٩٩٠) تفاصيل أكثر شمولًا.

إذا كان المتغيِّر يتبع عمليَّة ماركوف فإن كل ما هو مطلوب للتنبؤ باحتمال أن يكون المتغيِّر في نظام مُعيَّن خلال الفترة السابقة هو احتمال الفترة الحاليَّة إضافة إلى مجموعة احتمالات الانتقال (Transition Probabilities) من نظام إلى آخر المقدَّمة في المعادلات رقم (١١،١٠)- (١٤،١٠) في حالة كان لدينا نظامان اثنان، أمَّا في الحالة العامة حيث هناك m حالة فمن الأفضل صياغة احتمالات الانتقال من حالة إلى أخرى في مصفوفة كالتالي:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{bmatrix} \qquad (١٧،١٠)$$

حيث يُمثِّل P_{ij} احتمال الانتقال من النظام i إلى النظام j، ونظرًا إلى أن المتغيِّر يجب أن يكون في حالة من الحالات m، وذلك في أي وقت من الأوقات، فيصح كتابة:

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij} = 1 \;\; \forall \;\; i \qquad (١٨،١٠)$$

يُعرِّف مُتجه احتمالات الحالات الحالية كالتالي:

$$\pi_t = [\pi_1 \; \pi_2 \dots \pi_m] \quad (١٩،١٠)$$

حيث يُمثل π_i احتمال أن يكون y حاليًا في الحالة i، إذا علمنا π_t و P فمن الممكن التنبؤ باحتمال أن يكون المتغيّر y في نظام ما خلال الفترة القادمة باستخدام المعادلة:

$$\pi_{t+1} = \pi_t P \quad (٢٠،١٠)$$

أمّا الاحتمالات لـ s خطوة في المستقبل فتُعطى بالمعادلة التالية:

$$\pi_{t+s} = \pi_t P^s \quad (٢١،١٠)$$

١٠,٦ نموذج ماركوف لتبديل النظام لنمذجة سعر الصرف الحقيقي

(A Markov switching model for the real exchange rate)

هناك عدد من تطبيقات نموذج ماركوف لتبديل النظام في مجال الماليَّة، فمن الواضح أن هذا النهج يُعتبر مُفيدًا عندما يُعتقد أن السلسلة تخضع لتحوُّلات من نوع سلوك لآخر قبل العودة مُجدَّدًا لنفس السلوك، وحيث يكون 'متغيِّر الدفع' (Forcing Variable) المتسبِّب في تحوُّلات النظام غير مُشاهد.

من بين التطبيقات نذكر نمذجة سعر الصرف الحقيقي، وكما ورد في الفصل ٨، تُشير نظريَّة تعادل القوة الشرائية إلى أنه ينبغي دائمًا تطبيق قانون السعر الواحد على المدى الطويل بحيث تكون تكلفة سلة نموذجيَّة من السلع والخدمات بعد تحويلها إلى عملة موحدة هي نفسها أيًّا كان مكان شرائها، ومن بين الآثار المترتِّبة على نظريَّة تعادل القوة الشرائيَّة تحت بعض الافتراضات نجد أن سعر الصرف الحقيقي (والذي يُعرف بأنه سعر الصرف مقسومًا على رقم قياسي للمستوى العام للأسعار، كمؤشر أسعار المستهلكين مثلًا) يجب أن يكون ساكنًا، غير أن عددًا من الدراسات فشل في رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة في أسعار الصرف الحقيقيَّة، مُشيرة بذلك إلى رفض نظريَّة تعادُل القوة الشرائية.

من المعروف على نطاق واسع أن قوة اختبارات جذر الوحدة تكون مُتدنية في ظل وجود انقطاعات هيكلية، فمثلًا يجد اختبار ADF صعوبة في التمييز بين عمليَّة ساكنة تخضع لانقطاعات هيكلية، وبين عملية جذر الوحدة، للتحقُّق من هذه الإمكانية قام بيرجمان وهانسون (٢٠٠٥) (Bergman and Hansson (2005)) بتقدير نموذج ماركوف لتبديل النظام بتركيب $AR(1)$ لسعر الصرف الحقيقي، والذي يسمح بتبديلات مُتعدِّدة بين نظامين، يتمثَّل التوصيف المستخدم من قِبلهما فيما يلي:

$$y_t = \mu_{s_t} + \phi y_{t-1} + \epsilon_t \quad (٢٢،١٠)$$

حيث يُمثل y_t سعر الصرف الحقيقي، $s_t \; (t = 1, 2)$ الحالتين و $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$[1]، يُفترض أن متغيِّر الحالة s_t يتبع نموذج ماركوف ثنائي النظام القياسي كما هو موضح أعلاه.

استُخْدِمت بيانات فصلية تمتد بين الربع الثاني لسنة ١٩٧٣ والربع الرابع لسنة ١٩٩٧ (٩٩ نقطة بيانات) لسعر الصرف الحقيقي (عدد وحدات العملة الأجنبية مقابل الدولار الأمريكي) لكل من المملكة المتحدة، فرنسا، ألمانيا، سويسرا، كندا واليابان، كما

(1) قام المؤلفان كذلك بتقدير نماذج تسمح لـ ϕ و σ^2 بالتغيُّر عبر الحالات لكن لم يتسنَّ رفض القيد التي يعتبر أن الحالتين لهما نفس المعلمات وبالتالي تفترض القيم المقدمة في الدراسة أن ϕ و σ^2 ثابتة.

تم تقدير النموذج باستخدام أول اثنتين وسبعين مُشاهدة (من الربع الثاني لسنة ١٩٧٣ إلى الربع الرابع لسنة ١٩٩٠)، وتم الاحتفاظ بباقي المشاهدات لإجراء تقييم للتنبؤات خارج العيِّنة، كما استخدم المؤلفان ١٠٠ مرَّة لوغاريتم سعر الصرف الحقيقي، والذي تم تطبيعه ليأخذ القيمة واحدًا في الربع الثاني لسنة ١٩٧٣، وذلك لكل البلدان، يعرض الجدول رقم (١٠,٣) القيم المقدَّرة لنموذج ماركوف لتبديل النظام والمتحصَّل عليها باستخدام الإمكان الأعظم.

وكما يتبيَّن من الجدول، تمكَّن النموذج من فصل أسعار الصرف الحقيقيَّة إلى نظامين مُنفصلين، وذلك لكل سلسلة من السلاسل وبمقطع موجب في النظام ١ (μ_1) لكل البلدان باستثناء اليابان (بسبب القوة الهائلة للين خلال فترة العيِّنة)، وهذا يُوازي ارتفاعًا في لوغاريتم عدد وحدات العملة الأجنبيَّة مُقابل الدولار الأمريكي أي انخفاض قيمة العملة المحلية مقابل الدولار، أمَّا μ_2، أي المقطع في النظام ٢، فهو سالب لكل البلدان وهو ما يُمثِّل ارتفاعًا في قيمة العملة المحلية مقابل الدولار، أمَّا احتمالات البقاء في نفس النظام خلال الفترة اللاحقة (p_{11} و p_{22}) فهي احتمالات مُنخفضة نسبيًّا بالنسبة لبريطانيا، فرنسا، ألمانيا وسويسرا، مُشيرة بذلك إلى أن عملات تلك البلدان تشهد تبديلات من نظام لآخر مُتكررة نسبيًّا.

بعد الأخذ في الاعتبار تبديل المقاطع بين الأنظمة، من المثير للاهتمام أن معامل $AR(1)$ أي ϕ في الجدول رقم (١٠,٣) أقل بكثير من الوحدة، مُشيرًا إلى سكون أسعار الصرف الحقيقيَّة.

الجدول رقم (١٠,٣) القيم المقدَّرة لنموذج ماركوف لتبديل النظام لأسعار الصرف

المعلمة	المملكة المتحدة	فرنسا	ألمانيا	سويسرا	كندا	اليابان
μ_1	٣,٥٥٤	٦,١٣١	٦,٥٦٩	٢,٣٩٠	١,٦٩٣	٠,٣٧٠-
	(٠,٥٥٠)	(٠,٦٠٤)	(٠,٧٣٣)	(٠,٧٢٦)	(٠,٢٣٠)	(٠,٦٨١)
μ_2	٥,٠٩٦-	٢,٨٤٥-	٢,٦٧٦-	٦,٥٥٦-	٠,٣٠٦-	٨,٩٣٢-
	(٠,٥٤٩)	(٠,٤٠٩)	(٠,٤٨٧)	(٠,٧٧٥)	(٠,٢٤٩)	(١,١٥٧)
ϕ	٠,٩٢٨	٠,٩٠٤	٠,٨٨٨	٠,٩٥٨	٠,٩٢٢	٠,٨٧١
	(٠,٠٢٧)	(٠,٠٢٠)	(٠,٠٢٣)	(٠,٠٢٧)	(٠,٠٢١)	(٠,٠٢٧)
σ^2	١٠,١١٨	٧,٧٠٦	١٠,٧١٩	١٣,٥١٣	١,٦٤٤	١٥,٨٧٩
	(١,٦٩٨)	(١,٢٩٣)	(١,٧٩٩)	(٢,٢٦٨)	(٠,٢٧٦)	(٢,٦٦٥)
p_{11}	٠,٦٧٢	٠,٦٧٩	٠,٦٨٢	٠,٧٩٢	٠,٩٥٢	٠,٩١١
p_{22}	٠,٦٩٠	٠,٨٣٣	٠,٨٣٠	٠,٧١٦	٠,٩٤٤	٠,٨١٧

ملاحظة: الأخطاء المعياريَّة بين قوسين.

المصدر: بيرجان وهانسون (٢٠٠٥). أعيد نشره بترخيص من إلسيفر.

هذا وقام بيرغمان وهانسون بمحاكاة بيانات من نموذج ماركوف الساكن لتبديل النظام بتركيب $AR(1)$ وبمعلمات مُقدَّرة لكنهما افترضا قيام الباحث باختبار ADF العادي على بيانات افتراضيَّة، وجد بيرجمان وهانسون أنه لا يُمكن في أي حالة من الحالات رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في جذر الوحدة، مع أنه من الواضح أن هذه الفرضيَّة خاطئة؛ لأن البيانات المحاكاة ساكنة، يتَّضح من ذلك أن عدم الأخذ في الحسبان تغيُّر المقاطع عبر الزمن (أي الانقطاعات الهيكلية) في الدراسات التجريبيَّة السابقة لأسعار الصرف الحقيقيَّة يُمكن أن يكون السبب وراء الاستنتاج بأن السلاسل هي عمليات جذر الوحدة في حين أن النظريَّة الماليَّة تُشير إلى أنه ينبغي أن تكون ساكنة.

استخدم المؤلفان أخيرًا نموذج ماركوف لتبديل النظام بتركيب $AR(1)$ للتنبؤ بالجزء المتبقي من أسعار الصرف في العيِّنة، ومُقارنة تلك التنبؤات بتلك الناتجة عن المسار العشوائي، وعن نموذج ماركوف لتبديل النظام بمسار عشوائي، بالنسبة لجميع السلاسل الست ولآفاق توقعات تصل إلى أربع خطوات مُستقبليَّة (فصول)، وجد المؤلفان أن نموذج ماركوف لتبديل النظام يُنتج تنبؤات لها أصغر مُتوسِّطات أخطاء تربيعيَّة، هذا وتُعتبر هذه التحسينات في التنبؤ -مُقارنةً بالسير العشوائي- ذات معنويَّة إحصائيَّة.

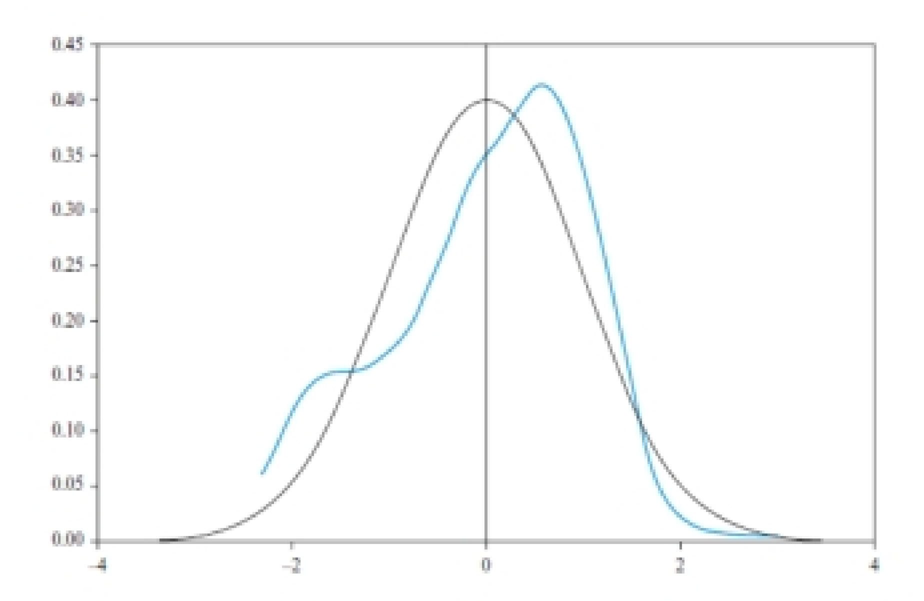
١٠,٧ نموذج ماركوف لتبديل النظام لنمذجة نسبة عائد السندات إلى الأسهم

(A Markov switching model for the gilt–equity yield ratio)

كما هو مبيَّن أدناه يُعتبر نهج ماركوف لتبديل النظام مفيدًا أيضًا في نمذجة سلوك سلسلة زمنية لنسبة عائد السندات إلى الأسهم (Gilt–Equity Yield Ratio) والذي يُعرَّف بأنه نسبة عائد الدخل على السندات الحكومية طويلة الأجل إلى عائد أرباح الأسهم الموزَّعة، هذا وقد وقعت الإشارة إلى أن القيمة الحاليَّة لنسبة عائد السندات إلى الأسهم قد تكون مُفيدة لمديري الاستثمارات أو لمحلِّلي السوق في تحديد ما إذا كان ينبغي الاستثمار في الأسهم أو الاستثمار في السندات الحكوميَّة، وبالتالي يُفترض أن نسبة عائد السندات إلى الأسهم تتضمَّن معلومات مفيدة في تحديد المسار المحتمل للاتجاهات العامَّة المستقبليَّة لسوق الأسهم، كما يُفترض أن يكون لنسبة عائد السندات إلى الأسهم مُستوى توازن في المدى الطويل، وأيُّ انحرافات عن هذا المستوى تُؤخَذ كإشارة إلى أن أسعار الأسهم وصلت إلى مستوى لا يمكن تحمُّله، فإذا أصبحت نسبة عائد السندات إلى الأسهم مُرتفعة مُقارنةً بمستواها في المدى الطويل، يُنظر إلى الأسهم بأنها باهظة الثمن مُقارنة بالسندات، من المنتظر إذًا عند مُستويات مُعيَّنة لعوائد السندات، وجوب ارتفاع عوائد الأسهم، وذلك من خلال انخفاض أسعار الأسهم، وعلى نحو مماثل إذا كانت نسبة عائد السندات إلى الأسهم أقل بكثير من مُستواها في المدى الطويل، فإن السندات تُعتبر باهظة الثمن مُقارنة بالأسهم، وبحسب نفس التحليل من المتوقَّع أن يزداد سعر هذه الأخيرة، وبالتالي فإن قاعدة تداول الأسهم القائمة على نسبة عائد السندات إلى الأسهم وفي شكلها المبسَّط تنص على أنه 'إذا كانت نسبة عائد السندات إلى الأسهم مُنخفضة نشتري الأسهم، وإذا كانت مُرتفعة نبيع الأسهم'، في هذا الإطار تُناقش ورقة بحث بروكس وبيرساند (٢٠٠١ب) جدوى نهج ماركوف لتبديل النظام، وتنظر فيما إذا كان من الممكن وضع قواعد تداول مُربحة استنادًا إلى التنبؤات المشتقَّة من هذا النموذج.

استخدم بروكس وبيرساند (٢٠٠١ب) عوائد شهريَّة لأرباح مُؤشرات الأسهم الموزَّعة وعوائد شهريَّة للدخل على السندات الحكومية تُغطِّي الفترة ما بين يناير ١٩٧٥ وأغسطس ١٩٩٧ (٢٧٢ مُشاهدة) لثلاث بُلدان، وهي: المملكة المتحدة، الولايات المتحدة، وألمانيا، تتمثَّل السلاسل المستخدمة في عوائد الأرباح الموزَّعة وقيم المؤشرات لـ FTSE100 (المملكة المتحدة)، S&P500 (الولايات المتحدة) و DAX (ألمانيا)، هذا وتستند مُؤشرات السندات وعوائد الاسترداد (Redemption Yields) على الأسعار النظيفة لسندات دين الحكومة البريطانية الموحد، وكذلك على السندات الحكومية الأمريكية والألمانية لأجل عشر سنوات.

وكمثال على ذلك يمثِّل الشكل رقم (١٠,٥) رسمًا بيانيًّا لتوزيع نسبة عائد السندات إلى الأسهم للولايات المتحدة (بالخط الأزرق)، جنبًا إلى جنب مع التوزيع الطبيعي بنفس المتوسط والتباين، من الواضح أن توزيع سلسلة نسبة عائد السندات إلى الأسهم ليس بالتوزيع الطبيعي، كما يُشير شكل التوزيع إلى وجود منوالين مُنفصلين: جزء علوي للتوزيع مُشتمل على مُعظم المشاهدات، وجزء سفلي يُغطي أصغر قيم نسبة عائد سندات إلى الأسهم.



الشكل رقم (٥ , ١٠) التوزيع غير الشرطي لنسبة عائد السندات إلى الأسهم للولايات المتحدة إلى جانب التوزيع الطبيعي بنفس المتوسط والتباين.

تُشير مثل هذه الملاحظة، إضافة إلى فكرة وجوب وضع قاعدة للتداول مبنيَّة على معرفة ما إذا كانت نسبة عائد السندات إلى الأسهم "مُرتفعة" أم "مُنخفضة" ، وفي ظل عدم وجود نموذج اقتصاد قياسي منهجي لهذه النسبة، إلى أن نهج ماركوف لتبديل النظام يُمكن أن يكون نهجًا مُفيدًا، كما نذكر أنه في إطار نهج ماركوف لتبديل النظام تُحسب قيم نسب عائد السندات إلى الأسهم من مزيج من التوزيعات الطبيعيَّة حيث يُساوي مجموع الأوزان المقترنة بكل توزيع واحدًا صحيحًا، وحيث تخضع التحركات بين السلاسل إلى عمليَّة ماركوف، هذا وقُدِّر نموذج ماركوف لتبديل النظام باستخدام طريقة الإمكان الأعظم (مثل ما هو مُبيَّن في الفصل ٩) استنادًا إلى شفرة برمجيَّة باستخدام جاوس مُقدَّمة مِن قِبَل جيمس هاملتون ترد قيم المعاملات المقدَّرة في الجدول رقم (٤ , ١٠).

تُقدِّم الأعمدة المعنونة من (١) إلى (٤) من الجدول رقم (٤ , ١٠)، مُتوسِّطات وتباينات قيم نسب عائد السندات إلى الأسهم لكل نظام من النظامين، هذا وترد الأخطاء المعياريَّة المرتبطة بكل معلمة بين قوسين، من الواضح أن نموذج تبديل النظام قد قسَّم البيانات إلى عيِّنتين مُتميِّزتين: واحدة بمتوسِّط مُرتفع (٢,٤٣، ٢,٤٦ و ٣,٠٣ على التوالي لكل من المملكة المتَّحدة، الولايات المتَّحدة وألمانيا)، وواحدة بمتوسِّط مُنخفض (٢,٠٧، ٢,١٢ و ٢,١٦) كما كان مُتوقَّعًا من خلال التوزيع غير الشرطي للعوائد، من الواضح أيضًا أنَّ نِسَب عائد السندات إلى الأسهم في المملكة المتَّحدة وألمانيا هي الأكثر تغيُّرًا عبر الزمن عندما تكون في نظام بمتوسِّط مُرتفع بدليل تباينهم المرتفع (في الواقع في المملكة المتَّحدة، هذا التباين أكثر بأربع مرَّات مُقارنة بالحالة التي تكون فيهـا هذه النسب ذات مُتوسِّط مُنخفض، أمَّـا في ألمانيا فهو أكثر بعشرين مرَّة)، بالنسبة لـعدد المشاهدات التي يزيد احتمـال أن تكون نسبة عائد السندات إلى الأسهم في حالة المتوسِّط المنخفض ٠,٥ (وبالتالي عندما تكون نسبة عائد السندات إلى الأسهم فعلًا في هذه الحالة)، فيبلغ عددها ١٠٢ مُشاهدة في المملكة المتَّحدة (أي ٣٧,٥٪ من مجموع المشاهدات) في حين يبلغ هذا العدد ١٠٠ مُشاهدة (٣٦,٨٪) في الولايات المتَّحدة و ٢٠٠ مُشاهدة (٧٣,٥٪) في ألمانيا، وهكذا وبوجه عام من المرجَّح أن تكون نسبة عائد السندات إلى الأسهم في المملكة المتَّحدة والولايات المتَّحدة في نظام المتوسِّط المنخفض، أمَّا بالنسبة لألمانيا فمن المرجَّح أن تكون هذه النسبة في نظام المتوسِّط المرتفع.

تُعطي أعمدة الجدول رقـــــم (٤ , ١٠) المرقمة (٥) و (٦) على التـوالي قيم p_{11} و p_{22} أي على التوالي احتمال البقاء في الحـــالة ١ علمًا بأن نسبة عائد السندات إلى الأسهم كانت في الشهر السابق مُباشرة في الحالة ١، واحتمال البقاء في الحالة ٢ علمًا بأن نسبة عائد السندات إلى الأسهم كانت سابقًا في الحالة ٢.

تُشير القيم المرتفعة لهذه المعلمات إلى أن الأنظمة مُستقرة إلى حد بعيد؛ لأن احتمال الانتقال من نظام يتَّسم بارتفاع نسبة عائد السندات إلى الأسهم إلى نظام يتَّسم بانخفاض نسبة عائد السندات إلى الأسهم، والعكس بالعكس، أقل من ١٠٪ للسلاسل الثلاث، يُقدم الشكل رقم (٦ , ١٠) 'رسمًا بيانيًا لـ q' والذي يعرض قيم نسبة عائد السندات إلى الأسهم، واحتمال أن تكون هذه الأخيرة في نظام نسبة العائد المرتفع في كل نقطة زمنيَّة في المملكة المتَّحدة.

الجدول رقم (٤ , ١٠) القيم المقدَّرة لنموذج ماركوف لتبديل النظام لأسعار الصرف

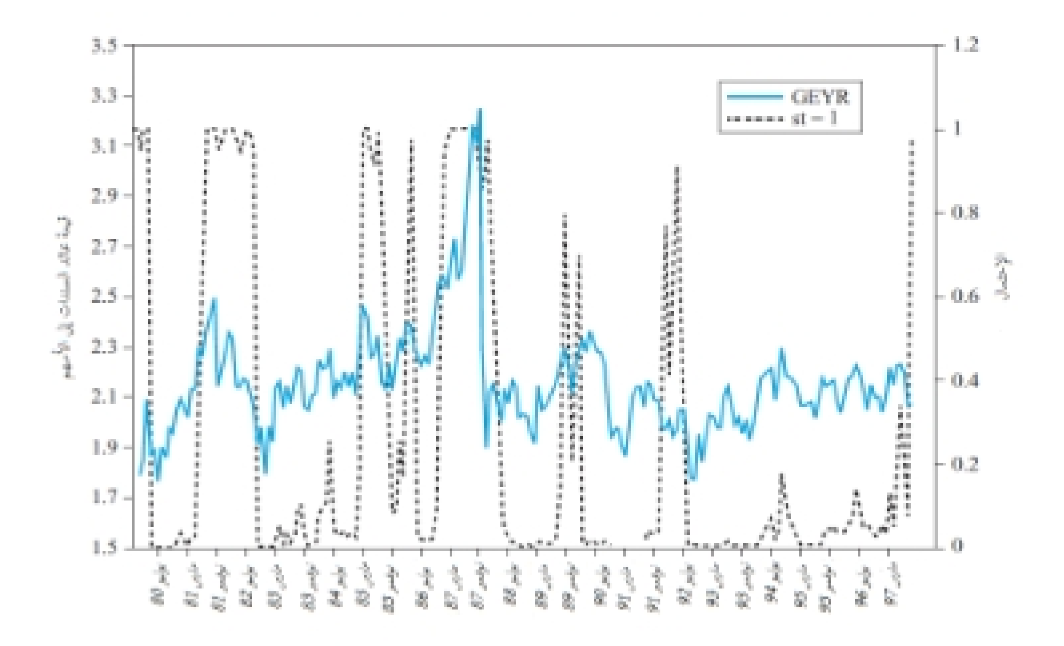
الإحصاءات	μ_1 (١)	μ_2 (٢)	σ_1^2 (٣)	σ_2^2 (٤)	p_{11} (٥)	p_{22} (٦)	N_1 (٧)	N_2 (٨)
المملكة المتَّحدة	٢,٤٢٩٣ (,٠٣٠١)	٢,٠٧٤٩ (,٠٣٦٧)	٠,٠٦٢٤ (,٠٠٩٢)	٠,٠١٤٢ (,٠٠١٨)	٠,٩٥٤٧ (,٠٧٢٦)	٠,٩٧١٩ (٠,٠١٣٤)	١٠٢	١٧٠
الولايات المتَّحدة	٢,٤٥٥٤ (,٠١٨١)	٢,١٢١٨ (,٠٦٢٣)	٠,٠٢٩٤ (,٠٦٠٤)	٠,٠٣٩٥ (,٠٠٤٤)	٠,٩٧١٧ (,٠١٧١)	٠,٩٨٢٣ (٠,٠١٠٦)	١٠٠	١٧٢
ألمانيا	٣,٠٢٥٠ (٠,٠٥٤٤)	٢,١٥٦٣ (٠,٠١٥٤)	٠,٥٥١٠ (٠,٠٥٦٩)	٠,٠١٢٥ (٠,٠٠٢٠)	٠,٩٨١٦ (٠,٠١٠٧)	٠,٩٣٢٨ (٠,٠٣٢٣)	٢٠٠	٧٢

ملاحظات: الأخطاء المعياريَّة بين قوسين؛ يرمز N_1 و N_2 على التوالي إلى عدد المشاهدات المفترضة في النظام ١ و ٢.

المصدر: بروكس وبيرساند (٢٠٠١ب).

وكما نرى، يُعتبر احتمال أن تكون نسبة عائد السندات إلى الأسهم في النظام 'المرتفع' في المملكة المتَّحدة (الخط المنقَّط) كثير التغيُّر لكن في مُعظم الأوقات يقترب هذا الاحتمال إمَّا من صفر أو من واحد، يبدو أيضًا أن النموذج قام بعمل جيِّد إلى حد بعيد في تحديد النظام الذي ينبغي أن تنتمي إليه نسبة عائد السندات إلى الأسهم في المملكة المتَّحدة، وذلك نظرًا لكون الاحتمال يتناسب مع الاتجاهات العامة للنسبة الفعلية لعائد السندات إلى الأسهم (الخط الكامل).

بيَّن إنجل وهاميلتون (١٩٩٠) أنــه من الممكن إجراء تنبؤ باحتمال أن تكون السلسلة y_t، والتي تتبع عملية ماركوف لتبديل النظام، في نظام مُعيَّن، هذا واستخدم بروكس وبيرساند (٢٠٠١ب) أوَّل ستون مُشاهدة (من يناير ١٩٧٥ إلى ديسمبر ١٩٧٩) لإجراء تقدير داخل العينة لمعلمات النموذج $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, p_{11}, p_{22})$، يتم إذًا إنتاج توقُّعات بخطوة واحدة مستقبليَّة لاحتمال تواجد نسبة عائد السندات إلى الأسهم في نظام المتوسِّط المرتفع خلال الفترة المقبلة، إذا كان توقُّع احتمال تواجد نسبة عائد السندات إلى الأسهم في النظام المنخفض خلال الفترة المقبلة أكبر من ٠,٥ فمن المتوقع أن تكون هذه النسبة مُنخفضة، وبالتالي تُشترى الأسهم أو يُحتفظ بها.



البيانات

الشكل رقم (٦ , ١٠) قيم نسبة عائد السندات إلى الأسهم واحتمال تواجدها في نظام نسبة العائد المرتفع في المملكة المتَّحدة.

أمَّا إذا كان توقُّع احتمال تواجد نسبة عائد السندات إلى الأسهم في النظام المنخفض أصغر من ٥ , ٠ فمن المتوقع أن تكون هذه النسبة مُرتفعة، وبالتالي يُستثمر في السندات أو يُحتفَظ بها، نُضيف بعد ذلك مُشاهدة إلى النموذج مع مجموعة جديدة من المعلمات، ونقوم بإنشاء تنبؤات للاحتمال، تستمر هذه العمليَّة إلى أن يتم تقدير ٢١٢ احتمالًا مع ما يُقابلها من قواعد للتداول.

تم من جهة أخرى حساب العوائد لكل شهر من الأشهر خارج العيِّنة لمحفظة تبديل النظام، إضافة إلى مُقارنة خصائصها بخصائص إستراتيجيَّة الشراء والاحتفاظ بالأسهم، وإستراتيجيَّة الشراء والاحتفاظ بالسندات. تُحسب العوائد على أنها عوائد مئوية مُركبة ومُستمرة على السهم (FTSE في المملكة المتحدة، S&P500 في الولايات المتحدة و DAX في ألمانيا)، أو على السندات الحكوميَّة طويلة الأجل، كما تم التوصل إلى أن ربحيَّة قواعد التداول الناتجة عن تنبؤات نموذج ماركوف لتبديل النظام تتفوَّق من حيث قيمتها الإجماليَّة على الإستراتيجية البسيطة المتمثِّلة في الشراء، والاحتفاظ بالأسهم بما أنها تُعطي في المملكة المتَّحدة مُتوسِّط عوائد أعلى وانحرافات معياريَّة أقل، كما تُولِّد محفظة تبديل النظام مُتوسِّط عائد بلغ ٦٩ , ٠٪ بالشهر، مُقارنة بـــ ٤٣ , ٠٪ لمحفظة تتكوَّن فقط من سندات و ٦٢ , ٠٪ لمحفظة أسهم بحتة، لكن هذه التحسينات على مُستوى العائد ليست بذلك الوضوح بالنسبة للولايات المتَّحدة وألمانيا، هذا وتبلغ نسبة شارب لمحفظة ماركوف لتبديل النظام في المملكة المتَّحدة تقريبًا ضعف نسبة شارب لمحفظة الشراء، والاحتفاظ بالأسهم، ممَّا يُشير إلى أن نموذج ماركوف لتبديل النظام، وبعد الأخذ بعين الاعتبار المخاطرة، يُوفِّر قاعدة تداول أفضل، في المقابل هذا التحسُّن في نسبة شارب للبلدين الآخرين مُتواضع جدًّا.

وتلخيصًا لما جاء يُمكن القول إنه:

- يُمكن استخدام نهج ماركوف لتبديل النظام لنمذجة نسبة عائد السندات إلى الأسهم.
- يُمكن استخدام النموذج المتحصَّل عليه لإنتاج تنبؤات باحتمال تواجد نسبة عائد السندات إلى الأسهم في نظام مُعيَّن.
- قبل الأخذ بعين الاعتبار تكاليف المعاملات، تُحقِّق قاعدة التداول المشتقَّة من النموذج أداء أفضل من إستراتيجيَّة الشراء والاحتفاظ بالسهم، على الرغم من أن دقة التنبؤ مُتدنِّية إذا ما قيست إحصائيًّا.

- بعد طرح تكاليف المعاملات لم تتمكن قواعد التداول المبنيَّة على نموذج ماركوف لتبديل النظام من التغلُّب على الاستثمار السلبي، وذلك لمؤشرات كلٍّ من البلدان الثلاث التي تمت دراستها.

٨, ١٠ تقدير نماذج ماركوف لتبديل النظام في إفيوز (Estimating Markov switching models in EViews)

من الممكن الآن وبكل سهولة تقدير نماذج ماركوف لتبديل النظام في إفيوز[٢]، سوف نستعرض الآن المثال المستخدم سابقًا والمتعلق بتغيرات سلسلة أسعار المساكن، **تُعيد إذًا فتح الملف 'UKHP.wf1'**، ننقر فوق **Quick/Estimate Equation** ثم ضمن النافذة 'Estimation Settings, Method' **نقوم بتغيير LS Least squares (NLS and ARMA)** إلى الخيار الأخير، أي **SWITCHREG - Switching Regression** ونُكمل مُربع الحوار كما في لقطة الشاشة رقم (١ , ١٠).



لقطة الشاشة رقم (١ , ١٠) تقديــر نموذج ماركوف لتبديل النظام.

سيتضمَّن الإطار الأول المتغيِّر التابع، تليه قائمة المتغيِّرات الانحداريَّة التي يُسمح لها بالتغيُّر عبر الأنظمة، أمَّا لتقدير نموذج بسيط لا يضم سوى مقطع متغيِّر في كل حالة فنُدرج حينها ثابت فقط، هذا ويجب إدراج كل المتغيِّرات التي لا يُسمَح للمعلمات التي ترتبط بها بالتغيُّر عبر الأنظمة في الإطار الثاني، كما **نضع علامة على المربع 'Regime specific error variances'** للسماح باختلاف

---

(٢) ومع ذلك لا يُمكن استخدام الإجراءات المدمجة لإفيوز ٨ في تقدير نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات التي تضم مُتغيِّرات عتبة مرصودة من النوع الموصوف أدناه.

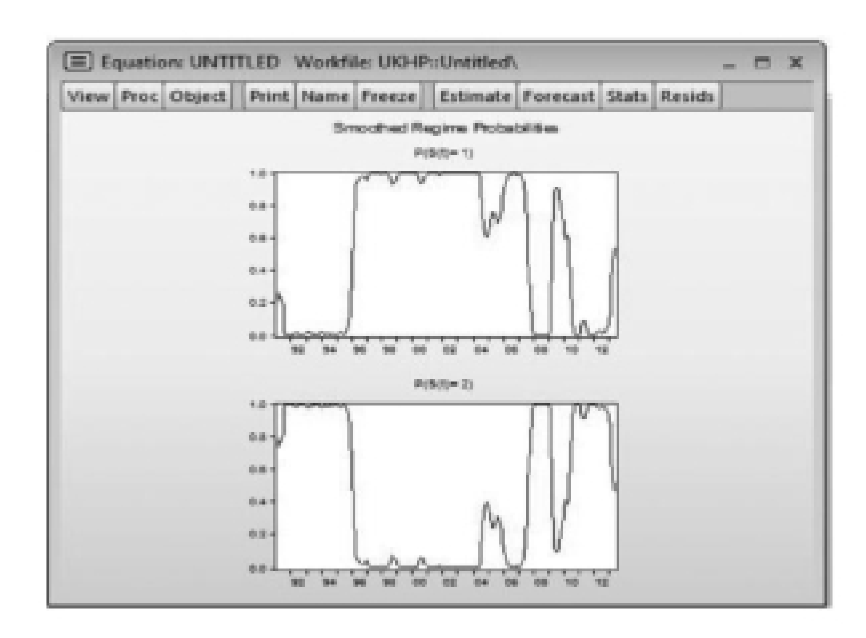
التباينات عبر الأنظمة، من الممكن اختيار العديد من الأنظمة لكن في الوقت الراهن **نختار** '٢'. هناك كالعادة علامة التبويب 'Options' التي تسمح للمستخدم بتحديد كيفية إجراء عمليَّة التقدير، وكيفية حساب الأخطاء المعياريَّة، ومع ذلك من الممكن الاحتفاظ بالخيارات الافتراضيَّة، ننقر إذًا فوق **OK** وسوف تظهر لنا النتائج كما في الجدول التالي.

Dependent Variable: DHP
Method: Switching Regression (Markov Switching)
Date: 08/13/13 Time: 06:37
Sample (adjusted): 1991M02 2013M05
Included observations: 268 after adjustments
Number of states: 2
Initial probabilities obtained from ergodic solution
Ordinary standard errors & covariance using numeric Hessian
Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=151806152)
Convergence achieved after 8 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
		Regime 1		
C	0.958845	0.109325	8.770593	0.0000
LOG(SIGMA)	−0.066307	0.063072	−1.051297	0.2931
		Regime 2		
C	−0.204681	0.136676	−1.497556	0.1342
LOG(SIGMA)	0.160707	0.075853	2.118648	0.0341
		Transition Matrix Parameters		
P11-C	3.669935	0.809152	4.535532	0.0000
P21-C	−3.528586	0.885610	−3.984359	0.0001

Mean of dependent var	0.437995	S.D. dependent var	1.200502
S.E. of regression	1.102850	Sum squared resid	321.0977
Durbin-Watson stat	1.708086	Log likelihood	−404.3894
Akaike info criterion	3.062607	Schwarz criterion	3.143003
Hannan-Quinn criter.	3.094898		

من الواضح من خلال دراسة النتائج أن النموذج نجح في التقاط خصائص البيانات، هذا وتم تحديد نظامين متميِّزين: نظام ١ يتميَّز بزيادة مُرتفعة في مُتوسِّط الأسعار بنسبة ٩٦,٠٪ في الشهر وبانحراف معياري مُنخفض، في حين أن النظام ٢ يتميَّز بمتوسِّط عائد سالب (نظرًا لانخفاض الأسعار بـ ٢٠,٠٪ في الشهر)، وبتقلب٨ أكبر بكثير، هذا ونذكر أنه للاطلاع على مصفوفة احتمالات الانتقال من نظام لآخر ننقر فوق **View/Regime Results/Transition Results**، ثم نختار **Summary** وننقر فوق **OK**، يُمكن القول إن الأنظمة مُستقرَّة إلى حد ما، مع احتمال بقاء في نظام مُعيَّن خلال الفترة المقبلة يُناهز ٩٧٪، كما بلغ مُتوسِّط مُدَّة النظام ١ أربعين شهرًا، ومُتوسِّط مُدَّة النظام ٢ خمسة وثلاثين شهرًا، وهو ما يدل مُجدَّدًا على استقرار الأنظمـة، هذا ونقوم باختيار View/Regime Results/Regime Probabilities لدراسة الحالات المجهَّزة من النموذج عبر الزمن، يُمكن عندئذ اختيار الاحتمالات لفترة واحدة مُستقبليَّة، الاحتمالات المرشحة أو الاحتمالات الممهّدة، نذكر أن الاحتمالات الممهّدة تُقدَّر باستخدام كامل العيِّنة، في حين أن الاحتمالات المرشحة تستخدم أسلوبًا تكراريًّا، والذي يستخدم بدوره المعلومات المتوفِّرة في الزمن t لحساب احتمال التواجد في كل نظام في الزمن t، هذا ويمنح اختيار 'احتمالات ممهدة على رسوم بيانية مُتعددة' الرسوم البيانية في لقطة الشاشة رقم (١٠,٢).



لقطة الشاشة رقم (١٠,٢) احتمالات ممهّدة موجودة في الأنظمة ١ و ٢.

ولعل من المهم في البداية أن نُشير إلى أن الشكلين هما بطبيعة الحال صور معكوسة (أحدهما انعكاس لصورة الآخر) بما أن مجموع احتمالات التواجد في النظام ١ والنظام ٢ يجب أن يُساوي دائمًا واحدًا صحيحًا، بدراسة كيفية تغيُّر الرسوم البيانية عبر الزمن، نرى أن احتمال التواجد في النظام ١ قريبًا من الصفر حتى مُنتصف سنة ١٩٩٠، وهو ما يُقابل فترة نمو بطيء أو سالب لأسعار المساكن، تغيَّر السلوك بعد ذلك وانخفض احتمال التواجد في حالة النمو الضعيف أو السالب (النظام ٢) إلى الصفر، وشهد سوق العقارات فترة أداء جيِّد حتى سنة ٢٠٠٥ تقريبًا، حيث أصبحت الأنظمة أقل استقرارًا لكن تميل بشكل مُتزايد نحو النظام ٢ حتى مطلع سنة ٢٠١٣، عندما بدأ السوق مرة أخرى يتخذ مُنعطفًا جديدًا؟

١٠,٩ نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات

(Threshold autoregressive models (TAR))

تُمثِّل نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات فئة من نماذج الانحدار الذاتي اللاخطِّية، كما تُعتبر هذه النماذج تخفيفًا بسيطًا نسبيًا لنماذج الانحدار الذاتي العاديَّة، والتي تسمح بتقريب خطِّي موضعي عبر عدد من الحالات، وفقًا لتونغ (١٩٩٠ ص ٩٩)، يسمح مبدأ العتبة 'بتحليل نظام تصادُفي مُعقد من خلال تحليله إلى مجموعة من النظم الفرعية الأصغر'، هذا ويتمثَّل الفرق الرئيس بين نماذج ماركوف لتبديل النظام ونماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات في أنه يُفرض في إطار النوع الأول أن متغيِّر الحالة معروف ومُشاهَد، في حين أن النوع الثاني يفرض أن متغيِّر الحالة كامن، تُقدِّم المعادلة رقم (١٠،٢٣) مثالًا بسيطًا جدًّا عن نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات، يحتوي النموذج على عمليَّة انحدار ذاتي من الدرجة الأولى في كل نظام من النظامين، وهناك عتبة واحدة لا غير، يكون عدد العتبات بطبيعة الحال مُساويًا لعدد الأنظمة ناقص واحد، وبالتالي يُفترض أن يتبع المتغيِّر التابع y_t عمليَّة انحدار ذاتي تضم معامل مقطع μ_1 ومعامل انحدار ذاتي ϕ_1 إذا كانت قيمة المتغيِّر المتباطئ بـ k فترة المحدِّد للحالة والذي يُرمز إليه بـ s_{t-k}، أصغر من قيمة العتبة r، أمَّا إذا كانت قيمة المتغيِّر المتباطئ بـ k فترة المحدِّد للحالة تُساوي أو تفوق قيمة العتبة r، يتبع y_t عمليَّة انحدار ذاتي مُختلفة بمعامل مقطع μ_2 ومعامل انحدار ذاتي ϕ_2، يُكتب النموذج كالتالي:

$$y_t = \begin{cases} \mu_1 + \phi_1 y_{t-1} + u_{1t} & \text{إذا} \quad s_{t-k} < r \\ \mu_2 + \phi_2 y_{t-1} + u_{2t} & \text{إذا} \quad s_{t-k} \geq r \end{cases} \qquad (٢٣،١٠)$$

ولكن ما هو المتغيّر المحدِّد للحالة، s_{t-k}؟ يُمكن أن يكون هذا المتغير أيَّ متغيّر يُعتقد أنه قادرًا على تحويل y_t من مجموعة سلوكيات إلى مجموعة أخرى، من الواضح أنه يجب أن تلعب النظرية الاقتصادية أو الماليَّة دورًا هامًّا في اتخاذ هذا القرار، إذا كان $k = 0$ فإن القيمة الحالية للمتغيّر المحدد للحالة هي التي تُؤثر في تواجد y في نظام ما في الزمن t، لكن في العديد من التطبيقات تُحدَّد قيمة k بـــ ١ بحيث تكون قيمة s في الفترة السابقة مُباشرة هي التي تُحدِّد القيمة الحالية لــــ y.

أمَّا أبسط حالة لتحديد المتغيّر المحدِّد للحالة فهي عندما يكون هذا المتغيّر هو المتغيّر قيد الدراسة، أي أن: $s_{t-k} = y_{t-k}$، تُعرف هذه الحالة بنموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات الـمُثار ذاتيًّا (self-exciting TAR) وذلك لأن فترة إبطاء المتغيّر y هي التي تُحدِّد النظام الذي ينتمي إليه y حاليًا، يُكتب الآن النموذج كالتالي:

$$y_t = \begin{cases} \mu_1 + \phi_1 y_{t-1} + u_{1t} & \text{إذا} \quad y_{t-k} < r \\ \mu_2 + \phi_2 y_{t-1} + u_{2t} & \text{إذا} \quad y_{t-k} \geq r \end{cases} \qquad (٢٤،١٠)$$

يُمكن بطبيعة الحال توسعة نطاق نماذج المعادلات رقم (٢٣،١٠) و (٢٤،١٠) لتشمل عدَّة اتجاهات، فمن الممكن مثلًا أن يكون عدد فترات إبطاء المتغيّر التابع المستخدم في كل نظام أكثر من واحد، وليس من الضروري استخدام نفس عدد فترات الإبطاء في كل نظام، كما يُمكن زيادة عدد الحالات إلى أكثر من حالتين، هذا ويُمكن كتابة الصيغة العامة لنموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات، والذي يسمح بشكل ترميزي بوجود أكثر من نظامين وأكثر من فترة إبطاء واحدة كالتالي:

$$x_t = \sum_{j=1}^{J} I_t^{(j)} \left(\phi_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{p_j} \phi_i^{(j)} x_{t-i} + u_t^{(j)} \right), \quad r_{j-1} \leq z_{t-d} \leq r_j \qquad (٢٥،١٠)$$

حيث يُمثِّل $I_t^{(j)}$ دالة المؤشر للنظام عدد j ويأخذ القيمة واحدًا إذا كان المتغيّر الأساسي في الحالة j وصفر خلاف ذلك، z_{t-d} هو متغيّر مرصود يُحدِّد نُقطة التحوُّل و $u_t^{(j)}$ عمليَّة أخطاء مُستقلَّة ومُوزَّعة بشكل مُتطابق بمتوسِّط صفري، مرَّة أخرى، إذا كانت تغيُّرات النظام تُسبِّبها فترات إبطاء المتغيّر التابع x_t (أي $z_{t-d} = x_{t-d}$) فإن النموذج يكون نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات الـمُثار ذاتيًّا (SETAR).

كما تجدر الإشارة ثانية إلى أنه وفي إطار نهج نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات، وبالنظر إلى قيمة s، يكون المتغيّر y إمَّا في نظام أو في آخر، وتكون الانتقالات من نظام لآخر انتقالات مُتقطِّعة.

يتناقض ذلك مع نهج ماركوف لتبديل النظام حيث يكون المتغيّر y في كلتا الحالتين مع احتمال لتواجده في كل حالة وفي كل نقطة زمنيَّة، هناك فئة أخرى من نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات تُعرف بالانحدارات الذاتيَّة ذات الانتقال التدريجي (STAR) تأخذ بعين الاعتبار انتقال أكثر تدرجًا بين الأنظمة باستخدام دالة مُستمرَّة لمؤشر النظام بدلًا من انتقال قطعي (انظر فرنسيس وفان ديجك ٢٠٠٠، الفصل ٣).

١٠ , ١٠ تقدير نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات

(Estimation of threshold autoregressive models)

يُعتبر تقدير معلمات النموذج (ϕ_i, r_j, d, p_j) أكثر صعوبة بكثير من عمليَّة تقدير معلمات عمليَّة الانحدار الذاتي الخطِّي التقليدي، يرجع ذلك إلى أنه بشكل عام لا يُمكن بطريقة بسيطة تحديد هذه المعلمات في نفس الوقت، ويُحتمل أن تُؤثر القيم المختارة لمعلمة واحدة على القيم المقدَّرة لباقي المعلمات الأخرى، هذا واقترح تونغ (١٩٨٣، ١٩٩٠) إجراء انحدار بفترة إبطاء مُعقَّد لامعلمي لتقدير قيم العتبات (r_j) ومعلمة التأخير (Delay Parameter) (d).

ومن الناحية المثاليَّة، من الأفضل تقدير قيم العتبات داخليًّا ضمن إجراء استمثال بالمربعات الصغرى غير الخطِّية (Non-linear Least Squares)، غير أن هذا الأمر غير مُمكن، كما أن العلاقة الوظيفيَّة الكامنة بين المتغيِّرات هي علاقة غير مُستمرَّة عند العتبات بحيث لا يُمكن تقدير العتبات في نفس الوقت مع المكوِّنات الأخرى للنموذج، يتمثَّل أحد الحلول لهذه المشكلة والمستخدم أحيانًا في الأعمال التجريبيَّة في استخدام طريقة بحث داخل مجموعة من القيم تسعى لإيجاد الحد الأدنى لمجموع مربعات البواقي عبر نطاق من قيم العتبات للنموذج المفترض، تَرِد لاحقًا في هذا الفصل عيِّنة من التعليمات البرمجيَّة المستخدمة في إنجاز ذلك.

١ , ١٠ , ١٠ تحديد رتبة النموذج ذي العتبات (طول فترة الإبطاء)

(Threshold model order (lag length) determination)

على الرغم من أنها بعيدة عن كونها مثاليَّة هناك طريقة بسيطة لتحديد أطوال فترات الإبطاء المناسبة لمكوِّنات الانحدار الذاتي لكل نظام، تتمثَّل هذه الطريقة في افتراض نفس عدد فترات الإبطاء في كل الأنظمة، وبالتالي يتم اختيار فترة الإبطاء بالطريقة العاديَّة المتمثِّلة في تحديد فترة الإبطاء المناسب لنموذج الانحدار الذاتي الخطِّي، ثم افتراض نفس فترة الإبطاء لكل حالات نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات، رغم أن هذه الطريقة سهلة التنفيذ إلَّا أنه من الواضح أنها ليست الأفضل؛ لأنه عندما تكون البيانات مُستمدَّة من أنظمة مُختلفة من غير المحتمل أن يكون لكل حالة نفس فترة الإبطاء، كما هو الحال عندما تُفرض صيغة داليَّة خطِّية، علاوة عن ذلك، من غير المرغوب فيه اشتراط نفس فترة الإبطاء في كل نظام، ويتناقض ذلك مع فكرة أن البيانات لها سلوكيات تختلف باختلاف الحالات، الأمر الذي يمثِّل تمامًا الدافع من وراء دراسة نماذج العتبة في المقام الأول.

هناك طريقة بديلة أفضل من السابقة تشترط تحديد قيم العتبات وتتمثَّل في استخدام معيار معلومات لاختيار أطوال فترات الإبطاء في كل نظام بشكل مُتزامن، هذا وسلَّط فرنسيس وفان ديجك (٢٠٠٠) الضوء على أحد عُيوب هذه الطريقة والمتمثِّل في أنَّه عمليًّا في كثير من الأحيان يستقر النظام في حالة واحدة لفترة أطول بكثير ممَّا يستقر في الحالات الأخرى، لا تُعطي معايير المعلومات في مثل هذه الحالات نتائج جيِّدة فيما يخص اختيار النماذج بالنسبة للأنظمة التي تضم بعض المشاهدات، وبما أن عدد المشاهدات صغير في هذه الحالات فإن الانخفاض الإجمالي في مجموع مُربعات البواقي سيكون صغيرًا جدًّا كلما زادت المعلمات المضافة لهذه الأنظمة، وهذا من شأنه أن يُؤدي إلى اختيار معايير المعلومات لدرجات نماذج صغيرة للحالات التي تضم عددًا صغيرًا من المشاهدات، لذلك يكمن الحل في تعريف معيار معلومات لا يُجازي النموذج بأكمله عن إضافة معلمات لحالة واحدة، اقترح تونغ (١٩٩٠) نُسخة مُعدَّلة لمعيار أكايكي للمعلومات (AIC) يُعطي وزنًا لـ $\hat{\sigma}^2$ لكل نظام من خلال عدد المشاهدات في ذلك النظام، في حالة نظامين اثنين يكون معيار أكايكي للمعلومات كالتالي:

$$AIC(p_1, p_2) = T_1 \ln\hat{\sigma}_1^2 + T_2 \ln\hat{\sigma}_2^2 + 2(p_1 + 1) + 2(p_2 + 1) \quad (٢٦،١٠)$$

حيث يُمثِّل T_1 و T_2 عدد المشاهدات في النظام ١ و ٢ على التوالي، p_1 و p_2 أطوال فترات الإبطاء و $\hat{\sigma}_1^2$ و $\hat{\sigma}_2^2$ تباينات البواقي، بطبيعة الحال يُمكن إدخال تعديلات مُماثلة على معايير المعلومات الأخرى.

٢ , ١٠ , ١٠ تحديد معلمة التأخير d

(Determining the delay parameter, d)

يُمكن تحديد معلمة التأخير d بعدَّة طُرق مُختلفة، كما يُمكن تحديد معلمة التأخير جنبًا إلى جنب مع درجات فترة الإبطاء لكل نظام باستخدام معيار معلومات، على الرغم من أن هذا البُعد الإضافي من شأنه أن يؤدي بطبيعة الحال إلى زيادة كبيرة في عدد النماذج المرشَّحة للتقدير، لكن استنادًا إلى أسس نظريَّة، تأخذ هذه المعلمة في العديد من التطبيقات القيمة واحد، في إطار الأسواق الماليَّة ذهب البعض (انظر على سبيل المثال كراجر وكوجلر (١٩٩٣) (Krager and Kugler (1993))) إلى أن آخر قيمة سابقة للمتغيِّر المحدِّد للحالة هي الأكثر احتمالًا لتكون المحدِّد للحالة الراهنة بدلًا من قيمة فترتي سابقتين، ثلاث فترات سابقة ...

يُمكن الوصول إلى تقدير معاملات الانحدار الذاتي باستخدام المربعات الصغرى اللاخطيَّة (NLS)، يُناقش فرنسيس وفان ديجك (٢٠٠٠، الفصل ٣) المزيد من التفاصيل حول هذا النهج.

١١ , ١٠ اختبارات التوصيف في إطار نموذج ماركوف لتبديل النظام ونماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات: مُلاحظات تحذيريَّة

(Specification tests in the context of Markov switching and threshold autoregressive models: a cautionary note)

من المثير للاهتمام في إطار كُلٍّ من نموذج ماركوف لتبديل النظام ونماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات تحديد ما إذا كانت نماذج العتبات تُعطي جودة توفيق عالية مُقارنة بنماذج خطيَّة مُماثلة، هناك طريقة مُثيرة للاهتمام رغم عدم صحَّتها لدراسة هذه المسألة، وهي أن نقوم بفعل شيء مُماثل لما يلي: نُقدِّر نموذج العتبة المطلوب ونظيره الخطِّي، ثم نقوم بمُقارنة مجموع مربَّعات البواقي لكل منهما باستخدام اختبار إف، لكن يُعتبر هذا النهج غير سليم في هذه الحالة بسبب معلمات الإزعاج (Nuisance Parameters) غير المعروفة في ظل فرضيَّة العدم.

بعبارة أخرى، تتمثَّل فرضيَّة العدم لهذا الاختبار في أن المعلمات الإضافيَّة في نموذج تبديل النظام تأخذ القيمة صفر بحيث يُختزل هذا النموذج في التوصيف الخطِّي، وينتج عن ذلك أن الشروط المطلوبة لإثبات أن إحصاءات الاختبار تتبع توزيع مُقارب معياري لا تنطبق، وبالتالي فإن القيم الحرجة المشتقَّة تحليليًّا غير مُتوفِّرة، ويجب الحصول على تلك القيم لكل حالة على حدة عن طريق المحاكاة، هذا وقدَّم هاملتون (١٩٩٤) فرضيَّات بديلة لتقييم نموذج ماركوف لتبديل النظام يُمكن اختبارها بشكل صحيح باستخدام إطار اختبار الفرضيات الاعتيادي في حين قدَّم هانسن (١٩٩٦) حُلولًا في إطار نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات.

سوف يدرس هذا الفصل الآن تطبيقين لنماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات (TAR) في مجال الماليَّة: تطبيق لنمذجة أسعار الصرف ضمن بيئة تعويم موجَّه وآخر لفُرص المراجحة التي ينطوي عليها الفارق بين الأسعار الفورية والمستقبلية لأصل معيَّن، انظر ياداف، بوب وبوديال (١٩٩٤) ((Yadav, Pope and Paudyal (1994)) للحصول على لمحة (تقنية في المقام الأول) شاملة للعديد من تطبيقات نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات.

١٢ , ١٠ نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات المثار ذاتيًّا لنمذجة سعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني

(A SETAR model for the French franc–German mark exchange rate)

كانت البلدان الأوروبية التي تُشكِّل جُزءًا من آلية أسعار الصرف (ERM) في النظام النقدي الأوروبي مُطالبة خلال التسعينات بتقييد عُملاتها لتظل ضمن نطاقات مُحدَّدة مُقارنة بالعملات الأخرى لآليَّة أسعار الصرف، يبدو أن ذلك لم يطرح أية مُشكلة مع بداية الألفيَّة الجديدة بما أن اتحاد النقد الأوروبي (EMU) كان على وشك الدخول حيِّز التنفيذ وكانت وأسعار تحويل العملات المحليَّة إلى اليورو كانت معروفة مُسبقًا، لكن في أوائل التسعينات دفع شرط بقاء العملات ضمن نطاق مُحدَّد حول تعادلها المركزي (Central Parity) بالبنوك المركزيَّة إلى التدخُّل في الأسواق إمَّا لرفع أو لخفض قيمة عُملاتها.

كما تناولت دراسة قام بها تشابيل وآخرون (١٩٩٦) ((Chappell et al.(1996)) تأثير مثل هذه التدخُّلات على ديناميكيات وخصائص السلاسل الزمنيَّة لسعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني، هذا ويُسمح 'لأزواج العملات الأساسيَّة' كسعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني بأن تتحرك بين ±٢,٢٥٪ من جانبي تعادلها المركزي في إطار آليَّة أسعار الصرف، استخدمت الدراسة بيانات يوميَّة تتراوح بين ١ مايو ١٩٩٠ و ٣٠ مارس ١٩٩٢، كما استُخدمت أوَّل ٤٥٠ مُشاهدة لعمليَّة التقدير، واحتفظ ب ٥٠ مُشاهدة المتبقِّية لإجراء توقُّع خارج العيِّنة.

استخدم نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المثار ذاتيًّا (SETAR) للأخذ بعين الاعتبار أنواع السلوك المختلفة وفقًا لِما إذا كان سعر الصرف قريبًا أم لا من حد آليَّة سعر الصرف، والحجَّة وراء ذلك هي أنه بالقرب من الحد ستطلب البنوك المركزية المعنية التدخُّل في اتجاهات مُعاكسة للدفع بسعر الصرف نحو تعادله المركزي، من المتوقَّع أن يُؤثِّر هذا التدخُّل على الديناميكيات العاديَّة للسوق التي تضمن رد فعل سريعًا تجاه الأخبار وعدم توفُّر فرص للمراجحة.

يُرمز إلى لوغاريتم سعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني في الزمن t بـــ E_t، قام تشابيل وآخرون (١٩٩٦) بتقدير نموذجين: نموذج يضم عتبتين، وآخر بعتبة واحدة، يُتوقَّع أن يكون النموذج الأوَّل الأنسب للبيانات التي بين أيدينا؛ لأنه من المرجَّح أن يتأثَّر سعر الصرف بتدخُّل البنك المركزي إذا اقترب سعر الصرف من الحد الأعلى أو الحد الأدنى المحدَّد، لكن لم يكن المارك أبدًا العملة الضعيفة طوال فترة العيِّنة المستخدمة، وبالتالي فإن سعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني كان إمَّا في أعلى الحد أو في الوسط، ولم يكن أبدًا قريبًا من الحد السفلي، وبالتالي يكون النموذج ذو العتبة الواحدة أكثر مُلاءمة؛ لأنه من المرجَّح أن تكون العتبة الثانية المقدَّرة زائفة.

بيَّن المؤلفين باستخدام اختبارات DF و ADF أن سلاسل أسعار الصرف لم تكن ساكنة، وبالتالي فإن استخدام نموذج العتبة على مُستويات السلاسل غير صالح تمامًا للتحليل، ومع ذلك يرى هؤلاء المؤلفين أن نموذج الفروق الأولى المناسب من الناحية الاقتصاديَّة القياسيَّة سوف يفقد تفسيره البَدَهِيِّ؛ لأن السلطات النقديَّة تستهدف قيمة سعر الصرف وليس تغيُّراته، بالإضافة إلى ذلك

إذا كانت نطاقات تقلُّب العملة تعمل على نحو فعَّال فإن سعر الصرف سوف يكون مُقيَّدًا بالتواجد داخل هذه النطاقات، وبالتالي وبمعنى آخر يجب أن يكون ساكنًا، بما أنه لا يُمكن أن يتنقَّل في الاتجاهين دون قيد، هذا ويتم تحديد درجات النموذج لكل نظام باستخدام معيار أكايكي للمعلومات، يُقدِّم الجدول رقم (٥ , ١٠) النموذج المقدَّر.

الجدول رقم (٥ , ١٠) النموذج **SETAR** لنمذجة سعر صرف الفرنك الفرنسي مقابل المارك

النموذج	للنظام	عدد المشاهدات
$\hat{E}_t = \underset{(0.0458)}{0.0222} + \underset{(0.0079)}{0.9962}E_{t-1}$	$E_{t-1} < 5{,}8306$	٣٤٤
$\hat{E}_t = \underset{(0.2391)}{0.3486} + \underset{(0.0889)}{0.4394}E_{t-1} + \underset{(0.1098)}{0.3057}E_{t-2} + \underset{(0.0866)}{0.1951}E_{t-3}$	$E_{t-1} \geq 5{,}8306$	١٠٣

المصدر: تشابيل وآخرون (١٩٩٦)، أعيد طبعه بترخيص من جون وايلي وأولاده.

وكما نرى فإن النظامين يضمَّان سيرًا عشوائيًا بحد ثابت (Random Walk with Drift) في إطار ظروف السوق العاديَّة حيث لا يتجاوز سعر الصرف عتبة مُعيَّنة، وكذلك نموذج AR(3) يُمثِّل تعديلًا للسوق أبطأ بكثير عندما يُساوي سعر الصرف أو يتجاوز العتبة، كما يُساوي اللوغاريتم الطبيعي للتعادل المركزي لسعر الصرف خلال الفترة ٥,٨١٥٣ في حين يُساوي لوغاريتم الحد الأعلى لنطاق تقلُّب الأسعار ٥,٨٣٧٦، أمَّا القيمة المقدَّرة للعتبة فتبلغ ٥,٨٣٠٦ وهي تفوق التعادل المركزي بـ ١,٥٥٪ تقريبًا، بينما يفوق الحد الأعلى التعادل المركزي بـــ ٢,٢٥٪، وبالتالي فإن قيمة العتبة المقدَّرة دون الحد الأعلى لنطاق تقلُّب الأسعار وهو ما يتماشى مع توقُّعات المؤلفين بما أنه من المرجَّح أن تدخَّل البنوك المركزيَّة قبل أن يبلغ سعر الصرف فعلًا الحد الأعلى لنطاق تقلُّب الأسعار.

قام بعد ذلك المؤلفين بإنتاج توقُّعات للخمسين مُشاهدة الماضية باستخدام كل من نموذج العتبة المقدَّر أعلاه، نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المثار ذاتيًّا بعتبتين، السير العشوائي والنموذج AR(2) (حيث تم اختيار درجة النموذج بتقليل معيار أكايكي للمعلومات داخل العيِّنة)، تُعرض النتائج هنا في الجدول رقم (٦ , ١٠).

بالنسبة لسعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني نجد أن نموذج الانحدار الذاتي ذا العتبات المثار ذاتيًّا بعتبة واحدة يُعطي أصغر مُتوسِّطات أخطاء تربيعيَّة مُقارنة بالنماذج الثلاثة الأخرى لآفاق توقُّع بفترة، بفترتين، بثلاث فترات، بخمس فترات وبعشر فترات مُستقبليَّة، استنادًا إلى مقياس خطأ التنبؤ التربيعي الوسيط، يتفوَّق السير العشوائي تفوقًا طفيفًا على نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات المثار ذاتيًّا بعتبة واحدة لآفاق توقُّع بفترة وبفترتين مستقبلتين، في حين أنه يستعيد هيمنته عند أفق التوقُّع بثلاث فترات مُستقبليَّة.

من ناحية ثانية وفي حاشية، ذكر المؤلفين كذلك أنه تم تقدير واختبار النموذج SETAR لتسع سلاسل سعر صرف أخرى من آلية أسعار الصرف لكن في كل حالة من هذه الحالات أنتجت النماذج SETAR توقُّعات أقل دقَّة من تلك التي أنتجها نموذج السير العشوائي، يُقدِّم القسم ١٤،١٠ تفسيرًا مُحتملًا لهذه الظاهرة.

الجدول رقم (٦ , ١٠) دقّة التنبؤ بسعر صرف الفرنك الفرنسي مُقابل المارك الألماني

	خطوات التنبؤ المستقبلية				
	١	٢	٣	٥	١٠
	الجدول أ: مُتوسط خطأ التنبؤ التربيعي				
السير العشوائي	١,٨٤E-٠٧	٣,٤٩E-٠٧	٤,٣٣E-٠٧	٨,٠٣E-٠٧	١,٨٣E-٠٦
$AR(2)$	٣,٩٦E-٠٧	١,١٩E-٠٦	٢,٣٣E-٠٦	٦,١٥E-٠٦	٢,١٩E-٠٥
SETAR بعتبة واحدة	١,٨٠E-٠٧	٢,٩٦E-٠٧	٣,٦٣E-٠٧	٥,٤١E-٠٧	٥,٣٤E-٠٧
SETAR بعتبتين	١,٨٠E-٠٧	٢,٩٦E-٠٧	٣,٦٣E-٠٧	٥,٧٤E-٠٧	٥,٦١E-٠٧
	الجدول ب: خطأ التنبؤ التربيعي الوسيط				
السير العشوائي	٧,٨٠E-٠٨	١,٠٤E-٠٧	٢,٢١E-٠٧	٢,٤٩E-٠٧	١,٠٠E-٠٦
$AR(2)$	٢,٢٩E-٠٧	٩,٠٠E-٠٧	١,٧٧E-٠٦	٥,٣٤E-٠٦	١,٣٧E-٠٥
SETAR بعتبة واحدة	٩,٣٣E-٠٨	١,٢٢E-٠٧	١,٥٧E-٠٧	٢,٤٢E-٠٧	٢,٣٤E-٠٧
SETAR بعتبتين	١,٠٢E-٠٧	١,٢٢E-٠٧	١,٨٧E-٠٧	٢,٥٧E-٠٧	٢,٤٥E-٠٧

المصدر: تشابيل وآخرون (١٩٩٦)، أعيد طبعه بترخيص من جون وايلي وأولاده.

كما وسّع بروكس (٢٠٠١) بحث تشابيل وآخرين ليُسمح للتباين الشرطي لسلاسل سعر الصرف بأن يُستمد من النموذج GARCH الذي يحتوي بدوره على عتبة، وأين يختلف سلوك التقُّلب قبلها ممَّا هو عليه بعدها، وجد بروكس أن ديناميكيات التباين الشرطي تختلف تمامًا من نظام لآخر، وأن النماذج التي تأخذ بعين الاعتبار أنظمة مُختلفة يُمكن أن تُوفِّر توقُّعات للتقُّلب أفضل من تلك التي توفِّرها النماذج التي لا تضم أنظمة مُختلفة.

١٣ , ١٠ نماذج العتبة وديناميكيات مؤشر FTSE 100 وأسواق العقود المستقبليّة للمؤشر

(Threshold models and the dynamics of the FTSE 100 index and index futures markets)

ناقش أحد الأمثلة الواردة في الفصل ٨ الآثار المترتبة على فعاليَّة أداء الأسواق الفورية والمستقبلية نتيجة علاقة التقدُّم-التأخُّر بين السلسلتين، إذا كان هذان السوقان يعملان على نحو فعَّال، فمن الممكن أيضًا إثبات علاقة التكامل المشترك المتوقَّعة بينهما.

أمَّا إذا كانت أسواق السهم والأسواق المستقبليَّة لمؤشر الأسهم تعمل بشكل صحيح فإن تحركات الأسعار في هذه الأسواق يمكن وصفها على أفضل وجه من خلال نموذج متجه تصحيح الخطأ (Vector Error Correction Model, VECM) من الدرجة الأولى، ويكون حد تصحيح الخطأ فارق السعر بين السوقين (الأساس (Basis))، يُمكن صياغة نموذج متجه تصحيح الخطأ كالتالي:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_t \\ \Delta s_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} \\ \pi_{21} \end{bmatrix} [f_{t-1} - s_{t-1}] + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} \qquad (٢٧،١٠)$$

حيث يُمثّل Δf_t و Δs_t التغيُّرات في لوغاريتم الأسعار المستقبلية والفوريَّة على التوالي و π_{11} و π_{21} مُعاملات تصف كيفيَّة حدوث التغيُّر في الأسعار الفوريَّة والمستقبلية نتيجة الأساس، بكتابة هاتين المعادلتين كتابة كاملة نتحصَّل على ما يلي:

$$f_t - f_{t-1} = \pi_{11}[f_{t-1} - s_{t-1}] + u_{1t} \quad (٢٨،١٠)$$

$$s_t - s_{t-1} = \pi_{21}[f_{t-1} - s_{t-1}] + u_{2t} \quad (٢٩،١٠)$$

يُعطي طرح المعادلة رقم (٢٩،١٠) من المعادلة رقم (٢٨،١٠) التعبير التالي:

$$(f_t - f_{t-1}) - (s_t - s_{t-1}) = (\pi_{11} - \pi_{21})[f_{t-1} - s_{t-1}] + (u_{1t} - u_{2t}) \quad (٣٠،١٠)$$

والذي يُمكن أيضًا كتابته كما يلي:

$$(f_t - s_t) - (f_{t-1} - s_{t-1}) = (\pi_{11} - \pi_{21})[f_{t-1} - s_{t-1}] + (u_{1t} - u_{2t}) \quad (٣١،١٠)$$

أو باستخدام النتيجة $b_t = f_t - s_t$ نتحصَّل على:

$$b_t - b_{t-1} = (\pi_{11} - \pi_{21})b_{t-1} + \varepsilon_t \quad (٣٢،١٠)$$

حيث إن $\varepsilon_t = u_{1t} - u_{2t}$، نأخذ b_{t-1} من كلا الجانبين:

$$b_t = (\pi_{11} - \pi_{21} - 1)b_{t-1} + \varepsilon_t \quad (٣٣،١٠)$$

إذا كان نموذج متجه تصحيح الخطأ من الدرجة الأولى مُناسبًا فإنه من غير الممكن تحديد مُعادلات هيكليَّة لعوائد كلٍّ من أسواق السهم والأسواق المستقبليَّة لمؤشر الأسهم، مع ما يترتب عن ذلك من آثار واضحة على إمكانيَّة التنبؤ، ويكون السوقان فعلًا أسواقًا كُفؤة، وبالتالي لضمان كفاءة الأسواق وغياب المراجحة، يجب أن يُعتمد نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى دون سواه من الأنماط الأخرى في وصف الأساس، غير أن الأدلة الحديثة تُشير إلى وجود أكثر ديناميكيات ممَّا يجب أن تكون في الأسواق التي تعمل بكفاءة، وبصفة خاصَّة أُشير إلى أن الأساس لأيام التداول التي تصل إلى ثلاث أيام سابقة يحتوي على قُوَّة تنبؤية لتغيُّرات مُؤشر النقديَّة FTSE 100 مما يُشير إلى احتمال وجود فُرص مُراجحة غير مُستغلة، تُحلِّل ورقة بحث بروكس وغاريت (٢٠٠٢) (Brooks and Garrett (2002)) ما إذا كان يُمكن تفسير مثل هذه الديناميكيات على أنها نتيجة الأنظمة المختلفة التي لا تُثار بداخلها المراجحة في حين تحدث المراجحة خارجها، والسبب المنطقي لوجود أنظمة مُختلفة في هذا السياق هو أن الأساس (يُعدَّل إذا لزم الأمر وفقًا لتكاليف الاحتفاظ بالعقود المستقبلية)، الذي يكتسي أهمية بالغة في عمليَّة المراجحة، يُمكن أن يتقلَّب ضمن حدود تُحدِّدها تكاليف المعاملات دون التسبب فعلًا في المراجحة، وبالتالي يُمكن أن تنشأ علاقة انحدار ذاتي بين القيم الحالية والسابقة للأساس، وتستمر على مر الزمن داخل حدود العتبة بما أنه من غير المربح للمتداولين استغلال هذه الفرصة الظاهرة للمراجحة، وبالتالي سوف يكون هناك عتبات يغيب فيها أي نشاط مراجحة، لكن بمجرَّد تجاوز هذه العتبات ينبغي أن تقود المراجحة الأساس للعودة إلى حدود تكاليف المعاملات، وإذا كانت الأسواق تعمل على نحو فعَّال، إذًا وبغض النظر عن ديناميكيات الأساس ضمن العتبات، بمجرد أن يتم تجاوز العتبات يجب أن تختفي الديناميكيات الإضافية.

بالنسبة للبيانات المستخدمة من قِبَل بروكس وغاريت (٢٠٠٢) فتتمثَّل في أسعار الإغلاق اليومية لمؤشر أسهم FTSE 100 والعقود المستقبليَّة على مُؤشرات أسعار الأسهم خلال الفترة الممتدَّة بين ١٩٨٥ وأكتوبر ١٩٩٢، نذكر أن انهيار سوق الأسهم لشهر أكتوبر ١٩٨٧ حدث تمامًا في منتصف هذه الفترة، وبالتالي أجرى بروكس وغاريت تحليلهما على عيِّنة قبل الانهيار، وعيِّنة بعد الانهيار

وكذلك على كامل العيّنة، يُعتبر ذلك أمرًا ضروريًا نظرًا لأنه لوحظ أن العلاقة العاديَّة بين السعر الفوري والسعر المستقبلي انهارت في وقت قريب من انهيار السوق (انظر أنتونيو وغاريت (١٩٩٣) (Antoniou and Garrett (1993)))، يُظهر الجدول رقم (٧ ,١٠) قيم المعاملات المقدَّرة للنموذج الخطِّي AR(3) للأساس، تُشير النتائج للعينة بأكملها أن فترات الإبطاء الثلاث الأولى للأساس هامَّة في نمذجة الأساس الحالي، تأكدت هذه النتيجة (لكن بدرجة أقل) للعيِّنات الفرعيَّة لما قبل وما بعد الانهيار، وبالتالي يُوحي التوصيف الخطِّي فيما يبدو أنه من الممكن إلى حد ما التنبؤ بالأساس مُشيرًا بذلك إلى وجود فرص مُراجحة مُمكنة.

الجدول رقم (٧ ,١٠) النموذج الخطّي AR(3) للأساس

$$b_t = \phi_0 + \phi_1 b_{t-1} + \phi_2 b_{t-2} + \phi_3 b_{t-3} + \varepsilon_t$$

المعلمة	كامل العيّنة	عيّنة ما قبل الانهيار	عيّنة ما بعد الانهيار
ϕ_1	**٠,٧٠٥١ (٠,٠٢٢٥)	**٠,٧١٧٤ (٠,٠٣٧٧)	**٠,٦٧٩١ (٠,٠٣١٥)
ϕ_2	**٠,١٢٦٨ (٠,٠٢٧٤)	*٠,٠٩٤٦ (٠,٠٤٦٣)	**٠,١٦٥٠ (٠,٠٣٧٨)
ϕ_3	**٠,٠٨٧٢ (٠,٠٢٢٥)	**٠,١١٠٦ (٠,٠٣٧٧)	٠,٠٤٢١ (٠,٠٣١٥)

ملاحظات: الأرقام الواردة بين قوسين هي الأخطاء المعياريَّة الحصينة ضد تفاوت التباين، * و** تدل على المعنويَّة عند المستويات ٥٪ و ١٪ على التوالي.

المصدر: بروكس وغاريت (٢٠٠٢)

في حالة غياب تكاليف المعاملات تُؤدي انحرافات الأساس بعيدًا عن الصفر في أيٍّ من الاتجاهين إلى المراجحة، من ناحية أخرى وجود تكاليف المعاملات يعني أن الأساس يُمكن أن يَحِيد عن الصفر دون التسبب فعلًا في المراجحة، وبالتالي وبافتراض الغياب لأي تكاليف مُعاملات تفاضلية سوف يكون هناك حدود علوية وسفلية يُمكن أن يتقلب الأساس خلالها دون التسبب في المراجحة، هذا وقام بروكس وغاريت (٢٠٠٢) بتقدير نموذج انحدار ذاتي ذي عتبات مثار ذاتيًّا يتضمَّن عتبتين (ثلاثة أنظمة) لنمذجة الأساس، بما أن تلك العتبات يجب أن تتناسب مع الحدود العليا والسفلى التي يُمكن للأساس خلالها بالتقلُّب دون التسبب في المراجحة، في إطار كفاءة الأسواق، لن تتواجد فُرص مُراجحة مُربحة عندما يكون $r_0 \leq b_{t-1} \leq r_1$ حيث يُمثِّل r_0 و r_1 العتبات التي تُحدِّد النظام الذي ينتمي إليه الأساس، إذا كانت هذه العتبات تُفسَّر على أنها حدود تكاليف المعاملات، وعندما يهبط الأساس دون مُستوى العتبة الأدنى (r_0) فإن مُعاملة المراجحة المناسبة تتمثَّل في بيع العقود المستقبليَّة والأسهم المكشوفة، وينطبق ذلك بصورة عكسيَّة إذا تجاوز الأساس العتبة r_1، وعندما يقع الأساس ضمن العتبات يجب أن لا تكون هناك تكاليف معاملات. هذا وتدخل ثلاثة فترات إبطاء للأساس ضمن كل مُعادلة من المعادلات، وتُقدَّر العتبات باستخدام طريقة بحث داخل مجموعة من القيم، كما يُستخدم الأساس بفترة إبطاء واحدة كمتغيِّر محدِّد للحالة، يُعطي الجدول رقم (٨ ,١٠) النموذج المقدَّر لكل فترة عيِّنة.

الجدول رقم (٨ , ١٠) النموذج SETAR بعتبتين لنمذجة

$$b_t = \begin{cases} \phi_0^1 + \sum_{i=1}^{3} \phi_i^1 b_{t-i} + \varepsilon_t^1 & if \quad b_{t-1} < r_0 \\ \phi_0^2 + \sum_{i=1}^{3} \phi_i^2 b_{t-i} + \varepsilon_t^2 & if \quad r_0 \le b_{t-1} < r_1 \\ \phi_0^3 + \sum_{i=1}^{3} \phi_i^3 b_{t-i} + \varepsilon_t^3 & if \quad b_{t-1} \ge r_1 \end{cases}$$

	$b_{t-1} < r_0$	$r_0 \le b_{t-1} < r_1$	$b_{t-1} \ge r_1$
الجدول أ: كامل العيّنة			
ϕ_1	**٠,٥٧٤٣ (٠,٠٤١٥)	٠,٦٣٩٥- (٠,٧٥٤٩)	**٠,٨٣٨٠ (٠,٠٥١٢)
ϕ_2	**٠,٢٠٨٨ (٠,٠٤٠١)	٠,٠٥٩٤- (٠,٠٨٤٦)	٠,٠٤٣٩ (٠,٠٤٦٢)
ϕ_3	**٠,١٣٣٠ (٠,٠٣٥٥)	**٠,٢٢٦٧ (٠,٠٨١١)	٠,٠٤١٥ (٠,٠٣٤٤)
$\hat{r}_0$		٠,٠١٣٨	
$\hat{r}_1$		٠,٠١٥٨	
الجدول ب: عيّنة ما قبل الانهيار			
ϕ_1	**٠,٤٥٤٧ (٠,٠٨٠٨)	*٠,٤٤٨٢ (٠,١٨٢١)	**٠,٨٥٣٦ (٠,٠٧٢٠)
ϕ_2	**٠,٢١٦٤ (٠,٠٧٨١)	**٠,٢٦٠٨ (٠,٠٩٥٠)	٠,٠٣٨٨- (٠,٠٧١٠)
ϕ_3	**٠,١١٤٢ (٠,٠٧٠٦)	**٠,٢٣٠٩ (٠,٠٨٣٤)	٠,٠٧٧٠ (٠,٠٥٣١)
$\hat{r}_0$		٠,٠٠٥٢	
$\hat{r}_1$		٠,٠١١٧	

تابع الجدول رقم (١٠,٨)

الجدول ج: عيّنة ما بعد الانهيار			
ϕ_1	**٠,٥٠١٩ (٠,١٢٣٠)	**٠,٧٤٧٤ (٠,١٢٠١)	**٠,٨٣٩٧ (٠,٠٥٣٣)
ϕ_2	*٠,٢٠١١ (٠,٠٨٧٤)	**٠,٢٩٨٤ (٠,٠٦٩١)	٠,٠٦٨٩ (٠,٠٥١٤)
ϕ_3	٠,٠٤٣٤ (٠,٠٧٤٨)	٠,١٤١٢ (٠,٠٧٦٣)	٠,٠٤٦١ (٠,٠٤٠٠)
$\hat{r}_0$		٠,٠٠٨٠	
$\hat{r}_1$		٠,٠١٤٠	

ملاحظات: الأرقام الواردة بين قوسين هي الأخطاء المعياريّة الحصينة ضد تفاوت التباين. * و** تدل على المعنويّة عند المستويات ٥٪ و ١٪ على التوالي.

المصدر: بروكس وغاريت (٢٠٠٢)

أظهرت النتائج أن التبعيَّة في الأساس تقل إلى حد ما عندما يُسمح لهذا الأخير بأن يكون مُستمدًّا من الأنظمة الثلاث بدلًا من نظام واحد، بالنسبة لعيِّنة ما بعد الانهيار، وبدرجة أقل بالنسبة لكامل العيِّنة ولعيِّنة ما قبل الانهيار، يُمكن أن نرى أن هناك تعديلًا للسوق أبطأ بكثير بين العتبات مُقارنةً بما هو خارجها، ويتبيَّن ذلك من خلال معنويَّة حدود الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية والثالثة.

كما لا يزال هناك على ما يبدو بعض الأدلَّة على التعديل البطيء للسوق تحت العتبة الدُّنيا، حيث يمثِّل شراء العقود المستقبلية وبيع الأسهم الإستراتيجيَّة المناسبة للتداول، نسب بروكس وغاريت (٢٠٠٢) ذلك جُزئيًّا إلى التكاليف والقيود المفروضة على البيع المكشوف (Short-Selling) للأسهم التي تحُول دون حُدوث تعديل للسوق بشكل أسرع، أمَّا البيع المكشوف للعقود المستقبلية فهو أسهل وأقل كُلفة، وبالتالي لا يُتَّخذ أي إجراء بخصوص الأساس سوى استخدام النموذج AR(1) عندما يتجاوز الأساس العتبة العليا.

تتماشى مثل هذه النتيجة تمامًا مع التوقعات وتُشير إلى أنه بمجرَّد الأخذ بعين الاعتبار تكاليف المعاملات المعقولة فإنه يُمكن للأساس التقلب بشيء من المرونة متى كانت المراجعة غير مُربحة، وبمجرَّد أن يتحرَّك الأساس خارج مدى تكاليف المعاملات المحدَّد يحدُث التعديل خلال فترة واحدة كما تنبأت بذلك النظرية.

١٠,١٤ مُلاحظة بخصوص نماذج تبديل النظام ودقَّة التوقُّع

(A note on regime switching models and forecasting accuracy)

لاحظت العديد من الدراسات عجز نماذج العتبة أو نماذج تبديل النظام في إنتاج دقَّة توقُّع خارج العينة تفوق دقَّة توقُّع النماذج الخطِّية أو السير العشوائي رغم مقدرتها الواضحة للتناسب مع البيانات بشكل أفضل داخل العيِّنة، هذا وقدَّم داكو وساتشيل (١٩٩٩) (Dacco and Satchell (1999)) تسوية مُمكنة لهذه المسألة حيث أشار المؤلفان إلى أن نماذج تبديل النظام يُمكن أن تُعطي

توقعات رديئة نتيجة لصعوبة توقُّع النظام الذي سوف تكون السلسلة بداخله، وبالتالي سيُفقد أي مكسب يتأتى من تناسب النموذج الجيِّد للبيانات داخل النظام إذا كان النموذج يتنبأ بالنظام بشكل خاطئ، يُمكن أن تنطبق هذه الحجَّة على كل فئة من فئات نماذج تبديل النظام ونماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- الموسميّة
- متغيّر وهمي للمقطع
- متغيّر وهمي للميل
- فخ المتغيّرات الوهمية
- تبديل النظام
- انحدار ذاتي ذو عتبات
- انحدار ذاتي ذو عتبات مُثار ذاتي
- معلمة التأخير
- عمليّة ماركوف
- احتمال الانتقال

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) تُحاول باحثة إنشاء نموذج اقتصاد قياسي لشرح الحركات اليوميّة لعوائد الأسهم، أشارت لها زميلتها أنها يجب أن ترى ما إذا كانت بياناتها تتأثر بعوامل موسميّة يوميّة أم لا.

(أ) كيف يُمكن لها القيام بذلك؟

(ب) قامت الباحثة بتقدير نموذج يضم متغيّر تابع، وهو عبارة عن العوائد اليوميّة لسهم مُعيَّن مُتداول في بورصة لندن للأوراق الماليّة والعديد من متغيّرات الاقتصاد الكلي، ونسب مُحاسبيّة كمتغيّرات مُستقلّة، وقد حاولت باستخدام إفيوز تقدير هذا النموذج، بالإضافة إلى خمسة متغيّرات وهميّة يوميّة (واحدة لكل يوم من أيام الأسبوع) وحد ثابت، يُخبرها إفيوز بعد ذلك أنه لا يستطيع تقدير معلمات النموذج، اشرح ما الذي حدث على الأرجح، وكيف يُمكن لها إصلاح ذلك.

(ج) تُقدِّر زميلتها بدلًا من ذلك النموذج التالي لعوائد الأصل r_t (مع وضع الأخطاء المعيارية بين قوسين):

$$\underset{(0.0146)}{\hat{r}_t = 0.0034} \underset{(0.0068)}{-0.0183D1_t} \underset{(0.0231)}{+0.0155D2_t} \underset{(0.0179)}{-0.0007D3_t} \underset{(0.0193)}{-0.0272D4_t} + other\ variables$$

قُدِّر النموذج باستخدام ٥٠٠ مُشاهدة، هل يوجد دليل قوي على وجود 'لتأثيرات يوم الأسبوع' بعد الأخذ بعين الاعتبار تأثيرات المتغيّرات الأخرى؟

(د) ميِّز الفرق بين المتغيّرات الوهميّة للمقطع والمتغيّرات الوهميّة للميل، وإعطاء مثال لكل منها.

(هـ) أشار باحث مالي إلى أن العديد من المستثمرين يُعيدون توازن مَحافظهم الماليّة في نهاية كل سنة ماليّة بهدف تحقيق خسائر، وبالتالي التخفيض من التزاماتهم الضريبية، ضع إجراءً لاختبار ما إذا كان هذا السلوك له تأثير على عوائد الأسهم.

(٢) (أ) ما هو نموذج تبديل النظام؟ صف باختصار نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات ونماذج ماركوف لتبديل النظام وميِّز بينها، كيف يُمكنك أن تتَّخذ قرارًا بخصوص أيٍّ من فئتي النماذج هي الأكثر مُلاءمة لتطبيق معيَّن؟

(ب) صِف المصطلحات التالية على النحو المستخدم في سياق نماذج ماركوف لتبديل النظام:

- خاصِّية ماركوف.
- مصفوفة الانتقال.

(ج) ما هو نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المثار ذاتيًّا؟ ناقش المسائل المطروحة عند تقدير مثل هذا النموذج.

(د) ما هي المشكلة (المشاكل) التي قد تبرز إذا ما طُبِّقت معايير المعلومات القياسيَّة الواردة في الفصل ٦ لتحديد درجات كل مُعادلة في نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات؟ كيف للمعايير المعدَّلة بشكل مُناسب التغلُّب على هذه المشكلة؟

(هـ) اقترح باحث أن السبب 'وراء أن العديد من البحوث التجريبيَّة وجدت أن تعادل القوة الشرائية لا ينطبق' هو وجود تكاليف للمعاملات وجود أسواق السلع، صِف إجراءً يضم نموذج العتبة يُمكن استخدامه لتقييم هذا الاقتراح في سياق سلعة واحدة.

(و) قام باحث بتقدير نموذج الانحدار الذاتي ذي العتبات المثار ذاتيًّا بعتبة واحدة وبثلاث فترات إبطاء في كلا النظامين باستخدام الإمكان الأعظم، كما قام بعد ذلك بتقدير النموذج الخطِّي AR(3) باستخدام الإمكان الأعظم، ثم انتقل إلى استخدام اختبار نسبة الإمكان لتحديد ما إذا كان نموذج العتبة اللاخطِّي ضروريًّا أم لا، اشرح الخلل في هذه الطريقة.

(ز) 'تُعتبر نماذج العتبة نماذج أكثر تعقيدًا من نماذج الانحدار الذاتي الخطِّية، وبالتالي يتعيَّن أن تُنتج النماذج الأولى توقُّعات أكثر دقَّة بما أنه يتعيَّن أنها تلتقط المزيد من السمات الهامَّة للبيانات'، ناقش ذلك.

(٣) يُشير باحث إلى أن ديناميكيات تقُّلب سلسلة من العوائد اليوميَّة للسهم تختلف:

- يوم الاثنين مُقارنة بأيَّام الأسبوع الأخرى.
- إذا كان تقُّلب عائد اليوم السابق أكبر من ٠,١٪ مُقارنة بما إذا كان تقُّلب عائد اليوم السابق أصغر من ٠,١٪.

صِف نماذج يُمكن استخدامها لالتقاط هذه الخصائص المذكورة للبيانات.

(٤) (أ) أعِد فتح سلاسل عوائد سعر الصرف، واختبر مدى احتوائها على تأثيرات يوم الأسبوع.

(ب) أعِد فتح سلسلة تغيُّرات أسعار المساكن، وحدِّد ما إذا كان هناك أي دليل عن الموسميَّة.

الفصل الحادي عشر

بيانات البانل
Panel Data

مخرجات التعلم

سوف تتعلّم في هذا الفصل كيفية:

- وصف الميزات الرئيسة لبيانات البانل (Panel Data) وتحديد مزايا وعيوب العمل بالبانل بدلًا من الهياكل الأخرى.
- شرح الحدس وراء الانحدارات غير المرتبطة ظاهريًّا (Seemingly Unrelated Regression (SUR)) واقتراح أمثلة عن استخدامات مُفيدة لهذه الانحدارات
- التمييز بين نهج التأثيرات الثابتة ونهج التأثيرات العشوائيّة لتوصيف نموذج البانل، وتحديد أيها الأنسب في حالات معيَّنة.
- تقدير وتفسير نتائج اختبارات جذور الوحدة واختبارات التكامل المشترك للبانل.
- بناء وتقدير نماذج البانل في إفيوز.

١١,١ مقدمة – ما هي تقنيات البانل ولماذا تستخدم؟
(Introduction – what are panel techniques and why are they used?)

الحالة التي غالبًا ما تظهر في النمذجة الماليَّة هي الحالة التي يكون لدينا فيها بيانات تضم كلًّ من عناصر السلاسل الزمنيَّة والبيانات المقطعيَّة. تُعرف مثل هذه المجموعة من البيانات بــبيانات البانل (بيانات سلاسل زمنية مقطعية) أو البيانات الطولية. سوف تُجسد بيانات البانل المعلومات عبر الزمان والمكان، والأهم من ذلك هو أن بيانات البانل تُحفظ عن نفس الأفراد أو الأشياء (سوف نُسميها من الآن فصاعدًا بيانات عن 'كيانات')، وهي تقيس بعض الكميات عنهم عبر الزمن[١]. سوف يعرض هذا الفصل

(١) وبالتالي تحديدًا إذا لم تكن البيانات لنفس الكيانات (على سبيل المثال شركات مختلفة أو أناس مختلفين)، ومُقاسة عبر الزمن، فإنها لن تكون بيانات البانل.

ويناقش السمات الهامة لتحليل البانل، وسوف يشرح التقنيات المستخدمة لنمذجة مثل هذه البيانات. من الناحية الاقتصادية القياسيَّة، يُمكن أن يكون لدينا الإعداد الموضح في المعادلة التالية:

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + u_{it} \quad (١،١١)$$

حيث يُمثِّل y_{it} المتغيِّر التابع، α حد المقطع، β مُتَّجه kx1 من المعلمات التي سوف يتم تقديرها للمتغيِّرات المفسِّرة و x_{it} مُتَّجه kx1 من المشاهدات على المتغيِّرات المفسِّرة و $t = ١, \ldots, T; i = ١, \ldots, N$ [٢].

تتمثَّل الطريقة الأبسط للتعامل مع مثل هذه البيانات في تقدير انحدار مجُمع، والذي يتضمَّن تقدير معادلة واحدة على جميع البيانات معًا، بحيث تكون مجموعة بيانات y مكدسة في عمود واحد يحتوي على كل مُشاهدات المقطع العرضي والسلاسل الزمنيَّة، وعلى نحو مُماثل، تُكدَّس جميع المشاهدات لكل مُتغيِّر مفسِّر في عمود مُنفرد في المصفوفة x، بعد ذلك يتم تقدير هذه المعادلة بالطريقة المعتادة باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية.

وعلى الرغم من أن هذه الطريقة سهلة التنفيذ وتتطلَّب تقدير أقل عدد مُمكن من المعلمات، إلا أنها تنطوي على بعض القيود الشديدة، والأهم من ذلك هو أن تجميع البيانات بهذه الطريقة يفترض ضمنيًّا أن متوسط قيم المتغيرات والعلاقات بينها ثابتة عبر الزمن وبين جميع الوحدات المقطعيَّة في العيِّنة، يُمكننا بطبيعة الحال تقدير انحدارات لسلاسل زمنيَّة مُنفصلة لكل كائن أو كيان، ولكن من المحتمل أن تكون هذه الطريقة طريقة عمل دون المستوى الأمثل؛ لأن هذا النهج لن يأخذ في الاعتبار أي هيكل مشترك موجود في السلسلة محل الاهتمام، يُمكننا بدلًا من ذلك تقدير انحدارات مقطعيَّة مُنفصلة لكل فترة زمنيَّة، لكن ربما لن يكون ذلك من الصواب إذا كان هناك بعض التفاوت المشترك في السلاسل عبر الزمن، إذا كنا محظوظين بما فيه الكفاية وتوفَّر لدينا بيانات البانل، فهناك مزايا هامة لهذا الهيكل الغني يُمكن الاستفادة منها:

- **أولًا** وربما الأهم، يمكننا التعامل مع مجموعة أوسع من القضايا، ومعالجة مسائل أكثر تعقيدًا باستخدام بيانات البانل عمَّا هو مُمكن باستخدام السلاسل الزمنيَّة البحتة، أو البيانات المقطعيَّة البحتة فقط.
- **ثانيًا**: غالبًا ما يكون من المفيد فحص كيفيَّة التغيُّر الديناميكي للمتغيرات أو للعلاقات بين هذه المتغيرات (عبر الزمن)، للقيام بذلك باستخدام بيانات سلاسل زمنيَّة بحتة، غالبًا ما يتطلب الأمر بيانات على المدى الطويل للحصول على عدد كافٍ من المشاهدات لنتمكَّن من إجراء اختبارات فرضيات ذات معنى، ولكن من خلال الجمع بين البيانات المقطعيَّة والسلاسل الزمنية، يُمكننا زيادة عدد درجات الحرية، وبالتالي قوة الاختبار، وذلك من خلال توظيف معلومات حول السلوك الديناميكي لعدد كبير من الكيانات في نفس الوقت، كما يُمكن أن يساعد التفاوت الإضافي الذي يحدث بسبب الجمع بين البيانات بهذه الطريقة في التخفيف من حدة مشاكل التعدُّد الخطِّي التي قد تنشأ من نمذجة السلاسل الزمنيَّة بشكل فردي.

---

(٢) نُشير إلى أنه في هذا الفصل تم تعريف k بشكل مختلف قليلًا مُقارنةً بالفصول الأخرى لهذا الكتاب، يُمثِّل k في هذا الفصل عدد معلمات الميل التي يجب تقديرها (بدلًا من العدد الإجمالي للمعلمات كما هو الحال في الفصول الأخرى)، وهو مُساوٍ لعدد المتغيِّرات المفسِّرة في نموذج الانحدار.

- **ثالثًا** وكما سيتبيَّن أدناه، يُمكن من خلال هيكلة النموذج بطريقة مُناسبة إزالة تأثير أشكال مُعيَّنة من تحيُّز المتغيِّرات المهملة في نتائج الانحدار.

٢, ١١ ما هي تقنيات البانل المتاحة؟

(What panel techniques are available?)

يتمثَّل أحد الأساليب لتحقيق الاستفادة الكاملة من هيكل البيانات في استخدام إطار الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا، والذي اقتُرِح في البداية من قبل زيلنر (١٩٦٢) ((Zellner (1962))، استُخدم هذا النموذج على نطاق واسع في مجال الماليَّة، حيث إن المطلوب هو نمذجة عدَّة مُتغيِّرات وثيقة الارتباط فيما بينها عبر الزمن[٣]، سُمِّي الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا بهكذا اسم؛ لأن المتغيِّرات التابعة قد تبدو للوهلة الأولى غير مُرتبطة فيما بين المعادلات، لكن التمعُّن جيدًا في هذه المعادلات سوف يُؤدي إلى الاستنتاج بأنها في الواقع مُرتبطة فيما بينها رغم ما تبدو عليه، ومن الأمثلة عن ذلك نذكر تدفُّق الأموال (أي صافي الأموال الجديدة المستثمرة) إلى المحافظ (صناديق الاستثمار) التي يديرها بنكان استثماريان مختلفان، يُمكن أن تكون التدفقات النقدية مُرتبطة؛ لأنها تُعتبر إلى حد ما بدائل (إذا كان أداء مدير أحد الصناديق ضعيفًا، فقد يتحوَّل المستثمرون إلى الصندوق الآخر)، كما ترتبط التدفُّقات النقدية؛ لأن إجمالي الأموال في جميع الصناديق الاستثماريَّة سوف يتأثر بمجموعة من العوامل المشتركة (ترتبط على سبيل المثال بميل الأشخاص إلى الادِّخار من أجل التقاعد)، ورغم أنه يُمكن نمذجة تدفُّق الأموال لكل بنك على حدة، إلَّا أنه بإمكاننا بطريقة ما تحسين كفاءة التقدير من خلال التقاط على الأقل جزء من الهيكل المشترك، كما يُمكن ضمن نهج الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا الأخذ بعين الاعتبار العلاقات المتزامنة بين حدود الخطأ في معادلتيْ تدفُّقات الأموال إلى الصناديق لكل بنك باستخدام طريقة المربعات الصغرى المعمَّمة، هذا ونذكر أن الفكرة وراء الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا هي في الأساس تحويل النموذج بحيث تصبح حدود الخطأ غير مُرتبطة، إذا كانت الارتباطات بين حدود الخطأ في المعادلات الفردية أساسًا صفرية، فسوف يكون إجراء الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا على نظام المعادلات مُساويًا لإجراء انحدارات مُنفصلة على كل معادلة باستخدام المربعات الصُّغرى العاديَّة، ينطبق ذلك أيضًا إذا كانت جميع قيم المتغيِّرات المفسِّرة هي نفسها في جميع المعادلات، على سبيل المثال إذا كانت معادلات الصندوقين تضم فقط مُتغيِّرات الاقتصاد الكلي.

ومع ذلك فإن قابلية تطبيق تقنية الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا محدودة؛ لأنه لا يُمكن استخدامها إلا عندما يكون عدد مُشاهدات السلسلة الزمنيَّة، أي T، لكل وحدة مقطعيَّة i على الأقل مُساويًا للعدد الإجمالي لهذه الوحدات، أي N، أما المشكلة الثانية التي يُثيرها الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا فتتمثَّل في أن عدد المعلمات التي سوف يتم تقديرها في الإجمال كبير جدًّا، كما يجب أيضًا تقدير مصفوفة التباين والتغاير للأخطاء (التي سوف تكون مصفوفة ضخمة بأبعاد ($NT \times NT$))، لهذه الأسباب يتم استخدام نهج بيانات البانل الكاملة الأكثر قابلية للتطبيق بشكل أكثر شيوعًا.

(٣) تم على سبيل المثال استخدام إطار الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا لاختبار أثر إدخال اليورو على تكامل أسواق الأسهم الأوروبية (كيم وآخرون (٢٠٠٥)) ((Kim et al. (2005))، في اختبارات نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة واختبارات فرضية عدم تحيُّز سعر الصرف الآجل (هودجسون وآخرون (٢٠٠٤)) ((Hodgson et al. (2004)).

عمومًا هناك فئتان من نهج مُقدَّرات البانل (Panel Estimator) التي يُمكن استخدامها في الأبحاث الماليَّة: نماذج *بتأثيرات ثابتة* (Fixed Effects Models) والنماذج *بتأثيرات عشوائية* (Random Effects Models)، تسمح أبسط أنواع النماذج بتأثيرات ثابتة للمقطع في نموذج الانحدار بأن يختلف مقطعيًا، ولكن لا تسمح له بالاختلاف زمنيًا، في حين أن جميع القيم المقدَّرة للميل تكون ثابتة مقطعيًا وزمنيًا على حد السواء، من الواضح أن هذا النهج يُعتبر أكثر شُحًّا من نموذج الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا (حيث سيكون لكل وحدة مقطعيَّة أيضًا معلمات ميل مُختلفة)، لكنَّه يتطلَّب تقدير $(N + k)$ معلمة[٤].

التمييز الأول الذي يجب أن نستخلصه هو بين *البانل المتوازن* (Balanced Panel) *والبانل غير المتوازن* (Unbalanced Panel)، يضم البانل المتوازن نفس عدد مُشاهدات السلاسل الزمنيَّة لكل وحدة مقطعيَّة، (أو بشكل متكافئ، ولكن في الاتجاه الآخر، نفس عدد الوحدات المقطعيَّة في كل نقطة زمنية)، في حين أن البانل غير المتوازن سيكون له بعض العناصر المقطعيَّة لها مُشاهدات أقل من مُشاهدات عناصر أخرى، تُستخدم نفس التقنيات في كلتا الحالتين، وعلى الرغم من أن العرض المقدَّم أدناه يفترض ضمنيًّا أن البانل مُتوازن، إلَّا أنه يجب أن يتم حساب المشاهدات المفقودة تلقائيًّا بواسطة حزمة البرامج المستخدمة لتقدير النموذج.

١١,٣ النموذج بتأثيرات ثابتة

(The fixed effects model)

لمعرفــة الطريقــة التي يعمل بها النموذج بتأثيرات ثابتة، يُمكن أن نأخذ المعادلة رقم (١،١١) أعلاه، ونقوم بتفكيك حد الاضطراب u_{it} إلى تأثير فردي خاص μ_i 'واضطراب مُتبقي' v_{it} يتغيَّر عبر الزمن ومن كيان لآخر (يلتقط كل ما هو غير مُفسَّر بخصوص y_{it}):

$$u_{it} = \mu_i + v_{it} \qquad (٢،١١)$$

يُمكن إعادة كتابة المعادلة رقم (١١ ، ١) وذلك بتعويض u_{it} بما يُقابله من المعادلة رقم (٢،١١) ونتحصَّل على:

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \mu_i + v_{it} \qquad (٣،١١)$$

يُمكن أن نفكر في μ_i على أنه يشمل كل المتغيِّرات التي تؤثر على y_{it} مقطعيًا، ولكن لا تتغيَّر عبر الزمن، كالقطاع الذي تنشط فيه الشركة، جنس الشخص، البلد الذي يوجد به مقر البنك، إلخ، يُمكن تقدير هذا النموذج باستخدام المتغيِّرات الوهمية، وتُسمَّى هذه الطريقة بنهج المربعات الصغرى ذات المتغيِّرات الوهميَّة (Least Squares Dummy Variable):

$$y_{it} = \beta x_{it} + \mu_1 D1_i + \mu_2 D2_i + \mu_3 D3_i + \cdots + \mu_N DN_i + v_{it} \qquad (٤ ،١١)$$

---

(٤) من المهم أن ندرك هذا القيد لتقنيات البانل، والذي ينص على أن العلاقة بين المتغيِّر المفسَّر والمتغيِّرات المفسِّرة يُفترض أن تكون ثابتة على حد السواء مقطعيًا وعبر الزمن، حتى وإن سمح تفاوت المقاطع للقيم المتوسِّطة بالاختلاف، يفترض إذًا استخدام تقنيات البانل بدلًا من تقدير انحدارات مُنفصلة على السلاسل الزمنيَّة لكل كائن أو تقدير انحدارات مقطعيَّة مُنفصلة لكل فترة زمنيَّة ضمنيًا أن مكاسب الكفاءة المتأتية من القيام بذلك تفوق أيَّ تحيزات قد تنشأ في تقدير المعلمات.

حيث يُمثِّل $D1_i$ متغيرًا وهميًا يأخذ القيمة ١ لكل مُشاهدات الكيان الأوَّل (على سبيل المثال الشركة الأولى) في العيِّنة، وصفر خلاف ذلك، $D2_i$ متغير وهمي يأخذ القيمة ١ لكل مُشاهدات الكيان الثاني (على سبيل المثال الشركة الثانية) وصفر خلاف ذلك، وهكذا، لاحظ أننا قمنا بإزالة حد المقطع (α) من هذه المعادلة لتجنُّب 'فخ المتغيِّر الوهمي' المبيَّن في الفصل ١٠، حيث يكون لدينا تعدُّد خطِّي تام بين المتغيِّرات الوهميَّة والمقطع، عند كتابة نموذج الآثار الثابتة بهذه الطريقة يكون من السهل نسبيًّا معرفة كيفيَّة اختبار ما إذا كان نهج البانل ضروريًّا أم لا، سوف يكون هذا الاختبار عبارة عن نسخة معدلة بعض الشيء من اختبار تشاو المشروح في الفصل ٥، وذلك بإدراج قيد يتمثَّل في أن جميع المتغيِّرات الوهميَّة للمقاطع لها نفس المعامل (أي أن $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_N$)، إذا لم يتم رفض فرضية العدم هذه يُمكن ببساطة تجميع البيانات معًا، واستخدام المربَّعات الصُّغرى العاديَّة، وعليه إذا تم رفض فرضية العدم فلن يكون سليمًا فرض القيد المتمثِّل في أن كل الوحدات المقطعية لها نفس المقطع، وبالتالي يجب استخدام نهج البانل.

سوف يضم النموذج المعطى في المعادلة رقم (١١، ٤) الآن $N + k$ معلمات للتقدير، هذه المعلمات من شأنها أن تُمثِّل مشكلة صعبة لأي حزمة انحدار عندما يكون N كبيرًا، ولتجنُّب ضرورة تقدير العديد من معلمات المتغيِّرات الوهميَّة، يتم إجراء تحويل للبيانات بهدف تبسيط المسألة، هذا التحويل، والمعروف باسم *التحويل الداخلي* (Within Transformation)، يتضمن طرح المتوسِّط الزمني من قيم المتغيِّر، وذلك لكل كيان بعيدًا عن قيم المتغير[٥]، لذا نقوم بتعريف $\bar{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}$ على أنه المتوسِّط الزمني لمشاهدات y للوحدة المقطعيَّة i، ونحسب بطريقة مُماثلة مُتوسِّطات كل المتغيِّرات المفسِّرة، يُمكننا بعد ذلك طرح المتوسِّط الزمني من كل مُتغيِّر للحصول على انحدار يحتوي فقط على مُتغيِّرات مطروح منها المتوسِّط، نُشير مرة أخرى إلى أن حد المقطع ليس مطلوبًا في مثل هذا الانحدار؛ لأن المتغيِّر التابع ومن خلال طريقة إنشائه سوف يكون مُتوسِّطه صفرًا، يكون النموذج الذي يحتوي على مُتغيِّرات مطروح منها المتوسِّط كالتالي:

$$y_{it} - \bar{y}_i = \beta(x_{it} - \bar{x}_i) + u_{it} - \bar{u}_i \quad (١١، ٥)$$

والذي يُمكننا كتابته على النحو التالي:

$$\ddot{y}_{it} = \beta \ddot{x}_{it} + \ddot{u}_{it} \quad (١١، ٦)$$

حيث تُشير النقاط المزدوجة فوق المتغيِّرات إلى القيم المطروح منها المتوسِّط.

كبديل لطرح المتوسِّط من المتغيِّرات، يُمكن ببساطة إجراء انحدار مقطعي على القيم المتوسِّطة زمنيًّا للمتغيِّرات، والذي يُعرف باسم *المقدر البَيْني* (Between Estimator)[٦]، وثمَّة إمكانيَّة أخرى وهي أنه بدلًا من ذلك يُمكن تطبيق عامل الفرق الأول على المعادلة رقم (١١، ١) بحيث يُصبح النموذج نموذجًا لشرح التغيُّر في y_{it} عوضًا عن شرح مُستوى y_{it}، عند أخذ الفروق، سوف تُحذف كل المتغيِّرات التي لا تتغيَّر عبر الزمن (أي μ_i)، سوف تُنتج عمليَّة أَخْذ الفروق والتحويل الداخلي تقديرات مُتطابقة في حالة كان لدينا فترتين زمنيَّتين لا غير، عندما يكون لدينا أكثر من فترتين زمنيَّتين فإن الاختيار بين النهجين سوف يعتمد على الخصائص المفترضة لحد الخطأ، يصف وولدريج (٢٠١٠) هذه المسألة بقدر كبير من التفصيل.

(٥) يُعرف هذا التحويل باسم التحويل الداخلي لأنه يتم إجراء الطرح داخل كل كائن مقطعي.

(٦) تتمثَّل ميزة إجراء الانحدار على القيم المتوسِّطة (المقدر البيني) بدلًا من إجرائه على القيم المطروح منها المتوسِّط (المقدر الضمني) (Within Estimator) في أنه من المرجَّح أن تقلل عمليَّة حساب المتوسِّط من تأثير خطأ القياس في المتغيِّرات على عمليَّة التقدير.

يُمكن الآن تقدير المعادلة رقم (١١، ٦) بشكل روتيني باستخدام المربَّعات الصغرى العادية على العيِّنة المجمَّعة للبيانات المطروح منها المتوسِّط، لكن يتعيَّن علينا معرفة عدد درجات الحرِّية لهذا الانحدار، وعلى الرغم من أن تقدير المعادلة لن يستخدم سوى k درجة حُرِّيَّة من المشاهدات البالغ عددها NT، من المهم أن ندرك أننا استخدمنا كذلك N درجة حُرِّيَّة عند إنشاء المتغيِّرات المطروح منها المتوسِّط (أي أننا فقدنا درجة من الحريَّة لكل مُتغيِّر من المتغيِّرات المفسِّرة البالغ عددها N والتي كنا مُطالبين بتقدير مُتوسِّطها)، وبالتالي فإن عدد درجات الحرِّية التي يجب استخدامُها في تقدير الأخطاء المعياريَّة بطريقة غير مُتحيِّزة، وعند إجراء اختبار الفرضيات هو $(NT - N - k)$، يجب على أيِّ حزمة برمجية مستخدَمة في تقدير هذه النماذج أن تأخذ في الاعتبار وبشكل تلقائي هذا العدد من درجات الحرِّية.

سوف يُعطي الانحدار على المتغيِّرات المطروح منها المتوسِّط زمنيًّا، معلمات وأخطاء معياريَّة مُماثلة لتلك المتحصَّل عليها مُباشرة من انحدار المربعات الصغرى ذات المتغيِّرات الوهميَّة، ولكن دون عناء تقدير العديد من المعلمات! ومع ذلك فإن العيب الرئيس لهذه العمليَّة هو أننا نفقد القدرة على تحديد تأثير جميع المتغيِّرات التي تؤثر على y_{it} ولكنها لا تتغيَّر عبر الزمن.

٤ , ١١ النماذج بتأثيرات ثابتة زمنيًّا

(Time-fixed effects models)

من الممكن أيضًا الحصول على نموذج بتأثيرات ثابتة زمنيًّا بدلًا من نموذج بتأثيرات ثابتة للكيان، نستخدم مثل هذا النموذج عندما نعتقد أن القيمة المتوسِّطة لـ y_{it} تتغيَّر عبر الزمن، لكنها لا تتغيَّر مقطعيًّا، وبالتالي وباعتبار تأثيرات ثابتة زمنيًّا، يُسمح للمقاطع بالاختلاف عبر الزمن لكن يُفترض أن تكون هي نفسها بين الكيانات في كل نقطة زمنيَّة معيَّنة، يُمكننا كتابة النموذج بتأثيرات ثابتة كالتالي:

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \lambda_t + v_{it} \quad (٧،١١)$$

حيث يُمثِّل λ_t المقطع المتغيِّر زمنيًّا، وهو يلتقط جميع المتغيِّرات التي تُؤثر على y_{it} والتي تتغيَّر عبر الزمن، ولكنها ثابتة مقطعيًّا، ومن الأمثلة عن ذلك، نذكر تغيُّر البيئة التنظيمية أو معدل الضريبة خلال فترة العيِّنة، في مثل هذه الظروف قد يُؤثر هذا التغيُّر في البيئة على y_{it} تأثيرًا كبيرًا، لكن بالطريقة ذاتها لكل الشركات التي يُفترض أنها جميعًا تتأثَّر بنفس القدر بهذا التغيُّر.

يُسمح بالتفاوت الزمني في حدود المقطع تمامًا مثلما يُسمح بالتأثيرات الثابتة للكيان، بعبارة أخرى يُمكن تقدير نموذج المربعات الصغرى ذي المتغيِّرات الوهميَّة:

$$y_{it} = \beta x_{it} + \lambda_1 D1_t + \lambda_2 D2_t + \lambda_3 D3_t + \cdots + +\lambda_N DN_t + v_{it} \quad (٨،١١)$$

حيث يُشير $D1_t$ على سبيل المثال إلى مُتغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ للفترة الزمنيَّة الأولى، وصفر خلاف ذلك، وهكذا، الفرق الوحيد هو أن المتغيِّرات الوهميَّة تلتقط الآن التغيُّر الزمني بدلًا من التغيُّر المقطعي، بطريقة مُماثلة، وبهدف تجنُّب تقدير نموذج يحتوي على جميع المتغيِّرات الوهميَّة وعددها T، يُمكن إجراء تحويل داخلي لطرح المتوسِّطات المقطعيَّة من كل مُشاهدة:

$$y_{it} - \bar{y}_t = \beta(x_{it} - \bar{x}_t) + u_{it} - \bar{u}_t \quad (٩،١١)$$

حيث يُمثِّل $\bar{y}_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_{it}$ مُتوسِّط مُشاهدات y عبر الكيانات لكل فترة زمنيَّة يُمكن أن نكتب هذه المعادلة كالتالي:

$$\ddot{y}_{it} = \beta\ddot{x}_{it} + \ddot{u}_{it} \quad (١٠،١١)$$

حيث تُشير النقاط المزدوجة فوق المتغيّرات إلى قيم مطروح منها المتوسّط (لكن يتم الآن طرح المتوسّط مقطعيًا بدلًا من طرح المتوسّط زمنيًّا).

أخيرًا، من الممكن السماح في نفس النموذج بكلٍّ من التأثيرات الثابتة للكيان والتأثيرات الثابتة زمنيًّا، سوف يُطلق على مثل هذا النموذج نموذجًا مُكوّن الخطأ المزدوج، والذي يجمع بين المعادلتين رقم (٣،١١) و (٧،١١)، ويضم نموذج المربعات الصغرى ذو المتغيّرات الوهميّة المقابل كلًّا من المتغيّرات الوهميّة الزمنيّة والمتغيّرات الوهميّة المقطعيّة:

$$y_{it} = \beta x_{it} + \mu_1 D1_i + \mu_2 D2_i + \mu_3 D3_i + \cdots + \mu_N DN_i + \lambda_1 D1_t + \lambda_2 D2_t + \lambda_3 D3_t + \cdots + \lambda_t DT_t + v_{it} \quad (١١،١١)$$

ومع ذلك يكون عدد المعلمات المراد تقديرها الآن مُساويًا لـــ $k + N + T$، ويكون التحويل الداخلي في هذا النموذج المزدوج أكثر تعقيدًا.

٥ , ١١ التحقُّق من المنافسة المصرفية باستخدام النموذج بتأثيرات ثابتة

(Investigating banking competition using a fixed effects model)

لقد خضع قطاع الخدمات المصرفية للأفراد في المملكة المتَّحدة إلى تغيُّر كبير في هيكله على مدار الثلاثين عامًا الماضية نتيجة لإلغاء القيود التنظيمية، لموجات الاندماج وللتكنولوجيا الحديثة، وقد أدّى التركيز المرتفع نسبيًّا للحصة السوقية في قطاع الخدمات المصرفية للأفراد بين عدد متواضع من البنوك الكبيرة إلى جانب ما يبدو أنه مكاسب هائلة متكررة، إلى مخاوف من أن القوى التنافسية في البنوك البريطانية ليست قوية بما فيه الكفاية[٧]، ويذهب البعض إلى القول إن ذلك يتزامن مع الممارسات التقييدية، الحواجز التي تحُول دون الدخول إلى السوق وتدنِّي القيمة مُقابل المال بالنسبة للمستهلكين، قام ماثيوز، مورريند وزهاو (٢٠٠٧) بإجراء دراسة للتحقُّق من الظروف التنافسية في المملكة المتحدة بين عامي ١٩٨٠ و ٢٠٠٤ باستخدام نهج 'التنظيم الصناعي التجريبي الجديد' الذي ابتكره بانزار وروس (١٩٨٢، ١٩٨٧) ((Panzar and Rosse (1982, 1987))، يفترض النموذج أنه إذا كان السوق قابلًا للتنافس فإن الدخول إلى السوق والخروج منه سوف يكون سهلًا (حتى وإن كان تركيز الحصة السوقية بين الشركات مُرتفعًا)، بحيث يتم ضبط الأسعار عند التكاليف الحديَّة، تتمثل التقنية المستخدمة لفحص هذا التخمين في اشتقاق قيود على الصيغة المختزلة لمعادلة دخل الشركات تكون قابلة للاختبار.

يتمثَّل البحث التجريبي في اشتقاق مُؤشر (الإحصاءة H لبانزار وروس (Panzar–Rosse H-statistic)) لمجموع مُرونات الإيرادات لتكاليف عوامل الإنتاج (أسعار المدخلات)، إذا كان هذا المؤشر يقع بين ٠ و ١، يكون لدينا مُنافسة احتكارية أو توازن تنافسي جُزئي، أمَّا إذا كان $H < 0$ فذلك يعني أن لدينا حالة احتكار، وفي حالة $H = 1$ يكون لدينا مُنافسة كاملة أو تنافس مثالي، والنقطة الأساسية هي أنه إذا اتَّسم السوق بالمنافسة الكاملة، فلن تُؤثر زيادة أسعار المدخلات على مُخرجات الشركات، بينما سيحدث العكس إذا كانت المنافسة احتكارية، تُعطي المعادلة التالية نموذج ماثيوز وآخرين:

---

(٧) من المثير للاهتمام أنه رغم أن العديد من المراقبين غير النظاميين يعتقدون أن التركيز في الخدمات المصرفية للأفراد في المملكة المتحدة قد نما بشكل كبير إلا أنه في الحقيقة انخفض قليلًا بين عامي ١٩٨٦ و ٢٠٠٢.

$$ln\ REV_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 ln\ PL_{it} + \alpha_2 ln\ PK_{it} + \alpha_3 ln\ PF_{it} + \beta_1 ln\ RISKASS_{it} + \beta_2 ln\ ASSET_{it} + \beta_3 ln\ BR_{it} + \gamma_1 GROWTH_t + \mu_i + v_{it} \quad (١٢،١١)$$

حيث يُمثِّل REV_{it} نسبة إيرادات البنك إلى إجمالي موجودات الشركة i في الزمن t $(i = ١, \ldots, N; t = ١, \ldots, T)$؛ PL نسبة تكاليف العمالة إلى عدد الموظَّفين (سعر الوحدة للعمل)؛ PK نسبة الأصول الرأسماليَّة إلى الأصول الثابتة (سعر الوحدة من رأس المال) و PF نسبة تكاليف الفائدة السنوية إلى إجمالي الأموال القابلة للإقراض (سعر الوحدة للأموال)، كما يتضمَّن النموذج أيضًا العديد من المتغيِّرات التي تلتقط لبنك مُعيَّن التأثيرات المتغيِّرة زمنيًّا على الإيرادات والتكاليف وهي: $RISKASS$ أي نسبة المخصصات إلى إجمالي الأصول؛ $ASSET$ يُمثِّل حجم البنك ويُقاس بإجمالي الأصول؛ BR نسبة عدد فروع البنك إلى إجمالي عدد الفروع لجميع البنوك، أخيرًا: يُمثِّل $GROWTH$ مُعدل نمو إجمالي الناتج المحلي، والذي يختلف بشكل واضح عبر الزمن، ولكنه ثابت من بنك إلى آخر في نقطة زمنيَّة مُحدَّدة؛ μ_i هي التأثيرات الثابتة الخاصَّة بالبنك و v_{it} حد اضطراب تمييزي، نتحصَّل على معلمة التنافس H كالتالي: $H = \alpha_{١} + \alpha_{٢} + \alpha_{٣}$.

للأسف لا يكون نهج بانزار وروس صالحًا إلَّا عندما يُطبق على سوق مصرفية مُتوازنة على المدى الطويل، وبالتالي قام المؤلفان أيضًا بإجراء اختبار على هذه المسألة، والذي يركز على الانحدار التالي:

$$\ln ROA_{it} = \alpha'_0 + \alpha'_1 \ln PL_{it} + \alpha'_2 \ln PK_{it} + \alpha'_3 ln\ PF_{it} + \beta'_1 \ln RISKASS_{it} + \beta'_2 \ln ASSET_{it} + \beta'_3 \ln BR_{it} + \gamma'_1 GROWTH_t + \eta_i + w_{it} \quad (١٣،١١)$$

المتغيِّرات المفسِّـرة لانحدار اختبـار التوازن (١١، ١٣) هي نفس المتغيِّرات المستخدمة في انحدار التنافسيَّة (١١،١٢)، لكن المتغيِّر التابع هو الآن لوغاريتم العوائد على الأصول $\ln ROA$. نقول إن السوق في حالة توازن إذا كان لدينا $\alpha'_{١} + \alpha'_{٢} + \alpha'_{٣} = 0$.

يُذكر أن سوق المملكة المتَّحدة له أهمية دولية خاصة نتيجة لسرعة إلغاء القيود التنظيمية ولحجم التغيُّرات في هيكل السوق التي حدثت خلال فترة العيِّنة، وبالتالي فإن دراسة ماثيوز وآخرين تركِّز بشكل حصري على المملكة المتّحدة، استخدم ماثيوز وآخرون نموذج البانل بتأثيرات ثابتة، مما يسمح للمقاطع بأن تكون مختلفة عبر البنوك، ولكن يفترض أن هذه التأثيرات ثابتة عبر الزمن، هذا ويُعتبر نهج التأثيرات الثابتة نهجًا معقولًا بالنظر إلى البيانات التي تم تحليلها هنا، حيث إن هناك عدد سنوات كبير بشكل غير عادي (خمسة وعشرون) مُقارنة بعدد البنوك (اثنا عشر)، مما يُؤدي إلى ما مجموعه ٢١٩ من السنوات والبنوك (المشاهدات)، نذكر أنه تم الحصول على البيانات المستخدمة في الدراسة من التقارير السنوية للبنوك والمستخلص السنوي للإحصاءات المصرفية من جمعية المصرفيين البريطانيين، كما تم إجراء التحليل على فترة العيِّنة بأكملها، أي من ١٩٨٠ إلى ٢٠٠٤، ولعيِّنتين فرعيَّتين، من ١٩٨٠ إلى ١٩٩١ ومن ١٩٩٢ إلى ٢٠٠٤، تعطى نتائج اختبارات التوازن أولًا في الجدول رقم (١ , ١١).

يتم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن التأثيرات الثابتة للبنوك تُساوي معًا صفرًا $(H_0: \eta_i = 0)$ عند مستوى المعنويَّة ١٪ وذلك للعيِّنة بأكملها وللعيِّنة الفرعية الثانية، ولكن ليس على الإطلاق للعينة الفرعية الأولى، ومع ذلك تُشير النتائج عمومًا إلى فائدة نموذج البانل بتأثيرات ثابتة، والذي يأخذ في الاعتبار عدم تجانس البنوك، هذا ويتمثَّل محور الاهتمام الرئيس للجدول رقم (١ , ١١) في اختبار التوازن، وهو يُشير إلى وجود دليل طفيف عن عدم التوازن (يختلف E معنويًّا عن الصفر عند مستوى ١٠٪) للعينة بأكملها، ولكن ليس لأيٍّ من العيِّنات الفرعيَّة الفرديَّة، وبالتالي، فإن الاستنتاج هو أن السوق يبدو بها فيه الكفاية في حالة توازن بحيث يكون من الصواب الاستمرار في تقصِّي مدى المنافسة باستخدام منهجية بانزار وروس، هذا وترد نتائج ذلك في الجدول رقم (٢ , ١١)[٨].

تَرِد قيمة معلمة التنافس H، والتي تُساوي مجموع مرونات المدخلات، في الصف الأخير من الجدول رقم (٢ , ١١) وتنخفض قيمتها من ٠,٧٨ في العيِّنة الفرعية الأولى إلى ٠,٤٦ في العيِّنة الفرعية الثانية، مما يوحي بأن درجة المنافسة في الخدمات المصرفية للأفراد في المملكة المتحدة ضعفت خلال هذه الفترة، ومع ذلك تُبيِّن النتائج في الصفين أعلى الصف الأخير في جدول (١١، ٢)،

---

(٨) يكشف اختبار الاستقرار الهيكلي لتشاو عن انقطاع هيكلي بين العينتين الفرعيتين، لم يُقدِّم المؤلفون أي تعليق آخر عن نتائج انحدار التوازن.

والتي تُظهر أن فرضيات العدم $H = 0$ و $H = 1$ يُمكن رفضها عند مستوى المعنويَّة ١٪ لكلا العيِّنتين الفرعيَّين، مما يدل على أن أفضل ما يتميَّز به السوق هو المنافسة الاحتكاريَّة بدل كُلٍّ من المنافسة الكاملة (تنافُس مثالي) أو الاحتكار المطلق، أما بالنسبة إلى انحدارات التوازن، فإنه يتم وبشدَّة رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن المتغيِّرات الوهميَّة للتأثيرات الثابتة تُساوي معًا صفرًا ($\mu_i = 0$)، مما يُبرر استخدام نموذج البانل بتأثيرات ثابتة، ومُشيرة إلى أن المستويات الأساسيَّة للمتغيِّرات التابعة تختلف.

الجدول رقم (١١ , ١) اختبارات توازن السوق المصرفيَّة باستخدام نموذج البانل بتأثيرات

المتغير	١٩٨٠-٢٠٠٤	١٩٨٠-١٩٩١	١٩٩٢-٢٠٠٤
Intercept	***٠,٠٢٣٠	*٠,١٠٣٤	٠,٠٢٥٢
	(٣,٢٤)	(١,٨٧)	(٢,٦٠)
lnPL	٠,٠٠٠٢-	٠,٠٠٥٩	٠,٠٠٠٢
	(٠,٢٧)	(١,٢٤)	(٠,٣٧)
lnPK	*٠,٠٠١٤-	٠,٠٠٢٠-	*٠,٠٠١٦-
	(١,٨٩)	(١,٢١)	(١,٨١)
lnPF	٠,٠٠٠٩-	٠,٠٠٣٤-	٠,٠٠٠٥
	(١,٠٣)	(١,٠١)	(٠,٤٩)
lnRISKASS	***٠,٦٤٧١-	***٠,٥٥١٤-	***٠,٨٣٤٣-
	(١٣,٥٦)	(٨,٥٣)	(٥,٩١)
lnASSET	***٠,٠٠١٦-	**٠,٠٠٦٨-	**٠,٠٠١٦-
	(٢,٦٩)	(٢,٠٧)	(٢,٠٧)
lnBR	*٠,٠٠١٢-	٠,٠٠١٧	٠,٠٠٢٥-
	(١,٩١)	(٠,٩٧)	(١,٥٥)
GROWTH	***٠,٠٠٠٧	٠,٠٠٠٤	*٠,٠٠٠٦
	(٤,١٩)	(١,٥٤)	(١,٧١)
withinR^2	٠,٥٨٩٨	٠,٦١٥٩	٠,٤٧٠٦
$H_0 := \eta_i = 0$	$F(11,200) = 7.78^{***}$	$F(9,66) = 1.50$	$F(11,117) = 11.28^{**}$
$H_0 := E = 0$	$F(1,200) = 3.20^{*}$	$F(1,66) = 0.01$	$F(1,117) = 0.28$

ملاحظات: النسب تي بين قوسين، يدل *، ** و*** على المعنوية عند المستويات ١٠٪، ٥٪ و ١٪ على التوالي.

المصدر: ماثيوز وآخرون (٢٠٠٧)، أعيد طبعه بإذن من إلسيفير.

الجدول رقم (٢ , ١١) اختبارات المنافسة في القطاع المصرفي باستخدام نماذج البانل بتأثيرات ثابتة

المتغير	١٩٨٠-٢٠٠٤	١٩٨٠-١٩٩١	١٩٩٢-٢٠٠٤
Intercept	٣,٠٨٣-	**١,١٠٣٣	٠,٥٤٥٥-
	(١,٦٠)	(٢,٠٦)	(١,٥٧)
lnPL	٠,٠٠٩٨-	***٠,١٦٤	٠,٠١٦٤-
	(٠,٥٤)	(٣,٥٧)	(٠,٦٤)
lnPK	٠,٠٠٢٥	٠,٠٠٢٦	٠,٠٢٨٩-
	(٠,١٣)	(٠,١٦)	(٠,٩١)
lnPF	***٠,٥٧٨٨	***٠,٦١١٩	***٠,٥٠٩٦
	(٢٣,١٢)	(١٨,٩٧)	(١٢,٧٢)
lnRISKASS	**٢,٩٨٨٦	**١,٤١٤٧	٥,٨٩٨٦
	(٢,٣٠)	(٢,٢٦)	(١,١٧)
lnASSET	***٠,٠٥٥١-	***٠,٠٩٦٣-	**٠,٠٦٧٦-
	(٣,٣٤)	(٢,٨٩)	(٢,٥٢)
lnBR	***٠,٠٤٦١	٠,٠٠٠٩٤	٠,٠٨٠٩
	(٢,٧٠)	(٠,٥٧)	(١,٤٣)
GROWTH	*٠,٠٠٨٢-	٠,٠٠٢٧-	٠,٠١٢١-
	(١,٩١)	(١,١٧)	(١,٠٠)
withinR^2	٠,٩٢٠٩	٠,٩١٨١	٠,٨١٦٥
$H_0 := \eta_i = 0$	$F(11,200) = 23.94^{***}$	$F(9,66) = 21.97^{***}$	$F(11,117) = 11.95^{***}$
$H_0 := H = 0$	$F(1,200) = 229.46^{***}$	$F(1,66) = 205.89^{***}$	$F(1,117) = 71.25^{***}$
$H_1 := H = 1$	$F(1,200) = 128.99^{***}$	$F(1,66) = 16.59^{***}$	$F(1,117) = 94.76^{***}$
H	٠,٥٧١٥	٠,٧٧٨٥	٠,٤٦٤٣

ملاحظات: النسب تي بين قوسين، يدل *، **و*** على المعنوية عند المستويات ١٠٪، ٥٪ و ١٪ على التوالي، تم إضافة مجموعة النتيجات الأخيرة في الجدول من قبل المؤلف الحالي.

المصدر: ماثيوز وآخرون (٢٠٠٧) أعيد طبعه بإذن من إلسيفر

أخيرًا، يبدو أن جميع مُتغيِّرات التحكم المصرفية الإضافية لها علامات تشد الانتباه، نذكر أن مُتغيِّر الأصول الخطرة له علامة مُوجبة بحيث تؤدي المخاطر العالية إلى زيادة الإيرادات لكل وحدة من إجمالي الأصول، كما تُشير إلى أن مُتغيِّر الأصول له علامة سالبة، وهو ذو معنويَّة إحصائية عند مستوى ٥٪ أو أقل، وذلك في كل الفترات الثلاث، مما يوحي بأن البنوك الأصغر تكون نسبيًّا أكثر ربحيَّة، أمَّا تأثير وجود المزيد من الفروع المصرفية فيتمثَّل في تخفيض الربحية، ولا تتأثر نسبة الإيرادات إلى إجمالي الموجودات إلى حد كبير بالظروف الاقتصادية الكلية، كما يبدو أن البنوك كانت أكثر ربحيَّة عندما كان الناتج المحلي الإجمالي ينمو بشكل أبطأ.

٦, ١١ النموذج بتأثيرات عشوائية

(The random effects model)

هناك بديل للنموذج بتأثيرات ثابتة المذكور أعلاه وهو النموذج بتأثيرات عشوائية، والذي يُعرف أحيانًا باسم نموذج مكونات الخطأ (Error Components Model)، وكما بالنسبة للتأثيرات الثابتة، يقترح نهج التأثيرات العشوائيَّة حدود مقاطع مُختلفة لكل كيان، وتكون هذه المقاطع مرَّة أخرى ثابتة عبر الزمن، مع افتراض أن العلاقات بين المتغيِّر المفسَّر والمتغيِّرات المفسِّرة تظل نفسها مقطعيًّا وزمنيًّا على حد السواء.

ومع ذلك فإن الفرق بين النموذج بتأثيرات ثابتة والنموذج بتأثيرات عشوائية هو أنه يُفترض في ظل النموذج بتأثيرات عشوائية أن تنشأ مقاطع كل وحدة مقطعيَّة من مقطع مُشترك α (وهو نفس المقطع لجميع الوحدات المقطعيَّة وعبر الزمن) بالإضافة إلى مُتغيِّر عشوائي ϵ_i يتغيَّر مقطعيًّا لكنَّه ثابت عبر الزمن، يقيس ϵ_i الانحراف العشوائي لكل حد مقطع للكيان عن حد المقطع 'الإجمالي' α، يُمكننا كتابة نموذج البانل بتأثيرات عشوائية على النحو التالي:

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \omega_{it}, \quad \omega_{it} = \epsilon_i + v_{it} \tag{١٤،١١}$$

حيث يظل x_{it} مُتَّجه من الدرجة $(k \times 1)$ يضم المتغيِّرات المفسِّرة، ولكن على عكس النموذج بتأثيرات ثابتة، لا توجد مُتغيِّرات وهميَّة لالتقاط عدم التجانس (التباين) في البعد المقطعي، في المقابل يحدث عدم التجانس من خلال الحدود ϵ_i، كما نُشير إلى أن هذا الإطار يتطلب افتراضات منها أن حد الخطأ المقطعي الجديد ϵ_i له مُتوسِّط صفري، مُستقل عن حد خطأ المشاهدات الفرديَّة (v_{it})، له تباين ثابت σ_ϵ^2 وهو مُستقل عن المتغيِّرات المفسِّرة (x_{it}).

تُقدر المعلمات (المتَجهات α و β) بشكل مُتَّسق لكنها لن تتَّسم بالكفاءة عند استخدام المربَّعات الصغرى العاديَّة، كما يجب إدخال تعديل على الصيغ المعتادة نتيجة للارتباطات المتبادلة بين حدود الخطأ لوحدة مقطعيَّة معيَّنة في نقاط زمنيَّة مختلفة، بدلًا من المربَّعات الصغرى العاديَّة، نستخدم عادةً طريقة المربَّعات الصغرى المعمَّمة، ويتمثَّل التحويل الذي يتضمنه إجراء المربَّعات الصغرى المعمَّمة في طرح المتوسِّط المرجح لـــ y_{it} عبر الزمن (أي جزء من المتوسِّط بدلًا من المتوسط الكلي، كما كان الحال بالنسبة لتقدير التأثيرات الثابتة)، تُعرَّف البيانات 'شبه مطروحة المتوسِّط' كما يلي: $y_{it}^* = y_{it} - \theta\bar{y}_i$ و $x_{it}^* = x_{it} - \theta\bar{x}_i$، حيث يُمثِّل $\bar{y}_i$ و $\bar{x}_i$ على التوالي مُتوسِّطات y_{it} و x_{it} عبر الزمن[٩]، سوف يكون θ دالة في كلٍ من تباين حد خطأ المشاهدات (σ_v^2) وتباين حد الخطأ الخاص بالكيان (σ_ϵ^2):

$$\theta = 1 - \frac{\sigma_v}{\sqrt{T\sigma_\epsilon^2 + \sigma_v^2}} \tag{١٥،١١}$$

سوف يكون هذا التحويل مطلوبًا على وجه الخصوص لضمان عدم وجود ارتباطات مُتبادلة في حدود الخطأ، لكن ولحسن الحظ تقوم حزم البرمجيَّات القياسيَّة بإجراء هذا التحويل تلقائيًّا.

---

(٩) الترميز المستخدم هنا هو نسخة مُعدلة قليلًا من ترميز كينيدي (٢٠٠٣، ص ٣١٥).

وكما هو الحال بالنسبة للنموذج بتأثيرات ثابتة، ليس من الصعب نظريًا أن تأخذ التأثيرات العشوائية بعين الاعتبار اختلاف الزمن مثلما تأخذ في الاعتبار الاختلافات المقطعيّة، في حالة اختلاف الزمن يتم إدراج حد خطأ خاص بالفترة الزمنيّة:

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \omega_{it}, \quad \omega_{it} = \epsilon_t + v_{it} \qquad (١٦،١١)$$

مرة أخرى يُمكن تصوُّر نموذج ذي اتجاهين يسمح للمقاطع بالاختلاف على حد السواء مقطعيًا وزمنيًا، يُناقش الإطار رقم (١١ , ١) الاختيار بين النماذج بتأثيرات ثابتة والنماذج بتأثيرات عشوائيّة.

الإطار رقم (١١ , ١) تأثيرات ثابتة أم تأثيرات عشوائيّة؟

غالبًا ما يقال أن النموذج بتأثيرات عشوائية يكون أكثر ملاءمة عندما يُمكن اعتبار الكيانات في العيّنة مُختارة عشوائيًا من المجتمع، ولكن النموذج بتأثيرات ثابتة يكون أكثر قبولًا عندما تكون الكيانات في العيّنة تُمثّل فعليًا المجتمع بأكمله (على سبيل المثال، عندما تتكوّن العيّنة من جميع الأسهم المتداولة في بورصة معيّنة)، من ناحية تقنية أكثر، يُمكن القول إن إجراء المربّعات الصُّغرى المعمّمة ضمن نهج التأثيرات العشوائيّة لن يُزيل المتغيّرات المفسّرة التي لا تتغيّر عبر الزمن، وبالتالي يُمكن تعداد تأثيرها على y_{it} وبالنظر إلى وجود عدد أقل من المعلمات التي سيتم تقديرها في النموذج بتأثيرات عشوائية (بدون مُتغيّرات وهميّة وبدون إجراء تحويل داخلي)، وبالتالي توفير درجات حرّية، فإنه ينبغي للنموذج بتأثيرات عشوائيّة أن يُنتج تقديرات أكثر كفاءة مُقارنة بنهج التأثيرات الثابتة.

ومع ذلك فإن لنهج التأثيرات العشوائيّة عيبًا كبيرًا ينشأ من حقيقة أن النموذج بتأثيرات عشوائية يكون صحيحًا فقط عندما يكون حد الخطأ المركب ω_{it} غير مُرتبط مع جميع المتغيّرات المفسّرة. يُعتبر هذا الافتراض أكثر صرامة من الافتراض المقابل في حالة التأثيرات الثابتة؛ لأننا نحتاج في حالة التأثيرات العشوائيّة إلى أن يكون كل من ϵ_i و v_{it} مُستقلين عن كل المتغيّرات x_{it}. كما يُمكن اعتبار ذلك أيضًا بمثابة استقصاء ما إذا كان أيّ من المتغيّرات المهملة غير المُشاهدة (والتي تُؤخذ في الاعتبار من خلال وجود مقاطع مُختلفة لكل كيان) غير مرتبطة بالمتغيّرات المفسّرة المدرجة. إذا كانت غير مُرتبطة يُمكن استخدام نهج التأثيرات العشوائيّة، وفي الحالة المعاكسة يكون النموذج بتأثيرات ثابتة هو الأفضل.

يعتمد الاختبار المستخدم لتحديد ما إذا كان هذا الافتراض صالحًا لمقدّر التأثيرات العشوائيّة، على نسخة أكثر تعقيدًا قليلًا من اختبار هوسمان الموصوف في القسم ٧، ٦. إذا كان هذا الافتراض غير صحيح، سوف تكون تقديرات المعلمات متحيّزة وغير متّسقة، لمعرفة كيف يحدث ذلك لنفترض أن لدينا مُتغيّر مُفسّر واحد فقط x_{2it} يتغيّر إيجابيًا بتغيّر y_{it} وكذلك بتغيّر حد الخطأ ω_{it}. سوف ينسُب هذا المقدّر كل زيادة في y إلى x في حين أنه في الواقع البعض منه ينشأ من حد الخطأ، مما يؤدي إلى معاملات متحيّزة.

١١,٧ تطبيق بيانات البانل على استقرار الائتمان البنكي في أوروبا الوسطى والشرقية

(Panel data application to credit stability of banks in Central and Eastern Europe)

اكتسبت الأعمال المصرفيَّة بصورة متزايدة طابعًا عالميًّا على مدى العقدين الماضيين، مع اختراق المنافسين الأجانب الأسواق المحلية في العديد من البلدان، يمكن للمشاركين الأجانب في القطاع المصرفي أن يُحسنوا من مُنافسة وكفاءة الاقتصاد الذي يدخلونه، وقد يكون لهم تأثير على استقرار مُخصَّصات الائتمان، حيث من المحتمل أن يكونوا أفضل تنوعًا من البنوك المحلية، وبالتالي سوف يكونون أكثر قدرة على الاستمرار في الإقراض عندما يكون أداء الاقتصاد المُضيف ضعيفًا، لكن يُذكر كذلك أن البنوك الأجنبية قد تُغيِّر من عرض الائتمان المصرفي ليتناسب مع أهدافهم الخاصة بدلًا من أن يتناسب مع أهداف الاقتصاد المُضيف، وقد يتَّخذون إجراءات أكثر مُسايرة للتقلُّبات الدوريَّة من البنوك المحلية؛ لأنه يتوفَّر لهم أسواق بديلة لسحب عرض الائتمان المصرفي الخاص بهم عندما ينخفض نشاط السوق المُضيفة، وعلاوة على ذلك قد تؤدي الأوضاع المتدهورة في البلد الأصلي إلى إعادة الأموال لدعم البنك الأم الضعيف.

من الممكن وجود اختلافات في السياسات الخاصة بتقديم الائتمان اعتمادًا على طبيعة تشكيل الفروع بالخارج، إذا كان وجود الفرع ناتج عن الاستيلاء على أحد البنوك المحلية، فمن المحتمل أن الفرع سوف يُواصل في تنفيذ السياسات التي يتبعها الكيان المستقل الأصلي، بنفس الطريقة وبنفس الإدارة ولكن بشكل مُخفَّف، ولكن عندما يكون فرع البنك الأجنبي التابع ناتجًا من تشكيل عملية بدء تشغيل جديدة كُليًّا (استثمار في مجال جديد)، من المرجَّح أن يعكس الفرع البنكي أهداف وغايات المؤسسة الأم منذ البداية، وقد يكون أكثر رغبة في إسراع توسيع نمو الائتمان بهدف الحصول على موطئ قدم كبير في سوق الائتمان بأسرع وقت ممكن.

تستخدم دراسة أجراها دي هاس وفان ليلفيلد (٢٠٠٦) ((de Haas and Van Lelyveld (2006)) انحدارًا للسلاسل الزمنيَّة المقطعية باستخدام عيِّنة تضم حوالي ٢٥٠ بنكًا من عشر بلدان من أوروبا الوسطى والشرقيَّة لفحص ما إذا كانت البنوك المحلية والأجنبية تتفاعل بشكل مُختلف أم لا مع التغيُّرات في النشاط الاقتصادي للبلد الأصلي أو للبلد المُضيف والأزمات المصرفية.

تُغطي البيانات التي تم الحصول عليها من قاعدة بيانات بنكسكوب (BankScope) الفترة ما بين ١٩٩٣ و ٢٠٠٠، يتمثَّل النموذج الأساسي في انحدار البانل بتأثيرات عشوائية على الشكل التالي:

$$gr_{it} = \alpha + \beta_1 Takeover_{it} + \beta_2 Greenfield_i + \beta_3 Crisis_{it} + \beta_4 Macro_{it} + \beta_5 Contr_{it} + (\mu_i + \epsilon_{it}) \quad (١١،١٧)$$

حيث يُمثِّل المتغيِّر التابع 'gr_{it}' النسبة المئوية للنمو في ائتمان المصرف i في السنة t؛ '$Takeover_{it}$' هو مُتغيِّر وهي يأخذ القيمة ١ للمصارف الأجنبية الناتجة عن الاستحواذ في الزمن t وصفر خلاف ذلك؛ '$Greenfield_i$' هو عبارة عن مُتغيِّر وهي يأخذ القيمة ١ إذا كان المصرف i نتيجة شركة أجنبية تقوم باستثمار مصرفي جديد بدلًا من الاستحواذ على استثمار قائم من قبل؛ '$Crisis$' هو مُتغيِّر وهي يأخذ القيمة ١ إذا كان البلد المضيف للبنك i تعرض لكارثة مصرفية في السنة t؛ '$Macro$' هو مُتَّجه للمتغيرات التي تلتقط ظروف الاقتصاد الكلي في البلد الأم (معدل الإقراض والتغيُّر في الناتج المحلي الإجمالي للبلد الأم والبلد المُضيف، معدل التضخم في البلد المضيف، الاختلافات في معدلات نمو الناتج المحلي الإجمالي للبلد الأم والبلد المُضيف والاختلافات في أسعار

الإقراض في البلد الأم والبلد المضُيف)، '*Contr*' هو مُتَّجه يضم مُتغيِّرات التحكم الخاصة بالبنوك، والتي قد تؤثر على المتغيِّر التابع بغض النظر عما إذا كان بنك أجنبي أو محلي، وهذه المتغيِّرات هي: 'weakness parent bank' ويُعرَّف بأنه مخصصات خسائر القروض التي يقدمها البنك الأم؛ 'solvency' يُمثِّل نسبة الأصول إلى حقوق المساهمين؛ 'liquidity' هو نسبة الأصول السائلة إلى إجمالي الأصول؛ 'size' هو نسبة إجمالي أصول البنك إلى إجمالي الأصول المصرفية في البلد المعني؛ 'profitability' يُمثِّل العائد على الأصول و 'efficiency' هو صافي هامش الفائدة، α و βs هي معلمات (أو مُتَّجهات من المعلمات في حالات β_1 و β_0)، ويُمثِّل ($\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$ التأثير العشوائي غير المُشاهد، والذي يختلف من بنك لآخر لكنَّه ثابت عبر الزمن و ($\epsilon_{it} \sim IID(0, \sigma_\epsilon^2)$ حد خطأ تمييزي، $i = 1, \ldots, N; t = 1, \ldots, T_i$.

يُناقش دي هاس وفان ليلفيلد التقنيات المختلفة التي يُمكن استخدامها لتقدير مثل هذا النموذج، تُعتبر طريقة المربَّعات الصُّغرى العاديَّة غير مُناسبة؛ لأنها لا تسمح بوجود فروق في معدلات متوسط نمو سوق الائتمان على مستوى البنك، يُعتبر استخدام النموذج الذي يسمح بالتأثيرات الخاصة بكل كيان (مثل النموذج بتأثيرات ثابتة الذي يسمح بمقطع مُختلف لكل بنك) أفضل من المربَّعات الصُّغرى العاديَّة (المستخدمة في تقدير الانحدار المجمّع)، لكن تم استبعاد هذا النموذج على أساس أن عدد البنوك أكبر بكثير من عدد الفترات الزمنية، وبالتالي سوف يتطلب تقدير عدد كبير جدًّا من المعلمات، كما يذكر دي هاس وفان ليلفيلد أن هذه التأثيرات الخاصة بالبنوك ليست لها أهميَّة في المسألة المطروحة، الأمر الذي قادهما إلى اختيار نموذج البانل بتأثيرات عشوائيَّة، والذي يسمح أساسًا بهيكل مُختلف للخطأ لكل بنك، تم إجراء اختبار هوسمان، وتبيَّن أن النموذج بتأثيرات عشوائية يُعتبر نموذجًا صالحًا؛ لأن التأثيرات الخاصة بالبنك (μ_i) موجودة 'وفي مُعظم الحالات لا ترتبط ارتباطًا وثيقًا بالمتغيِّرات المفسِّرة'.

تَرِد نتائج تقدير نموذج البانل بتأثيرات عشوائيَّة في الجدول رقم (١١,٣)، تم إجراء خمسة انحدارات مُنفصلة، مع عرض النتائج في الأعمدة ٢ إلى ٦ من الجدول[١٠]، كما تم إجراء الانحدار على كامل عيِّنة البنوك وبشكل مُنفصل على العيِّنات الفرعيَّة المتكوِّنة من البنوك المحلية ومن البنوك الأجنبية، تسمح هذه التوصيفات في الانحدارات المنفصلة الاختلافات بين مُتغيِّرات البلد الأم والبلد المضُيف (يُشار إليها بـــ 'I' في الأعمدة ٢ و ٥) والقيم الفعليَّة للمتغيِّرات بدلًا من فروق هذه الأخيرة (يُشار إليها بـــ 'II' في الأعمدة ٣ و ٦).

تتمثَّل النتيجة الرئيسة في أنه في أوقات الكوارث المصرفية، تُقلِّل البنوك المحلية بشكل كبير من معدلات نموها الائتماني (بمعنى أن القيمة المقدَّرة لمعلمة المتغيِّر *Crisis* تكون سالبة بالنسبة للمصارف المحلية)، في حين أن المعلمة تقترب من الصفر دون أن تكون معنويَّة بالنسبة للبنوك الأجنبية، كما أن هناك علاقة سلبية ومعنوية بين نمو الناتج المحلي الإجمالي للبلد الأم وتغيُّر الائتمان في البلد المضُيف، وعلاقة إيجابيَّة بين نمو الناتج المحلي الإجمالي وتغيُّر الائتمان في البلد المضُيف، وكما توقَّع المؤلفان يُشير ذلك إلى أنه عندما يكون للبنوك الأجنبية أقل فُرص إقراض في بلدانها، وبالتالي أقل تكلفة فرصة بديلة للأموال المتاحة للإقراض، فإنها قد تحوِّل مواردها للبلد المضُيف، أمَّا مُعدلات الإقراض فليس لها تأثير يذكر على نمو حصَّة سوق الائتمان، سواء في الداخل أو في البلد المضُيف، أمَّا المتغيِّرات *greenfield* و *takeover* فهي ليست معنوية إحصائيًّا (رغم أن القيمة المطلقة للمعلمات كبيرة جدًّا) ممَّا يُشير إلى

---

(١٠) استخدم دي هاس وفان ليلفيلد تصحيحات للأخطاء المعيارية من عدم التجانس ومن الارتباط الذاتي، بالإضافة إلى ذلك أجرى الكاتبان انحدارات تتضمَّن مُتغيرات وهميَّة تفاعليَّة، على الرغم من عدم التطرق إلى مُناقشتها هنا.

أن طريقة استثمار البنك الأجنبي في البلد المضُيف لا تكتسي أهميَّة في تحديد معدل نموه الائتماني أو أن أهمية طريقة الاستثمار تختلف اختلافًا كبيرًا خلال العيِّنة، ممَّا يؤدي إلى أخطاء معياريَّة كبيرة، كما يُؤدي وجود بنك أم أضعف (مع وجود مخصصات أكبر للخسارة) إلى تقلص في الائتمان يكون معنويًّا إحصائيًّا في البلد المضُيف نتيجة لتخفيض عرض الأموال المتاحة، تبيَّن عُمومًا أن العوامل المتعلِّقة بالبلد الأم والعوامل المتعلِّقة بالبلد المضُيف مُهمة في شرح نمو ائتمان البنوك الأجنبية.

الجدول رقم (٣, ١١) نتائج انحدار البانل بتأثيرات عشوائية لاستقرار الائتمان في بنوك أوروبا الوسطى والشرقية

المتغيِّرات المفسِّرة	العينة كاملة ١	العينة كاملة ٢	البنوك المحلية	البنوك الأجنبية ١	البنوك الأجنبية ٢
Takeover	١١,٥٨- (١,٢٦)	٥,٦٥- (٠,٢٩)			
Greenfield	١٤,٩٩ (١,٢٩)	٢٩,٥٩ (١,٥٥)		١٢,٣٩ (٠,٨٨)	٨,١١ (٠,٦٥)
Crisis	***١٩,٧٩- (٤,٣٠)	***١٤,٤٢- (٢,٩٣)	***١٩,٣٦- (٣,٤٣)	٠,٣١ (٠,٠٣)	٤,١٣- (٠,٠٣)
Host–home ΔGDP	***٨,٠٨ (٤,١٨)			***٨,٦٦ (٤,١١)	
Host ΔGDP		***٦,٦٨ (٧,٣٩)	***٦,٧٤ (٦,٩٨)		***٨,٦٤ (٢,٩٣)
Home ΔGDP		*٦,٠٤- (١,٨٩)			***٨,٦٢- (٢,٧٨)
Host–home lending rate	**١,١٢ (١,٩٧)			٠,٨٥ (٠,٨٨)	
Host lending rate		٠,٢٨ (١,٠٨)	٠,٣٤ (١,٣٦)		١,٥٠ (١,١١)
Home lending rate		***٢,٩٧ (٤,٠٣)			١,١١ (١,١٥)
Host inflation	٠,٠١- (٠,٣٧)	٠,٠٣ (١,٠١)	٠,٠٣ (٠,١٢)	٠,٠٨ (٠,٦١)	٠,٠٧ (٠,٤٤)
Weakness parent bank	***٠,١٩- (٤,٣٧)	***٠,١٦- (٣,٠٤)		***٠,٢٣- (٧,٠٠)	***٠,١٩- (٤,٢٧)
Solvency	***١,٢٩ (٥,٣٤)	***١,٢٥ (٤,٧٧)	***٠,٨٥ (٣,٢٤)	***٣,٣٣ (٥,٥٣)	***٣,١٨ (٥,٣٠)

تابع الجدول رقم (١١,٣)

Liquidity	**٠,٠٥- (٢,٠٩)	٠,٠٢ (٠,٧٨)	٠,٠٢ (٠,٧٠)	٠,٥٣- (١,٤٠)	٠,٤٣- (١,١٤)
Size	**٣٤,٦٥- (١,٩٦)	٢٩,١٤- (١,٥٦)	٢١,٩٣- (١,١٦)	١٠٨,٠٠- (٠,٥٤)	١٣٦,١٩- (٠,٧٢)
Profitability	**١,٠٩ (٢,١٨)	**١,٠٩ (٢,١٤)	***١,٢١ (٢,٨١)	٢,١٦ (٠,٧٥)	٠,٩١ (٠,٢٩)
Interest margin	***١,٦٦ (٢,٩٠)	***١,٩٠ (٣,٤١)	***٢,٧١ (٤,٩٦)	٣,٤٢- (١,١٨)	٢,٨٤- (٠,٩٤)
عدد المشاهدات	١٠٠٣	١٠٠٣	٧٧٠	٢٣٣	٢٣٣
عدد البنوك	٢٤٧	٢٤٧	١٨٤	٨٢	٨٢
إحصاءة إختبار هوسمان	٠,٦٦	٠,٩٤	٠,٧٦	٠,٥٨	٠,٩٢
R^2	٠,٢٨	٠,٣٣	٠,٣٠	٠,٤٦	٠,٤٧

ملاحظات: النسب تي بين قوسين، لا تظهر القيم المقدّرة لمعلمات المقطع والمتغيّر الوهمي للبلد، الخلايا الفارغة هي نتيجة عدم إدراج متغير معين في الانحدار.

المصدر: دي هاس وفان ليلفيلد (٢٠٠٦)، أعيد طبعه بإذن من إلسيفر.

١١,٨ بيانات البانل في إفيوز

(Panel data with EViews)

يُعتبر تقدير نماذج البانل سواء بتأثيرات ثابتة أو عشوائيَّة، عمليَّة سهلة للغاية في إفيوز، الجزء الأصعب هو تنظيم البيانات بحيث يتمكن البرنامج من إدراك أن لديك بيانات البانل، ويتمكن من تطبيق التقنيات بناء على ذلك، على الرغم من وجود عدد من الطرق المختلفة لإنشاء ملف عمل للبانل في إفيوز، إلَّا أن أبسط طريقة، والتي سيتم تبنّيها في هذا المثال تتمثّل في استخدام المراحل الثلاث التالية:

(١) إعداد ملف عمل جديد لاحتواء البيانات بعدد مناسب من مُشاهدات البيانات المقطعيَّة، بفترة زمنيَّة مُناسبة وبتكرار مُناسب.

(٢) استيراد البيانات كمتغيِّرات مجمَّعة تضم جميع مُشاهدات السلسلة محدَّدة في عمود، ويُمثِّل كل عمود مُتغيِّر مُنفصل.

(٣) هيكلة البيانات ضمن إفيوز بحيث يتوفر إطار كامل لبيانات البانل.

التطبيق الذي سيتم النظر فيه هنا هو بديل عن الاختبار السابق لنموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة المنسوب إلى فاما وماكبيث (١٩٧٣) والذي نوقش بمزيد من التفصيل في الفصل ١٤، ويشمل اختبارهم إجراء تقدير من خطوتين؛ أولًا: تقدَّر قيم بيتا في انحدارات سلاسل زمنيَّة مُنفصلة لكل شركة، ثانيًا: لكل نقطة زمنيَّة مُنفصلة، نقوم بإجراء انحدار مقطعي لفائض العوائد على قيم بيتا:

$$R_{it} - R_{ft} = \lambda_0 + \lambda_m \beta_{Pi} + u_i \qquad (١١،١٨)$$

حيث يُمثِّل المتغيِّر التابع $R_{it} - R_{ft}$ فائض عائد السهم i في الزمن t والمتغيِّر المستقل هو بيتا المقدَّر للمحفظة (P) التي تم تخصيص السهم لها، لم تُستخدم قيم بيتا الشركات نفسها في الجانب الأيمن من المعادلة، وإنما تم إنشاء قيم بيتا للمحافظ على أساس حجم الشركة، إذا احتفظنا بنموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، فيتعيَّن ألَّا يختلف λ معنويًّا عن الصفر، ويجب أن تقترب قيمة λ_m من علاوة مخاطر سوق الأسهم (المتوسِّط الزمني) $R_m - R_f$، كما اقترح فاما وماكبيث تقدير الانحدار (المقطعي) في هذه المرحلة الثانية بشكل مُنفصل لكل فترة زمنيَّة، ثم أخذ مُتوسط القيم المقدَّرة للمعلمات لإجراء اختبارات الفرضيات، ومع ذلك، من الممكن أيضًا التوصُّل لنفس الغرض باستخدام نهج بيانات البانل، سوف نستخدم مثالًا في جوهر نموذج فاما وماكبيث يتكوَّن من العوائد السنوية 'وقيم بيتا المتحصَّل عليها من المرحلة الثانية' لمدة أحد عشر عامًا، ويضم ٢٥٠٠ شركة في المملكة المتحدة[١١].

لقطة الشاشة رقم (١ , ١١) نافذة إنشاء ملف عمل للبانل.

تتمثَّل المرحلة الأولى كما هو موضَّح أعلاه، في إنشاء ملف عمل لاحتواء البيانات، وبالتالي نفتح **Eviews** ونقوم باختيار **File/New/Workfile**، ثم في المربع 'workfile structure type'، نُحدِّد **Balanced Panel** و **بيانات سنويَّة تبدأ في ١٩٩٦** وتنتهي في **٢٠٠٦** مع **٢٥٠٠** مقطع عرضي، سوف تظهر نافذة إنشاء ملف العمل، والتي يجب إكمالها كما في لقطة الشاشة رقم (١ , ١١).

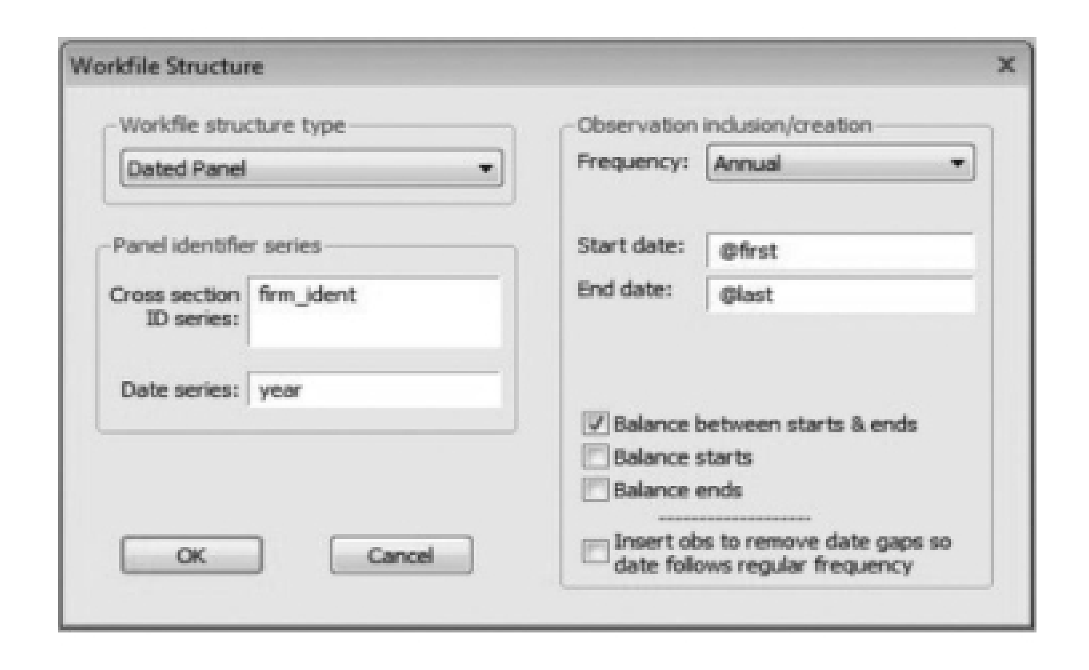
نقوم بعد ذلك باستيراد ملف الإكسل المسمَّى panelex.xls وذلك بتحديد **File/Import/Read**، لا تنسى تغيير نوع الملف إلى إكسل (*.xls)، تكون قراءة البيانات من خلال **By Observation**، وتبدأ من الخلية **A2**، في المربع ... Name for Series or Number نقوم بإدخال ٤ ثم ننقر فوق **OK**، وهكذا سوف يتم استيراد البيانات مع المتغيِّرات الأربع في الأعمدة، من الواضح أي مُتغيِّرين من بين

(١١) تم حساب عدد هذه الشركات من قِبل كيث أندرسون (Keith Anderson) والمؤلف، سوف يكون هناك بعض القيود الشديدة لهذا التحليل إذا افترضنا أنه جزء من بحث أصلي، ولكن مجموعة قواعد بيانات البانل المتاحة مجانًا محدودة للغاية، لذا نأمل أن تكفي البيانات كمثال عن كيفيَّة تقدير نماذج البانل باستخدام إفيوز، لا شك أن القراء الذين يستطيعون الوصول إلى مجموعة واسعة من البيانات، سوف تكون لديهم القدرة على التفكير في تطبيقات أفضل بكثير.

المتغيِّرات هما: سلسلة العوائد وسلسلة قيم بيتا، ولكن للحصول على بيانات السلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة، نحتاج كذلك إلى مُعرِّفات الزمن (المتغيِّر الذي أسميته 'year') والمقاطع العرضيَّة ('firm_ident').

المرحلة الأخيرة هي الآن هيكلة البانل بشكل صحيح، يُمكن تحقيق ذلك عن طريق **النقر المزدوج على الكلمة Range** في الجزء العلوي من نافذة ملف عمل، الأمر الذي يُؤدي إلى فتح النافذة 'Workfile structure'؛ يجب ملء هذه النافذة كما في لقطة الشاشة رقم (٢ , ١١).

لذا في المربع 'Cross section ID series:' نقوم بإدخال **firm-ident** وفي المربع 'Data series:' نُدخل **year** ثم ننقر فوق **OK**، تم الآن إنشاء البانل وهو جاهز للاستخدام، لتقدير انحدارات البانل ننقر فوق **Quick/ Estimate Equation ...** وبعد ذلك سوف تفتح النافذة Equation Estimation، ثم في نافذة توصيف المعادلة Equation Specification نقوم بإدخال المتغيِّرات **return c beta**.



لقطة الشاشة رقم (٢ , ١١) **نافذة هيكل ملف عمل البانل.**

إذا قمنا بالنقر فوق علامة التبويب **Panel Options**، سوف ترى عددًا من الخيارات المتاحة والخاصَّة بنماذج بيانات البانل، أهم هذه الخيارات هو المربع الأول، حيث يمكن اختيار إمَّا التأثيرات الثابتة أو التأثيرات العشوائية، لا تتضمَّن الحالة الافتراضيَّة أيًّا من التأثيرات، مما يعني فعليًّا إجراء انحدار مجمَّع بسيط، وبالتالي وفي مرحلة أولى **تقدير نموذج لا يضم لا تأثيرات ثابتة ولا تأثيرات عشوائيَّة**، سوف تكون النتائج كما في الجدول التالي.

Dependent Variable: RETURN
Method: Panel Least Squares
Date: 08/15/13 Time: 06:41
Sample: 1996 2006
Periods included: 11
Cross-sections included: 1734
Total panel (unbalanced) observations: 8856

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001843	0.003075	0.599274	0.5490
BETA	0.000454	0.002735	0.166156	0.8680

R-squared	0.000003	Mean dependent var	0.002345
Adjusted R-squared	−0.000110	S.D. dependent var	0.052282
S.E. of regression	0.052285	Akaike info criterion	−3.063986
Sum squared resid	24.20443	Schwarz criterion	−3.062385
Log likelihood	13569.33	Hannan-Quinn criter.	−3.063441
F-statistic	0.027608	Durbin-Watson stat	1.639308
Prob(F-statistic)	0.868038		

يُمكننا أن نرى أن لا المقطع ولا الميل معنوي إحصائيًا، أمَّا العوائد المستخدمة في هذا الانحدار فهي في شكل نسب وليست نسبًا مئوية، وبالتالي فإن تقدير الميل البالغ ٠,٠٠٠٤٥٤ يُمثِّل علاوة مُخاطرة شهريَّة تُساوي ٠,٠٤٥٤٪ أي حوالي ٠,٠٥٪ في السنة في حين أن فائض العوائد (المتوسِّط غير المرجَّح) لجميع الشركات في العيِّنة يبلغ حوالي −٢ ٪ سنويًّا، لكن هذا الانحدار المجمَّع يفترض أن المقاطع هي نفسها لكل شركة ولكل سنة، يُمكن أن يكون هذا الافتراض افتراضًا غير مُناسب، ويمكننا بدلًا من ذلك تقدير نموذج بتأثيرات ثابتة لكل شركة وعبر الزمن، مما يأخذ بعين الاعتبار عدم التجانس الخاص بالشركة وعدم التجانس الخاص بالزمن، كما هو موضَّح في الجدول التالي.

Dependent Variable: RETURN
Method: Panel Least Squares
Date: 09/23/07 Time: 21:37
Sample: 1996 2006
Periods included: 11
Cross-sections included: 1734
Total panel (unbalanced) observations: 8856

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.015393	0.004406	3.493481	0.0005
BETA	−0.011800	0.003957	−2.981904	0.0029

Effects specification

Cross-section fixed (dummy variables)
Period fixed (dummy variables)

R-squared	0.303743	Mean dependent var	0.002345
Adjusted R-squared	0.132984	S.D. dependent var	0.052282
S.E. of regression	0.048682	Akaike info criterion	−3.032388
Sum squared resid	16.85255	Schwarz criterion	−1.635590
Log likelihood	15172.42	Hannan-Quinn criter.	−2.556711
F-statistic	1.778776	Durbin-Watson stat	2.067530
Prob(F-statistic)	0.000000		

يُمكننا أن نرى أن تقدير معلمة بيتا الآن سالب وذو معنويَّة إحصائية، في حين أن المقطع مُوجب ومعنوي إحصائيًّا، إذا أردنا رؤية التأثيرات الثابتة (أي رؤية قيم المتغيِّرات الوهمية لكل شركة ولكل نقطة زمنيَّة)، فيمكننا النقر فوق View/Fixed/Random Effects ثم ننقر إما على Cross-Section Effects أو على Period Effects (هذه الأخيرة يُسميها إفيوز التأثيرات الثابتة زمنيًّا).

من الجدير بعد ذلك تحديد ما إذا كانت التأثيرات الثابتة ضرورية أم لا من خلال إجراء اختبار التأثيرات الثابتة الزائدة، للقيام بذلك انقر فوق **View/Fixed/Random Effects Testing** ثم على **Redundant Fixed Effects – Likelihood Ratio Test**، سوف تظهر النتائج في الجدول التالي.

Redundant Fixed Effects Tests
Equation: Untitled
Test cross-section and period fixed effects

Effects test	Statistic	d.f.	Prob.
Cross-section F	1.412242	(1733,7111)	0.0000
Cross-section Chi-square	2619.419	1733	0.0000
Period F	63.16944	(10,7111)	0.0000
Period Chi-square	753.7063	10	0.0000
Cross-Section/Period F	1.779779	(1743,7111)	0.0000
Cross-Section/Period Chi-square	3206.169	1743	0.0000

لاحظ أن إفيوز سوف يعرض كذلك نتائج النموذج المقيَّد حيث يُسمح فقط بالتأثيرات الثابتة مقطعيًّا دون التأثيرات الثابتة للفترة، ثم نموذج مقيَّد لا يسمح سوى بالتأثيرات الثابتة للفترة[١٢]، ومن المثير للاهتمام أن المعلمات المقطعية للنماذج بتأثيرات ثابتة دون سواها، لا تختلف نوعيًّا عن تلك الخاصة بالانحدار المجمَّع الأوَّلي، لذلك فإن التأثيرات الثابتة للفترة هي التي تُحدث اختلافًا، كما تم استخدام ثلاثة اختبارات مختلفة من اختبارات التأثيرات الثابتة الزائدة، كلٌّ منهم على صيغة اختبار إف و χ^2: (١) تقييد التأثيرات الثابتة المقطعيَّة بصفر؛ (٢) تقييد التأثيرات الثابتة للفترة بصفر؛ و (٣) تقييد كلا النوعين من التأثيرات الثابتة بصفر، في جميع الحالات الثلاث تكون قيم بي المرتبطة بإحصاءات الاختبار صفر إلى أربعة منازل عشرية، مما يشير إلى أن القيود لا تدعمها البيانات، وأنه لا يُمكن استخدام عيِّنة مُجمَّعة.

نقوم بعد ذلك بتقدير النموذج **بتأثيرات عشوائية** من خلال اختيار ذلك من علامة التبويب panel estimation option، ومثل ما هو الحال في التأثيرات الثابتة يُمكن أن تكون التأثيرات العشوائيَّة إمَّا من البُعد المقطعي أو من بُعد الفترة، هنا سوف نكتفي بتحديد تأثيرات عشوائيَّة **للشركات** (أي تأثيرات عشوائيَّة مقطعيَّة) دون تأثيرات عشوائيَّة زمنيَّة، تظهر النتائج التي تم التوصل إليها كما في جدول الجزء العلوي من الصفحة التالية.

تكون قيمة الميل المقدَّرة مرَّة أخرى ذات حجم مُختلف مُقارنة ممَّا هي عليه في انحدار التأثيرات الثابتة والانحدار المجمَّع، من الأهمية بمكان تحديد ما إذا كان النموذج بتأثيرات عشوائية يجتاز اختبار هوسمان للتأثيرات العشوائية غير المترابطة مع المتغيِّرات

---

(١٢) لم يتم عرض هذه النماذج بهدف الاختصار.

المفسَّرة، للقيام بذلك ننقر فوق **View/Fixed/Random Effects Testing/Correlated Random Effects –Hausman Test**، تم التوصل إلى النتائج التالية، حيث تُقدَّم هنا فقط الجزء العلوي من الجدول الذي يُشير إلى نتائج اختبار هوسمان.

Dependent Variable: RETURN
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)
Date: 09/23/07 Time: 21:55
Sample: 1996 2006
Periods included: 11
Cross-sections included: 1734
Total panel (unbalanced) observations: 8856
Swamy and Arora estimator of component variances

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003281	0.003267	1.004366	0.3152
BETA	−0.001499	0.002894	−0.518160	0.6044

Effects specification

			S.D.	Rho
Cross-section random			0.012366	0.0560
Idiosyncratic random			0.050763	0.9440

Weighted statistics

R-squared	0.000030	Mean dependent var	0.001663
Adjusted R-squared	−0.000083	S.D. dependent var	0.051095
S.E. of regression	0.051106	Sum squared resid	23.12475
F-statistic	0.264896	Durbin-Watson stat	1.683253
Prob(F-statistic)	0.606781		

Unweighted statistics

R-squared	−0.000245	Mean dependent var	0.002345
Sum squared resid	24.21044	Durbin-Watson stat	1.638922

تكون القيمة بي للاختبار أقل من ١٪، ممَّا يُشير إلى أن النموذج بتأثيرات عشوائية غير مُناسب وأنَّه يُفضَّل توصيف التأثيرات الثابتة.

Correlated Random Effects – Hausman Test
Equation: Untitled
Test cross-section random effects

Test summary	Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random	12.633579	1	0.0004

١١,٩ اختبارات جذر الوحدة والتكامل المشترك للبانل
(Panel unit root and cointegration tests)

١١,٩,١ الخلفية والدافع
(Background and motivation)

يُعتبر مبدأ اختبار جذر الوحدة في إطار البانل مُشابهًا جدًّا لذلك المستخدم في إطار المعادلات الفردية، والذي تمت مُناقشته في الفصل ٨، كما نُلاحظ أن اختبارات جذر الوحدة من قَبِيل اختبار ديكي-فولر، أو اختبار فيليبس-بيرون تتّسم بقوَّة مُنخفضة، وخاصة إذا كانت العيِّنة مُتواضعة الحجم، وهذا يُوفِّر دافعًا رئيسًا لاستخدام البانل (على أمل أن يتم استخدام إصدارات أكثر قوة للاختبارات عندما يتم الجمع بين معلومات السلاسل الزمنيَّة والمعلومات المقطعيَّة) نتيجة للزيادة في حجم العيِّنة، سوف يكون من

الأسهل بطبيعة الحال زيادة عدد المشاهدات بمجرد زيادة طول فترة العيِّنة، ولكن قد لا تكون هذه البيانات مُتاحة، أو قد تكون محدودة الاستخدام بسبب الانقطاعات الهيكلية في السلسلة الزمنيَّة.

وعلى رغم أن نهج السلاسل المفردة ونهج البانل لاختبار جذر الوحدة والسكون قد تبدو ظاهريًّا مُتشابهة جدًّا، إلَّا أنه في الواقع يُعتبر إنشاء وتطبيق إحصاءات اختبار سليمة أكثر تعقيدًا في حالة البانل مُقارنة بالسلاسل المفردة، إحدى التعقيدات قد تنتج عن التوزيعات المتناظرة المختلفة للاختبارات الإحصائية نتيجة الاعتماد على إما أن يكون N ثابتًا و T يميل إلى ما لا نهاية أو العكس، أو أن كلًّا من T و N يزيد في آنٍ واحد بنسبة ثابتة.

هناك مسألتان هامَّتان لا بد من أخذهما في الاعتبار، هما؛ أولًا: يحتاج تصميم وتفسير فرضيَّة العدم والفرضيَّة البديلة إلى تفكير مُتأنٍّ في إطار البانل، ثانيًا: قد تكون هناك مشكلة تبعيَّة مقطعيَّة في الأخطاء عبر انحدارات اختبار جذر الوحدة، تُشير بعض الأدبيات إلى الدراسات المبكرة السابقة التي تفترض عدم التبعيَّة المقطعيَّة بوصفها 'الجيل الأول' من اختبارات جذر الوحدة للبانل، في حين تُسمَّى النهج الأكثر حداثة التي تأخذ في الاعتبار بعض أشكال التبعيَّة باختبارات 'الجيل الثاني'.

رُبما تكون نقطة البداية البديهة لاختبارات جذر الوحدة عندما يكون لدينا بيانات بانل هي إجراء انحدارات مُنفصلة عبر الزمن لكل سلسلة، ولكن باستخدام نهج الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا لزيلنر، الذي يُمكن أن نُسمِّيه اختبار ديكي فولر الموسَّع مُتعدِّد المتغيِّرات ((Multivariate ADF (MADF)، لا يُمكن استخدام هذه الطريقة إلَّا إذا كان $N \ll T$، وقد قدَّم تايلور وسارنو (١٩٩٨) في هذا الإطار تطبيقًا مُبكرًا لاختبارات تعادل القوة الشرائيَّة، غير أنه من الإنصاف القول بأنه نادرًا ما تُستخدم هذه التقنية، حيث يُفضِّل الباحثون بدلًا من ذلك استخدام تركيبة بانل كاملة.

تُمثِّل أبعاد البانل أحد الاعتبارات الرئيسة: هل يجب أن يكون T كبيرًا أو N كبيرًا، أو أن كليهما يجب أن يكون كبيرًا؟ يُمكن استخدام نهج ديكي فولر الموسَّع مُتعدد المتغيِّرات إذا كان T كبيرًا و N صغيرًا، مع أنه وكما أشار بريتونغ وبيزاران (٢٠٠٨) (Breitung and Pesaran (2008))، في مثل هذه الحالة قد يتساءل المرء ما إذا كان من المجدي اعتماد نهج البانل أصلًا، وذلك لأنه عندما يكون T كبيرًا بشكل كافٍ فإن اختبارات ديكي فولر الموسَّع المنفصلة تحظى بقدر من الثقة يجعل من نهج البانل نهجًا بالكاد يستحق عناء التعقيد الإضافي الذي يُصاحبه.

٢, ٩, ١١ إجراء اختبارات بفرضيات بديلة مُشتركة

(Tests with common alternative hypotheses)

طوَّر ليفين، لين وتشو (٢٠٠٢) ((Levin, Lin and Chu (2002)) – ويرمز إليهم فيما بعد (LLC)– اختبارًا يقوم على المعادلة التالية:

$$\Delta y_{i,t} = \alpha_i + \theta_t + \delta_i t + \rho_i y_{i,t-1} + \sum \alpha_i \Delta y_{t-i} + v_{i,t}$$
$$t = 1,2,\ldots,T;\ i = 1,2,\ldots,N \qquad (١٩،١١)$$

يُعتبر هذا النموذج نموذجًا عامًّا جدًّا؛ لأنه يأخذ في الاعتبار تأثيرات خاصَّة بالكيان، وتأثيرات خاصَّة بالزمن من خلال α_i و θ_t على التوالي، إضافة إلى الاتِّجاهات الحتميَّة المنفصلة في كل سلسلة من خلال $\delta_i t$ وتركيبة فترة الإبطاء المستخدمة لامتصاص الارتباط الذاتي في Δy، بطبيعة الحال وكما بالنسبة لاختبارات ديكي–فولر، يُمكن حذف أيٍّ من هذه الحدود الحتمية من الانحدار أو حتَّى حذفها كلها، هذا وتتمثَّل فرضيَّة العدم في: $H_0: \rho_i \equiv \rho = 0\ \forall\ i$ والفرضيَّة البديلة: $H_1: \rho < 0\ \forall\ i$،

يعود أحد الأسباب التي تجعل من اختبار جذر الوحدة اختبارًا أكثر تعقيدًا في إطار البانل إلى العدد الكبير من 'معلمات الإزعاج' (Nuisance Parameters) في المعادلة والضرورية للأخذ في الاعتبار التأثيرات الثابتة (أي α_i، θ_t، $\delta_i t$)، سوف تُؤثر معلمات الإزعاج هذه على التوزيع المقارب لإحصاءات الاختبار، وبالتالي اقترح ليفين، لين وتشو إجراء انحدارين مُساعدين إضافيين لإزالة آثار هذه المعلمات، نقوم أوّلًا بانحدار Δy_{it} على قيمها المتباطئة $\Delta y_{it-j},\ j = 1, \dots, p_i$ وعلى المتغيِّرات الخارجيَّة (أحد المعلمات α_i، θ_t، $\delta_i t$ أو كلها، بحسب ما هو مطلوب)؛ ونتحصَّل على البواقي u_{1it}، كما تُشير إلى أن أعداد فترات الإبطاء للمتغيِّرات التابعة، أي p_i، لا يجب أن تكون هي نفسها لكل سلسلة في البانل، نقوم بعد ذلك بإجراء انحدار للقيمة المتباطئة لــــ y، أي y_{it-1}، على نفس المتغيِّرات للحصول على البواقي u_{2it}، ثم نقوم بتوحيد البواقي المتحصَّل عليها من الانحدارات معياريًّا من خلال قسمتها بالخطأ المعياري للانحدار s_i والذي نتحصَّل عليه من انحدار ديكي فولر الموسَّع (١١، ١٩):

$$\tilde{u}_{1it} = u_{1it}/s_i \qquad (٢٠،١١)$$

و

$$\tilde{u}_{2it} = u_{2it}/s_i \qquad (٢١،١١)$$

وهكذا سوف يكون $\tilde{u}_{1it}$ مُعادلًا لـ Δy_{it} لكن مع إزالة تأثيرات المكوِّنات الحتمية، وسوف يكون $\tilde{u}_{2it}$ مُعادلًا لــ y_{it-1} لكن مع إزالة تأثيرات المكوِّنات الحتمية نقوم في الأخير بإجراء انحدار لــ $\tilde{u}_{1it}$ على $\tilde{u}_{2it}$، ثم يتم استخدام القيمة المقدَّرة للميل من هذا الاختبار لإنشاء إحصاءة الاختبار، والتي تتوزَّع تقارُبيًّا كمتغيِّر طبيعي معياري، سوف تقترب إحصاءة الاختبار من هذا التوزيع الطبيعي 'الحدِّي' كلَّما يميل T إلى ما لا نهاية، وكلما يميل N إلى ما لا نهاية رغم أن تقارب الأول (T) أسرع من تقارُب الثاني (N).

طوَّر بريتونغ (٢٠٠٠) نسخة معدَّلة من اختبار ليفين، لين وتشو لا تتضمن الحدود الحتميَّة (أي التأثيرات الثابتة و/ أو اتجاه حتمي)، والذي يقوم بالتوحيد المعياري لبواقي الانحدار الإضافي المساعد بطريقة أكثر تعقيدًا.

ينبغي أن يكون واضحًا أنه في إطار نهج ليفين، ولين وتشو ونهج بريتونغ، يكفي أن يكون لدينا دليل واحد على رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في عدم السكون لسلسلة واحدة ليتم رفض فرضيَّة العدم المشتركة، كما أشار بريتونغ وبيزاران (٢٠٠٨) إلى أن الاستنتاج المناسب عند رفض فرضية العدم هو أن 'نسبة كبيرة من الوحدات المقطعيَّة هي وحدات ساكنة'، قد لا يكون ذلك مُفيدًا جدًّا بشكل خاص عندما يكون N كبيرًا؛ لأنه ليس لدينا أيَّة معلومة عن عدد السلاسل الساكنة، في كثير من الأحيان يكون افتراض التجانس افتراضًا لا معنى له من الناحية الاقتصاديَّة، حيث لا توجد نظرية تُشير إلى أن كل السلاسل لديها نفس ديناميكيات الانحدار الذاتي (Autoregressive Dynamics)، وبالتالي نفس قيمة ρ.

١١، ٩، ٣ اختبارات جذر الوحدة للبانل بعمليات غير مُتجانسة

(Panel unit root tests with heterogeneous processes)

قــادت الصعوبــة المذكورة في نهاية القسم الفرعي الســابق إيم، بيزاران وشين (٢٠٠٣) ((Im, Pesaran and Shin (2003)) – ويرمز إليهم فيمـا بعد (IPS)– إلى اقتراح نهج بديل، مع اعتبار المعادلــة (١٩،١١) المــذكورة أعلاه، حيث تكون فرضيَّــة الـعدم والفرضيَّة البديلة الآن على النحو التالي:

$H_0: \rho_i = 0\ \forall\ i$ و $H_1: \rho_i < 0,\ \ i = 1,2, \dots, N_1;\ \ \rho_i = 0,\ \ i = N_1 + 1,\ N_1 + 2, \dots, N$.

وهكذا فإن فرضية العدم لا تزال تُحدِّد جميع السلاسل في البانل على أنها سلاسل غير ساكنة، في حين أنه ضمن الفرضيَّة البديلة تكون نسبة من السلاسل (N_1/N) ساكنة، والنسبة المتبقِّية $((N - N_1)/N)$ غير ساكنة، ولكن من الواضح أنه لا وجود لقيود تفرض تطابق جميع قيم ρ، يتم إنشاء إحصاءة اختبار البانل في هذه الحالة من خلال إجراء اختبارات مُنفصلة لجذر الوحدة لكل سلسلة في البانل، وحساب الإحصاءة تي لاختبار ديكي فولر الموسَّع لكل سلسلة وبالطريقة المعتادة، ثم أَخْذ مُتوسِّطها المقطعي، يتم بعد ذلك تحويل هذا المتوسِّط إلى مُتغيِّر طبيعي معياري ضمن فرضية العدم لجذر الوحدة، وذلك في كل سلسلة من السلاسل، طوَّر إيم، بيزاران وشين اختبار مُضاعف لاجرانج بالإضافة إلى اختبار تي الأكثر شيوعًا[(١٣)]، إذا كان بُعد السلسلة الزمنيَّة كبيرًا بشكل كافٍ فيمكن حينها إجراء اختبارات مُنفصلة لجذر الوحدة على كل سلسلة لتحديد النسبة التي تجعل من الاختبارات الفردية ترفض فرضيَّة العدم، وبالتالي مدى متانة الأدلة مُقابل فرضيَّة العدم المشتركة.

تجدر الإشارة إلى أنه رغم أن اختبارات جذر الوحدة للبانل غير المتجانسة المطوَّرة من قِبَل إيم، بيزاران وشين تفوق اختبارات الحالة المتجانسة عندما يكون N متواضعًا مُقارنة بـــ T، إلَّا أنها قد لا تكون اختبارات قويَّة بما فيه الكفاية عندما يكون N كبيرًا و T صغيرًا، وفي هذه الحالة يكون نهج ليفين، لين وتشو مُناسبًا.

قام مادالا وو (١٩٩٩) ((Maaddaland Wu (1999)) وتشوي (٢٠٠١) ((Choi (2001)) بتطوير صيغة مُختلفة قليلًا عن نهج إيم، بيزاران وشين تستند إلى فكرة تعود إلى فيشر (١٩٣٢) ((Fisher (1932))، حيث نقوم مرَّة أخرى باختبارات مُنفصلة لجذر الوحدة لكل سلسلة من مجموعة السلاسل، ثم نُجمع القيم بي المرتبطة بإحصاءات الاختبار. إذا قُمنا بتسمية هذه القيم بي بـ $pv_i, i = 1,2,\dots,N$ إذًا تحت فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة في كل سلسلة، فإن كل قيمة من pv_i سوف تتبع التوزيع المنتظم على مدى المجال [٠، ١] وبالتالي لـــ N محدَّد و $T \to \infty$ سوف يكون لدينا المعادلة التالية:

$$\lambda = -2 \sum_{i=1}^{N} \ln (pv_i) \sim \chi^2_{2N} \qquad (٢٢،١١)$$

في هذه الحالة يُمكن أن يختلف عدد المشاهدات في كل سلسلة بما أنه تم إجراء انحدارات مُنفصلة لكل سلسلة، ثم يتم فقط تجميع القيم بي في إحصاءة الاختبار، كما نُشير إلى أن افتراض الاستقلاليَّة المقطعيَّة يُعتبر أمرًا ضروريًّا هنا ليتبع هذا المجموع التوزيع χ^2، وبما أن توزيع إحصاءة اختبار ديكي فولر الموسَّع غير معياري، ويعتمد على إدراج معلمات الإزعاج، فإنه وللأسف يجب الحصول على قيم بي التي سوف تُدرج في هذه المعادلة من محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo Simulation). وإضافة إلى ذلك، إذا كانت السلاسل قيد الدراسة لها أطوال فترات إبطاء مُختلفة لـــ Δy_{it} أو أن لها أعداد مُشاهدات مُختلفة، فسوف تتطلب كل سلسلة منها محاكاة مونت كارلو مُنفصلة!

بالإضافة إلى إحصاءة χ^2، قام تشوي (٢٠٠١) بتطوير بديل لهذا الاختبار، يعتمد هو الآخر على قيم بي، ويتبع تقاربيًّا التوزيع الطبيعي، وكما هو الحال بالنسبة لاختبار إيم، بيزاران وشين، ينبغي أن يكون واضحًا أن نهج مادالا-وو-تشوي لا يتطلَّب تطبيق نفس المعلمة ρ لكل السلاسل بما أنه يتم إجراء اختبار ديكي فولر الموسَّع بشكل مُنفصل على كل سلسلة.

---

(١٣) يفترض كلا الاختبارين أن لدينا بانل مُتوازن، أي أن عدد مُشاهدات السلاسل الزمنيَّة هو نفسه لكل كيان مقطعي.

٤ , ٩ , ١١ اختبارات سكون البانل

(Panel stationarity tests)

إن النُّهج المذكورة أعلاه تُعتبر اختبارات لعدم السكون، وهي مُشابهة لنهج ديكي فولر، وفي ظل فرضية العدم يكون لدينا حالة من عدم السكون، ومع ذلك من الممكن أيضًا إنشاء اختبار حيث تكون فرضيَّة العدم عبارة عن سكون جميع السلاسل في البانل، وهو ما يُماثل اختبار KPSS المقترح من قِبل كويتكوسكي وآخرين (١٩٩٢)، في هذه الحالة تكون فرضيَّة العدم عبارة عن سكون جميع السلاسل، ويتم رفضها إذا كانت سلسلة على الأقل غير ساكنة، تم تطوير هذا النهج في سياق البانل من قِبل هادري (٢٠٠٠) ((Hadri (2000))، ويُفضي إلى إحصاءة اختبار تتبع تقاربيًّا التوزيع الطبيعي، وكما في الحالة أحادية المتغيِّر، يُمكن أن تكون اختبارات السكون مُفيدة في التحقُّق من متانة استنتاجات اختبارات جذر الوحدة.

٥ , ٩ , ١١ الأخذ بعين الاعتبار عدم التجانس المقطعي

(Allowing for cross-sectional heterogeneity)

يُعتبر افتراض الاستقلال المقطعي لحدود الخطأ في انحدار البانل أمرًا بعيدًا كل البعد عن الواقعيَّة ويُرجَّح أن يُنتهك عند التطبيق، على سبيل المثال، وفي سياق اختبار ما إذا كان تعادل القوة الشرائية قائمًا، من المحتمل أن تكون هناك عوامل هامة غير مُحددة تؤثر على جميع أسعار الصرف أو على مجموعات من أسعار الصرف في العيِّنة، وهو ما سوف يُؤدي إلى بواقي مُترابطة، شرح أوكونيل (١٩٩٨) ((O'connell (1998)) الاختلالات الكبيرة لحجم الاختبار التي يُمكن أن تنشأ عندما تكون مثل هذه التبعيَّات المقطعيَّة موجودة لكنها لم تُؤخذ في الحسبان، أي أنه يتم رفض فرضيَّة العدم عندما تكون صحيحة أكثر بكثير ممَّا ينبغي أن تُرفض عن طريق الصدفة البحتة إذا كانت الفرضية التوزيعيَّة صالحة لإحصاءة الاختبار، إذا تم تعديل القيم الحرجة المستخدمة في الاختبارات لإزالة آثار اختلالات الحجم، فإن قوَّة الاختبار سوف تنخفض لدرجة أنه في الحالات القُصوى سوف تختفي بالكامل الفائدة من استخدام تركيبة البانل، كما تُشير إلى أنه وفقًا لمادالا وو (١٩٩٩)، فإن الاختبارات التي تعتمد على إحصاءة فيشر تكون أكثر قوَّة عند عدم نمذجة التبعيَّة المقطعيَّة مُقارنة بنهج إيم، بيزاران وشين.

باستخدام المربعات الصُّغرى المعمَّمة، اقترح أوكونيل مقدرًا مُناسبًا لـ ρ حيث تُستخدم ارتباطات يُفترض أن تكون لاصفريَّة بين الاضطرابات، لتخطِّي عقبة وجوب تحديد مصفوفة الارتباط (والذي يُمكن أن يكون عملًا شاقًّا؛ لأن الشكل الذي يجب أن تتخذه هذه المصفوفة ليس واضحًا)، اقترح باي ونغ (٢٠٠٤) ((Bai and Ng (2004)) نهجًا يقوم على فصل البيانات إلى مكوِّن عوامل مُشتركة شديد الارتباط فيما بين السلاسل، وجزء خاص مُميَّز، كما أن هناك نهجًا آخر يتمثَّل في إجراء المربعات الصُّغرى العاديَّة لكن مع ضرورة استخدام الأخطاء المعياريَّة المعدَّلة، والتي تُسمَّى أيضًا "الأخطاء المعياريَّة المصحَّحة للسلاسل الزمنيَّة المقطعية"، انظر على سبيل المثال بريتونغ وداس (٢٠٠٥) ((Breitung and Das (2005)).

ومع ذلك، من الواضح عمومًا أن مُعالجة التبعيَّة المقطعيَّة بشكل مُرضٍ يزيد من صعوبة المسألة التي هي في الأصل مُعقَّدة، بوجود مثل هذه التبعيَّات، تتأثر إحصاءات الاختبار جدِّيًا بمعلمات الإزعاج، ونتيجة لذلك، وعلى الرغم من عدم تفوُّقه من الناحية النظرية، فإن الجيل الأول من النهج، والذي يتجاهل التبعيَّة المقطعيَّة، لا يزال يُستخدم على نطاق واسع في الدراسات التطبيقية.

٦ ,٩ ,١١ التكامل المشترك للبانل

(Panel cointegration)

لوحظ غالبًا في الأدبيات أن تطوُّر تقنيات نمذجة التكامل المشترك للبانل لا يزال في بدايته في حين أن اختبارات جذر الوحدة للسلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة بلغ ذروة نموِّه، كما يُعتبر اختبار التكامل المشترك للسلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة مسألة مُعقَّدة إلى حد ما، حيث يتعيَّن علينا النظر في إمكانية تكامل مجموعات من المتغيِّرات تكاملًا مُشتركًا فيما بينها (وهو ما يُمكن أن نطلق عليه 'التكامل المشترك المقطعي')، وكذلك إمكانية التكامل المشترك داخل المجموعات، ومن الممكن أيضًا أن تختلف المعلمات في سلاسل التكامل المشترك أو حتى عدد علاقات التكامل المشترك عبر البانل.

إثر العمل الريادي الذي قام به بيدروني (١٩٩٩، ٢٠٠٤) ((Pedroni (1999, 2004))، تستند مُعظم الأعمال حتَّى الآن إلى تعميم لطُرق المعادلة الواحدة من نوع إنجل-جرانجر، يُعتبر إعداد هذه الطريقة عامًّا جدًّا، ويسمح بمقاطع مُنفصلة لكل مجموعة من المتغيِّرات التي من الممكن أن تتكامل فيما بينها تكامُلًا مُشتركًا، كما يسمح باتِّجاهات حتميَّة مُنفصلة.

يُمكن لمجموعة من المتغيِّرات y_{it} و $x_{m,i,t}$ المتكاملة فرديًا من الدرجة الأولى والتي يُعتقد أن بينها تكاملًا مُشتركًا، أن تكون كما في كتابة المعادلة التالية:

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i} x_{1i,t} + \beta_{2i} x_{2i,t} + \cdots + \beta_{Mi} x_{Mi,t} + u_{i,t} \qquad (٢٣،١١)$$

حيث يُمثِّل $m = 1, \ldots, M$ المتغيِّرات المفسِّرة في انحدار التكامل المشترك المحتمل، $t = 1, \ldots, T$ و $i = 1, \ldots, N$.

يتم بعد ذلك إخضاع البواقي المتحصَّل عليها من هذا الانحدار، أي $\hat{u}_{i,t}$، إلى انحدارات مُنفصلة من قِبل اختبار ديكي-فولر أو ديكي-فولر الموسَّع، وذلك لكل مجموعة من المتغيِّرات لتحديد ما إذا كانت $I(1)$، على سبيل المثال:

$$u_{i,t} = \rho_i u_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \psi_{i,j} \Delta u_{i,t-j} + v_{i,t} \qquad (٢٤،١١)$$

تتمثَّل فرضيَّة العدم في أن بواقي جميع انحدارات الاختبار هي عمليَّات جذر الوحدة ($H_0: \rho = 1$)، وبالتالي لا وجود للتكامل المشترك، هذا ويقترح بيدروني فرضيَّتين بديلتين مُمكنتين، تتمثَّل الفرضيَّة الأولى في أن جميع ديناميكيات الانحدار الذاتي هي نفس العمليَّة الساكنة ($H_1: \rho_i = \rho < 1 \; \forall i$)، أمَّا الثانية فتتمثَّل في أن الديناميكيات من كل مُعادلة اختبار تتبع عمليَّة ساكنة مُختلفة ($H_1: \rho_i < 1 \; \forall i$)، وبالتالي لا تسمح الحالة الأولى بعدم التجانس في حين تسمح الحالة الثانية بذلك، على غرار الاختلاف بين طريقة ليفين، لين وتشو وطريقة إيم، بيزاران وشين كما هو موضح أعلاه، هذا وقام بدروني بعد ذلك بإنشاء مجموعة كاملة من إحصاءات الاختبار المختلفة، والتي تستند إلى صيغ مُوحَّدة معياريًّا من النسبة تي المعتادة، وذلك من خلال المعادلة رقم (١١، ٢٤)، كما نُشير إلى أن التوحيد المعياري المطلوب يتوقَّف على ما إذا تم تضمين مقطع أو اتجاه في المعادلة رقم (١١، ٢٤) أم لا، وعلى قيمة M، تتبع كل إحصاءة اختبار من هذه الإحصاءات الموحَّدة معياريًّا تقاربيًّا التوزيع الطبيعي المعياري.

طوَّر كاو (١٩٩٩) ((Kao (1999)) بشكل أساسي نسخة مقيَّدة من نهج بيدروني، حيث يفترض أن معلمات الميل في المعادلة رقم (٢٣،١١) تكون ثابتة فيما بين المجموعات، على الرغم من أنه لا يزال يُسمح للمقاطع بالاختلاف، ثم يتم إجراء انحدار اختبار ديكي فولر أو ديكي فولر الموسَّع على العيِّنة المجمّعة بافتراض التجانس في قيمة ρ، تُتيح هذه القيود بعض التبسيط في نهج الاختبار.

بالإضافة إلى اختبار التكامل المشترك باستخدام البواقي المتحصَّل عليها عقب هذه الامتدادات لطريقة إنجل-جرانجر، من الممكن أيضًا استخدام تعميم لطريقة جوهانسن، على الرغم من أنها بشكل عام أكثر تعقيدًا، طُوِّر هذا النهج من قِبَل لارسون وآخرين (٢٠٠١) ((Larsson et al.(2001)) رغم أن هناك بديلًا أبسط منه يتمثَّل في استخدام نهج جوهانسن على كل مجموعة من السلاسل بشكل مُنفصل، نحتفظ بعد ذلك بالقيم بي لاختبـار الأثر (Trace Test) ثم نقوم بجمع لوغاريتمـات هذه القيم وضرب هذا المجموع بـ -٢ وذلك باتباع طريقة مادالا ووو، كما في المعادلة رقم (٢٢،١١) أعلاه، كما يُمكن اعتبار نهج متكامل للأنظمة يقوم على 'نمُوذج مُتَّجه الانحدار الذاتي الشامل' (Global VAR)، لكن يتطلَّب ذلك تعقيدات إضافيَّة كُبرى، انظر بريتونغ وبيزاران (٢٠٠٨) والمراجع الواردة فيه لمزيد من التفاصيل.

١١،٩،٧ مثال توضيحي عن استخدام اختبارات جذر الوحدة والتكامل المشترك للبانل: العلاقة بين التنمية الماليَّة ونمو الناتج المحلي الإجمالي

(An illustration of the use of panel unit root and cointegration tests: the link between financial development and GD Prowth)

من منظور سياسي نجد أن من بين القضايا الهامَّة بالنسبة للبلدان النامية مدى الارتباط بين النمو الاقتصادي، وتطوُّر الأسواق الماليَّة للبلد، ذكرت الأدبيات ذات الصلة أن القيود الحكومية المفرطة (مثل حدود الإقراض، القيود المفروضة على أسعار فائدة الإقراض والاقتراض، منع البنوك الأجنبية، وما إلى ذلك) قد تُعِيق تطوير الأسواق الماليَّة، وبالتالي فإن النمو الاقتصادي سيكون أبطأ مما لو كانت الأسواق الماليَّة أكثر حيوية، ومن ناحية أخرى، إذا كان الوكلاء الاقتصاديون قادرين على الاقتراض بأسعار فائدة معقولة، أو رفع تمويل أسواق رأس المال بسهولة، فإن ذلك يمكن أن يزيد من جدوى الفرص الاستثمارية الحقيقية، ويسمح بزيادة كفاءة تخصيص رأس المال.

أدت كلٌّ من البحوث النظرية والبحوث التجريبية في هذا المجال إلى استنتاجات مُتفاوتة، حيث توصَّلت النماذج النظرية إلى نتائج مختلفة تتوقَّف على الإطار المستخدم والافتراضات المقدمة، وفيما يخص الجانب التجريبي فإن العديد من الدراسات الموجودة في هذا المجال تُعاني من مُشكلتين؛ تتمثَّل المشكلة الأولى في أن اتجاه السببيَّة بين التنمية الاقتصادية والماليَّة قد يسير في الاتجاه الآخر: إذا نما الاقتصاد فإن الطلب على المنتجات الماليَّة سوف يزداد في حد ذاته، وبالتالي من الممكن أن يؤدي النمو الاقتصادي إلى تطوير الأسواق الماليَّة بدلًا من الاتجاه الآخر للعلاقة السببيَّة، أمَّا المشكلة الثانية فتتمثَّل في أنه بالنظر إلى أن السلاسل الزمنيَّة الطويلة غير مُتوفرة عادة للاقتصادات النامية، فإن اختبارات جذر الوحدة والتكامل المشترك التقليديَّة التي تفحص الارتباط بين هذين المتغيِّرين تعاني من ضَعْف في قوَّتها، وبشكل خاص، ورغم أن الأبحاث تمكَّنت من تحديد الرابط بين النمو الاقتصادي وتنمية سوق الأوراق الماليَّة، إلَّا أنه لم يكن من الممكن تحديد مثل هذا التأثير لتطوُّر القطاع المصرفي، ويُوفِّر ذلك دافعًا قويًّا لاستخدام تقنيات البانل التي تُعتبر تقنيات أكثر قوَّة وتُشكل النهج الذي اعتمده كريستوبولس وتسيوناس (٢٠٠٤) ((Christopoulos and Tsionas (2004)). سوف يتم الآن مناقشة بعض المنهجيات والنتائج الرئيسة لورقتهم.

الجدول رقم (٤ ,١١)نتائج اختبار جذر الوحدة على بيانات البانل للتطور المالي والنمو

المتغيّرات	المستويات		الفروق الأولى	
	إيم، بيزاران وشين	مادالا -وو	إيم، بيزاران وشين	مادالا -وو
الناتج (y)	-٠,١٨	٢٧,١٢	-٤,٥٢***	٥٨,٣٣***
العمق المالي (F)	٢,٧١	١٤,٧٧	-٦,٦٣***	٨٣,٦٤***
حصّة الاستثمار (S)	-٠,٠٤	٣٠,٣٧	-٥,٨١***	٦٢,٩٨***
التضخم ($\dot{p}$)	-٠,٤٧	٢٦,٣٧	-٥,١٩***	٧٤,٢٩***

ملاحظات: القيمة الحرجة لاختبار مادالا ووو هي ٥٧ ,٣٧ عند مستوى ١٪، *** يدل على رفض فرضية العدم المتمثّلة في وجود جذر الوحدة عند مستوى ١٪.

المصدر: كريستوبولس وتسيوناس (٢٠٠٤)، أعيد طبعه بإذن من إلسيفر.

بتعريف الناتج الحقيقي للبلد بـ y_{it}، 'العمق' المالي بـ F، نسبة الناتج الإجمالي المستثمر بـ S، ومعدل التضخم بـ $\dot{p}$، يكون النموذج الأساسي الذي استخدمه كريستوبولس وتسيوناس كالتالي:

$$y_{it} = \beta_{0i} + \beta_{1i}F_{it} + \beta_{2i}S_{it} + \beta_{3i}\dot{p}_{it} + u_{it} \qquad (١١، ٢٥)$$

يتم حساب القيمة التقريبيَّة للعمق المالي F باستخدام نسبة إجمالي التزامات المصرف إلى الناتج المحلي الإجمالي، هذا ونُشير إلى أن كريستوبولس وتسيوناس حصلا على البيانات من *الإحصاءات الماليَّة الدولية لصندوق النقد الدولي* لعشر بلدان (كولومبيا، باراغواي، بيرو، المكسيك، الإكوادور، هندوراس، كينيا، تايلاند، جهورية الدومينيكان وجامايكا) خلال الفترة المتراوحة بين ١٩٧٠ و ٢٠٠٠.

يضم الانحدار في المعادلة رقم (١١، ٢٥) الناتج القومي كمتغيّر تابع والتطوُّر المالي كأحد المتغيّرات المستقلة، لكن كريستوبولس وتسيوناس قامَا أيضًا بفحص العلاقة السببيَّة العكسية حيث يكون F المتغيّر التابع و y أحد المتغيّرات المستقلة، قام المؤلفان في البداية بتطبيق اختبارات جذر الوحدة على كل سلسلة من السلاسل الفرديَّة (الناتج، العمق المالي، نسبة مُساهمة الاستثمار في تكوين الناتج المحلي الإجمالي والتضخُّم) بشكل مُستقل لكل بلد من البلدان العشر، أمَّا النتائج فكانت مُتفاوتة، لكنها تُظهر أن مُعظم السلاسل تتميّز بعمليات جذر الوحدة في المستويات، ولكنها ساكنة في الفروق الأولى، كما استخدم كريستوبولس وتسيوناس بعد ذلك اختبارات جذر الوحدة للبانل المقترحة من قبل إيم، بيزاران وشين واختبار كا' (Chi-squared Test) لمادالا-وو-تشاو بشكل مُنفصل لكل مُتغيّر لكن الآن باستخدام بانل تضم جميع البلدان العشر، هذا وتم تحديد عدد فترات الإبطاء لـــ Δy_{it} باستخدام معيار أكايكي للمعلومات، كما نُشير إلى أن فرضيَّة العدم في جميع الحالات تكون عمليَّة جذر الوحدة، تُعتبر النتائج المعروضة في الجدول رقم (٤ ,١١) الآن أكثر قوَّة وتُظهر بشكل قاطع أن كل السلاسل الأربعة غير ساكنة عند المستوى ولكن ساكنة في الفروق.

الجدول رقم (٥ , ١١) نتائج اختبار التكامل المشترك للبانل بين النمو الاقتصادي والتطور

المتغيرات	ليفين، لين وتشو		هاريس–تسافاليس	
	التأثيرات الثابتة	تأثيرات ثابتة مع اتجاه	التأثيرات الثابتة	تأثيرات ثابتة مع اتجاه
Dep. var.: y	٨,٣٦-***	٠,٨٩	٧٧,١٣-	٥,٥٧-***
Dep. var.: F	١,٢-	٠,٥	٠,٨٥-	١,٦٥-
	$r = 0$	$r \le 1$	$r \le 2$	$r \le 3$
Fisher χ^2	٧٦,٠٩***	٣٠,٧٣	٢٨,٩١	٢٣,٢٦

ملاحظات: يدل 'Dep. Var.' على المتغيِّر التابع، *** يدل على رفض فرضية العدم المتمثِّلة في عدم وجود تكامل مشترك عند مستوى ٢٪، القيم الحرجة لاختبار فيشر هي ٣٧,٥٧ و ٣١,٤١ عند المستويات ١٪ و ٥٪ على التوالي.

المصدر: كريستوبولس وتسيوناس (٢٠٠٤)، أعيد طبعه بإذن من إلسيفر.

تتمثل المرحلة التالية في اختبار ما إذا كانت السلاسل مُتكاملة تكاملًا مُشتركًا أم لا، ومرة أخرى يتم في مرحلة أولى إجراء ذلك بشكل مُنفصل لكل بلد، ثم باستخدام نهج البانل، بالتركيز على هذا الأخير تم استخدام نهج ليفين، لين وتشو إلى جانب طريقة هاريس–تسافاليس (Harris-Tsavalis) التي تُشبه بشكل عام هذا النهج لكنها تتميَّز بعوامل تصحيح مُختلفة قليلًا في التوزيع المقارب بسبب افتراضها أن T ثابت و N يميل إلى ما لا نهاية، وكما نُوقِش في القسم الفرعي السابق، تقوم هذه التقنيات على إجراء اختبار جذر الوحدة على البواقي المتحصَّل عليها من انحدار التكامل المشترك المحتمل، هذا وبحث كريستوبولس وتسيوناس (Christopoulos and Tsionis) استخدام اختبارات التكامل المشترك للبانل بتأثيرات ثابتة ولبانل يضم كلًّا من التأثيرات الثابتة واتجاه حتمي في انحدارات الاختبار، كما تم تطبيق هذه الاختبارات على انحدارات تضم بشكل مُنفصل كلًّا من y و F كمتغيِّرات تابعة.

تُظهر النتائج في الجدول رقم (٥ , ١١) بشكل جليّ أنه عندما يكون 'الناتج' هو المتغيِّر التابع، فإن نهج ليفين، لين وتشو يرفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة في بواقي انحدار التكامل المشترك المحتمل، وذلك عندما يتم إدراج التأثيرات الثابتة فقط في انحدار الاختبار، في المقابل، عندما يتم إضافة اتجاه في الانحدار، لن يتم حينها رفض فرضيَّة العدم، أمَّا في إطار اختبار هاريس–تسافاليس والذي تقوم على البواقي يتم رفض فرضيَّة العدم لكل من الانحدار الذي يضم تأثيرات ثابتة والانحدار الذي يضم تأثيرات ثابتة واتجاهًا، لكن عندما يتم استخدام 'العمق المالي' كمتغيِّر تابع فإن أيًا من هذه الاختبارات لن يرفض فرضيَّة العدم، وبالتالي فإن كافة الأدلَّة التي تُقدِّمها الاختبارات القائمة على البواقي تُشير إلى وجود تكامل مُشترك عندما يكون 'الناتج' هو المتغيِّر التابع، ولكن لا يحدث التكامل المشترك عندما يتم استخدام 'العمق المالي' كمتغيِّر تابع، فسَّر المؤلفون هذه النتائج بشكل يدعو إلى الريبة لأنها تعني أن السببيَّة تتَّجه من 'الناتج' إلى 'العمق المالي' وليس العكس.

في الصف الأخير من الجدول رقم (٥ , ١١)، يُبيِّن نهج الأنظمة المستخدم في اختبار التكامل المشترك والذي يقوم على مجموع لوغاريتمات القيم بي المتحصَّل عليها من اختبار جوهانسن، رفض فرضية العدم المتمثِّلة في عدم وجود مُتَّجهات تكامل مُشترك ($H_0\!: r = 0$)، في حين لم يتم رفض ($H_0\!: r \le 1$) وما بعدها، وبالتالي فإن الاستنتاج الذي يُمكن الخروج به هو وجود علاقة تكامل مُشترك واحدة بين المتغيِّرات الأربعة في البانل، لاحظ أنه في هذه الحالة، وبما أنه تم اختبار التكامل المشترك في نظام نموذج مُتجه الانحدار الذاتي، فإنه يتم التعامل مع جميع المتغيِّرات بالتوازي، وبالتالي لا توجد نتائج مُنفصلة للمتغيِّرات التابعة المختلفة.

١١,٩,٨ إجراء اختبار جذور الوحدة والتكامل المشترك في البانل باستخدام إفيوز

(Testing for unit roots and cointegration in panels using EViews)

يوفّر إفيوز مجموعة من الاختبارات لجذور الوحدة ضمن هيكل البانل، ولكنها تقوم كلها على افتراض الاستقلال المقطعي، ونظرًا إلى أنه يُمكن استخدام جميع المناهج في وقت واحد بمجرّد النقر على الفأرة، يبدو أنه من الأفضل القيام بذلك لتقييم حساسية النتائج للمنهجية المستخدمة، سوف يستخدم هذا المثال التوضيحي أذون الخزانة/ عوائد السندات الموجودة في الملف 'macro.Wf1'، لذلك **قُم بإعادة فتح هذا الملف**، كما قُمنا قبل ذلك بإنشاء مجموعة لإجراء اختبارات جوهانسن (والتي قُمت بتسميتها 'tbill_johansen')، إذا لم تقم بتسمية المجموعة وحفظها في ملف العمل، فسوف تحتاج مُجدَّدًا إلى إنشاء مجموعة تحتوي على عوائد أدوات الخزانة لجميع آجال الاستحقاق: ٣ أشهر، ٦ أشهر، سنة واحدة، ٣ سنوات، ٥ سنوات و ١٠ سنوات. يمكنك القيام بذلك من خلال تسليط الضوء على السلاسل الست، ثم حدِّد Object/New Object/ Group، وهكذا سوف تُدرج السلاسل الست في المربع ويمكنك بكل بساطة تسمية المجموعة وحفظ ملف العمل.

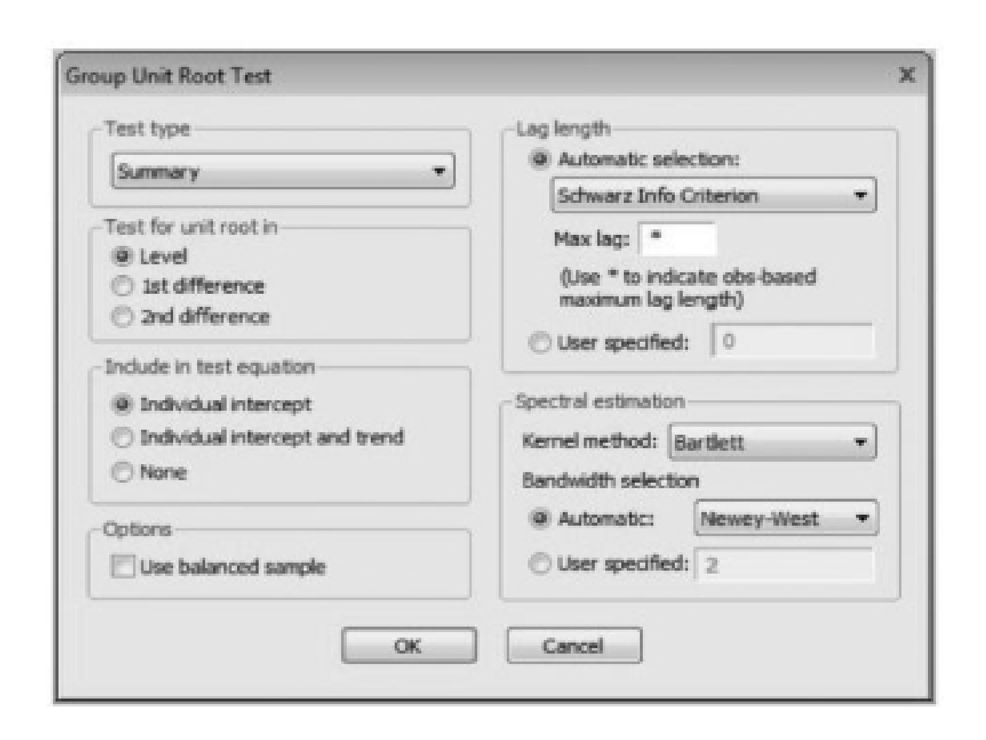
قبل تشغيل أي اختبار من اختبارات جذر الوحدة أو التكامل المشترك لبيانات البانل، من المفيد البدء بفحص نتائج اختبارات جذر الوحدة الفردية لكل سلسلة، لذلك **قم بإجراء اختبار ديكي فولر الموسَّع** على مستويات كل سلسلة من سلاسل العوائد باستخدام انحدار يضم مقطعًا لكن دون اتّجاه حتمي، واستخدام معيار معلومات شوارز لتحديد أطوال فترات الإبطاء في كل حالة، يجب أن تجد أن جميع إحصاءات الاختبار تُقارب -١ , ٠، مع قيم بي تُقارب ٠ , ٧ إلى ٠ , ٨، ممّا يدل على أن فرضية العدم المتمثّلة في وجود جذر الوحدة لا يُمكن رفضها.

وكما تعلم من المناقشة السابقة فإن اختبارات جذر الوحدة لها قوّة مُنخفضة في ظل وجود عيّنات صغيرة، وبالتالي يُمكن أن تُقدِّم اختبارات جذر الوحدة على البانل نتائج مُختلفة، يُعتبر إجراء هذه الأخيرة في إفيوز أمرًا سهلًا، **يكفي النقر مرَّتين على المجموعة** التي قُمت بإنشائها بحيث تظهر اللوحة الجدوليَّة التي تحتوي على السلاسل الست، **نتقر بعد ذلك فوق View/Unit Root Test وسوف تظهر لنا لقطة الشاشة رقم (٣ , ١١)**.

يُمكن الاحتفاظ بالخيارات الافتراضية، وإدراج طباعة ملخص النتائج المتحصَّل عليها من مجموعة اختبارات جذر الوحدة للبانل، سوف يُتيح تغيير مربع نوع الاختبار، تحديد نوع مُحدَّد من الاختبار، وفي هذه الحالة سوف يتم عرض النتائج بمزيد من التفاصيل بما في ذلك اختبار الانحدار، إذا أردنا ببساطة فحص مُوجز النتائج، فما علينا سوى النقر فوق **OK**، وسوف نرى النتائج التالية.

باستخدام معيار معلومات شوارز، تم اختيار فترتيْ إبطاء لاختبار ديكي فولر الموسَّع الذي يضم مقطعًا دون اتجاه، هذا ويَرِد فيما يلي العديد من الاختبارات، أوّلًا: اختبار ليفين، لين وتشو الذي يفترض ρ مُشتركًا لكل السلاسل، تُساوي إحصاءة الاختبار ١ , ٢٨ وبقيمة بي تُعادل ٠ , ٩ وبالتالي لا يتم رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة، ثانيًا: يتم تقديم ثلاثة اختبارات تسمح بقيم ρ منفصلة لكل سلسلة، هذه الاختبارات هي اختبار إيم، بيزاران وشين ثم بديلين لاختبار فيشر اقترحهما مادالا ووو (١٩٩٩) وتشوي (٢٠٠١): اختبار بديل لاختبار ديكي فولر الموسّع واختبار بديل لاختبار فيليبس بيرون، تكون إحصاءات الاختبار في جميع الحالات أقل بكثير من القيم الحرجة، ممّا يُشير إلى أن السلاسل تحتوي على جذور الوحدة، وبالتالي فإن الاستنتاجات المستخلَصة من اختبار جذر الوحدة للبانل هي نفس النتائج المتحصَّل عليها من اختبارات جذر الوحدة الفردية، في هذه الحالة لن

يكون لاستخدام البانل أيَّ تأثير يُذكر، ربما لأن N = ٦ صغير جدًّا، بينما T = ٣٢٦ لكل سلسلة يُعتبر كبيرًا جدًّا، وبالتالي فإن المنافع الإضافيَّة من استخدام البانل ضئيلة جدًّا.



لقطة الشاشة رقم (١١,٣) نافذة اختبار جذر الوحدة للبانل.

Group unit root test: Summary
Series: USTB10Y, USTB1Y, USTB3M, USTB3Y, USTB5Y, USTB6M
Date: 08/15/13 Time: 06:41
Sample: 1986M03 2013M04
Exogenous variables: individual effects
Automatic selection of maximum lags
Automatic lag selection based on SIC: 0 to 2
Newey-West automatic bandwidth selection and Bartlett kernel

Method	Statistic	Prob.**	Cross-sections	Obs
Null: Unit root (assumes common unit root process)				
Levin, Lin & Chu t*	1.28778	0.9011	6	1943
Null: Unit root (assumes individual unit root process)				
Im, Pesaran and Shin W-stat	1.55966	0.9406	6	1943
ADF - Fisher Chi-square	3.27867	0.9932	6	1943
PP - Fisher Chi-square	4.13585	0.9809	6	1950

** تُحسب الاحتمالات لاختبارات فيشر باستخدام توزيع كا٢ المقارب، تفترض جميع الاختبارات الأخرى تقاربيًّا التوزيع الطبيعي.

إذا أردنا إجراء اختبار التكامل المشترك للبانل فيمكن القيام بذلك ببساطة من خلال اختيار **View/Cointegration Test** من اللوحة الجدولية للمجموعة، يُمكن بعد ذلك اختيار إمَّا نهج النظام القائم على طريقة جوهانسن أو نهج المعادلة الواحدة.

١٠ , ١١ مواد إضافية للقراءة

(Further reading)

قد يشعر بعض القرَّاء بأن المزيد من التعليمات في هذا المجال يُمكن أن يكون مُفيدًا، إذا كان الأمر كذلك فإن المراجع الكلاسيكية المتخصِّصة في تقنيات بيانات البانل هي التالية: بلتاجي (٢٠٠٥) ((Baltagi (2005)، هسياو (٢٠٠٣) ((Hsiao (2003) إضافة إلى مراجع أخرى مثل أريلانو (٢٠٠٣) ((Arellano (2003) وولدريدج (٢٠١١) ((Wooldridge (2011)، تُعتبر كل هذه المراجع الأربعة مراجع مُفصَّلة للغاية وتتضمَّن إشارات مرجعيَّة جيِّدة للتطورات الحديثة لنظريَّة توصيف نماذج البانل فيما يتعلَّق بجانبها التقديري والاختباري، غير أن كل هذه المراجع تتطلَّب أن يتمتَّع القراء بمستوى عالٍ من الرياضيات والاقتصاد القياسي، كما قدَّم كينيدي (٢٠٠٣، الفصل ١٧) ((Kennedy (2003, chapter 17) في هذا المجال استعراضًا أكثر سلاسه وأيسر، وإن كان أقل تفصيلًا تُقدِّم الأمثلة الواردة أعلاه بعض الأمثلة عن الدراسات الماليَّة التي تستخدم تقنيات البانل، وتستعرض منهجية البانل بشكل وصفيٍّ كافٍ لتستحق القراءة كأدوات مُساعدة على التعلُّم، كما يُوفِّر كتاب مادالا وكيم ((Maddala and Kim (1999) مُعالجة مُيسَّرة إلى حد ما لجذور الوحدة والتكامل المشترك على الرغم من أن وقت النشر يدل ضمنًا على استبعاد أحدث التطوُّرات في هذا المجال، أخيرًا: يُقدِّم بريتونغ وبيزاران (٢٠٠٨) دراسة أكثر شمولًا وحداثة عن البانل رغم أنها على مُستوى تقني عالٍ.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- البيانات المجمَّعة
- انحدار غير مُرتبط ظاهريًّا
- التأثيرات الثابتة
- تقدير المربعات الصغرى ذات المتغيِّرات الوهمية
- التأثيرات العشوائية
- اختبار هوسمان
- تحويل داخلي
- اختبار بتأثيرات ثابتة زمنيًّا
- تقدير بيني
- جذر الوحدة للبانل
- اختبار التكامل المشترك للبانل

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) (أ) ما هي مزايا بناء بانل من البيانات إذا كان ذلك مُتاحًا، بدلًا من استخدام البيانات المجمَّعة؟

(ب) ما هو المقصود بمصطلح 'الانحدار غير المرتبط ظاهريًّا'؟ أعطِ أمثلة من مجال الماليَّة حيث يُمكن استخدام هذا النهج.

(ج) ميِّز بين البانل المتوازن والبانل غير المتوازن وأعْطِ أمثلة لكل منهما.

(٢) (أ) اشرح كيف أن النماذج بتأثيرات ثابتة تُعادل انحدار المربعات الصغرى العاديَّة بمتغيِّرات وهمية.

(ب) كيف يُمكن للنموذج بتأثيرات عشوائيَّة أن يلتقط عدم التجانس المقطعي في حد المقطع؟

(ج) ما هي المزايا والعيوب النسبيَّة لتوصيفات التأثيرات الثابتة مُقابل التأثيرات العشوائيَّة، وكيف يُمكنك أن تختار بينهما لتطبيقها على مسألة معينة؟

(٣) أوجِد مثالًا آخر على استخدام نماذج انحدار البانل في الأدبيات الماليَّة الأكاديمية، وقُم بما يلي:

- اشرح لماذا تم استخدام نهج البانل.
- هل تم اختيار النموذج بتأثيرات ثابتة أم بتأثيرات عشوائيَّة؟ ولماذا؟
- ما هي النتائج الرئيسة للدراسة؟ وهل هناك أي إشارة حول ما إذا كانت النتائج سوف تختلف في هذه الدراسة أو في الدراسات السابقة إذا ما استخدمنا انحدارًا مُجمعًا بدلًا من انحدار البانل؟

(٤) (أ) ما هي مزايا وعيوب إجراء اختبارات جذر الوحدة في إطار البانل بدلًا من إجرائها على سلسلة تلو الأخرى؟

(ب) اشرح الاختلافات بين اختبارات جذر الوحدة للبانل القائمة على فرضية بديلة مشتركة وتلك القائمة على العمليَّات غير المتجانسة.

الفصل الثاني عشر

نماذج المتغيّر التابع المحدود
Limited dependent variable models

مخرجات التعلم

سوف تتعلَّم في هذا الفصل كيفية:

- مُقارنة أنواع مُختلفة من نماذج المتغيّر التابع المحدود واختيار النموذج المناسب
- تفسير وتقييم نماذج لوجيت (Logit) وبروبيت (Probit)
- التمييز بين الحالات ذات الحدّين والحالات مُتعدِّدة الحدود
- التعامل بشكل مُناسب مع المتغيّرات التابعة المراقبة (Censored Dependent Variables) والمتغيّرات التابعة المبتورة (Truncated Dependent Variables)
- تقدير نماذج المتغيّر التابع المحدود في إفيوز باستخدام الإمكان الأعظم

١٢, ١ المقدّمة والدافع (Introduction and motivation)

أظهرت الفصول ٥ و ١٠ الاستخدامات المختلفة للمتغيِّرات الوهميّة في التقاط متغيِّرات المعلومات النوعية بطريقة عدديَّة، مثل تأثيرات يوم الأسبوع، الجنس، التصنيفات الائتمانيَّة، إلخ، عندما يُستخدم المتغيّر الوهمي كمتغيِّر مُفسِّر في نموذج الانحدار، فذلك لا يُثير عادة أيّة مشاكل خاصَّة (طالما أننا نحرص على تفادي *فخ المتغيّرات الوهمية*، انظر الفصل ١٠)، غير أن هناك العديد من الحالات في البحوث الماليَّة، وبدلًا من مُتغيِّر مُفسِّر واحد أو أكثر نجد أن المتغيِّر المفسِّر متغيِّر نوعيّ، يتم بعد ذلك ترميز المعلومات النوعيَّة كمتغيِّر وهمي، ويُشار إلى هذه الحالة على أنها متغيِّر تابع محدود، وتتطلَّب مُعاملة مختلفة، يُشير هذا المصطلح إلى كل مسألة

تقتصر فيها القيم التي تتَّخذها المتغيِّرات التابعة على أعداد مُعيَّنة دون سواها (على سبيل المثال ٠، ١، ٢، ٣، ٤) أو حتى عدد ثُنائي (٠ أو ١ فقط)، هناك العديد من الأمثلة على ذلك، على سبيل المثال، عندما نُريد نمذجة:

- لماذا تختار الشركات إدراج أسهمها في بورصة ناسداك (NASDAQ) بدلًا من إدراجها في بورصة نيويورك (NYSE).
- لماذا تدفع بعض الأسهم أرباحًا في حين لا يدفع البعض الآخر.
- ما هي العوامل التي تؤثر على إمكانيَّة تخلُّف البلدان عن سداد ديونها السياديَّة.
- لماذا تختار بعض الشركات إصدار أسهم جديدة لتمويل توسُّعها، في حين يختار البعض الآخر إصدار سندات.
- لماذا تختار بعض الشركات الانخراط في تقسيم الأسهم، في حين أن البعض الآخر لا يفعل.

من السهل نوعًا ما في كل هذه الحالات مُلاحظة أن الشكل المناسب للمتغيِّر التابع هو متغيِّر وهمي ٠ – ١ بما أن هناك فقط نتيجتين مُحتملتين، بطبيعة الحال هناك حالات أخرى يكون من الأنسب فيها السماح للمتغيِّر التابع بأخذ قيم أخرى، لكن سوف يتم النظر في هذه الحالات لاحقًا في القسم ١٢،٩، سوف ندرس في البداية طريقة تتَّسم بالبساطة والوضوح، تتناول المتغيِّرات التابعة الثنائيَّة رغم أنها –ولسوء الحظ– تشوبها بعض النواقص، تُعرف هذه الطريقة *بنموذج الاحتمال الخطِّي* (Linear Probability Model)،

١٢،٢ نموذج الاحتمال الخطِّي

(The linear probability model)

يُعَدُّ نموذج الاحتمال الخطِّي (LPM) من بعيد الطريقة الأبسط للتعامل مع المتغيِّرات التابعة الثنائيَّة، يستند هذا النموذج إلى افتراض أن احتمال وقوع حدث، P_i، يرتبط خطيًّا بمجموعة من المتغيِّرات المفسِّرة $x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{ki}$:

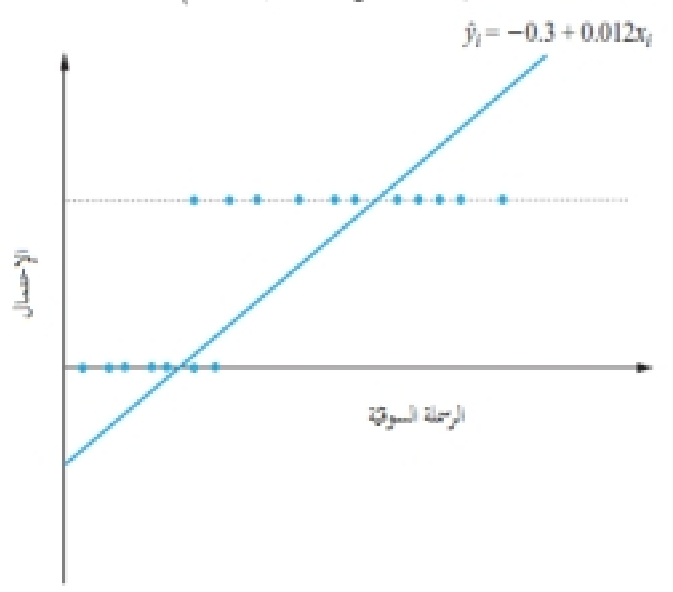
$$P_i = p(y_i = 1) = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \qquad (١٢،١)$$

لا يُمكن رصد الاحتمالات الفعليَّة، لذلك سوف نقدِّر نموذجًا تُمثِّل فيه المخرجات y_i (سلسلة تتكوَّن من الرقمين صفر وواحد) المتغيِّر التابع، وهكذا نتحصَّل على نموذج انحدار خطِّي يُمكن تقديره باستخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة، هذا ويمكن أن تشمل مجموعة المتغيِّرات المفسِّرة إمَّا متغيِّرات كمِّية، أو متغيِّرات وهميَّة، أو كليهما معًا، كما تُمثِّل القيم المُجهَّزة من هذا الانحدار الاحتمالات المقدَّرة لــ $y_i = 1$ لكل مُشاهدة i، يُمكن أن تُفسَّر القيم المقدَّرة للميل في نموذج الاحتمال الخطِّي على أنها التغيُّر في احتمال أن يكون المتغيِّر التابع مُساويًا لــ ١ نتيجة لتغيُّر مُتغيِّر مُفسِّر مُعيَّن بوحدة واحدة، مع الاحتفاظ بتأثيرات جميع المتغيِّرات المفسِّرة الأخرى ثابتة، لنفترض على سبيل المثال أننا نرغب في نمذجة احتمال توزيع الشركة i لأرباح ($y_i = 1$) كدالة في رسملتها السوقيَّة (x_{2i}، مقاسًا بملايين الدولارات الأمريكية) وجهَّزنا الخط التالي للبيانات:

$$\hat{P}_i = -0.3 + 0.012 x_{2i} \qquad (١٢،٢)$$

حيث يُشير $\hat{P}_i$ إلى الاحتمال المجهَّز من النموذج أو المقدَّر للشركة i، يُشير هذا النموذج إلى أن كل زيادة بمليون دولار أمريكي في حجم الشركة يُقابلها زيادة بـــ ٠،٠١٢ (أو ١،٢٪) في احتمال توزيع الشركة لأرباح، كما أن الشركة التي تبلغ قيمتها ٥٠ مليون دولار سوف يكون لها احتمال -٠،٣ + ٠،٠١٢ × ٥٠ = ٠،٣ (أو ٣٠٪) بأن تقوم بتوزيع أرباح، بيانيًّا، يُمكن تمثيل هذه الحالة كما هو مُبيَّن في الشكل رقم (١٢،١).

على الرغم من أنه من السهل تفسير وتقدير نموذج الاحتمال الخطِّي، إلَّا أن الرسم البياني يُشير بشكل مُباشر إلى وجود مُشكلة مع هذه الإعدادات، فبالنسبة لأيَّة شركة تكون قيمتها أقل من ٢٥ مليون دولار، يكون احتمال دفع الأرباح المتنبَّأ به من النموذج سالبًا، في المقابل، كل شركة تتجاوز قيمتها ٨٨ مليون دولار، يكون هذا الاحتمال أكبر من واحد، من الواضح أنه لا يُمكن السماح بالاحتفاظ بهذه التنبؤات؛ لأن الاحتمالات يجب أن تكون داخل النطاق (٠،١)، الحل الواضح لهذه المشكلة هو اقتطاع الاحتمال عند ٠ أو ١، بحيث إذا كان الاحتمال يُساوي -٣, ٠ مثلًا نُحدِّد القيمة صفرًا للاحتمال، وإذا كان هذا الأخير ٢, ١ مثلًا فإننا نُرجِع القيمة ١ للاحتمال، غير أن هناك سببين يجعلان من هذا الحل حلًّا غير مُلائم:



الشكل رقم (١, ١٢) العيب الفادح لنموذج الاحتمال الخطِّي.

(١) ينتج عن عمليَّة الاقتطاع هذه العديد من المشاهدات التي تكون احتمالاتها المقدَّرة إمَّا صفرًا أو واحدًا صحيحًا.

(٢) والأهم من ذلك هو أنه -ببساطة- من غير المقبول القول بأن احتمال دفع الشركة لأرباح يكون إمَّا صفرًا أو واحدًا صحيحًا، فهل نحن فعلًا مُتأكدون من أن الشركات الصغيرة جدًّا لن تدفع أبدًا أرباحًا، وبأن الشركات الكبيرة سوف تدفع دومًا؟ الإجابة هي: ربما لا، لذلك عادة ما يُستخدم نوع مختلف من النماذج للمتغيِّرات التابعة الثنائيَّة، وهي إمَّا التوصيف لوجيت أو التوصيف بروبيت، سوف تُناقش هذه النُّهُج في الأقسام التالية، لكن من الجدير بالذكر قبل ذلك أن نموذج الاحتمال الخطِّي يُعاني أيضًا من بعض مشاكل الاقتصادي القياسي الأكثر تعارُفًا، والتي قُمنا بدراستها في الفصول السابقة، في البداية، وبما أن المتغيِّر التابع لا يأخذ سوى قيمة واحدة أو قيمتين، وذلك مهما كانت قيم المتغيِّرات المفسِّرة (والتي تكون ثابتة في العيِّنات المتكررة)، فإن حد الاضطراب سوف يأخذ كذلك قيمة واحدة فقط من القيمتين[1]، نتناول الآن مجددًا المعادلة رقم (١،١٢)، إذا كان $y_i = 1$ فإن u_i بحكم تعريفها تُساوي:

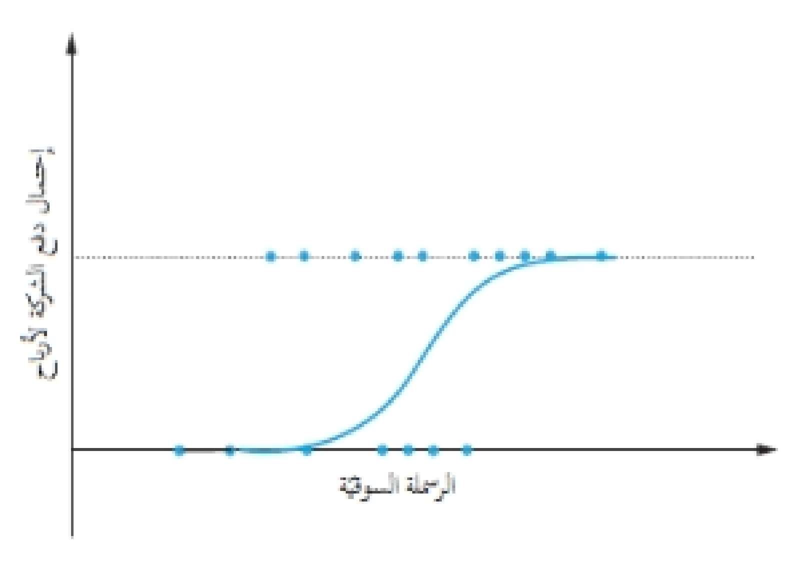
$$u_i = 1 - \beta_1 - \beta_2 x_{2i} - \beta_3 x_{3i} - \cdots - \beta_k x_{ki}.$$

لكن إذا كان $y_i = 0$ فإن:

$$u_i = -\beta_1 - \beta_2 x_{2i} - \beta_3 x_{3i} - \cdots - \beta_k x_{ki}.$$

(١) ملاحظة: تُشير المناقشة إلى الاضطراب u_i بدلًا من الباقي $\hat{u}_i$.

وبالتالي من غير المعقول افتراض أن حد الخطأ مُوزَّع طبيعيًّا، وبما أن u_i يتغيَّر بشكل مُنتظم مع تغيُّر المتغيِّرات المفسِّرة فإن الاضطرابات سوف تكون أيضًا مُختلفة التباين، لذلك من الضروري في إطار نماذج المتغيِّر التابع المحدود استخدام أخطاء معياريَّة حصينة ضد تفاوت التباين.



الشكل رقم (٢ , ١٢) النموذج لوجيت.

٣ , ١٢ النموذج لوجيت

(The logit model)

باستطاعة كلٍّ من النموذج لوجيت والنموذج بروبيت التغلب على أوجه قصور نموذج الاحتمال الخطِّي المتمثِّلة في إمكانيَّة إنتاجه لاحتمالات مُقدَّرة سالبة أو أكبر من واحد، ويكون ذلك عن طريق استخدامهما لدالة تقوم على نحو فعَّال بتحويل نموذج الانحدار بحيث تكون القيم المجهَّزة من النموذج داخل المجال (٠,١)، بمجرَّد النظر يظهر نموذج الانحدار المجهَّز على شكل S بدلًا من خط مُستقيم كما هو الحال في نموذج الاحتمال الخطِّي، وهذا ما يظهر في الشكل رقم (٢ , ١٢).

تكون الدالة اللوجستية F، والتي هي دالة لأيِّ متغيِّر عشوائي z، كما يلي:

$$F(z_i) = \frac{e^{z_i}}{1+e^{z_i}} = \frac{1}{1+e^{-z_i}} \qquad (٣،١٢)$$

حيث يُمثِّل e أس للأساس الطبيعي في إطار الأسلوب لوجيت، يُسمَّى هذا النموذج هكذا لأن الدالة F هي في الواقع التوزيع اللوجستي المتراكم، لذا يكون النموذج لوجيت المقدَّر كما يلي:

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_1+\beta_2 x_{2i}+\beta_3 x_{3i}+\cdots+\beta_k x_{ki}+u_i)}} \qquad (٤،١٢)$$

حيث تُمثِّل P_i مرَّة أخرى احتمال $y_i = 1$.

تُمثِّل القيم ٠ و ١ في النموذج اللوجستي القيم المقاربة للدالة، وبالتالي فإن الاحتمالات لن تنزل إلى صفر صحيح، ولن تصل إلى واحد حتى وإن اقتربت إلى حد كبير من هذه القيم، كُلما مال z_i في المعادلة رقم (٣،١٢) إلى اللانهاية كُلما مال e^{-z_i} إلى صفر و $1/(1+e^{-z_i})$ إلى ١، وكلما مال z_i إلى اللانهاية السالبة كلما مال e^{-z_i} إلى اللانهاية و $1/(1+e^{-z_i})$ إلى ٠.

ومن الواضح أن هذا النموذج ليس بالنموذج الخطِّي (ولا يمكن تحويله إلى نموذج خطِّي)، وبالتالي لا يمكن تقديره باستخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة، وإنما تستخدم عادة الإمكان الأعظم، وهذا ما سوف يُناقش في القسم ١٢،٧ وبمزيد من التفصيل في مُلحق هذا الفصل.

١٢ , ٤ استخدام النموذج لوجيت لاختبار فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل

(Using a logit to test the pecking order hypothesis)

يتناول هذا القسم دراسة فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل المقترحة من قِبَل هيلويج وليانغ (١٩٩٦) ((Helwege Liang 1996)). تُشير نظرية تمويل الشركات أن الشركات يجب أن تستخدم في المقام الأوَّل أرخص الطرق لتمويل أنشطتها (أي مصادر الأموال التي تتطلب دفع أدنى معدلات عائد للمستثمرين)، والانتقال إلى أساليب أكثر تكلفة فقط عندما تستنفد المصادر الأقل تكلفة، يُعرف هذا باسم 'فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل' المقترحة في البداية من قِبَل مايرز (١٩٨٤) ((Myers (1984))، يُزعَم أن الاختلافات في التكلفة النسبية لمصادر التمويل المختلفة تنشأ إلى حد كبير عن عدم تماثُل المعلومات؛ نظرًا لأن كبار المديرين في الشركة يعرفون المخاطر الحقيقية للأعمال التجارية، على خلاف المستثمرين الخارجيين المحتملين[٢]، وبالتالي بافتراض تَساوي جميع العوامل الأخرى، تُفضِّل الشركات التمويل الداخلي، ثم عند الحاجة إلى التمويل إضافي (خارجي) فإن درجة مُخاطرة الشركة سوف تُحدِّد نوع التمويل المطلوب، وكلما كانت الشركة تتَّسم بمخاطرة أكبر كلَّما كان تسعير أوراقها الماليَّة أقل دقة.

قام كل من هيلويج وليانغ (١٩٩٦) بدراسة فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل في سياق مجموعة من الشركات الأمريكية التي تم إدراجها مُؤخَّرًا في سوق الأسهم سنة ١٩٨٣، مع تتبُّع لقراراتها فيما يخص التمويل الإضافي خلال الفترة الممتدَّة بين ١٩٨٤ و ١٩٩٢، يُذكر أن هذه الشركات المدرجة حديثًا تشهد معدلات نمو أعلى، وأنها أكثر عُرضة لطلب تمويل خارجي إضافي من الشركات المدرجة في سوق الأسهم لسنوات عديدة، ومن الأرجح كذلك أن هذه الشركات تُبدي عدم تماثُل في المعلومات بسبب افتقارها لسجل أداء، هذا وتأتي قائمة الاكتتابات العامة الأولية من مُؤسسة بيانات الأوراق الماليَّة ومن هيئة الأوراق الماليَّة والبورصات، ويتم الحصول على البيانات من قاعدة البيانات كومبوستات (Compustat).

يتمثَّل أحد الأهداف الأساسية لورقة هيلويج وليانغ في تحديد العوامل التي تُؤثر على احتمال زيادة التمويل الخارجي، لذلك يكون المتغيِّر التابع متغيِّرًا ثُنائيًّا، أي عمود تكون عناصره إمَّا واحدًا (عند الحصول على تمويل من مصادر خارجيَّة) أو صفرًا (عندما لا تتحصَّل الشركة على أية أموال من مصادر خارجيَّة)، وبالتالي لن تكون طريقة المربعات الصغرى العاديَّة مُناسبة، ولذلك يُستخدم النموذج لوجيت، هذا وتكون المتغيِّرات المفسِّرة عبارة عن مجموعة متغيِّرات تهدف إلى التقاط الدرجة النسبية لعدم تماثل المعلومات ودرجة المخاطرة المرتبطة بالشركة، إذا كانت البيانات تُؤيد فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل فإنه كلما كانت الشركات أكثر عُرضة لزيادة التمويل الخارجي، نقصت لديها السيولة الداخليَّة التي تحتفظ بها، وهكذا يقيس متغيِّر 'العجز' (النفقات الرأسماليَّة+الاستحواذات+الأرباح الموزَّعة−الأرباح)، أمَّا متغيِّر 'العجز الإيجابي' فهو مُماثل لمتغيِّر العجز لكن نعطي لكُل عجز سلبي (أي الفوائض) القيمة صفر، وفيما يخص متغيِّر 'الفائض' فهو يُساوي سالب العجز، وذلك للشركات التي لديها عجز سلبي ومتغيِّر "العجز الإيجابي x إيرادات التشغيل" هو عبارة عن حد تفاعل حيث يُضرب المتغيِّران ببعضهما لضبط الحالات التي تتمتع فيها

(٢) "يكون لدى المدراء معلومات خاصة بشأن قيمة الأصول القائمة والفرص الاستثماريَّة، وهي معلومات لا يُمكن إبلاغها إلى السوق بمصداقيَّة، وبناء على ذلك -ومن وجهة نظر المدير- لن يتم تسعير أي ورقة ماليَّة محفوفة بالمخاطر مُقدَّمة من الشركة بشكل نزيه"(هيلويج وليانغ، ص ٤٣٨).

الشركات بفرص استثمارية قوية غير أن اعتماداتها الداخليَّة محدودة، "الأصول" هي متغيِّر يُستخدم كقياس لحجم الشركة و"نمو الأصول في القطاع" هو مُتوسِّط نسبة نُمو الأصول في القطاع الذي تنتمي إليه الشركة خلال الفترة بين ١٩٨٣ و ١٩٩٢، أخيرًا، يرمُز المتغيِّر 'نُمو مبيعات الشركة' إلى مُتوسِّط مُعدَّل نُمو المبيعات خلال السنوات الخمس الأخيرة، و"التمويل السابق" هو عبارة عن متغيِّر وهمي يُساوي ١ للشركات التي تحصَّلت على تمويل خارجي خلال السنة السابقة، هذا وتَرِد نتائج انحدار النموذج لوجيت في الجدول رقم (١ , ١٢).

الجدول رقم (١ , ١٢) تقدير لوجيت لاحتمال التمويل الخارجي

المتغيِّر	(١)	(٢)	(٣)
المقطع	٠,٢٩- (٣,٤٢-)	٠,٧٢- (٧,٠٥-)	٠,١٥- (١,٥٨-)
العجز	٠,٠٤ (٠,٣٤)	٠,٠٢ (٠,١٨)	
العجز الإيجابي			٠,٢٤- (١,١٩-)
الفائض			٢,٠٦- (٣,٢٣-)
العجز الإيجابي x إيرادات التشغيل			٠,٠٣- (٠,٥٩-)
الأصول	٠,٠٠٠٤ (١,٩٩)	٠,٠٠٠٣ (١,٣٦)	٠,٠٠٠٤ (١,٩٩)
نُمو مبيعات الشركة	٠,٠٠٢- (١,٧٠-)	٠,٠٠٢- (١,٣٥-)	٠,٠٠٢- (١,٦٩-)
التمويل السابق		٠,٧٩ (٨,٤٨)	

ملاحظة: تدل الخليَّة الفارغة على أن المتغيِّر المعني لم يُدرج في ذلك الانحدار؛ بين قوسين النسب ت؛ لم تُعرض سوى الأرقام لجميع السنوات في العيِّنة.

المصدر: هيلويج وليانغ (١٩٩٦)، أُعيد نشره بإذن من إلسيفر (**Elsevier**).

للمتغيِّر الرئيس "العجز" معلمة غير معنويَّة إحصائيًّا، وبالتالي فإن احتمال الحصول على تمويل خارجي لا يعتمد على حجم العجز النقدي للشركة[٣]، ولمعلمة متغيِّر 'الفائض' علامة صحيحة سالبة ممَّا يُشير إلى أنه كلَّما زاد فائض الشركة كلَّما قلَّ

(٣) هناك تفسير بديل كما في الحالات المماثلة في إطار نموذج الانحدار العادي، وهو أن الاحتمال يختلف اختلافًا كبيرًا من شركة لأخرى باختلاف حجم العجز النقدي بحيث تكون الأخطاء المعياريَّة كبيرة مُقارنة بتقدير النقطة.

احتمال حصولها على تمويل خارجي، وهو ما يدعم بطريقة محدودة فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل، وتتَّجه الشركات الأكبر (التي تمتلك أصولًا أكبر) أكثر إلى استخدام أسواق رأس المال، وكذلك الشركات التي حصلت فعلًا على تمويل خارجي خلال السنة السابقة.

١٢,٥ النموذج بروبيت

(The probit model)

عوضًا عن استخدام الدالة اللوجستيَّة التراكمية لتحويل النموذج يُستخدم أحيانًا التوزيع الطبيعي التراكمي كبديل عن ذلك، وهكذا نتحصَّل على النوذج بروبيت، تُعوَّض الدالة F في المعادلة رقم (١٢،٣) بـ:

$$F(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z_i} e^{-\frac{z_i^2}{2}}dz \qquad (١٢،٥)$$

تُعتبر هذه الدالَّة دالة التوزيع التراكمي لمتغيِّر عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري، وكما في حالة النهج اللوجستي، تُوفِّر هذه الدالة تحويلًا يضمن أن الاحتمالات المجهَّزة من النموذج تتراوح بين صفر وواحد، وكذلك على غرار النموذج لوجيت، فإن الأثر الحدِّي للتغيُّر بوحدة واحدة في المتغيِّر المفسِّر، x_{4i} على سبيل المثال، سوف يُعطى بـ $\beta_4 F(z_i)$ حيث يُمثِّل β_4 المعلمة المرتبطة بـ x_{4i} و $z_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + u_i$.

١٢,٦ الاختيار بين النموذج لوجيت والنموذج بروبيت

(Choosing between the logit and probit models)

بالنسبة لغالبية التطبيقات تُعطي نماذج لوجيت وبروبيت توصيفات مُشابهة جدًّا لخصائص البيانات، ويرجع ذلك لكون كثافتهما مُتشابهة إلى حد بعيد، بعبارة أخرى، لا يُمكن عمليًّا التمييز بين الرسوم البيانيَّة للانحدارات المجهَّزة من النماذج لوجيت وبروبيت (الشكل رقم (١٢,٢) على سبيل المثال)، كما أن العلاقات الضمنيَّة بين المتغيِّرات المفسِّرة واحتمال أن يكون $y_i = 1$ مُتشابهة جدًّا، كما أن كلا النهجين – وإلى حد كبير– يُفضَّلان على نموذج الاحتمال الخطِّي، أمَّا الحالة الوحيدة التي يُمكن أن تُعطي فيها النماذج لوجيت وبروبيت نتائج مُختلفة بقدر لا يُستهان به، فهي عندما يكون توزيع قيم y_i بين صفر وواحد غير مُتوازن للغاية؛ على سبيل المثال عندما يحدث $y_i = 1$ فقط في ١٠٪ من الحالات.

يُشير ستوك وواتسون (٢٠٠٦) إلى أنه يُفضَّل عادة النهج اللوجستي؛ لأن الدالة التي يتضمَّنها لا تتطلب تقديرًا للتكامل، وبالتالي يُمكن تقدير معلمات النموذج بشكل أسرع، غير أن هذا السبب لم يَعُدْ قائمًا نظرًا للسرعات الحاسوبيَّة المتحصَّل عليها الآن، وأصبح اختيار توصيف بدلًا من الآخر يتم الآن عادة بطريقة اعتباطيَّة.

١٢,٧ تقدير نماذج المتغيِّر التابع المحدود

(Estimation of limited dependent variable models)

بالنظر إلى أن النموذج لوجيت والنموذج بروبيت كلاهما غير خطِّي لذلك لا يُمكن تقديرهما باستخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة، ورغم أنه يُمكن مبدئيًّا تقدير المعلمات باستخدام المربعات الصغرى غير الخطِّية إلَّا أن الإمكان الأعظم يُعتبر أبسط

ويُستخدم بصورة مُنتظمة في الممارسة العمليّة، وكما نُوقش في الفصل ٩، فإن مبدأ الإمكان الأعظم يتمثّل في اختيار المعلمات التي تعظّم معاً دالة لوغاريتم الإمكان، سوف يعتمد شكل هذه الدالة على ما إذا كان النموذج المستخدم هو النموذج لوجيت أم النموذج بروبيت، لكن المبادئ العامة لتقدير المعلمات الموصوفة في الفصل ٩ تظل قائمة، وهذا يعني أننا نُعِدُّ دالة لوغاريتم الإمكان المناسبة ثم تتكفّل حزم البرمجيات بإيجاد قيم المعلمات التي تعظّم معًا هذه الدالة باستخدام طريقة بحث تكراريّة، كما يرد في مُلحق هذا الفصل اشتقاق لمقدّر الإمكان الأعظم (ML) للنماذج لوجيب وبروبيت، هذا ويعرض الإطار رقم (١ ,١٢) كيفيّة تفسير المعلمات المقدَّرة المتحصَّل عليها من النماذج لوجيب وبروبيت.

بمجرّد الانتهاء من تقدير معلمات النموذج يُمكن حساب الأخطاء المعياريّة، وإجراء اختبارات الفرضيات، وعلى الرغم من أنه يتم إنشاء إحصاءات الاختبار تي بالطريقة المعتادة، إلّا أن تقدير صيغ الأخطاء المعيارية تتبع تقدير الإمكان الأعظم فقط في حالة عدم التماثل، وبناء على ذلك من الشائع استخدام القيم الحرجة للتوزيع الطبيعي بدلًا من القيم الحرجة للتوزيع تي مع الافتراض ضمنيًّا أن حجم العيّنة كبيرًا بما فيه الكفاية.

الإطار رقم (١ ,١٢) تفسير معلمات النماذج لوجيت

يتم حساب الأخطاء القياسية والنسب تي (t-ratios) تلقائيًّا من خلال حزم برمجيات الاقتصاد القياسي المستخدمة، كما يُمكن إجراء اختبارات الفرضيات بالطريقة المعتادة. غير أن تفسير المعاملات يحتاج إلى عناية طفيفة. فقد يستسهل البعض بطريقة خاطئة القول إن الزيادة بوحدة واحدة في x_{2i} على سبيل المثال تُسبِّب زيادة بـ β_2٪ في احتمال أن النتيجة المقابلة لـ $y_i = 1$ سوف تتحقّق. يُعتبر هذا التفسير صحيحًا إذا كان النموذج هو نموذج الاحتمال الخطّي.

غير أن هذا التفسير ليس صحيحًا في حالة نماذج لوجيت لأن شكل الدالة ليس على سبيل المثال $P_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + u_i$ وإنما $P_i = F(\beta_1 + \beta_2 x_{2i} + u_i)$، حيث يُمثّل F الدالة (غير الخطّية) اللوجستيّة. للحصول على العلاقة المطلوبة بين تغيّرات x_{2i} وتغيّرات P_i، نحتاج إلى القيام بتفاضل الدالة F بالنسبة إلى x_{2i} ويتبيّن أن هذه المشتقّة ليست سوى $\beta_2 F(x_{2i})(1 - F(x_{2i}))$. لذلك وفي الواقع فإن زيادة بوحدة واحدة في x_{2i} سوف تُسبِّب زيادة في الاحتمال بـ $\beta_2 F(x_{2i})(1 - F(x_{2i}))$. هذا ويتم عادة تقييم تأثيرات هذه التغيّرات الإضافيّة في المتغيّر المفسَّر من خلال تحديد كل واحد منها بقيمته المتوسّطة. لنفترض على سبيل المثال أننا قُمنا بتقدير النموذج لوجيت التالي الذي يضم ثلاث متغيّرات مفسّرة باستخدام الإمكان الأعظم:

$$\hat{P}_i = \frac{1}{1+e^{-(0.1+0.3x_{2i}-0.6x_{3i}+0.9x_{4i})}} \quad (٦،١٢)$$

وهكذا تكون $\hat{\beta}_1 = 0{,}1$، $\hat{\beta}_2 = 0{,}3$، $\hat{\beta}_3 = -0{,}6$ و $\hat{\beta}_4 = 0{,}9$. نحتاج الآن إلى حساب $F(z_i)$ الذي يتطلّب بدوره مُتوسّطات المتغيّرات المفسِّرة وحيث يُعرّف z_i كما في السابق. لنفترض أن هذه المتوسّطات هي: $\bar{x}_2 = 1{,}6$، $\bar{x}_3 = 0{,}2$، $\bar{x}_4 = 0{,}1$، وهكذا نتحصّل على القيمة المقدّرة لــــ $F(z_i)$:

$$\hat{P}_i = \frac{1}{1+e^{-(0.1+0.3x1.6-0.6x0.2+0.9x0.1)}} = \frac{1}{1+e^{-0.55}} = 0.63 \qquad (٧،١٢)$$

وبالتالي فإن الزيادة بوحدة واحدة في x_2 سوف تُسبّب زيادة في احتمال أن النتيجة المقابلة لــ $y_i = 1$ سوف تتحقّق بـــ: ٠,٣ × ٠,٦٣ × ٠,٣٧ = ٠,٠٧. وتكون التغيّرات المقابلة في الاحتمال للمتغيّرات x_3 و x_4 على التوالي -٠,٦ × ٠,٦٣ × ٠,٣٧ = -٠,١٤ و ٠,٩ × ٠,٦٣ × ٠,٣٧ = ٠,٢١. تُعرف هذه القيم المقدّرة أحيانًا *بالآثار الهامشيّة* (Marginal Effects).

كما أنه توجد طريقة أخرى لتفسير نماذج الاختيار المنفصل (Discrete Choice Models) تُعرف بنموذج المنفعة العشوائيّة. تتمثّل الفكرة في أنه يُمكن اعتبار قيمة y التي يختارها الفرد i (سواء ٠ أو ١) على أنها القيمة التي تمنح ذلك الفرد مُستوى مُعيّن من المنفعة. ومن الواضح أن الخيار المتّخذ سوف يكون الخيار الذي يُولّد أعلى مُستوى من المنفعة. يُعتبر هذا التفسير مُفيدًا بوجه خاص في الحالات التي يُواجه فيها الشخص الاختيار بين أكثر من احتمالين كما في القسم ١٢, ٩ أدناه.

١٢,٨ مقاييس جودة التوفيق لنماذج المتغيِّر التابع الخطِّية

(Goodness of fit measures for linear dependent variable models)

بالنسبة لنماذج المتغيِّر التابع الخطِّية، وعلى الرغم أنه من الممكن حساب مقاييس جودة التوفيق العاديَّة مثل مجموع مربعات البواقي (RSS)، R^2 أو $\bar{R}^2$ إلَّا أن قيم هذه المقاييس تفقد دلالتها الحقيقيَّة، فهدف الإمكان الأعظم هو تعظيم قيمة لوغاريتم دالة الإمكان، وليس تصغير مجموع مربعات البواقي، كما أن R^2 و R^2 المعدَّل ستكون مقاييس مُضلِّلة في حالة ما حُسِبت بالطريقة المعتادة، وذلك لأن القيم المُجهَّزة من النموذج يُمكن أن تتَّخذ أيَّة قيمة، في حين أن القيم الحقيقيَّة تقتصر على القيمتين ٠ و ١. لتوضيح ذلك، لنفترض أننا بصدد دراسة إمكانيَّة موافقة بنك على منح قرض ($y_i = 1$) من عدمه ($y_i = 0$)، فهل $\hat{P}_i = 0.8$ على سبيل المثال يعني الموافقة على تقديم القرض أم لا؟ بهدف الإجابة عن هذا السؤال نقوم أحيانًا بتقريب أيَّة قيمة لـــ $\hat{P}_i$ تكون أكبر من ٠,٥ إلى واحد وتقريب أيَّة قيمة لـــ $\hat{P}_i$ تكون أصغر من ٠,٥ إلى صفر، غير أنه من المستبعد أن يعمل هذا النهج بشكل جيِّد في حالة كانت مُعظم مُشاهدات المتغيِّر التابع مُساوية لواحد أو مُساوية لصفر، من المنطقي في مثل هذه الحالات استخدام الاحتمال غير الشرطي أن $y_i = 1$ (ولنُسمِّ ذلك $\bar{y}$) كعتبة بدلًا من ٠,٥، لذلك وعلى سبيل المثال، إذا كان $y_i = 1$ فقط في ٢٠٪ من المشاهدات (وبالتالي $\bar{y} = 0.2$) فإننا نعتبر أن النموذج قد توقَّع بشكل صحيح بالنتيجة المتعلِّقة بها إذا كان البنك سيقدم قرضًا للعميل عندما يكون $\hat{P}_i > 0.2$ و $y_i = 1$ أو $\hat{P}_i < 0.2$ و $y_i = 0$.

وهكذا إذا كان $y_i = 1$ و $\hat{P}_i = 0.8$، فإن النموذج عمليًّا قام بالتنبؤ الصحيح (سواء تم منح القرض أو رفضه - لا يمكن أن يكون لدينا أيّة نتيجة أخرى)، بينما لا يرجع الفضل في الوصول إلى هذه النتيجة إلى R^2 أو $\bar{R}^2$، هناك مقياسان لجودة التوفيق يُشار إليهما عادة لنماذج المتغيِّر التابع المحدود، وهما كالتالي:

(١) النسبة المئوية لقيم y_i التي تم توقُّعها بشكل صحيح، والتي تُعرف بأنها ١٠٠× عدد المشاهدات المتوقَّعة بشكل صحيح مقسومًا على العدد الإجمالي للمشاهدات:

$$\text{Percent correct predictions} = \frac{100}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i I(\hat{P}_i) + (1-y_i)\left(1 - I(\hat{P}_i)\right) \qquad (٨،١٢)$$

حيث إن 'Percent correct predictions' تعني النسبة المئوية للتنبؤات الصحيحة و $I(\hat{y}_i) = 1$ إذا كان $\hat{y}_i > \bar{y}$ وصفر خلاف ذلك.

من الواضح أنه كلَّما كان هذا العدد مُرتفعًا كلَّما كان تناسُب النموذج للبيانات أفضل، وعلى الرغم من أن هذا المقياس يتَّسم بسهولة الاستخدام والحساب، إلَّا أن كينيدي (٢٠٠٣، ص ٢٦٧) أشار إلى أنَّه لا يُعتبر المقياس الأمثل بما أنه من الممكن أن يكون 'المتنبئ الساذج' أفضل من أيِّ نموذج إذا كانت العيِّنة غير مُتوازنة بين القيمتين ٠ و ١، على سبيل المثال، لنفترض أنَّنا نتحصَّل على $y_i = 1$ لـ ٨٠٪ من المشاهدات، من المرجَّح أن تتفوق القاعدة البسيطة التي تتنبؤ دائمًا بـ ١ على أيِّ نموذج أكثر تعقيدًا، لكن من غير المحتمل أن تكون هذه القاعدة مُفيدة جدًّا، هذا واقترح كينيدي (٢٠٠٣، P. 267) قياس جودة التوفيق بجمع النسبة المئوية للتنبؤات الصحيحة لـ $y_i = 1$ مع النسبة المئوية للتنبؤات الصحيحة لـ $y_i = 0$، يُمكن حساب ذلك جبريًّا كالتالي:

$$\text{Percent correct predictions} = 100 \text{ x } \left[\frac{\sum y_i I(\hat{P}_i)}{\sum y_i} + \frac{\sum(1-y_i)(1-I(\hat{P}_i))}{N - \sum y_i}\right] \qquad (٩،١٢)$$

مرَّة أخرى، كلَّما كان هذا العدد مُرتفعًا كلَّما كان تناسب النموذج للبيانات أفضل.

(٢) مقياس يُعرف بـ '$\text{pseudo-}R^2$' ويُعرَّف كالتالي:

$$\text{pseudo} - R^2 = 1 - \frac{LLF}{LFF_0} \qquad (١٠،١٢)$$

حيث يُشير LLF إلى القيمة المعظَّمة للوغاريتم دالة الإمكان للنموذج لوجيت وبروبيت، ويُمثِّل LFF_0 قيمة لوغاريتم دالة الإمكان للنموذج المقيَّد أين تُحدَّد كل قيم معلمات الميل بصفر (أي أن النموذج لا يضم سوى مقطع)، على غرار R^2 المعتاد، تكون قيمة $\text{pseudo-}R^2$ صفر للنموذج المقيَّد، لكن تقف أوجه التشابه بينهما عند هذا الحد، وبما أن الإمكان هو في الأساس احتمال مُشترك فيجب أن تكون قيمته بين صفر وواحد، وبالتالي سوف يُؤدي تطبيق اللوغاريتم الذي نقوم به للحصول على لوغاريتم دالة الإمكان إلى عدد سالب، وهكذا كلَّما تحسَّنت مُلاءمة النموذج للبيانات كلَّما أصبحت دالة لوغاريتم الإمكان أقل سلبيَّة، وبالتالي ترتفع قيمة $\text{pseudo-}R^2$، ولا يمكن بلوغ القيمة القصوى، أي واحد، إلَّا إذا كان النموذج يتناسب تمامًا مع البيانات (أي أن كل قيم $\hat{P}_i$ تكون إمَّا صفرًا أو واحدًا صحيحًا مثل القيم الفعلية)، وهذا لا يمكن أن يحدث في الواقع، وبالتالي فإن القيمة القصوى لـ $\text{pseudo-}R^2$ تكون أقل من واحد، كما تفقد التفسير البسيط لـ R^2 المعتاد الذي يقيس نسبة التغيُّر في المتغيِّر التابع الذي يُفسره النموذج، ففي الواقع، يفتقر $\text{pseudo-}R^2$ إلى أيِّ تفسير بديهي.

هذا التعريف لـ pseudo-R^2 يُعرف أيضًا بـ McFadden's R^2، بل ومن الممكن أيضًا الإشارة إلى هذا المقياس بطرق أخرى، فمن الممكن على سبيل المثال تعريف pseudo-R^2 على أنه $[1-(RSS/TSS)]$ حيث يُمثِّل RSS مجموع مربعات البواقي من النموذج المُجهَّز و TSS المجموع الكلي لمربعات y_i.

٩ , ١٢ المتغيِّرات التابعة الخطِّية مُتعدِّدة الحدود

(Multinomial linear dependent variables)

جميع الأمثلة التي تم تناولها حتى الآن في هذا الفصل تتعلق بحالات تمت فيها نمذجة المتغيِّر التابع كاختيار ثنائي (Binary Choice) (٠،١)، في المقابل هناك أيضًا العديد من الحالات التي يجد فيها المستثمرون والوكلاء الماليون أنفسهم أمام العديد من البدائل، فعلى سبيل المثال يُمكن إدراج شركة في بورصة نيويورك أو بورصة ناسداك أو بورصة الأسهم الأمريكيَّة، يجوز للشركة التي تعتزم الاستيلاء على شركة أخرى أن تختار الدفع إمَّا نقدًا أو بالأسهم، أو بمزيج من الاثنين معًا، يمكن لمستثمر صغير الاختيار بين خمسة صناديق استثمار مُختلفة، يُمكن لهيئة التصنيف الائتماني إسناد أحد التصنيفات الستة عشر المختلفة (من AAA إلى B3/B-) لديون شركة ما.

نُشير إلى أن الثلاثة أمثلة الأولى تختلف عن المثال الأخير، ففي الحالات الثلاث الأولى لا يُوجد ترتيب طبيعي للبدائل، فيقع الخيار ببساطة على أحد هذه البدائل، أمَّا في الحالة الأخيرة فهناك ترتيب واضح للبدائل؛ لأن الدرجة ١ التي تُشير إلى السندات المصنَّفة AAA أفضل من الدرجة ٢ التي تُشير إلى السندات المصنَّفة +AA1/AA وهكذا (انظر القسم ٥، ١٥ من الفصل ٥)، وهكذا يتعين التمييز بين هاتين الحالتين، واتباع نهج مُختلف في كل حالة، يُستخدم في الحالة الأولى (أي عندما لا يكون هناك ترتيب طبيعي) النموذج لوجيت أو النموذج بروبيت مُتعدِّد الحدود (Multinomial Probit)، بينما يُستخدم في الحالة الثانية (أي عند وجود ترتيب) النموذج لوجيت أو النموذج بروبيت المرتَّب، سوف نُناقش في القسم التالي هذه الحالة الأخيرة، أمَّا الآن فسوف نتطرَّق إلى النماذج متعدِّدة الحدود.

عندمـا تكون البدائـل غير مُرتبـة، فهذا يُسمَّى أحيـانًا *الاختيار المنفصل* أو مشكلة *الاختيار المتعدِّد*، تُستمد النماذج المستخدمـة من مبادئ تعظيم المنفعة، أي أن الفرد يختار البديل الذي يُعظِّم منفعته مُقارنة بالبدائل الأخرى، من منظور اقتصادي قياسي، يتم ذلك من خلال استخدام تعميم بسيـط للتركيب الثنـائي المنـاقش سـابقًا، عندما يكون لدينا خيارين فقط (٠،١) فإننا لا نحتاج سوى لمعادلة واحدة لمعرفة احتمال اختيار أحد البديلين، إذا كان الآن لدينا ثلاثة بدائل، فسوف نحتاج لمعادلتين، أمَّا إذا كان بحوزتنا أربعة بدائل، فسوف نحتاج إلى ثلاث مُعادلات، بشكل عام، إذا كان عدد الخيارات البديلة الممكنة m فإن عدد المعادلات التي نحتاجها هو $m-1$.

يُمكن أن تُوضَّح هذه الحالة بطريقة أفضل من خلال البداية بدراسة نموذج الاحتمال الخطيِّ متعدِّد الحدود، يظل هذا النموذج بطبيعة الحال يُعاني من نفس أوجه القصور التي تجدها في الحالة الثنائيَّة (أي نفس المشاكل التي نجدها في نموذج الاحتمال الخطِّي)، ورغم ذلك فإنه يصلح كمثال بسيط يكون مُقدِّمة للمناقشة[٤]، هذا ويُمثِّل اختيار وسيلة التنقُّل للذهاب إلى مقر العمل المثال الأكثر شيوعًا لاستخدام نموذج الاختيار المتعدِّد[٥]، لنفترض أن التنقل إلى مقر العمل يكون إمَّا بالسيارة أو بالحافلة، أو

(٤) قام هالكوسيس (٢٠٠٥، الفصل ١٢) (Halcoussis (2005, chapter 12)) بتفسير النماذج متعدِّدة الحدود بوضوح من خلال أمثلة بديهيَّة.

(٥) استُخدم هذا المثال التوضيحي على سبيل المثال من قبل جرين (٢٠٠٢) وكينيدي (٢٠٠٣).

بالدراجة (ثلاثة بدائل)، ولنفترض أيضًا أن المتغيِّرات المفسِّرة هي دخل الفرد (I)، إجمالي ساعات العمل (H)، جنس الفرد (G) والمسافة المقطوعة (D)[٦]، يُمكننا إعداد معادلتين:

$$BUS_i = \alpha_1 + \alpha_2 I_i + \alpha_3 H_i + \alpha_4 G_i + \alpha_5 D_i + u_i \quad (١١،١٢)$$

$$CAR_i = \beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_3 H_i + \beta_4 G_i + \beta_5 D_i + v_i \quad (١٢،١٢)$$

حيث $BUS_i = 1$ إذا كان الشخص i يتنقَّل بالحافلة، وصفر خلاف ذلك؛ $CAR_i = 1$ إذا كان الشخص i يتنقَّل بالسيارة، وصفر خلاف ذلك.

لا توجد مُعادلة للتنقُّل بالدراجة، والتي تُصبح بمثابة نُقطة مرجعية؛ لأنه إذا كانت المتغيِّرات التابعة في المعادلتين صفرًا فيجب أن يتنقَّل الشخص بالدراجة[٧]، في الواقع لسنا بحاجة إلى تقدير المعادلة الثالثة (مُعادلة التنقُّل بالدراجة) بما أنه يُمكن استخلاص كافة المعلومات من المعادلتين الأخريين، هذا ويُمكن تفسير القيم المقدَّرة من المعادلات على أنها احتمالات، لذلك إذا أضفنا إليها الاحتمال الثالث يجب أن تساوي معًا القيمة واحدًا، وبالتالي، إذا وجدنا لشخص ما i أن احتمال التنقُّل للعمل بالسيَّارة هو ٠,٤ واحتمال التنقُّل بالحافلة ٠,٣ فإن احتمال التنقُّل بالدراجة يجب أن يكون ٠,٣ (١ - ٠,٤ - ٠,٣)، كما يجب أن يكون مجموع المقاطع في المعادلات الثلاث (المعادلتان المقدَّرتان إضافة إلى المعادلة المحذوفة) مُساويًا لصفر فيما بين وسائل النقل الثلاث.

رغم أن الاحتمالات المقدَّرة سوف يكون مجموعها دائمًا واحدًا، وذلك بحكم طريقة إنشائها، كما هو الحال في الحالة ثُنائيَّة الحدود، إلَّا أنه لا شيء يضمن أن تكون هذه الاحتمالات بين ٠ و ١، فمن الممكن أن يكون احتمال أو أكثر أكبر من واحد أو سالبًا، وبهدف التنبؤ بوسيلة التنقُّل التي سوف يستخدمها شخص ما، وبالنظر إلى أن المعلمات في المعادلتين (١١،١٢) و (١٢،١٢) قد تم تقديرها، وعلى ضوء قيم المتغيِّرات المفسِّرة لذلك الشخص، فإن قيمة أكبر احتمال مُقدَّر تُعوَّض بواحد، وباقي الاحتمالات تصبح صفرًا، لذلك وعلى سبيل المثال إذا كانت الاحتمالات المقدَّرة لشخص ما ينتقل إمَّا بالسيارة أو بالحافلة أو بالدراجة هي ١,١ و ٠,٢ و -٠,٣ فإن هذه الاحتمالات يتم تقريبها إلى ١ و ٠ و ٠، وبالتالي فإن النموذج يتوقَّع أن هذا الشخص سوف يتنقَّل إلى مقرِّ عمله بالسيارة.

تمامًا مثلما أن لنموذج الاحتمال الخطِّي أوجه قصور هامَّة تجعل من النماذج لوجيت وبروبيت نماذج مُفضَّلة، فإنه ينبغي في إطار الخيارات المتعدِّدة استخدام النماذج لوجيت وبروبيت مُتعدِّدة الحدود، تُعتبر هذه النماذج تعميمات مُباشرة للحالات الثنائيَّة، وكما في حالة نماذج الاحتمال الخطِّي مُتعدِّدة الحدود فإنه يجب تقدير $m - 1$ مُعادلة حيث إن هناك m نتيجة أو اختيارًا مُحتملًا، هذا وتُصبح النتيجة التي لم تُقدَّر لها مُعادلة الخيار المرجعي، وبالتالي يجب تفسير قيم المعلمات المقدَّرة بطريقة مُختلفة قليلًا، لنفترض أن التنقُّل بالحافلة (B) أو بالسيارة (C) تُقدِّم منافع للشخص i تعتمد على الخصائص المذكورة أعلاه (I_i، H_i، G_i، D_i)، لذلك فإن اختيار السيارة يتم إذا كان لدينا:

$$(\beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_3 H_i + \beta_4 G_i + \beta_5 D_i + v_i) > (\alpha_1 + \alpha_2 I_i + \alpha_3 H_i + \alpha_4 G_i + \alpha_5 D_i + u_i) \quad (١٣،١٢)$$

بمعنى آخر، سوف يكون احتمال اختيار السيَّارة للتنقُّل أكبر من احتمال اختيار الحافلة إذا كانت المنفعة المتأتية من الذهاب بالسيارة أكبر، يُمكن إعادة كتابة المعادلة رقم (١٢،١٣) على النحو التالي:

---

(٦) ليكون هذا النهج سليمًا نُشير إلى أنه يجب استخدام نفس المتغيِّرات المفسِّرة في كل مُعادلة.

(٧) نفترض أن هذه الخيارات شاملة، ويستبعد كلٌّ منها الآخر، أي أنه لا يُمكن سوى اختيار طريقة واحدة من وسائل النقل!

$$(\beta_1 - \alpha_1) + (\beta_2 - \alpha_2)I_i + (\beta_3 - \alpha_3)H_i + (\beta_4 - \alpha_4)G_i + (\beta_5 - \alpha_5)D_i > (u_i - v_i) \quad (١٤،١٢)$$

إذا افترضنا أن u_i و v_i يتبعان بشكل مُستقل توزيعًا مُعيَّنًا فإن الفرق بينهما سوف يتبع التوزيع اللوجستي[٨]، يُمكننا إذًا كتابة:

$$P(C_i/B_i) = \frac{1}{1+e^{-z_i}} \quad (١٥،١٢)$$

أين يُمثِّل z_i الدالة على الجانب الأيسر من المعادلة رقم (١٤،١٢) أي $(\beta_1 - \alpha_1) + (\beta_2 - \alpha_2)I_i + \cdots$ ويُصبح التنقُّل إلى مقر العمل بالحافلة الفئة المرجعية، تُشير $P(C_i/B_i)$ إلى احتمال أن يختار الفرد i التنقُّل بالسيارة بدلًا من الحافلة.

تدل المعادلة رقم (١٥،١٢) على أن احتمال تفضيل اختيار السيارة على الحافلة يتوقف على الدالة اللوجستيَّة لفروق المعلمات التي تصف المنافع المتأتية من كل وسيلة من وسائل التنقُّل، لا نستطيع بطبيعة الحال تحصيل كلٍّ من β_2 و α_2 على سبيل المثال، وإنما نسترجع فقط الفارق بينهما (ولنُسَمِّ ذلك $\gamma_2 = \beta_2 - \alpha_2$)، تقيس هذه المعلمات تأثير التغيُّرات الهامشية في المتغيِّرات المفسِّرة على احتمال التنقُّل بالسيارة مُقارنة باحتمال التنقُّل بالحافلة، لاحظ أن الزيادة بوحدة واحدة في I_i سوف تُؤدي إلى زيادة بـ $\gamma_2 F(I_i)$ في الاحتمال وليس زيادة بـ γ_2؛ انظر إلى المعادلتين رقم (٥،١٢) و (٦،١٢) أعلاه، بالنسبة إلى هذه المسألة ثلاثيَّة الحدود هناك حاجة إلى مُعادلة أخرى تعتمد على سبيل المثال على فارق المنفعة بين التنقُّل بالدراجة والتنقّل بالحافلة، يتم تقدير هاتين المعادلتين في وقت واحد باستخدام الإمكان الأعظم.

وفيما يخص النموذج لوجيت مُتعدِّد الحدود يجب افتراض أن حدود الخطأ في المعادلتين (أي u_i و v_i في المثال أعلاه) مُستقلة، غير أن ذلك يُثير مُشكلة كلّما كان خياران أو أكثر مُتشابهين إلى حد كبير، تعرف هذه المشكلة باسم 'استقلالية البدائل غير الهامة'، لتوضيح ذلك، استخدم كينيدي (٢٠٠٣، ص ٢٧٠) مثالًا حيث أدرج خيارًا آخر للتنقل بالحافلة والشيء الوحيد الذي يختلف هو لون الحافلة، لنفترض أن الاحتمالات الأولى للتنقل بالسيارة، بالحافلة وبالدراجات هي ٠,٤ ، ٠,٣ و ٠,٣ ، إذا تم إدراج حافلة خضراء كوسيلة تنقل جديدة، بالإضافة إلى الحافلة الحمراء المتوفرة، فإننا نتوقع أن الاحتمال الإجمالي للتنقل بالحافلة يجب أن يبقى عند ٠,٣ وأن الركاب يجب أن يتقسموا بين نوعَي الحافلة (مثلًا كل نصف يستخدم حافلة من لون)، تَنتج هذه النتيجة من حقيقة أن اللون الجديد للحافلة ليس مهمًّا لأولئك الذين اختاروا فعلًا التنقل بالسيارة أو بالدراجة، لسوء الحظ، لن يكون النموذج لوجيت قادرًا على التقاط ذلك، وسوف يسعى للحفاظ على الاحتمالات النسبية للخيارات القديمة (وهي على التوالي ٤/ ١٠، ٣/ ١٠ و ٣/ ١٠)، سوف تصبح هذه الاحتمالات على التوالي ٤/ ١٣، ٣/ ١٣، ٣/ ١٣ و ٣/ ١٣ للتنقل بالسيارة، بالحافلة الخضراء، بالحافلة الحمراء وبالدراجة، وهذا بعيد كل البعد عما يقودنا إليه حدسنا.

لحسن الحظ يمكن للنموذج برو بيت متعدد الحدود، وهو تعميم متعدد الخيارات للنموذج بروبيت الذي نوقش في القسم ٥،١٢ أعلاه، معالجة ذلك، يتم إعداد النموذج بروبيت متعدد الحدود بطريقة مماثلة تمامًا لطريقة إعداد النموذج لوجيت متعدد الحدود، باستثناء استعمال التوزيع الطبيعي التراكمي لـ $(u_i - v_i)$ بدلًا من التوزيع اللوجستي التراكمي، ويستند ذلك إلى افتراض أن u_i و v_i موزَّعان حسب التوزيع الطبيعي مُتعدِّد المتغيِّرات، لكنهما وعلى خلاف النموذج لوجيت يُمكن أن يكونا مُرتبطين، يُمكن استخدام الارتباط الموجب بين حدود الأخطاء لعكس أوجه التشابه في خصائص خيارين أو أكثر، غير أن مثل هذا الارتباط بين حدود الخطأ يجعل تقدير النموذج بروبيت متعدِّد الحدود باستخدام الإمكان الأعظم صعبًا؛ لأنه يجب حساب تكاملات متعدِّدة، يُشير كينيدي (٢٠٠٣، ص ٢٧١) إلى أن هذه الصعوبة أدَّت إلى استمرار استخدام النهج لوجيت متعدِّد الحدود على الرغم من مُشكلة استقلالية البدائل غير الهامة.

(٨) في الواقع يجب أن يتبعا توزيعات لوغاريتم ويبل (log Weibull distributions) المُستقلَّة.

١٠ , ١٢ إعادة النظر في فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل – الاختيار بين طرق التمويل

(The pecking order hypothesis revisited – the choice between financing methods)

استُخدم النموذج لوجيت في القسم ١٢،٤ لتقييم ما إذا كان هناك دعم تجريبي لفرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل حيث اختُصرت هذه الفرضيَّة في احتمال سعي الشركة للحصول على تمويل خارجي أم لا، لكن لنفترض أننا نَوَدُّ أن ندرس ليس فقط ما إذا كانت الشركة ستقرِّر البحث عن تمويل خارجي، ولكن أيضًا طريقة التمويل التي ستختارها عندما يُتاح لها عدد من البدائل، وحسب ما ذُكر أعلاه تُشير فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل بأن طرق التمويل الأقل كُلفة – مع افتراض ثبات الأشياء الأخرى – والتي تُطرح عندما يكون عدم تماثُل المعلومات قليلًا هي التي تُستخدم في المقام الأوَّل؛ كما أن الطريقة المستخدمة تعتمد أيضًا على درجة المخاطرة المرتبطة بالشركة، وبالرجوع إلى دراسة هيلويج وليانغ، فقد ذكرا أنه إذا تم اتِّباع تسلسل اختيار مصادر التمويل فإن الشركات المصنَّفة بأنها ذات مخاطر قليلة سوف تُصدر أوَّلًا ديونًا عامَّة، في حين أن الشركات ذات المخاطرة المعتدلة فتصدر ديون خاصة والشركات الأكثر مخاطرة سوف تُصدر أسهمًا، وبما أن هناك أكثر من خيار واحد ممكن، فإن لدينا مسألة خيارات متعدِّدة، وبالتالي فإن النموذج لوجيت الثنائي غير مناسب، وبدلًا من ذلك نستخدم النموذج لوجيت متعدِّد الحدود، هناك ثلاثة خيارات ممكنة في هذه الحالة: إصدار سندات، إصدار أسهم أو إصدار ديون خاصة، وكما هو الحال دائمًا بالنسبة للنماذج متعدِّدة الحدود، فإن عدد المعادلات المقدَّرة أقل بواحد من عدد الخيارات، وبالتالي سوف نُقدِّر معادلات للأسهم والسندات دون الدين الخاص، يُصبح هذا الأخير نُقطة مرجعية بحيث تقيس المعاملات المقدَّرة احتمال إصدار أسهم أو سندات بدلًا من ديون خاصَّة، وتدل القيمة المقدَّرة الموجبة للمعلمة في معادلة الأسهم على سبيل المثال أن الزيادة في قيمة المتغيِّر تُؤدي إلى الزيادة في احتمال اختيار الشركة لإصدار أسهم بدلًا من إصدار ديون خاصَّة.

تكون مجموعة المتغيِّرات المفسِّرة مختلفة قليلًا الآن نظرًا للطبيعة المختلفة للمسألة المطروحة، فيُصبح المتغيِّر الرئيس الذي يقيس الخطر الآن 'المجموع Z الخالي من الرفع المالي' (unlevered Z score) وهو عبارة عن مجموع Z لألتمان (Altman's Z score) يتم إنشاؤه كمتوسِّط مُرجّح للأرباح التشغيليَّة قبل خصم الفوائد والضرائب، المبيعات، الأرباح غير المُوزَّعة ورأس المال العامل، جميع أسماء المتغيِّرات الأخرى لا تحتاج غالبًا إلى تفسير، وبالتالي لن تُناقش بالتفصيل، إلَّا أنها تنقسم إلى فئتين: فئة تقيس مُستوى المخاطرة المرتبطة بالشركة (المجموع Z الخالي من الرفع المالي، الديون، مصروفات الفائدة وتباين الأرباح)، وفئة تقيس درجة عدم التماثل في المعلومات (نفقات البحث والتطوير، المجازفة المغطاة، العمر، العمر فوق الخمسين، الممتلكات والمنشآت والمعدات، النمو الصناعي، إصدار الأسهم غير الماليَّة والأصول)، يُذكر أن الشركات التي لديها نفقات كبيرة في مجال البحث والتطوير، وتلك التي تتلقى تمويلًا لرأس المال الاستثماري، والشركات الأصغر سنًّا، والشركات ذات الممتلكات والمنشآت والمعدات الأقل، والشركات الأصغر حجمًا تعاني من عدم تماثُل كبير في المعلومات، هذا وترد في الجدول رقم (١٢,٢) قيم المعلمات المقدَّرة للنموذج لوجيت مُتعدِّد الحدود حيث يكون إصدار الأسهم كمتغيِّر تابع (٠،١) في العمود الثاني وإصدار السندات كمتغيِّر تابع (٠،١) في العمود الثالث.

ترسم النتائج عُمومًا صورة غير واضحة عن مدى صحَّة فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل، تُشير القيم المقدَّرة الإيجابية (المعنويَّة) والسلبية (غير المعنويَّة) على التوالي لمتغيِّر 'المجموع Z الخالي من الرفع المالي' ولمتغيِّر 'مصروفات الفائدة' إلى أن الشركات التي تتمتع بصحة ماليَّة جيِّدة (أي الشركات الأقل خطورة) تكون أكثر عرضة لإصدار أسهم أو سندات بدلًا من إصدار ديون خاصة، غير أنَّ العلامة الموجبة لمعلمة متغيِّر 'الدَّيْن' تُشير إلى أن الشركات الأكثر خطورة هي المرجحة أكثر لإصدار أسهم أو سندات، أمَّا المتغيِّر 'تباين الأرباح' فله علامة خاطئة، لكنها غير معنويَّة إحصائيًا، كما أن تقريبًا جميع متغيِّرات عدم تماثُل المعلومات لها

معلمات غير معنويَّة إحصائيًّا، الاستثناءات الوحيدة هي أن الشركات التي لها تغطية للمجازفة تسعى للحصول على تمويل من سوق رأس المال من أي نوع كان، شأنها شأن الشركات غير الماليَّة، أخيرًا، تُعتبر الشركات الأكبر حجمًا الأكثر احتمالًا لإصدار السندات (لكن ليس الأسهم)، وهكذا خلص المؤلفان إلى أن النتائج 'لا تُشير إلى أن الشركات تتجنَّب بشدة التمويل الخارجي، كما تنص على ذلك فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل'، وبأن 'الأسهم لا تُعتبر مصدر التمويل الأقل ما يكون مرغوبًا فيه من بين مصادر التمويل؛ لأنه يبدو أنها تهيمن على القروض المصرفيَّة' هيلويج وليانغ (١٩٩٦، ص ٤٥٨).

الجدول رقم (٢ , ١٢) تقدير النموذج لوجيت مُتعدِّد الحدود لنوع التمويل الخارجي

المتغيِّر	مُعادلة الأسهم	مُعادلة السندات
المقطع	٤,٦٧-	٤,٦٨-
	(٦,١٧-)	(٥,٤٨-)
المجموع Z الخالي من الرفع المالي	٠,١٤	٠,٢٦
	(١,٨٤)	(٢,٨٦)
الدين	١,٧٢	٣,٢٨
	(١,٦٠)	(٢,٨٨)
مصروفات الفائدة	٩,٤١-	٤,٥٤-
	(٠,٩٣-)	(٠,٤٢-)
تباين الأرباح	٠,٠٤-	٠,١٤-
	(٠,٥٥-)	(١,٥٦-)
البحث والتطوير	٠,٦١	٠,٨٩
	(١,٢٨)	(١,٥٩)
المجازفة المغطاة	٠,٧٠	٠,٨٦
	(٢,٣٢)	(٢,٥٠)
العمر	٠,٠١-	٠,٠٣-
	(١,١٠-)	(١,٨٥-)
العمر فوق الخمسين	١,٥٨	١,٩٣
	(١,٤٤)	(١,٧٠)
الممتلكات، المنشآت والمعدات	٠,٦٢	٠,٣٤
	(٠,٩٤)	(٠,٥٠)
النمو الصناعي	٠,٠٠٥	٠,٠٠٣
	(١,١٤)	(٠,٧٠)
إصدار الأسهم غير الماليَّة	٠,٠٠٨	٠,٠٠٥
	(٣,٨٩)	(٢,٦٥)
الأصول	٠,٠٠١-	٠,٠٠٢
	(٠,٥٩-)	(٤,١١)

ملاحظة: النسب تي بين قوسين؛ لم تُعرض سوى الأرقام لجميع السنوات في العيِّنة.

المصدر: هيلويج وليانغ (١٩٩٦)، أُعيد نشره بإذن من إلسيفر (**Elsevier**).

١٢,١١ نماذج الاستجابة للمتغيِّرات التابعة الخطِّية المرتَّبة

(Ordered response linear dependent variables models)

يمكن أن يُسند لبعض المتغيِّرات التابعة المحدودة قيمًا رقمية ذات ترتيب طبيعي، في مجال الماليَّة وكما أشرنا سابقًا، يُعتبر التصنيف الائتماني المثال الأكثر شيوعًا عن ذلك، لكن هناك تطبيقًا ثانيًا وهو نمذجة هامش شراء وبيع الأوراق الماليَّة (انظر على سبيل المثال: آب غويليم وآخرين (١٩٩٨) ((ap Gwilym et al.(1998))، ليس من المناسب في مثل هذه الحالات استخدام النموذج لوجيت أو النموذج بروبيت متعدِّد الحدود؛ لأن هذه الأساليب لا يمكن أن تأخذ في الاعتبار أيَّ ترتيب في المتغيِّرات التابعة، هذا ونُشير إلى أن المتغيِّرات الترتيبية (Ordinal Variables) تظل مُختلفة عن نوع البيانات المعتاد المستخدم في الفصول الأولى من هذا الكتاب مثل عوائد الأسهم، الناتج المحلي الإجمالي، أسعار الفائدة، إلخ، وهذه أمثلة عن الأعداد الأصليَّة (Cardinal Numbers) حيث يُمكن استخلاص معلومات إضافية من مُقارنة القيم الفعليَّة لبعضها البعض، كتوضيح لذلك يُمكن القول إن الزيادة في أسعار المنازل بنسبة ٢٠٪ تمثِّل ضعفًا لنسبة النمو بـ ١٠٪ في أسعار المنازل، غير أن ذلك لا ينطبق على الأعداد الترتيبيَّة بما أن (بالرجوع إلى مثال التصنيفات الائتمانيَّة) التصنيف AAA الذي تُسند إليه الدرجة ١٦ لا يُعتبر 'أفضل مرَّتين' من التصنيف BBB /Baa2 الذي تُسند إليه الدرجة ٨، وعلى نحو مُماثل لا يُمكن بالنسبة إلى البيانات الترتيبية افتراض أن الفرق بين الدرجة ١٥ والدرجة ١٦ على سبيل المثال، يُعادل الفرق بين الدرجة ٨ والدرجة ٩، كل ما يُمكننا قوله في هذه الحالة هو أنَّه كلَّما ارتفعت الدرجة كلَّما تحسَّنت جودة الائتمان، وبما أنه لا يمكن مع مثل هذه البيانات سوى تفسير ترتيبها دون قيمها العدديَّة الفعليَّة فإنه لا يُمكن استخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة في عمليَّة التقدير، وإنما نستخدم بدلًا من ذلك طريقة الإمكان الأعظم، تعتبر النماذج المستخدمة هنا تعميمًا للنماذج لوجيت وبروبيت وتُعرف بنموذج *لوجيت المرتَّب* (Ordered Logit) *ونموذج بروبيت المرتَّب* (Ordered Probit).

باستخدام نموذج التصنيف الائتماني مرة أخرى يُعدُّ النموذج بحيث يندرج سند ما ضمن الفئة +AA (باستخدام مصطلحات ستاندارد أند بورز) إذا كانت جدارته الائتمانيَّة (الخفيَّة) غير المرصودة مُنخفضة إلى حد لا يسمح بتصنيفها AAA، ومُرتفعة إلى حد لا يسمح بتصنيفها AA، نقوم بعد ذلك بتقدير القيم الحدِّيَّة بين كل تقييم جنبًا إلى جنب مع معلمات النموذج.

١٢,١٢ هل التصنيفات الائتمانيَّة غير المطلوبة مُتحيِّزة للأسفل؟ تحليل برويت المرتب

(Are unsolicited credit ratings biased downwards? An ordered probit analysis)

تُعتبر نمذجة محدِّدات التصنيفات الائتمانية واحدة من أهم استخدامات النماذج بروبيت والنماذج لوجيت المرتَّبة في مجال الماليَّة، تقوم وكالات التصنيف الائتماني الرئيسة بإنشاء ما يمكن تسميته بالتصنيفات *المطلوبة*، وهي تلك التصنيفات التي يُتحصَّل عليها عندما تتَّصل الجهة المصدرة للديون بالوكالة ويدفع لها رسومًا مُقابل إعداد تصنيف لها، لا تسعى العديد من الشركات على مستوى العالم للحصول على تصنيف (لأن الشركة على سبيل المثال تعتقد أن وكالات التصنيف ليست في وضع جيِّد لتقييم مخاطر الديون في بلدها، أو لأنها لا تخطط لإصدار أي دَيْن، أو لأنها تعتقد أنه سيتم منحها تصنيفًا منخفض)، ورغم ذلك يُمكن للوكالة إعداد تصنيف لهذه الشركات، تُعرف هذه التصنيفات '*غير المُبررة وغير المرغوبة*' بالتصنيفات *غير المطلوبة*، هذا وتقوم جميع وكالات

التصنيف الرئيسة بإعداد تصنيفات غير مطلوبة، إضافة إلى إعدادها لتصنيفات مطلوبة، تزعم هذه الوكالات أن هناك طلبًا في السوق على هذه المعلومات، حتى وإن كان المصدر لا يُفضِّل أن يتم تصنيفه.

تزعم الشركات التي تتلقى تصنيفات غير مطلوبة أن هذه الأخيرة مُتحيِّزة للأسفل مُقارنة بالتصنيفات المطلوبة، وأنه لا يُمكن اعتمادها دون درجة من التفاصيل التي لا يمكن تقديمها سوى من قِبَل الشركة المصنفة نفسها، في هذا الصدد، سعى بون (٢٠٠٣) (Poon (2003)) من خلال دراسة إلى اختبار فرضيَّة تحيُّز التصنيفات، وذلك بعد الأخذ بعين الاعتبار خصائص الشركة المصنَّفة التي تتعلق بمخاطرها.

تشتمل البيانات المستخدمة على عيِّنة مجمَّعة تضم جميع الشركات التي ظهرت في قائمة S&P السنويَّة لِمُصْدِرِي الديون خلال السنوات ١٩٩٨-٢٠٠٠، تتضمن هذه القائمة التصنيفات المطلوبة وغير المطلوبة لـ ٢٩٥ شركة على مُستوى خمسة عشر بلدًا بما مجموعه ٥٩٥ مُشاهدة، وبتحليل أوَّلي ذي طابع استكشافي للبيانات، وجد بون أن حوالي نصف تصنيفات العيِّنة كانت غير مطلوبة، والواقع أن التصنيفات غير المطلوبة في العينة تكون في المتوسط أقل بكثير من التصنيفات المطلوبة[٩]، وكما هو مُتوقع تتمتَّع الشركات ذات التصنيف المطلوب بخصائص ماليَّة أفضل بكثير من الشركات ذات التصنيف غير المطلوب، تستخدم المنهجيَّة في الأساس النموذج بروبيت المرتَّب، وتشمل المتغيّرات المفسِّرة خصائص الشركة إضافة إلى متغيِّر وهمي لمعرفة ما إذا كان التصنيف الائتماني للشركة قد تم طلبه أم لا:

$$R_i^* = X_i\beta + \epsilon_i \qquad (١٦،١٢)$$

و:

$$R_i = \begin{cases} 1 & if \quad R_i^* \le \mu_0 \\ 2 & if \quad \mu_0 < R_i^* \le \mu_1 \\ 3 & if \quad \mu_1 < R_i^* \le \mu_2 \\ 4 & if \quad \mu_2 < R_i^* \le \mu_3 \\ 5 & if \quad R_i^* > \mu_3 \end{cases}$$

حيث يُمثِّل R_i درجة التصنيف المرصودة والتي تتَّخذ قيمًا عددية على النحو التالي: AA فأكثر = ٦، A=٥، BBB=٤، BB=٣، B=٢ و CCC أو ما دونها = ١؛ يُمثِّل R_i^* 'التصنيف الفعلي' غير المرصود (أو المتغيِّر المستمر غير المرصود الذي يُمثِّل تصنيف S&P للجدارة الائتمانيَّة لمصدر الدين i)، X_i مُتَّجه يتكوَّن من المتغيِّرات التي تُفسِّر تفاوت التصنيفات؛ β مُتَّجه المعاملات؛ μ_i معلمات العتبة التي يجب تقديرها إضافة إلى β و ϵ_i حد خطأ يُفترض أنه مُوزَّع طبيعيّ.

تسعى المتغيِّرات المفسِّرة إلى تحديد الجدارة الائتمانية باستخدام المعلومات المتاحة للعموم، لذلك تم تقدير توصيفين: يتضمَّن الأوَّل المتغيِّرات المذكورة أدناه، في حين يتضمَّن التوصيف الثاني وإلى جانب متغيِّرات التوصيف الأوَّل التفاعل بين المتغيِّرات الماليَّة الرئيسة مع كلٍّ من متغيِّر وهمي أوَّل لمعرفة ما إذا كان تصنيف الشركة قد طُلِب أم لا (SOL) ومتغيِّر وهمي ثانٍ بشكل منفصل لمعرفة ما

(٩) نفترض هنا استخدام فئات تصنيف ائتماني أشمل يبلغ عددها ست (AAA، AA، A، BBB، BB و B) بدلًا من الفئات الأكثر دقة التي استخدمها كانتور وباكر (١٩٩٦).

إذا كان مقرُّ الشركة في اليابان أم لا[١٠]، بالنسبة للمتغيِّرات الماليَّة فهي كالتالي: ICOV تغطية الفوائد (أي فوائد الأرباح)، ROA العائد على الأصول، DTC إجمالي الدَّيْن إلى رأس المال، SDTD نسبة الديون القصيرة إلى إجمالي الدين، كما أن هناك ثلاثة متغيِّرات وهميَّة هي SOVAA، SOVA، و SOVBBB وهي متغيِّرات وهمية تلتقط التصنيف الائتماني السيادي لمصدر الدين[١١]، يعرض الجدول رقم (١٢,٣) النتائج التي أسفر عنها تقدير نموذج بروبيت المرتَّب.

تتمثَّل النتيجة الرئيسة في أن المتغيِّر SOL مُوجب ومعنوي إحصائيًا في النموذج ١ (ومُوجب لكنَّه غير معنوي في النموذج ٢)، مُشيرًا إلى أنه حتى بعد الأخذ بعين الاعتبار الخصائص الماليَّة للشركات، فإن الشركات التي لم تطلب تصنيفًا ائتمانيًّا تتلقى تصنيفًا في المتوسِّط أقل بـ ٠,٣٥٩ وحدة من شركات مُماثلة قامت بطلب تصنيف، أمَّا القيمة المقدَّرة لمعلمة حد التفاعل بين المتغيِّر الوهمي المستخدم لطلب التصنيف والمتغيِّر الوهمي المستخدم لليابان (SOL*JP) فهي مُوجبة ومعنوية إحصائيًا في كلا التوصيفين، ممَّا يُشير إلى وجود دليل قوي على أن الشركات اليابانيَّة التي تطلب تصنيفًا ائتمانيًّا تتحصَّل على درجات أعلى، كما أن الشركات التي تتميَّز بخصائص ماليَّة قويَّة (نسبة تغطية فائدة أعلى، عائد أعلى على الأصول، انخفاض الدَّيْن إلى إجمالي رأس المال أو انخفاض نسبة الديون القصيرة الأجل إلى الديون طويلة الأجل) تتمتَّع في المتوسِّط بتصنيف أعلى، ومن العيوب الرئيسة التي يُحتمل تواجدها في التحليل الوارد أعلاه نذكر *تحيُّز الانتقاء الذاتي* (Self-Selection Bias) أو *تحيُّز في اختيار مُفردات العيِّنة* الذي يُمكن أن ينتج في حالة اختارت الشركات التي تحصَّلت على تصنيفات ائتمانية أقل (نظرًا لضعف خصائصها الماليَّة) عدم طلب تصنيف ائتماني، إذا تم تقدير معادلة بروبيت لمحددات التصنيفات بتجاهل هذه المشكلة المحتملة، وفي حالة وجودها فإن المعاملات ستكون غير مُتَّسقة، للتغلب على هذه المشكلة والحد من التحيُّز في اختيار مُفردات العيِّنة، اقترح هيكمان (١٩٧٩) إجراءً من خطوتين يتضمَّن في هذه الحالة تقدير نموذج بروبيت ٠–١ كمرحلة أولى لتحديد ما إذا كانت الشركة ستطلب تصنيفًا ائتمانيًّا، ثم في مرحلة ثانية تقدير نموذج بروبيت مُرتَّب لمحدِّدات التصنيف، يكون نموذج بروبيت المستخدم في المرحلة الأولى كالتالي:

$$Y_i^* = Z_i\gamma + \xi_i \qquad (١٧،١٢)$$

حيث $Y_i = 1$ إذا كانت الشركة طلبت تصنيفًا، وصفر خلاف ذلك، يُمثِّل Y_i^* الميل الخفي لـمُصدر الدَّيْن i للحصول على تصنيف، Z_i يضم المتغيِّرات التي تُفسِّر خيار طلب التصنيف من عدمه و γ المعلمات التي سيتم تقديرها، عند تقدير هذه المعادلة لن يتم التصنيف R_i على النحو المحدد أعلاه في المعادلة رقم (١٦،١٢) إلَّا إذا كان $Y_i = 1$، هذا وتتبع حدود الخطأ في المعادلتين، أي ϵ_i و ξ_i، التوزيع الطبيعي المعياري ثنائي المتغيِّر بارتباط $\rho_{\epsilon\xi}$، هذا ويعرض الجدول رقم (١٢,٤) النتائج التي أسفر عنها إجراء التقدير ذو المرحلتين، حيث أُدرجت القيم المقدَّرة للنموذج بروبيت الثنائي المتعلّق بطلب التصنيف في المجموعة أ والقيم المقدَّرة لمحدِّدات التصنيف للشركات المصنَّفة في المجموعة ب.

---

(١٠) تم استخدام متغيِّر وهمي لليابان؛ نظرًا لأن هناك عددًا كبيرًا من الشركات في العيِّنة من هذا البلد.

(١١) لذلك SOVAA = 1 إذا كان السيادي (أي حكومة ذلك البلد) لديه دَيْن مُصنَّف AA فأكثر، وصفر خلاف ذلك؛ يأخذ المتغيِّر SOVA القيمة ١ إذا كان السيادي مُصنَّفًا A ويأخذ المتغيِّر SOVBBB القيمة ١ إذا كان السيادي له تصنيف BBB. كل شركة في دولة ذات سيادة يقل تصنيفها عن BBB يُعيَّن لها قيمة صفرية لجميع المتغيِّرات الوهميَّة الثلاث للتصنيف السيادي.

الجدول رقم (٣ , ١٢) نتائج النموذج بروبيت المرتّب لمحدّدات التصنيفات الائتمانيّة

المتغيّرات المفسّرة	النموذج ١		النموذج ٢	
	المعامل	إحصاءة الاختبار	المعامل	إحصاءة الاختبار
المقطع	٢,٣٢٤	٨,٩٦٠***	١,٤٩٢	٣,١٥٥***
SOL	٠,٣٥٩	٢,١٠٥**	٠,٣٩١	٠,٦٤٧
JP	٠,٥٤٨-	٢,٩٤٩-***	١,٢٩٦	٢,٤٤١**
JP*SOL	١,٦١٤	٧,٠٢٧***	١,٤٨٧	٥,١٨٣***
SOVAA	٢,١٣٥	٨,٧٦٨***	٢,٤٧٠	٨,٩٧٥***
SOVA	٠,٥٥٤	٢,٥٥٢**	٠,٩٢٥	٣,٩٦٨***
SOVBBB	٠,٤١٦-	١,٤٨٠-	٠,١٨١-	٠,٦٠١-
ICOV	٠,٠٢٣	٣,٤٦٦***	٠,٠٠٥-	٠,١٧٢-
ROA	٠,١٠٤	١٠,٣٠٦***	٠,١٩٤	٢,٥٠٣**
DTC	١,٣٩٣-	٥,٧٣٦-***	٠,٥٢٢-	١,١٣٠-
SDTD	١,٢١٢-	٥,٢٢٨-***	٠,١١١	٠,١٧١
SOL*ICOV	–	–	٠,٠٠٥	٠,١٦٣
SOL*ROA	–	–	٠,١١٦-	١,٤٧٦-
SOL*DTC	–	–	٠,٧٥٦	١,١٣٦
SOL*SDTD	–	–	٠,٨٨٧-	١,٢٩٠-
JP*ICOV	–	–	٠,٠٠٩	٠,٢٧٥
JP*ROA	–	–	٠,١٨٣	٢,٢٠٠**
JP*DTC	–	–	١,٨٦٥-	٣,٢١٤-***
JP*SDTD	–	–	٢,٤٤٣-	٣,٤٣٧-***
AA فأكثر	>٥,٠٩٥		>٥,٥٧٨	
A	>٣,٧٨٨ و ≤٥,٠٩٥	٢٥,٢٧٨***	>٤,١٤٧ و ≤٥,٥٧٨	٢٣,٢٩٤***
المتغيّرات المفسّرة	النموذج ١		النموذج ٢	
	المعامل	إحصاءة الاختبار	المعامل	إحصاءة الاختبار
BBB	>٢,٥٥٠ و ≤٣,٧٨٨	١٩,٦٧١***	>٢,٨٠٣ و ≤٤,١٤٧	١٩,٢٠٤***
BB	>١,٢٨٧ و ≤٢,٥٥٠	١٤,٣٤٢***	>١,٤٣٢ و ≤٢,٨٠٣	١٤,٣٢٤***
B	>٠ و ≤١,٢٨٧	٧,٩٢٧***	>٠ و ≤١,٤٣٢	٧,٩١٠***
CCC أو أقل	≤٠		≤٠	

ملاحظة: تُشير *، ** و *** إلى المعنويّة عند المستويات ١٠٪، ٥٪ و ١٪ على التوالي.

المصدر: بون (٢٠٠٣)، أُعيد نشره بإذن من إلسيفر.

الجدول رقم (١٢,٤) النموذج بروبيت المرتّب ذو المرحلتين الذي يأخذ في الاعتبار تحيّز الانتقاء في مُحدّدات التصنيفات الائتمانيّة

المتغيّر المفسّر	المعامل	إحصاءة الاختبار
المجموعة أ: قرار التصنيف الائتماني		
المقطع	١,٦٢٤	٣,٩٣٥***
JP	-٠,٧٧٦	-٤,٩٥١***
SOVAA	-٠,٩٥٩	-٢,٧٠٦***
SOVA	-٠,٦١٤	-١,٧٩٤*
SOVBBB	-١,١٣٠	-٢,٨٩٩***
ICOV	-٠,٠٠٥	-٠,٩٢٢
ROA	٠,٠٥١	٦,٥٣٧***
DTC	٠,٢٧٢	١,٠١٩
SDTD	-١,٦٥١	-٥,٣٢٠***
المجموعة ب: مُعادلة مُحدّدات التصنيف		
المقطع	١,٣٦٨	٢,٨٩٠***
JP	٢,٤٥٦	٣,١٤١***
SOVAA	٢,٣١٥	٦,١٢١***
SOVA	٠,٨٧٥	٢,٧٥٥***
SOVBBB	٠,٣٠٦	٠,٧٦٨
ICOV	٠,٠٠٢	٠,١١٨
ROA	٠,٠٣٨	٢,٤٠٨**
DTC	-٠,٣٣٠	-٠,٥١٢
SDTD	٠,١٠٥	٠,٣٠٣
JP*ICOV	٠,٠٣٨	١,١٢٩
JP*ROA	٠,١٨٨	٢,١٠٤**
JP*DTC	-٠,٨٠٨	-٠,٩٢٤
JP*SDTD	-٢,٨٢٣	-٢,٤٣٠**
الارتباط المقدّر	-٠,٨٣٦	-٥,٧٢٣***
AA فأكثر	> ٤,٢٧٥	
A	> ٢,٨٤١ و ≤ ٤,٢٧٥	٨,٢٣٥***
BBB	> ١,٧٤٨ و ≤ ٢,٨٤١	٩,١٦٤***

تابع الجدول رقم (٤ , ١٢)

BB	>٠,٧٠٤ و ≤١,٧٤٨	٦,٧٨٨***
B	>٠ و ≤٠,٧٠٤	٣,٣١٦***
CCC أو أقل	≤٠	

ملاحظة: تُشير *، ** و *** إلى المعنويَّة عند المستويات ١٠٪، ٥٪ و ١٪ على التوالي.

المصدر: بون (٢٠٠٣)، أُعيد نشره بإذن من إلسيفر.

تُشير القيمة الموجبة للمعلمة في المجموعة أ إلى أن القيمة المرتفعة للمتغيِّر المرتبط بها تزيد من احتمال اختيار الشركة للتصنيف، ومن بين المتغيِّرات الماليَّة الأربعة، فإن متغيِّر العائد على الأصول ومتغيِّر الديون القصيرة الأجل كنسبة من إجمالي الدين فقط كانت لهما علامات صحيحة، وكان تأثيرهما (إيجابيًّا وسلبيًّا على التوالي) معنوي على قرار اللجوء إلى طلب التصنيف، أمَّا المعلمات المرتبطة بالمتغيِّرات الوهمية للتصنيف الائتماني السيادي (SOVAA، SOVA و SOVBBB) فهي كلها معنويَّة ولها علامات سالبة، ممَّا يُشير إلى أنه من غير المرجَّح أن يُطلب مُصدر الدين في بلد ذي تصنيف سيادي مُرتفع تصنيفه الائتماني من S&P مع افتراض ثبات العوامل الأخرى.

هذه المتغيِّرات الوهمية للتصنيف السيادي، وكما هو مُتوقَّع، لها علامات مُعاكسة في مُعادلة مُحدِّدات التصنيف (المجموعة ب)، حيث إنه من المرجَّح أن تحصُل الشركات في البلدان التي تتمتَّع بتصنيف دين حكومي مُرتفع على تصنيف أعلى، ومن بين المتغيِّرات الماليَّة الأربعة، فإن العائد على الأصول فقط له تأثير معنوي (وإيجابي) على التصنيف الممنوح، أمَّا المتغيِّر الوهمي المستخدم للشركات اليابانيَّة فهو كذلك مُوجب ومعنوي، مثلما هو الحال بالنسبة لثلاثة من المتغيِّرات الماليَّة الأربعة عند التفاعل مع المتغيِّر الوهمي المستخدم لليابان، يُشير ذلك إلى أن S&P على ما يبدو تُسند أوزانًا مُختلفة للمتغيِّرات الماليَّة عند إعدادها تصنيفات للشركات اليابانيَّة مُقارنة بشركات مُماثلة في بلدان أخرى.

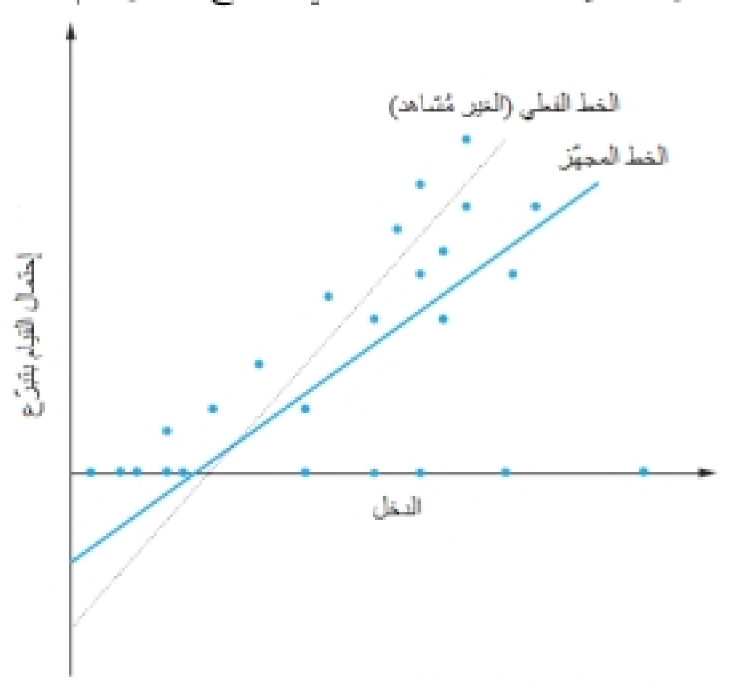
تُشير في الأخير إلى أن الارتباط المقدَّر بين حدود الخطأ في مُعادلة قرار التصنيف ومُعادلة مُحدِّدات التصنيف، أي $\rho_{\epsilon\xi}$، معنوي وسالب (-٠,٨٣٦)، ممَّا يُشير إلى أن النتائج الواردة في الجدول رقم (٣ , ١٢) أعلاه مُعرَّضة لتحيُّز الانتقاء الذاتي، وبالتالي تُفضَّل نتائج النموذج المتكوِّن من مرحلتين، غير أن العيب الوحيد لهذا النهج ومن خلال طريقة بنائه لا يستطيع الإجابة عن السؤال الرئيس عما إذا كانت التصنيفات غير المطلوبة أقل في المتوسط بعد الأخذ في الاعتبار الخصائص الماليَّة لـمُصدر الدَّين؛ لأن في المرحلة الثانية لهذا النهج لم يتم إدراج سوى الشركات التي طلبت تصنيفًا!

١٣ , ١٢ المتغيِّرات التابعة المحصورة والمتغيِّرات التابعة المبتورة

(Censored and truncated dependent variables)

تحدث المتغيِّرات المحصورة أو المتغيِّرات المبتورة عندما يكون نطاق القيم المشاهدة للمتغيِّرات التابعة محدودًا لسبب أو لآخر، وخلافًا لأنواع المتغيِّرات التابعة المحدودة التي تمت دراستها حتى الآن في هذا الفصل، فإن المتغيِّرات المحصورة أو المتغيِّرات المبتورة ليست بالضرورة متغيِّرات وهميَّة، ومن الأمثلة القياسية عن ذلك نذكر التبرعات الخيرية التي يقدمها الأفراد، من المرجَّح أن بعض الأفراد في الواقع يُفضلون تقديم تبرعات سلبية (أي الحصول على تبرعات من المؤسسة الخيرية بدلًا من التبرع إليها)، ولكن نظرًا لأن

ذلك غير ممكن، فسوف يكون هناك العديد من المشاهدات عند تمام الصفر، لنفترض على سبيل المثال أننا نرغب في نمذجة العلاقة بين التبرعات للجمعيات الخيرية والدخل السنوي للفرد بالجنيه الإسترليني، يُوضِّح الشكل رقم (١٢,٣) هذه الحالة التي قد تعترضنا.



الشكل رقم (١٢,٣) نمذجة التبرُّعات الخيريَّة كدالة في الدَّخل.

بالنظر إلى البيانات المرصودة، ومع وجود العديد من المشاهدات الصفريَّة للمتغيِّر التابع فإن عملية التقدير باستخدام طريقة المربَّعات الصغرى العاديَّة سوف تُؤدي إلى تقديرات مُتحيِّزة وغير مُتسقة للمعلمات، هناك طريقة بسيطة لكن تشوبها بعض العيوب للتغلُّب على ذلك، وهي أننا نُزيل كل المشاهدات الصفريَّة؛ لأننا لا نعرف ما إذا كانت هذه الأخيرة فعلًا صفرًا أو أنها سلبية، ومع ذلك، وفضلًا عن كونها غير كُفؤة (بما أنه سيتم حذف بعض المعلومات)، فإنها سوف تُؤدي إلى تقديرات مُتحيِّزة وغير مُتسقة، ويعود السبب في ذلك إلى أن حد الخطأ u_i في مثل هذه الانحدارات لن تكون قيمته المتوقَّعة صفرًا، كما أنه سيكون مُرتبطًا بالمتغيِّر (أو بالمتغيِّرات) المفسِّر مُنتهكًا بذلك الافتراض التالي: $\text{cov}(u_i\ x_{ki}) = 0\ \forall\ k$.

يُبرز الإطار رقم (١٢,٢) الاختلافات الرئيسة بين البيانات المحصورة والبيانات المبتورة، بالنسبة لكلٍّ من البيانات المحصورة والبيانات المبتورة، فإن طريقة المربعات الصغرى العاديَّة ليست بالطريقة المناسبة، ويجب استخدام النهج القائم على الإمكان الأعظم، على الرغم من أن النموذج في كل حالة من الحالتين مُختلف بعض الشيء، كما يُمكن في كلتا الحالتين حساب الآثار الهامشيَّة بالنظر إلى المعلمات المقدَّرة، لكن هذه الآثار تُعتبر الآن أكثر تعقيدًا ممَّا هي عليه في حالة النموذج لوجيت أو بروبيت.

١٢,١٣,١ نماذج المتغيِّرات التابعة المحصورة

(Censored dependent variable models)

يُعرف النهج المستخدم عادة في تقدير النماذج ذات المتغيِّرات التابعة المحصورة باسم تحليل توبيت، والذي سُمِّيَ على اسم توبين (١٩٥٨)، لتوضيح ذلك نفترض أننا نُريد نمذجة الطلب على خصخصة أسهم الاكتتابات العامة الأولية على النحو المبيَّن أعلاه، كدالة في الدخل (x_{2i})، العمر (x_{3i})، المستوى التعليمي (x_{4i}) ومنطقة الإقامة (x_{5i})، وهكذا يكون النموذج كما يلي:

$$\begin{aligned} y_i^* &= \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + \beta_5 x_{5i} + u_i \\ y_i &= y_i^* \quad \text{for} \quad y_i^* < 250 \\ y_i &= 250 \quad \text{for} \quad y_i^* \geq 250 \end{aligned} \tag{١٨،١٢}$$

حيث يُمثّل y_i^* الطلب الفعلي على الأسهم (أي عدد الأسهم المطلوبة)، وهو قابل للمشاهدة فقط إذا كان الطلب أقل من ٢٥٠، ومن الجدير بالملاحظة في هذا النموذج أن β_2، β_3، إلخ تُمثّل الأثر المترتّب على عدد الأسهم المطلوبة (نتيجة التغيُّر بوحدة واحدة في x_{2i}، x_{3i}، إلخ) وليس الأثر المترتّب على العدد الفعلي للأسهم التي سيتم شراؤها (الأسهم المخصَّصة).

الإطار رقم (٢ , ١٢) أوجه الاختلاف بين المتغيّرات التابعة المراقبة

على الرغم أنه يبدو من الوهلة الأولى أن الكلمتين مراقبة ومبتورة يُمكن استبدال أحدهما بالآخر، إلّا أنه عندما يتم استخدام المصطلحين في الاقتصاد القياسي، فإن البيانات المراقبة تختلف عن البيانات المبتورة.

- تحدُث البيانات المحصورة عندما يكون المتغيّر التابع 'محصوراً' عند نُقطة مُعيّنة بحيث لا يُمكن مُشاهدة القيم التي تزيد (أو تقل) عن هذه النقطة. وعلى الرغم من أن المتغيّر التابع محصورًا فإن قيم المتغيّرات المستقلّة التي تُقابلها تظل قابلة للرصد.
- لنفترض على سبيل المثال أن خصخصة الاكتتابات العامة الأولية شهدت تجاوز طلب الاكتتاب لعدد الأسهم المعروضة وكنت تسعى إلى نمذجة الطلب على الأسهم باستخدام الدخل الأسري، العمر، المستوى التعليمي ومنطقة الإقامة كمتغيّرات مُفسِّرة. يُمكن أن يكون سقف عدد الأسهم المخصّصة لكل مستثمر مُحدَّدًا بـ ٢٥٠ سهمًا على سبيل المثال، مما يُؤدي إلى التوزيع المقطوع.
- في هذا المثال، وعلى الرغم أنه من المحتمل أن تكون تخصيصات الأسهم عند مُستوى ٢٥٠ سهمًا دون تجاوز هذا الرقم، فإن كل مُشاهدات المتغيّرات المستقلة مُتوفّرة، وبالتالي فإن المتغيّر التابع يُعتبر محصورًا وليس مبتورًا.
- في المقابل يُمكن الحديث عن المتغيّر التابع المبتور عندما تكون مُشاهدات كلٍ من المتغيّر التابع والمتغيّرات المستقلّة مفقودة عند تجاوز المتغيّر التابع لعتبة مُعيّنة (أو يكون دون تلك العتبة). وبالتالي فإن الاختلاف الرئيس مُقارنة بالبيانات المحصورة هو أننا لا نستطيع رصد أيٍّ من المتغيّرات x_{is}، وبالتالي يتم حذف بعض المشاهدات أو قطعها تمامًا من العيّنة. لنفترض على سبيل المثال، أن البنك مهتم بتحديد العوامل (مثل العمر، المهنة والدخل) التي تُؤثر على قرار العميل بشأن ما إذا كان سيتم إجراء

معاملة ما في فرع أو عبر الإنترنت. لنفترض كذلك أن البنك حاول التوصّل إلى ذلك من خلال تشجيع العملاء على ملء استبيان على الإنترنت عند تسجيل الدخول.

في هذه الحالة لن تكون هناك بيانات مُطلقًا بالنسبة للعملاء الذين اختاروا إجراء مُعاملاتهم من خلال الفرع لأنهم ربما لم يتسنَّ لهم الدخول إلى النظام الشبكي للبنك، وبالتالي لن تتاح لهم الفرصة لاستكمال الاستبيان. وبالتالي، فإن مُعالجة البيانات المبتورة تُعتبر في الواقع مشكلة اختيار عناصر العيّنة؛ لأن عيّنة البيانات التي يمكن رصدها ليست ممثلة للمجتمع قيد الدراسة – فالعينة سوف تكون مُتحيّزة، ومن المرجح جدًّا أن يُؤدي ذلك إلى قيم مُقدّرة مُتحيّزة وغير مُتّسقة، تُعتبر هذه المشكلة شائعة، وتنتج عندما يُمكن رصد بيانات المشترين أو المستخدمين في حين أنه لا يُمكن رصد بيانات لغير المشترين أو لغير المستخدمين، من الممكن بطبيعة الحال رغم أن ذلك مُستبعدًا، أن يشمل مجتمع الدراسة العملاء الذي يستخدمون الإنترنت لإتمام مُعاملاتهم المصرفيّة دون سواهم، وفي هذه الحال لن تكون هناك أيّة مُشكلة.

كما نجد في مجال الماليّة تطبيقًا مُثيرًا للاهتمام للنهج توبيت يرجع إلى هوسهالتر (٢٠٠٠) (Haushalter (2000)) الذي استعمل هذا النهج لنمذجة مُحدِّدات مدى التحوُّط من قبل مُنتجي النفط والغاز باستخدام العقود المستقبلية أو عقود الخيارات الماليّة خلال الفترة ١٩٩٢-٢٠٠٤، من الواضح أن المتغيِّر التابع المستخدم في هذه الانحدارات، وهو نسبة الإنتاج المغطّى، هو متغيِّر مُراقب؛ لأن حوالي نصف المشاهدات مُساوٍ لصفر صحيح (أي أن الشركات لا تتحوَّط إطلاقًا)[١٢]، كما تنشأ الرقابة على نسبة الإنتاج المغطّى بسبب ارتفاع التكاليف الثابتة التي تمنع العديد من الشركات من التحوط حتى وإن رغبت في ذلك، وعلاوة على ذلك إذا توقّعت الشركات ارتفاع أسعار النفط أو الغاز في المستقبل فقد ترغب في زيادة تعرُّضها لتغيرات الأسعار بدلًا من تقليلها (أي تحوُّط سلبي)، لكن هذا لن يحدث نظرًا للطريقة التي استُخدمت في إنشاء بيانات الدراسة.

أمّا النتائج الرئيسة المستمدَّة من الدراسة فتتمثَّل في أن نسبة التعرُّض للتحوُّط ترتبط سلبًا بالجدارة الائتمانية، وترتبط ارتباطًا إيجابيًّا بكل من المديونية، معدل الضريبة الهامشي للشركة، وموقع منشأة إنتاج الشركة، غير أن مدى التحوُّط لا يتأثر بحجم الشركة المقاس بمجموع أصولها.

قبل الانتقال إلى شيء آخر من الجدير الإشارة إلى وجود عنصرين هامَّين يُقيِّدان نمذجة توبيت؛ أولًا: مُقارنة بنماذج الانحدار القياسيَّة تتأثر هذه النماذج بشكل أكبر بعدم اعتدال التوزيع، وباختلاف التباين (انظر أميميا (١٩٨٤) (Amemiya (1984))، ممَّا يُسبب تحيُّز وعدم اتِّساق التقديرات، ثانيًا: وكما ذكر كينيدي (٢٠٠٣، ص ٢٨٣)، يقتضي النموذج توبيت بأن يكون مقبولًا أن يكون للمتغير التابع قيم قريبة من الحد، هذا ونذكر أنه لا توجد مشكلة تُذكر في مثال خصخصة الاكتتابات العامة الأولية الذي تمت

(١٢) جدير بالملاحظة أن هذا المثال هو مثال عن المتغيِّر التابع المراقب لا المتغيِّر التابع المبتور؛ لأن قيم جميع المتغيِّرات المفسِّرة لا تزال مُتاحة في الحسابات السنويَّة حتَّى وإن كانت الشركة لا تتحوَّط مُطلقًا.

مناقشته أعلاه، حيث إن الطلب يُمكن أن يكون ٢٤٩ سهمًا، غير أنه لن يكون من المناسب استخدام النموذج توبيت في الحالات المخالفة لذلك، مثل عدد الأسهم التي تصدرها كل شركة خلال شهر ما، بالنسبة لمعظم الشركات، فإن هذا الرقم سيكون صفرًا تمامًا، ولكن بالنسبة للشركات الأخرى فإن العدد سيكون أعلى من ذلك بكثير، وبالتالي لن يكون من الممكن إصدار على سبيل المثال، واحد أو ثلاثة أو خمسة عشر سهمًا، وفي هذه الحالة ينبغي استخدام نهج بديل.

١٢ , ١٣ , ٢ نماذج المتغيّرات التابعة المبتورة

(Truncated dependent variable models)

بالنسبة للبيانات المبتورة يُستخدم نموذج أشمل يحتوي على معادلتين؛ واحدة لمعرفة ما إذا كانت نقطة بيانات معيَّنة ستندرج في الفئات الملاحظة أو المقيدة وأخرى لنمذجة المتغيِّر الناتج عن ذلك، تُعادل المعادلة الثانية النهج توبيت، تسمح هذه المنهجية المتكوِّنة من مُعادلتين لمجموعات مختلفة من العوامل بأن تُؤثر على اختيار العيِّنة (على سبيل المثال، قرار إتاحة الوصول إلى الحساب المصرفي عبر الإنترنت) من خلال المعادلة التي سيتم تقديرها (لنمذجة العوامل التي تؤثر على ما إذا كان سيتم إجراء معاملة بنكيَّة معينة عبر الإنترنت، أو من خلال الفرع على سبيل المثال)، إذا ارتأينا أن مجموعتَي العوامل سوف تكون متماثلة، فإنه يُمكن استخدام معادلة واحدة ويكون النهج توبيت كافيًا، غير أنه في عديد الحالات قد يعتقد الباحث أن المتغيِّرات في معادلة اختيار العينة والمتغيّرات في معادلة التقدير يجب أن تكون مختلفة، وبالتالي تكون المعادلات كالتالي:

$$a_i^* = \alpha_1 + \alpha_2 z_{2i} + \alpha_3 z_{3i} + \cdots + \alpha_m z_{mi} + \varepsilon_i \quad (١٢،١٩)$$

$$y_i^* = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i \quad (١٢،٢٠)$$

حيث $y_i = y_i^*$ إذا كان $a_i^* > 0$ و y_i غير مرصودة إذا كان $a_i^* \leq 0$، يُشير a_i^* إلى 'الميزة' النسبية للتواجد في العيِّنة المرصودة مقارنة بالتواجد في العيِّنة غير المرصودة.

تُحدد المعادلة الأولى ما إذا كانت نقطة بيانات محددة i مرصودة أم لا، وذلك عن طريق إجراء انحدار للمتغيِّر الوكيل للمتغيِّر الكامن (غير المرصود) a_i^* على مجموعة من العوامل z_i، أمَّا المعادلة الثانية فهي مُشابهة للنموذج توبيت، من الناحية المثلى تُقدَّر المعادلتين رقم (١٢،١٩) و (١٢،٢٠) معًا باستخدام الإمكان الأعظم، ويعتمد ذلك عادة على افتراض أن حدَّي الخطأ ε_i و u_i يتبعان توزيعًا طبيعيًّا مُتعدِّد المتغيِّرات يأخذ في الاعتبار أي ارتباط مُحتمل بينهما، ومع ذلك ورغم أن التقدير المشترك للمعادلات يُعتبر أكثر كفاءة إلَّا أنه حسابيًّا أكثر تعقيدًا، وبالتالي غالبًا ما تُستخدم طريقة ذات مرحلتين التي روَّج لها هيكمان (١٩٧٦)، تأخذ طريقة هيكمان (Heckman Procedure) في الاعتبار وبطريقة ذكيَّة الارتباط الممكن بين ε_i و u_i عند تقدير المعادلات بطريقة مُنفصلة، انظر مادالا (١٩٨٣) (Maddala (1983)).

١٢ , ١٤ نماذج المتغيِّر التابع المحدود في إفيوز

(Limited dependent variable models in EViews)

يُعتبر تقدير نماذج المتغيِّر التابع المحدود في إفيوز بسيطًا جدًّا، بالنسبة للمثال الذي سوف ندرسه هنا فيتعلَّق بما إذا كان من الممكن تحديد العوامل التي تُؤثر على احتمال رسوب الطالب/ الطالبة في الحصول على الماجستير، تشمل البيانات عيِّنة من السجلات

الفعلية لمعدلات الرسوب خلال خمس سنوات لطلاب ماجستير الماليَّة في مركز الجمعيَّة الدولية لأسواق رأس المال بجامعة ريدينج، ترد هذه البيانات في جدول البيانات 'msc-fail.xls'، ومع أن القيم في جدول البيانات كلها قيم حقيقية، إلَّا أن العينة تتضمَّن ولكل سنة من السنوات الخمس فقط ١٠٠ طالب من الذين أكملوا (أو لا، وذلك حسب الحالة!) درجة الماجستير خلال السنوات من ٢٠٠٣ إلى ٢٠٠٧، لذلك، لا ينبغي استخدام هذه البيانات للاستدلال عن معدلات الرسوب الفعلية لهذه البرامج، هذا ونُشير إلى أن فكرة هذا المثال مأخوذة من دراسة هيسلوب وفاروتو (٢٠٠٧) (Heslop and Varotto (2007)) اللذين يسعيان إلى اقتراح نهج لمنع التحيزات المنهجية في قرارات القبول[١٣].

يتمثَّل الهدف هنا في تحليل العوامل التي تُؤثر على احتمال رسوب الطالب في الماجستير، هذا ونذكر أن المتغيِّر التابع ('رسوب') (FAIL) هو متغيِّر ثنائي يأخذ القيمة ١ في حالة فشل مرشح ما في المحاولة الأولى في الحصول على الماجستير من حيث تقديره/ تقديرها العام و ٠ خلاف ذلك، وبالتالي تبرز الحاجة إلى نموذج مناسب للمتغيِّرات التابعة المحدودة، من قَبِيل النموذج لوجيت أو النموذج بروبيت.

تشمل المعلومات الأخرى التي يتضمَّنها جدول البيانات والتي سيتم استخدامها التالي: سن الطالب (AGE)، متغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ إذا كان الطالب من الإناث (FEMALE)، متغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ إذا كان الطالب لديه خبرة مهنيَّة (WORK-EXPERIENCE)، متغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ إذا كانت اللغة الأولى للطالب هي اللغة الإنجليزية (ENGLISH)، متغيِّر لرمز البلد يأخذ القيم من ١ إلى١٠[١٤]، كما نجد المتغيِّرات التالية: متغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ إذا كان سبق للطالب الحصول على شهادة دراسات عليا (PG-DEGREE)، متغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ إذا كان الطالب تحصل على التقدير أ في درجة البكالوريوس (AGRADE) (أي مرتبة الشرف الأولى أو ما يعادلها) ومتغيِّر وهمي يأخذ القيمة ١ إذا كان تقدير درجة البكالوريوس أقل من التقدير ب (BELOWBGRADE) (أي أن الطالب تحصَّل على ما يعادل المستوى الثاني من الدرجة الثانية)، كما نُشير إلى أن الدرجة ب (أو المستوى الأعلى من الدرجة الثانية) تُمثِّل المتغيِّر الوهمي المحذوف، وبالتالي تُصبح النقطة المرجعية التي تقارن بها الدرجات الأخرى – انظر الفصل ٩، أمَّا بخصوص السبب وراء اعتبار هذه المتغيِّرات مُؤشرًا مُفيدًا على احتمال الرسوب فهو واضح إلى حد ما، وبالتالي لن يُناقش، وللأخذ بعين الاعتبار الاختلافات في قواعد الاختبارات ومتوسط جودة الطلاب خلال فترة الخمس سنوات، تم إنشاء متغيِّرات وهميَّة للسنوات ٢٠٠٤، ٢٠٠٥، ٢٠٠٦ و ٢٠٠٧ (YEAR2004 YEAR2005 YEAR2006 YEAR2007)، وبالتالي تم حذف المتغيِّر الوهمي للسنة ٢٠٠٣ من نموذج الانحدار.

نقوم في البداية **بفتح ملف عمل جديد** يمكن أن يضم سلسلة 'غير منظَّمة/ غير مؤرخة' بطول ٥٠٠ مُشاهدة ثم **استيراد الثلاثة عشر متغيِّرًا**، هذا **ونُظِّمت البيانات حسب المشاهدات** وتبدأ في الخلية **A2**، يتطلب متغيِّر رمز البلد مزيد من المعالجة حتى يتسنى

(١٣) نُشير إلى أن هذا الكتاب يستخدم في التحليل فقط مجموعة فرعية من العيِّنة ومن المتغيِّرات التي استخدمها هيسلوب وفاروتو، لذلك فإن النتائج المعروضة أدناه قد تختلف عن نتائجهما، وبما أن عدد الفشل صغير نسبيًّا، فقد احتفظت عمدًا بأكبر عدد من مشاهدات الإخفاق في العينة، ممَّا سيؤدي إلى تحيُّز معدل الفشل المقدر إلى الأعلى مقارنة بالمعدل الحقيقي.

(١٤) لم يتم الكشف عن الهويات الصحيحة للبلدان المعنية لتجنُّب أي إحراج للطلاب المنتمين لبلدان ذات معدلات فشل مُرتفعة نسبيًّا، إلَّا أن البلد ٨ يرمز إلى المملكة المتحدة!

استخدامه، لكن المتغيِّرات الأخرى متوفرة على الشكل المناسب، لنفترض في البداية أننا تقدر نموذج الاحتمال الخطي لمتغيِّر الرسوب على ثابت وعلى متغيِّرات السن، إنجليزية، أنثى والخبرة المهنيَّة، يُمكن القيام بذلك ببساطة عن طريق تشغيل انحدار خطِّي بالطريقة المعتادة، وعلى الرغم أن لهذا النموذج العديد من العيوب غير المُستحبة كما ورد أعلاه، إلا أنه يُوفِّر معيارًا مفيدًا يُسترشد به لمقارنة النماذج الأكثر ملاءمة المقدَّرة أدناه.

لقطة الشاشة رقم (١٢ ,١) نافذة تقدير المعادلة للمتغيِّرات التابعة المحدودة.

لقطة الشاشة رقم (١٢ ,٢) خيارات تقدير المعادلة للمتغيِّرات التابعة المحدودة.

نقوم بعد ذلك بتقدير نموذج بروبيت ونموذج لوجيت باستخدام نفس المتغيِّرات التابعة والمستقلة المذكورة أعلاه، اختر **Quick** ثم **Equation Estimation**. ثم اكتب المتغيِّر التابع متبوعًا بالمتغيِّرات المفسرة:

FAIL C AGE ENGLISH FEMALE WORK-EXPERIENCE AGRADE BELOWBGRADE PG-DEGREE YEAR2004 YEAR2005 YEAR2006 YEAR2007

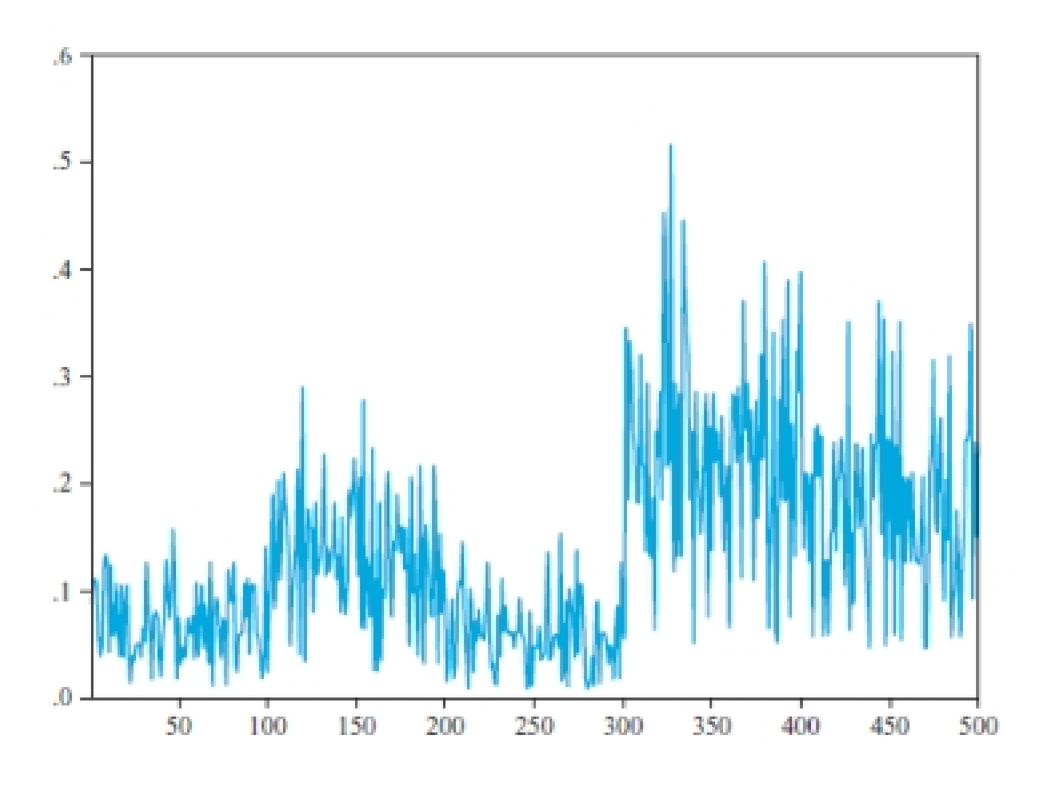
ثم في الإطار المسمى 'Estimation settings' نحدد **BINARY – Binary Choice (Logit, Probit, Extreme Value)** والعينة بأكملها ١ ٥٠٠، سوف تظهر شاشة كما في لقطة الشاشة رقم (١٢,١)، يمكنك بعد ذلك اختيار إما النهج بروبيت أو النهج لوجيت، كما نُشير إلى أن إفيوز يُوفِّر كذلك إمكانيَّة تقدير نماذج المتغيِّرات المبتورة والمحصورة ونماذج الخيارات المتعدِّدة التي يُمكن تحديدها من قائمة الخيارات المنسدلة من خلال اختيار الطريقة المناسبة من 'Estimation settings'، لنفترض هنا أننا نرغب في اختيار النموذج بروبيت (الإعداد الافتراضي)، انقر إذًا فوق علامة التبويب **Options** في الجزء العلوي من النافذة، وهذا يُمكِّنك من تحديد التباينات **Robust Covariances** و **Huber/White**، سوف يضمن هذا الخيار أن تكون قيم الأخطاء المعياريَّة المقدَّرة حصينة ضد تفاوت التباين (انظر لقطة الشاشة رقم (١٢,٢)).

نُشير إلى أن هناك خيارات أخرى لتغيير طريقة الاستمثال ومعيار التقارب على النحو المبيَّن في الفصل ٨، كما أننا لسنا بحاجة هنا إلى إجراء أيِّ تعديلات على الخيارات الافتراضيَّة، لذلك انقر فوق **OK** وسوف تظهر لك النتائج، نقر فوق **Freeze** **ونعطي اسمًا لهذا الجدول** ثم للانتهاء **نقدر النموذج لوجيت**، يعرض الجدول التالي النتائج التي يتعين الحصول عليها للنموذج بروبيت.

Dependent Variable: FAIL
Method: ML – Binary Probit (Quadratic hill climbing)
Date: 08/04/07 Time: 19:10
Sample: 1 500
Included observations: 500
Convergence achieved after 5 iterations
QML (Huber/White) standard errors & covariance

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	−1.287210	0.609503	−2.111901	0.0347
AGE	0.005677	0.022559	0.251648	0.8013
ENGLISH	−0.093792	0.156226	−0.600362	0.5483
FEMALE	−0.194107	0.186201	−1.042460	0.2972
WORK_EXPERIENCE	−0.318247	0.151333	−2.102956	0.0355
AGRADE	−0.538814	0.231148	−2.331038	0.0198
BELOWBGRADE	0.341803	0.219301	1.558601	0.1191
PG_DEGREE	0.132957	0.225925	0.588502	0.5562
YEAR2004	0.349663	0.241450	1.448181	0.1476
YEAR2005	−0.108330	0.268527	−0.403422	0.6866
YEAR2006	0.673612	0.238536	2.823944	0.0047
YEAR2007	0.433785	0.24793	1.749630	0.0802
McFadden R-squared	0.088870	Mean dependent var		0.134000
S.D. dependent var	0.340993	S.E. of regression		0.333221
Akaike info criterion	0.765825	Sum squared resid		54.18582
Schwarz criterion	0.866976	Log likelihood		−179.4563
Hannan-Quinn criter.	0.805517	Restr. log likelihood		−196.9602
LR statistic	35.00773	Avg. log likelihood		−0.358913
Prob(LR statistic)	0.000247			
Obs with Dep=0	433	Total obs		500
Obs with Dep=1	67			

وكما يتضح من الجدول فإن قيم pseudo-R^2 صغيرة جدًّا وأقل قليلًا من ٩٪، مع أن هذا يحدث في كثير من الأحيان بالنسبة لنماذج المتغيِّر التابع المحدود، كما نذكر أن متغيِّرات الخبرة المهنية والتقدير أ إضافة إلى متغيِّرين من المتغيِّرات الوهمية للسنوات لديهم معلمات معنوية إحصائيًّا، وذلك دون سواهم من المتغيِّرات، أما المتغيِّر الوهمي تقدير درجة البكالوريوس أقل من ب فهو تقريبًا معنوي عند المستوى ١٠٪ في التوصيف بروبيت (وإن كان معنوي عند مستوى أقل في النموذج لوجيت) ، وكما يلاحظ من الصفين الأخيرين للجدول فإن نسبة الرسوب في هذه العينة صغيرة جدًّا، مما يجعل إعداد نموذج جيد للبيانات أصعب مما لو كانت نسبة الناجحين ونسبة الراسبين أكثر توازنًا، هذا ويمكن دراسة العديد من إحصاءات جودة التوفيق (من نافذة مخرجات تقدير النموذج لوجيت أو النموذج بروبيت) وذلك بالنقر فوق **View/Goodness-of-fit Test (Hosmer-Lemeshow)**، كما يمكن التثبت من مدى ملاءمة النموذج من خلال إنشاء مجموعة من 'التنبؤات داخل العينة'؛ بعبارة أخرى: نقوم بإعداد القيم المُجهَّزة من النموذج.



الشكل رقم (٤ , ١٢) **القيم المُجهَّزة من انحدار بروبيت للرسوب في الماجستير.**

للقيام بذلك انقر فوق علامة التبويب **Forecast** بعد تقدير النموذج بروبيت ثم **قم بإلغاء تحديد مربع تقييم التنبؤات** في نافذة 'المخرجات'؛ لأن تقييم التنبؤات ليس مهمًا في هذه الحالة، سوف نتحصَّل بعدها على الرسم البياني للقيم المعدَّة من النموذج التي تظهر في الشكل رقم (٤ , ١٢)، أما الاحتمال غير الشرطي للرسوب في الماجستير لعيِّنة الطلاب التي بين يدينا فيساوي ٤ , ١٣٪ فقط (أي فقط ٦٧ من أصل ٥٠٠ طالب رسبوا)، لذلك يجب تصنيف المشاهدة على أنها قُدِّرت بطريقة صحيحة إذا كان $y_i = 1$ و $\hat{y}_i > 0.134$ أو $y_i = 0$ و $\hat{y}_i < 0.134$، هذا ونذكر أن أسهل طريقة لتقييم النموذج في إيفيوز هو النقر فوق **View/Actual, Fitted, Residual Table** من شاشة عرض نتائج النموذج لوجيت أو بروبيت، بعد ذلك ومن خلال هذه المعلومات يُمكننا الوقوف على أن من بين الطلاب الـ ٦٧ الذين رسبوا تنبأ النموذج بشكل صحيح بـرسوب ٤٦ منهم (وتنبأ بشكل خاطئ بأن ٢١ سوف ينجحون)، ومن بين الـ ٤٣٣ طالبًا الذين نجحوا تنبَّأ النموذج بشكل خاطئ بأن ١٥٥ طالبًا رسبوا، وتنبَّأ بشكل صحيح بنجاح الطلاب المتبقِّين وعددهم ٢٧٨، كما يُمكن لإفيوز إعداد 'جدول تصنيف التوقعات-التنبؤات' تلقائيًّا بالنقر فوق **View/Expectation-Prediction Evaluation** ثم عندما يُطلب منا نقوم بإدخال احتمال الرسوب غير الشرطي بوصفة العتبة (١٣٤ , ٠)، بشكل عام يُمكن النظر إلى هذه التنبؤات على أنها مجموعة تنبؤات (داخل العيِّنة) مقبولة حيث كانت ٨ , ٦٤٪ من إجمالي التنبؤات صحيحة، تتكوَّن هذه التنبؤات الصحيحة من ٢ , ٦٤٪ من تنبؤات صحيحة للنجاح و ٦٦ , ٦٨٪ من تنبؤات صحيحة للرسوب.

من المهم الإشارة إلى أنه -وكما ذكرنا سابقًا- لا يُمكننا تفسير قيم المعلمات المقدَّرة بالطريقة المعتادة، لتفسير تلك القيم نحتاج إلى حساب الآثار الهامشية، لسوء الحظ لا يقوم إيفيوز بذلك تلقائيًّا، لذلك ربما يكون من الأفضل حساب الآثار الهامشية في ورقة الحساب باستخدام الطريقة المبيَّنة في الإطار رقم (١ , ١٢) للنموذج لوجيت، وبطريقة مُماثلة للنموذج بروبيت، إذا قُمنا بذلك سوف نتحصَّل في نهاية المطاف على الإحصاءات المعروضة في الجدول رقم (٥ , ١٢)، ومن المثير للاهتمام أن هذه الإحصاءات مُشابهة إلى حد كبير من حيث قيمها لتلك المتحصَّل عليها لنموذج الاحتمال الخطِّي.

الجدول رقم (١٢,٥) التأثيرات الهامشية للنماذج لوجيت وبروبيت لاحتمال فشل الحصول على الماجستير

المعلمة	النموذج لوجيت	النموذج بروبيت
C	-٠,٢٤٣٣	-٠,١٦٤٦
AGE	٠,٠٠١٢	٠,٠٠٠٧
ENGLISH	-٠,٠١٧٨	-٠,٠١٢٠
FEMALE	-٠,٠٣٦٠	-٠,٠٢٤٨
WORK-EXPERIENCE	-٠,٠٦١٣	-٠,٠٤٠٧
AGRADE	-٠,١١٧٠	-٠,٠٦٨٩
BELOWBGRADE	٠,٠٦٠٦	٠,٠٤٣٧
PG-DEGREE	٠,٠٢٢٩	٠,٠١٧٠
YEAR2004	-٠,٠٧٠٤	٠,٠٤٤٧
YEAR2005	٠,٠١٩٨	-٠,٠١٣٩
YEAR2006	٠,١٣٤٤	٠,٠٨٦٢
YEAR2007	٠,٠٩١٧	٠,٠٥٥٥

يُقدِّم لنا هذا الجدول القيم التي يُمكن تفسيرها بشكل مُباشر من حيث كيفيَّة تأثير المتغيِّرات على احتمال الرسوب في الماجستير، على سبيل المثال، تدل قيمة معلمة العمر التي تُساوي ٠,٠٠١٢ أن زيادة عمر الطالب بسنة واحدة من شأنها أن تزيد من احتمال الرسوب بنسبة ٠,١٢٪ مع بقاء كل العوامل الأخرى ثابتة، في حين نجد أن احتمال رسوب طالبة أقل بحوالي ٢,٥ إلى ٣٪ (حسب النموذج) من احتمال رسوب طالب له نفس الخصائص، كما أن حصول المترشّح على التقدير أ (الدرجة الأولى) في البكالوريوس يجعل احتمال رسوبه في الماجستير أقل بنسبة ٦,٨٩٪ إلى ١٢,٧٪ (حسب النموذج) من طالب آخر له نفس الخصائص مُتحصّل على التقدير ب (المستوى الأعلى من الدرجة الثانية)، في الأخير، وبما أنه تم حذف المتغيِّر الوهمي لسنة ٢٠٠٣ من المعادلات، فإن هذا الأخير يُصبح النقطة المرجعية، لذلك فإن طلاب السنوات ٢٠٠٤، ٢٠٠٦ و ٢٠٠٧ هم أكثر عُرضة للرسوب في الماجستير مُقارنة بطلاب سنة ٢٠٠٣، على عكس طلاب سنة ٢٠٠٥.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- المتغيِّرات التابعة المحدودة
- لوجيت
- بروبيت
- المتغيِّرات المحصورة
- المتغيِّرات المبتورة
- إجابة مُرتَّبة
- لوجيت متعدِّد المتغيِّرات
- التأثيرات الهامشيّة
- pseudo-R^2

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) اشرح لماذا لا يُعتبر نموذج الاحتمال الخطّي مُناسبًا كتوصيف لتقدير المتغيّر التابع المحدود.

(٢) قُم بمقارنة ومُقابلة التوصيفات لوجيت وبروبيت لمتغيّرات الاختيار الثنائي.

(٣) (أ) اشرح طريقة عمل أسلوب التقدير بالإمكان الأعظم المستخدم لنماذج المتغيّر التابع المحدود.

(ب) لماذا يجب علينا توخي الحذر عند تفسير مُعاملات النموذج بروبيت أو النموذج لوجيت؟

(ج) كيف يمكننا قياس ما إذا كان النموذج لوجيت الذي قمنا بتقديره يتاسب جيِّدًا البيانات أم لا؟

(د) ما هو الفرق بين مسألة الاختيار الثنائي ومسألة الاختيار المتعدِّد من حيث إعداد النموذج؟

(٤) (أ) اشرح الفرق بين المتغيّر المحصور والمتغيّر المبتور من حيث استخدام هذه المصطلحات في الاقتصاد القياسي.

(ب) أعطِ أمثلة مُستقاة من مجال الماليَّة (بخلاف تلك التي سبق الإشارة إليها في هذا الكتاب) عن حالات يُمكن أن تُصادف فيها كل نوع من المتغيّرات المذكورة في الجزء (أ) من هذا السؤال.

(ج) بالرجوع إلى أمثلتك المقدَّمة في الجزء (ب)، كيف يُمكن توصيف وتقدير هذه النماذج؟

(٥) قُم بإعادة فتح جدول البيانات 'fail.xls' المستخدمة في نمذجة احتمال الرسوب في الماجستير وقم بما يلي:

(أ) تناول سلسلة رموز البلدان وقم بإنشاء متغيّر وهمي لكل بلد على حدة، أَعِدْ إجراء الانحدار بروبيت ولوجيت السابق المتضمِّن لكل المتغيّرات الأخرى، بالإضافة إلى المتغيّرات الوهمية للبلدان، قُم بإعداد الانحدار بحيث تُصبح المملكة المتّحدة نقطة مرجعية يتم على أساسها قياس التأثير على نسبة الرسوب في البلدان الأخرى، بالاحتفاظ بجميع العوامل الأخرى في النموذج ثابتة، هل هناك دليل على وجود بلدان لها نِسَب رسوب تزيد أو تقل بشكل معنوي عن نسبة الرسوب في المملكة المتَّحدة؟ بالنسبة للنموذج لوجيت، استخدم النهج الوارد في الإطار رقم (١٢ ,١) لتقييم الفروق في معدلات الرسوب بين المملكة المتحدة وبين كل بلد من البلدان الأخرى.

(ب) افترض أن أحد الباحثين يُشير إلى إمكانيَّة وجود علاقة غير خطِّية بين احتمال الرسوب وعمر الطالب، لاختبار ذلك قُم بتقدير نموذج بروبيت يضم جميع المتغيّرات كاملة المذكورة أعلاه بالإضافة إلى متغيّر آخر، هل هناك بالفعل دليل عن وجود هذه العلاقة اللاخطِّية؟

مُلحق مُقدّر الإمكان الأعظم للنماذج لوجيت وبروبيت

(The maximum likelihood estimator for logit and probit models)

نذكِّر أنه في إطار الصياغة لوجيت تُعطي المعادلة رقم (١٢،٤) القيمة المقدَّرة لاحتمال $y_i = 1$:

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_1+\beta_2 x_{2i}+\beta_3 x_{3i}+\cdots+\beta_k x_{ki}+u_i)}} \quad \text{(١٢أ،١)}$$

بهدف التبسيط نُحدِّد حد الخطأ u_i بقيمته المتوقَّعة ونُعرِّف مُجدَّدًا $z_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_k x_{ki}$ وبالتالي نتحصَّل على:

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-z_i}} \quad \text{(١٢أ،٢)}$$

سوف نحتاج أيضًا إلى احتمال $y_i \neq 1$ أي احتمال $y_i = 0$، هذا الأخير يُساوي واحدًا ناقص الاحتمال المقدّم في المعادلة رقم (١٢أ،٢)[١٥]، وبالنظر إلى أنه يمكن أن يكون لدينا في الواقع إمّا أصفار أو قيم تُساوي واحدًا لـــ y_i بدلًا من احتمالات، فإن دالة الإمكان لكل مُشاهدة y_i سوف تكون:

$$L_i = \left(\frac{1}{1+e^{-z_i}}\right)^{y_i} x \left(\frac{1}{1+e^{z_i}}\right)^{(1-y_i)} \quad (١٢أ،٣)$$

تعتمد دالة الإمكان التي نحتاجها على الاحتمال المشترك لجميع المشاهدات N بدلًا من المشاهدة الفردية i، بافتراض أن كل مُشاهدات y_i مُستقلَّة، يكون الإمكان المشترك مُساويًا لحاصل ضرب الإمكانات الهامشيَّة وعددها N، يرمُز $L(\theta|x_{2i}, x_{3i}, \ldots, x_{ki}; i = 1, N)$ إلى دالة إمكان مجموعة المعلمات $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$ استنادًا إلى البيانات، وهكذا تكون دالة الإمكان كالتالي:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{1+e^{-z_i}}\right)^{y_i} \text{x} \left(\frac{1}{1+e^{z_i}}\right)^{(1-y_i)} \quad (١٢أ،٤)$$

وكما هو الحال بالنسبة للنماذج GARCH، يُعتبر تعظيم دالة جمعيَّة لمجموعة المتغيِّرات من الناحية الحسابيَّة أسهل من تعظيم دالة ضربيَّة، طالما يُمكن أن نضمن أن المعلمات الكفيلة بتحقيق ذلك سوف تكون نفس المعلمات، نأخذ إذًا اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة رقم (١٢أ،٤) ثم نقوم بتعظيم دالة لوغاريتم الإمكان:

$$LLF = -\sum_{i=1}^{N}[y_i \ln(1+e^{-z_i}) + (1-y_i)\ln(1+e^{z_i})] \quad (١٢أ،٥)$$

كما نُشير إلى أن تقدير النموذج بروبيت يكون بنفس الطريقة تمامًا، باستثناء أن شكل دالة الإمكان في المعادلة رقم (١٢أ،٤) سوف يكون مُختلفًا قليلًا، لكن بدلًا من ذلك يقوم تقدير النموذج بروبيت على دالة التوزيع الطبيعي المعهودة الوارد وصفها في الفصل ٩.

---

(١٥) يُمكننا استخدام القاعدة التالية:

$$1 - \frac{1}{1+e^{-z_i}} = \frac{1+e^{-z_i}-1}{1+e^{-z_i}} = \frac{e^{-z_i}}{1+e^{-z_i}} = \frac{e^{-z_i}}{1+\frac{1}{e^{z_i}}} = \frac{e^{-z_i} \text{ x } e^{z_i}}{1+e^{z_i}} = \frac{1}{1+e^{z_i}}$$

الفصل الثالث عشر

طرق المحاكاة
Simulation methods

مخرجات التعلم

ستتعلم في هذا الفصل كيفية:

- تصميم أطر المحاكاة لحل العديد من المشاكل في مجال الماليَّة
- شرح الفرق بين المحاكاة البحتة وبين أساليب العينة المعادة
- وصف مختلف التقنيات المتاحة للحد من تقلب عينات مونت كارلو
- تنفيذ تحليل المحاكاة في إفيوز

١٣,١ الدوافع (Motivations)

تجد في مجال الماليَّة والاقتصاد القياسي العديد من الحالات لا يملك فيها الباحث أساسًا أيَّة فكرة عما سوف يحدث! ولتقديم مثال توضيحي عن ذلك في سياق نماذج قياس المخاطر الماليَّة المعقَّدة للمحافظ التي تضم أعدادًا كبيرة من الأصول التي تعتمد في تحركاتها على بعضها البعض، نذكر أنه ليس من الواضح دائمًا مدى تأثير الظروف المتغيِّرة، فعلى سبيل المثال، وفي أعقاب الاتحاد النقدي الأوروبي، واستبدال عملات الدول الأعضاء باليورو، يسود الاعتقاد على نطاق واسع بأن الأسواق الماليَّة الأوروبية قد أصبحت أكثر تكاملًا، مما أدَّى إلى ارتفاع الارتباط بين تحركات أسواق أسهم تلك الدول، إذًا كيف ستتأثَّر خصائص المحفظة التي تضم أسهم العديد من الدول الأوروبية في حالة ارتفعت الارتباطات بين الأسواق إلى ٩٩٪؟ من الواضح أنه من غير المحتمل أن يكون بالإمكان الإجابة عن مثل هذا السؤال باستخدام البيانات التاريخية الفعلية لوحدها؛ لأن الحدث (أي أن يكون الارتباط مساويًا لـ ٩٩٪) لم يقع بعد.

تصبح ممارسة الاقتصاد القياسي صعبة بسبب سلوك السلاسل والعلاقات المتبادلة بينها، والتي تجعل فرضيات النموذج في أحسن الأحوال مشكوكًا في صحَّتها. على سبيل المثال، فإن وجود أطراف توزيع سميكة، انقطاعات هيكليَّة وسببيَّة ثنائية الاتجاه بين المتغيِّرات التابعة والمتغيِّرات المستقلة إلخ سوف يجعل من عملية تقدير المعلمات والاستدلال عمليَّة أقل موثوقية، هذا ونذكر أن

البيانات الفعليَّة تكون مشوَّشة، ولا أحد يعرف حقًّا كل الميزات التي تكمن داخلها، من الواضح أنه من المهم أن يكون للباحثين فكرة عن ماهيَّة تأثيرات هذه الظواهر على تقدير النموذج وعمليَّة الاستدلال.

تُمثِّل المحاكاة في المقابل فرصة لخبير الاقتصاد القياسي ليتصرف 'كعالم حقيقي'، وليقوم بتجارب في ظل ظروف خاضعة للرقابة، كما تُمكِّن تجربة المحاكاة خبير الاقتصاد القياسي من تحديد مدى تأثير تغيير عامل أو جانب من جوانب المشكلة، مع تَرْك جميع الجوانب الأخرى للمشكلة دون تغيير، وهكذا تُتيح المحاكاة إمكانية المرونة التامة، هذا ويمكن تعريف المحاكاة بأنها طريقة لوضع نموذج يسعى إلى تقليد نظام فعَّال أثناء تطوُّره، كما يُعبِّر نموذج المحاكاة من خلال مُعادلات رياضيَّة عن الشكل المفترض لتشغيل النظام، نُشير إلى أن المحاكاة تُعتبر مُفيدة بشكل خاص في الاقتصاد القياسي عندما تكون النماذج مُعقَّدة جدًّا، أو عندما تكون أحجام العيِّنات صغيرة جدًّا.

٢, ١٣ محاكاة مونت كارلو
(Monte Carlo simulations)

تستخدم دراسات المحاكاة عادة لدراسة خصائص وسلوكيات الإحصاءات المختلفة المثيرة للاهتمام، غالبًا ما تُستخدم هذه التقنية في الاقتصاد القياسي عندما تكون خصائص طريقة تقدير ما غير معروفة، فعلى سبيل المثال ومن خلال النظرية التقاربية من الممكن معرفة كيفيَّة عمل اختبار معين عندما يكون حجم عينة لامُتناهيًا، ولكن كيف يعمل هذا الاختبار إذا كان عدد المشاهدات المتاحة خمسين مُشاهدة لا غير؟ هل سيظل الاختبار يمتلك الخصائص المرغوبة المتمثِّلة في الحجم المناسب والقوة العالية؟ بعبارة أخرى: إذا كانت فرضية العدم صحيحة هل سيؤدي الاختبار إلى رفض فرضية العدم في ٥٪ من المرات إذا تم استخدام منطقة رفض ٥٪؟ وإذا كانت فرضية العدم غير صحيحة هل سيتم رفضها غالبًا؟

ومن الأمثلة المستمدَّة من الاقتصاد القياسي حيث يُمكن أن تكون المحاكاة مُفيدة، نذكر:

- قياس قيمة تَحيُّز المعادلات الآنية الناتج عن التعامل مع متغيِّر داخلي على أنَّه متغيِّر خارجي.
- تحديد القيم الحرجة المناسبة لاختبار ديكي فولر.
- تحديد الآثار التي يُمكن أن يُحدثها اختلاف التباين على حجم وقوة اختبار الارتباط الذاتي.

كما تُعتبر المحاكاة أيضًا أداة مفيدة جدًّا في مجال الماليَّة في حالات، مثل:

- تسعير الخيارات غير المُتداولة في ظل غياب صيغة تسعير تحليليَّة.
- تحديد تأثير التغيِّرات الجوهرية في بيئة الاقتصاد الكلي على الأسواق الماليَّة.
- نماذج إدارة مخاطر 'اختبار الإجهاد' لتحديد ما إذا كانت تولِّد متطلبات رأس مال كافية لتغطية الخسائر في جميع الحالات.

يعرض الإطار رقم (١, ١٣) في جميع هذه الحالات الطريقة الأساسية لإجراء مثل هذه الدراسة (مع إضافة خطوات وتعديلات عند الضرورة)، نعرض على التوالي شرحًا موجزًا لكل خطوة من هذه الخطوات، تتضمَّن المرحلة الأولى *تحديد النموذج* الذي سيتم استخدامه لتوليد البيانات، ويُمكن أن يكون هذا الأخير سلسلة زمنية بحتة أو نموذجًا هيكليًّا، بالنسبة لنماذج السلاسل الزمنية البحتة فهي عادة ما تكون أسهل من حيث تطبيقها، بينما يتطلَّب النموذج الهيكلي التام من الباحث أيضًا تحديد عملية توليد البيانات للمُتغيِّرات المفسِّرة، بافتراض أن نموذج السلاسل الزمنية يعتبر مُناسبًا، فإن الخيار التالي الذي سيتم اتخاذه هو اختيار *التوزيع الاحتمالي* للأخطاء.

الإطار رقم (١٣,١) إجراء محاكاة مونت كارلو

(١) توليد البيانات وفقًا لعملية توليد البيانات المطلوبة، مع اعتبار أخطاء مُستمدَّة من توزيع مُعيَّن

(٢) إجراء الانحدار وحساب إحصاءة الاختبار

(٣) حفظ إحصاءة الاختبار وكل معلمة ذات أهميّة

(٤) العودة إلى المرحلة ١ وتكرار ما سبق عدد N مرة

عادة ما يُستخدم التوزيع الطبيعي المعياري رغم أنه من الممكن أيضًا استخدام أي توزيع آخر معقول من الناحية العمليَّة (مثل التوزيع تي لستيورنت).

تتضمَّن المرحلة الثانية تقدير المعلمة ذات الأهمية في الدراسة، فعلى سبيل المثال، يُمكن أن تكون المعلمة محل الاهتمام، قيمة معامل في الانحدار أو قيمة خيار عند تاريخ انتهائه، بدلًا من ذلك يُمكن أن تكون المعلمة محل الاهتمام قيمة المحفظة حسب مجموعة معينة من السيناريوهات التي تُنظم طريقة تحرك أسعار الأصول المكوِّنة لها عبر الزمن.

تُعرف الكمية N بأنها عدد التكرارات (المقصود بالتكرار هنا هو إعادة التجربة)، ويجب أن تكون كبيرة قدر الإمكان، تتمثَّل الفكرة الأساسيَّة وراء محاكاة مونت كارلو في أخذ عينات عشوائية من توزيع معين، لذلك إذا تم تحديد عدد تكرارات صغيرًا جدًّا فإن النتائج سوف تكون حساسة للتوليفات 'الفردية' للأعداد العشوائية المسحوبة، كما تجدر الإشارة أيضًا إلى أن حجج المقاربة تنطبق في دراسات مونت كارلو كما تنطبق في المجالات الأخرى من الاقتصاد القياسي، ويعني ذلك أن نتائج دراسة المحاكاة سوف تكون مُساوية تقارُبيًّا لنظيراتها التحليلية (على افتراض أن هذه الأخيرة موجودة).

١٣,٣ تقنيات تقليل التباين
(Variance reduction techniques)

لنفترض أن x_i يُشير إلى قيمة المعلمة محل الاهتمام للتكرار i، إذا تم حساب متوسط قيمة هذه المعلمة لمجموعة من التكرارات، على سبيل المثال $N = 1000$ تكرار، وقام باحث آخر بإجراء دراسة مماثلة على مجموعات مختلفة من السحوبات العشوائية (Random Draws)، فمن المؤكَّد أن ينتج متوسط قيمة مختلفة لـ x، تُعتبر هذه الحالة شبيهة بمشكلة اختيار عيِّنة فقط من مُشاهدات مجتمع ما في تحليل الانحدار القياسي، يُقاس تغيُّر المعاينة في دراسة مونت كارلو بتقدير الخطأ المعياري الذي يُشار إليه بـــ Sx:

$$S_x = \sqrt{\frac{\mathrm{var}(x)}{N}} \qquad (١٣،١)$$

حيث يُشير $\mathrm{var}(x)$ إلى تباين القيم المقدَّرة للكمية محل الاهتمام على مدى التكرارات N، يتبيَّن من هذه المعادلة أنه بهدف تقليص الخطأ المعياري لمونت كارلو بمعامل قدره ١٠، يجب زيادة عدد التكرارات بمعامل قدره ١٠٠، وبالتالي لتحقيق دقة مقبولة، ربما وجب تحديد عدد عالٍ من تكرارات غير قابل للتحقيق، هناك طريقة بديلة لتقليل خطأ مُعاينة مونت كارلو تتمثَّل في استخدام

تقنية تقليل التباين، هناك العديد من التقنيات المتاحة لتقليل التباين، من بين الطرق الأبسط والأكثر استخدامًا نذكر طريقتين: *المتغيّرات المضادة* (Antithetic Variates) *ومُتغيّرات التحكم* (Control Variates). سيتم الآن وصف كلٍّ من هذه التقنيات.

١٣,٣,١ المتغيّرات المضادة
(Antithetic variates)

من أحد الأسباب التي تجعل دراسة مونت كارلو تتطلّب عادة الكثير من التكرارات هو أنها قد تتطلّب العديد والعديد من المجموعات المتكررة من العيّنات قبل أن تغطي فضاء الاحتمالات الكاملة بشكل كافٍ، هذا وتُعتبر قيم السحوبات (أو عمليات السحب) العشوائيّة بحكم طبيعتها عشوائية، وهكذا وبعد عدد معين من التكرارات، من الوارد عدم حدوث جميع النتائج الممكنة[1]، إن ما هو مطلوب فعلًا هو أن تُغطّي التكرارات المتتالية أجزاءً مختلفة من فضاء الاحتمالات، وهذا يعني أن السحوبات العشوائيّة للتكرارات المختلفة تولّد نتائج تُغطّي جميع الاحتمالات، وقد يستغرق ذلك وقتًا طويلًا ليتحقّق بشكل طبيعي.

تتضمن طريقة المتغيّر المضاد أَخْذَ مُكملة مجموعة من الأعداد العشوائية وإجراء محاكاة مُوازية على تلك الأعداد، فعلى سبيل المثال، إذا كانت القوة التصادفيّة الدافعة هي عبارة عن مجموعة من السحوبات $TN(0,1)$ يُرمز إليها بـــ u_t، فإنه لكل تكرار يتم أيضًا استخدام تكرار إضافي بأخطاء $-u_t$، يُمكن أن تُثبت أنه يتم تقليص الخطأ المعياري لمونت كارلو عند استخدام المتغيّرات المضادة، لإعطاء توضيح بسيط عن ذلك لنفترض أن القيمة المتوسّطة للمعلمة محل الاهتمام بين مجموعتين من تكرارات مونت كارلو هي:

$$\bar{x} = (x_1 + x_2)/2 \tag{٢،١٣}$$

حيث يرمُز x_1 و x_2 إلى القيم المتوسّطة لمعلمات مجموعات التكرارات ١ و ٢ على التوالي، تتحصل على تباين $\bar{x}$ كالتالي:

$$var(\bar{x}) = \frac{1}{4}(var(x_1) + var(x_2) + 2cov(x_1\ \ x_2)) \tag{٣،١٣}$$

إذا لم يتم استخدام أيٍّ من المتغيّرات المضادة، فإن مجموعتيْ تكرارات مونت كارلو سوف تكون مُستقلة، بحيث يصبح التغاير بينهما صفرًا، أي:

$$var(\bar{x}) = \frac{1}{4}\left(var(x_1) + var(x_2)\right) \tag{٤،١٣}$$

غير أن استخدام المتغيّرات المضادة سوف يُؤدي إلى تغاير سلبي في المعادلة رقم (٣،١٣)، وبالتالي تقليص خطأ معاينة مُونت كارلو.

قد يبدو للوهلة الأولى أن تقليص التفاوت في مُعاينة مونت كارلو الناتج عن استخدام المتغيّرات المضادة سوف يكون كبيرًا، بما أن $corr\ (ut\ , -ut\ )\ =\ cov(ut\ , -ut\ )\ =\ -1$ بحكم تعريفها، ومع ذلك من المهم أن نتذكر أن التغايُر المناسب هنا هو التغاير بين الكمية المحاكاة محل اهتمام التكرارات العاديّة، وتلك التي تستخدم المتغيّرات المضادة، غير أن التغاير السلبي التام يكون بين السحوبات العشوائية (أي حدود الخطأ) ومُتغيّراتها المضادة، على سبيل المثال، وفي إطار تسعير الخيارات (التي ستردُ مُناقشتها أدناه)،

---

(١) بالنسبة للمتغيّر العشوائي المستمر من الواضح أنه سوف يكون هناك عدد لامُتناهٍ من القيم الممكنة، في هذا الإطار تُختزل المشكلة ببساطة في أنه إذا كان فضاء الاحتمالات مُقسّمًا إلى فترات صغيرة عشوائية فإن بعض هذه الفترات لن يتم تغطيتها بالقدر الكافي بالسحوبات العشوائية التي تم اختيارها فعليًا.

يُمثِّل إصدار سعر الورقة الماليَّة محل العقد (وبالتالي سعر الخيار) تحويلًا لاخطيًّا لـ u_t، وبالتالي فإن التغايرات بين الأسعار النهائية للأصول الأساسيَّة القائمة على السحوبات، وتلك القائمة على المتغيِّرات المضادة سوف تكون سلبية، ولكن لن تكون −١ .

هناك العديد من التقنيات الأخرى لتقليل التباين التي تعمل باستخدام مبادئ مشابهة، حيث نجد تقنيات المعاينة الطبقية (Stratified Sampling)، مطابقة العزوم (Moment Matching) والتسلسل ذا الفروق المنخفضة (Low Discrepancy Sequencing)، تُعرف الطريقة الأخيرة أيضًا باسم *متتاليات شبه عشوائيَّة من السحوبات* (Quasi-Random Sequences of Draws)، تتضمَّن هذه الأخيرة اختيار تسلسل معيَّن من عينات ممثِّلة من توزيع احتمالي محدَّد، يتم اختيار العينات المتتالية بحيث يتم بواسطة التكرارات اللاحقة سد الفجوات غير المحددة المتبقية في التوزيع الاحتمالي، وتكون نتيجة ذلك مجموعة من السحوبات العشوائيَّة مُوزَّعة بشكل مُناسب بين جميع النتائج ذات الاهتمام، يُؤدي استخدام التسلسل ذي الفروق المنخفضة إلى تقليص الأخطاء المعياريَّة لمونت كارلو على نحو يتناسب مُباشرة مع عدد التكرارات لا مع الجذر التربيعي لهذه الأخيرة، وبالتالي وعلى سبيل المثال لتقليص الخطأ المعياري لمونت كارلو بمعامل قدره ١٠، يجب زيادة عدد التكرارات بمعامل قدره ١٠٠ في المعاينة العشوائية القياسية لمونت كارلو في حين يجب زيادة عدد التكرارات بمعامل قدره ١٠ فقط في التسلسل ذي الفروق المنخفضة، هذا ويتعدَّى عرض المزيد من التفاصيل عن تقنيات التسلسل ذي الفروق المنخفضة نطاق هذا الكتاب لكن يُمكن الاطلاع عليها في كتابات بويل (١٩٧٧) ((Boyle (1997)) أو بريس وآخرون (١٩٩٢) ((Press et al. (1992)). يعرض الأوَّل مثالًا مفصلًا وهامًّا في إطار تسعير الخيارات.

١٣,٣,٢ مُتغيِّرات التحكم
(Control variates)

يتضمَّن تطبيق مُتغيِّرات التحكم توظيف متغيِّر مماثل للمتغيِّر المستخدم في المحاكاة، لكن تكون خصائصه معروفة مُسبقًا قبل إجراء المحاكاة، نرمز إلى المتغيِّر المعروفة خصائصه بـــ y، ونرمُز إلى المتغيِّر الذي نُحاكي خصائصه بـــ x، يتم إجراء المحاكاة على x وكذلك على y، مع استخدام نفس مجموعات السحوبات العشوائية في كلتا الحالتين، كما نُشير إلى قيم x و y المقدَّرة من المحاكاة بـــــ $\hat{x}$ و $\hat{y}$ على التوالي، كما يمكن اشتقاق قيمة مقدَّرة جديدة لـ x من:

$$x^* = y + (\hat{x} - \hat{y}) \quad (١٣،٥)$$

يُمكن أن نُثبت مرَّة أخرى أن خطأ معاينة مونت كارلو لهذه الكمية x^*، سوف يكون أقل من خطأ x شريطة توفُّر ظروف مُعيَّنة، تُساعد مُتغيِّرات التحكم على تقليل تفاوت مونت كارلو الراجع لمجموعة معينة من السحوبات العشوائية، وذلك باستخدام نفس السحوبات على مسألة ذات صلة يكون حلها معروفًا، من المتوقع أن تكون آثار خطأ المعاينة للمسألة قيد الدراسة والمسألة المعروفة متشابهة، وبالتالي يمكن الحد منها بمعايرة نتائج مونت كارلو باستخدام النتائج التحليلية.

ومن الجدير بالذكر أن مُتغيِّرات التحكم تنجح في تقليل خطأ معاينة مونت كارلو فقط إذا كانت مسائل التحكم والمحاكاة مرتبطة ارتباطًا وثيقًا، وبما أنه تم خفض الارتباط بين إحصاءة المراقبة والإحصاءة محل الاهتمام فإن خفض التباين يكون ضعيفًا، لنَعُدْ مرة أخرى إلى المعادلة رقم (١٣، ٥) ولنأخذ تباين كلا الجانبين:

$$var(x^*) = var(y + (\hat{x} - \hat{y})) \quad (١٣،٦)$$

$var(y) = 0$ بما أن y كمية معروفة تحليليًا، وبالتالي فهي لا تخضع لاختلاف المعاينة، لذلك يُمكن كتابة المعادلة رقم (١٣، ٦) على النحو التالي:

$$var(x^*) = var(\hat{x}) + var(\hat{y}) - 2cov(\hat{x}\ \hat{y}) \quad (٧،١٣)$$

أمَّا الشرط اللازم ليكون تباين مُعاينة مونت كارلو أقل عند استخدام مُتغيِّرات التحكم مُقارنة بعدم استخدام هذه الأخيرة فهو أن يكون $var(x^*)$ أقل من $var(\hat{x})$، انطلاقًا من المعادلة رقم (٧،١٣)، يُمكن كذلك صياغة هذا الشرط كالتالي:

$$var(\hat{y}) - 2cov(\hat{x}, \hat{y}) < 0$$

أو

$$cov(\hat{x}, \hat{y}) > \frac{1}{2}var(\hat{y})$$

بقسمة جانبَي المتباينة على ناتج ضرب الانحرافات المعيارية، أي $(var(\hat{x})\ و\ var(\hat{y}))^{1/2}$، نتحصَّل على الارتباط في الجانب الأيسر من المعادلة:

$$corr(\hat{x}, \hat{y}) > \frac{1}{2}\sqrt{\frac{var(\hat{y})}{var(\hat{x})}}$$

ولتقديم مثال توضيحي عن استخدام متغيِّرات التحكم قد يهتم الباحث بتسعير خيار آسيوي حسابي باستخدام المحاكاة، نُذكِّر أن الخيار الآسيوي الحسابي هو الخيار الذي يعتمد عائده على قيمة المتوسِّط الحسابي للأصل الأساسي طيلة فترة حساب المتوسِّط، عند تاريخ الاكتتاب، لا يتوفَّر بعد نموذج (ذو صيغة مُغلقة) تحليلي لتسعير مثل هذه الخيارات، يُمكن في هذا السياق الحصول على سعر متغيِّر التحكم من خلال إيجاد سعر بواسطة محاكاة مشتق مماثل تكون قيمته معروفة من الناحية التحليلية، على سبيل المثال خيار تقليدي أوروبي، وبالتالي يتم تسعير الخيار الآسيوي وخيار تقليدي باستخدام المحاكاة كما هو موضح أدناه، مع الإشارة إلى السعر المحاكى لهذين الخيارين بـ P_A و P_{BS}^* على التوالي، يتم حساب سعر خيار تقليدي P_{BS} أيضا باستخدام صيغة تحليلية مثل تلك المقدَّمة من قبل بلاك-شولز، وهكذا نتحصَّل على القيمة المقدَّرة الجديدة لسعر الخيار الآسيوي P_A^* كالتالي:

$$P_A^* = (P_A - P_{BS}) + P_{BS}^* \quad (٨،١٣)$$

١٣،٣،٣ إعادة استخدام الأرقام العشوائيَّة عبر التجارب
(Random number re-usage across experiments)

على الرغم من أنه من غير المعقول بطبيعة الحال إعادة استخدام مجموعات من سحوبات الأرقام العشوائية ضمن تجربة مونت كارلو، إلَّا أن استخدام نفس مجموعات السحوبات خلال التجارب من شأنه أن يُقلص إلى حد كبير قابليَّة اختلاف القيم المقدَّرة خلال التجارب، على سبيل المثال، قد يكون من المهم فحص قوة اختبار ديكي-فولر لعينات من حجم ١٠٠ مشاهدة ولقيم مختلفة لـ ϕ (استخدمنا ترميز الفصل ٨)، وبالتالي، بالنسبة لكل تجربة تتضمَّن قيمة مختلفة لـ ϕ، يُمكن استخدام نفس المجموعة من الأرقام العشوائية العادية القياسية لتقليص اختلاف المعاينة خلال التجارب، إلَّا أنه وبطبيعة الحال لن تزيد دقَّة التقديرات الفعلية في كل حالة.

ثمَّة إمكانية أخرى تتضمن أَخْذ سلسلة طويلة من السحوبات ومن ثم تقسيمها إلى عدَّة مجموعات أصغر بهدف استخدامها في تجارب مختلفة، على سبيل المثال، يمكن أن تُستخدم محاكاة مونت كارلو لتسعير عدة خيارات ذات أزمنة استحقاق مُختلفة، لكنها مُتطابقة في جميع النواحي الأخرى، وبالتالي، إذا كان محل اهتمامنا هو آفاق استحقاق تُعادل ستة أشهر، ثلاثة أشهر، وشهر واحد، فإنه يجب إجراء سحوبات عشوائيَّة كافية لستة أشهر، ثم يمكن استخدام سحوبات الست أشهر لبناء تكرارين لأفق استحقاق مدّته ثلاثة أشهر، وستة تكرارات لأفق استحقاق مدَّته شهر واحد، سوف يتم مرَّة أخرى تخفيض تقلب أسعار الخيارات التي تمت محاكاتها خلال فترات الاستحقاق، على الرغم من عدم زيادة دقة الأسعار في حد ذاتها لعدد ما من التكرارات.

كما نُشير إلى أنه من غير المرجَّح أن يُؤدي إعادة استخدام الأرقام العشوائيَّة إلى توفير الوقت في العمليَّة الحسابيَّة، حيث إن السحوبات العشوائيَّة عادة ما تستغرق نسبة صغيرة للغاية من الوقت الإجمالي الذي يتطلَّبه إجراء التجربة بأكملها.

٤ , ١٣ البوتستراب (Bootstrapping)

يرتبط البوتستراب بالمحاكاة، مع وجود فارق وحيد حاسم بينهما، ففي المحاكاة يتم إنشاء البيانات بشكل مصطنع تمامًا، في المقابل يُستخدم البوتستراب للحصول على وصف لخصائص المقدَّرات التجريبية باستخدام نقاط بيانات العيِّنة نفسها، ويتضمَّن أخذ عيِّنات بشكل متكرِّر مع استبدال من البيانات الفعلية، شكَّك العديد من الاقتصاديين القياسيين في البداية من جدوى هذه التقنية، والتي تبدو للوهلة الأولى أنها نوع من الخدع السحرية، حيث إنها تستحدث معلومات إضافية مُفيدة من عيِّنة ما، في الواقع يذكر دافيسون وهينكلي (١٩٩٧، ص ٣) ((Davison and Hinkley (1997, p 3)) أن مصطلح 'البوتستراب' في هذا السياق مُتأتٍّ من التشابه مع شخصية البارون مونتشهاوزن (Munchhausen) الذي خرج من قاع البحيرة بواسطة سحب نفسه بواسطة أربطة حذائه.

لنفترض أنه يتوفَّر لدينا عيِّنة من البيانات $y = y_1, y_2, \dots, y_T$ وأن المطلوب هو تقدير إحدى المعلمات θ، يُمكن الحصول على تقريب للخصائص الإحصائية لـ $\hat{\theta}_T$ من خلال دراسة عيِّنة من مُقدرات البوتستراب، يتم ذلك من خلال أخذ عدد N عيِّنة بحجم T واستبدال المشاهدات من العيِّنة y وإعادة احتساب $\hat{\theta}$ مع كل عيِّنة جديدة، تتحصَّل إذًا على سلسلة من القيم المقدَّرة $\hat{\theta}$ ونقوم بدراسة توزيعها.

أمَّا أفضليَّة البوتستراب على استخدام النتائج التحليلية فيتمثَّل في أنه يسمح للباحث أن يستخلص استدلالات دون وضع افتراضات قويَّة عن التوزيع؛ لأن التوزيع المستخدم سوف يكون نفس توزيع البيانات الفعلية، وبدلًا من فرض شكل على توزيع المعاينة للقيمة $\hat{\theta}$، فإن البوتستراب يتضمَّن تقديرًا تجريبيًّا لتوزيع المعاينة من خلال فحص تفاوت الإحصاءة داخل العيِّنة.

يتم سحب مجموعة من العيِّنات الجديدة مع استبدال من العيِّنة، وتُحسب إحصاءة الاختبار محل الاهتمام لكل عيِّنة من تلك العيِّنات، في واقع الأمر، يتضمَّن ذلك أخذ عيِّنات من العيِّنة، وهو ما يعني أننا نتعامل مع العيِّنة وكأنها مجتمع يُمكن سحب عيِّنات منه، نقوم بتسمية إحصاءات الاختبار المحسوبة من العيِّنات الجديدة $\hat{\theta}^*$، من المحتمل أن تكون العينات مختلفة تمامًا عن بعضها البعض وعن القيمة الأصلية لـ $\hat{\theta}$ لكون أن بعض المشاهدات يُمكن أن تظهر في العيِّنة مرات عديدة، والبعض الآخر لا يظهر مُطلقًا، وهكذا يتم الحصول على توزيع قيم $\hat{\theta}^*$ والتي يُمكن من خلالها حساب الأخطاء المعيارية أو بعض الإحصاءات الأخرى المثيرة للاهتمام.

تزامنًا مع التقدم في السرعة والقوة الحاسوبية، ازداد عدد تطبيقات البوتستراب في مجال الماليَّة والاقتصاد القياسي بسرعة في السنوات السابقة، على سبيل المثال، استُخدم البوتستراب في الاقتصاد القياسي في إطار اختبار جذر الوحدة، هذا واقترح كلٍ من شاينكمان وليبرون (١٩٨٩) (Scheinkman and LeBaron (1989)) أيضًا أن البوتستراب يُمكن استخدامه 'كتشخيص مُختلط' حيث يتم عادةً أخذ عيِّنات من البيانات الأصلية مع استبدال المشاهدات لتكوين سلسلة بيانات جديدة، ينبغي أن تولّد التطبيقات المتتالية لهذا الإجراء عدَّة مجموعات من البيانات التي لها في المتوسط نفس خصائص التوزيع مثل البيانات الأصلية، لكن وبحكم تعريفه، تمت إزالة أيِّ نوع من الارتباط في السلسلة الأصلية (على سبيل المثال، الارتباط الذاتي الخطي أو اللاخطي)، يُمكن بعد ذلك استخدام تطبيقات الاختبارات الاقتصادية القياسية على السلاسل المختلطة كمقياس يُمكن من خلاله مُقارنة النتائج بالبيانات الفعلية أو إنشاء تقديرات للأخطاء المعياريَّة أو إنشاء فترات ثقة.

نُناقش فيما يلي وفي مجال الماليَّة تطبيقًا للبوتستراب في إطار إدارة المخاطر، ومن الاستخدامات الحديثة الأخرى المقترحة للبوتستراب نذكر استخدام هذا الأخير في تجريب البيانات (التنقيب في البيانات) في إطار اختبارات ربحية قواعد التداول التقنية، يحدث تجريب البيانات عندما يتم استخدام نفس المجموعة من البيانات لبناء قواعد التداول، وكذلك لاختبار هذه الأخيرة، في مثل هذه الحالات إذا تم فحص عدد كافٍ من قواعد التداول، فإنه من المحتَّم أن البعض منها سوف يُولِّد عن طريق الصدفة البحتة عوائد إيجابيَّة ذات معنويَّة إحصائيَّة، هذا ويُقال أن تجريب البيانات يحدث عندما تستمر على مدى فترة زمنيَّة طويلة، دراسة قواعد التداول التقنية التي 'نجحت' في الماضي، بينما تتلاشى قواعد التداول الأخرى التي فشلت، بعد ذلك يتم إعلام الباحثين فقط بالقواعد التي نجحت دون غيرها من القواعد التي فشلت، وهي قواعد تُعَدُّ ربما بالآلاف.

تتجلى تحيُّزات تجريب البيانات في جوانب أخرى من التقدير والاختبار في مجال الماليَّة، نذكر أن لو وماكينلاي (١٩٩٠) وجدَا أن اختبارات نماذج تسعير الأصول الماليَّة قد تسفر عن استنتاجات مُضلِّلة عند استخدام خصائص البيانات لبناء إحصاءات الاختبار، ترتبط هذه الخصائص ببناء المحافظ الاستثماريَّة التي تقوم على بعض خصائص الأسهم المُحفزة تجريبيًّا كالرسملة السوقية، بدلًا من الخصائص ذات الدوافع النظرية كعوائد الأرباح.

يقترح سوليفان، تيميرمان ووايت (١٩٩٩) (Sullivan, Timmermannand and White 1999) ووايت (٢٠٠٠) استخدام البوتستراب لاختبار تجريب البيانات، تعمل هذه التقنية من خلال وضع القاعدة تحت الدراسة في إطار 'عالم' من قواعد التداول المتشابهة إلى حد كبير، ومن شأن ذلك أن يُضفي مُحتوى تجريبيًّا للفكرة القائلة بأنه ربما تمت دراسة مجموعة متنوعة من القواعد قبل تحديد القاعدة النهائية، يتم تطبيق البوتستراب على كل قاعدة من قواعد التداول، وذلك من خلال أَخْذ عيِّنات مع استبدال المشاهدات من السلسلة الزمنية للعوائد المرصودة لتلك القاعدة، تتمثَّل فرضية العدم في عدم وجود قاعدة تداول تقنية متفوقة عن البقيَّة، يوضح سوليفان، تيميرمان ووايت كيف يمكن بناء القيمة بي من اختبار 'فحص الواقع' القائم على البوتستراب، والذي يتولَّى تقييم معنويَّة العوائد (أو فائض العوائد) الناجمة عن القاعدة بعد الأخذ بعين الاعتبار حقيقة أن كل القواعد الممكنة قد تمت دراستها.

١٣,٤,١ مثال عن البوتستراب في إطار الانحدار
(An example of bootstrapping in a regression context)

باعتبار النموذج المعتاد للانحدار:

$$y = X\beta + u \tag{١٣،٩}$$

فإنه يُمكن تطبيق البوتستراب على نموذج الانحدار بطريقتين.

إعادة مُعاينة البيانات
(Re-sample the data)

يتضمن هذا الإجراء أَخْذ البيانات ومُعاينة كامل الصفوف المقابلة للمشاهدات i معًا، يُوضِّح الإطار رقم (١٣,٢) الخطوات المتَّبعة لهذا الإجراء، هناك مشكلة منهجية مُرتبطة بهذا النهج، وهي أن هذا الأخير يتطلَّب مُعاينة المتغيّرات الانحداريَّة، غير أن نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي يفترض أن هذه المتغيّرات ثابتة في العيّنات المتكرّرة، مما يعني أنه ليس لديها توزيع معاينة، وبالتالي فإن إعادة معاينة المتغيّرات المفسّرة لا يتماشى مع روح نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي، في المقابل، فإن التأثير العشوائي الوحيد في الانحدار هو الأخطاء u، فلماذا لا يُطبق عليها البوتستراب؟

الإطار رقم (١٣,٢) إعادة معاينة البيانات

(١) توليد عينة من البيانات الأصلية بحجم T عن طريق المعاينة مع استبدال المشاهدات من جميع الصفوف (أي إذا تم تحديد المشاهدة عدد ٣٢، فإننا نأخذ y_{32} وقيم جميع المتغيّرات المفسّرة للمشاهدة عدد ٣٢).

(٢) حساب مصفوفة المعاملات لعينة البوتستراب، $\hat{\beta}^*$.

(٣) الرجوع إلى المرحلة ١ وتوليد عينة أخرى بحجم T. كرّر هذه المراحل عدد N من المرات. وبالتالي سيتم الحصول على مجموعة من متجهات المعامل وعددها N، $\hat{\beta}^*$، والتي سوف تكون بشكل عام مختلفة بحيث تتحصّل على توزيع للقيم المقدّرة لكل معامل.

إعادة المعاينة من البواقي
(Re-sampling from the residuals)

يُعتبر هذا الإجراء إجراءً 'بحتًا من الناحية النظرية' على الرغم من صعوبة فهمه وتطبيقه، تظهر خطوات هذا الإجراء في الإطار رقم (١٣,٣).

٢ , ٤ , ١٣ حالات يكون فيها البوتستراب غير فعَّال
(Situations where the bootstrap will be ineffective)

هناك حالتان على الأقل لا يعمل فيها البوتستراب الموضَّح أعلاه بشكل جيِّد.

القيم الشاذَّة في البيانات
(Outliers in the data)

إذا وُجِدَت قيم شاذَّة في البيانات، فمن الممكن أن تؤثر على استنتاجات البوتستراب، على وجه الخصوص، يُمكن أن تتوقَّف نتائج تكرار ما بشكل كبير على مدى ظهور القيم الشاذَّة (وعدد مرات ظهورها) في العيِّنة المتحصَّل عليها باستخدام البوتستراب.

الإطار رقم (٣ , ١٣) إعادة المعاينة من البواقي

(١) تقدير النموذج على البيانات الفعلية، الحصول على القيم المُجهَّزة من النموذج $\hat{y}$ وحساب البواقي $\hat{u}$

(٢) أخذ عيِّنة بحجم T مع الإستبدال من هذه البواقي (ولنُسميها $\hat{u}^*$)، ثم القيام بتوليد متغيِّر تابع باستخدام البوتستراب وذلك بإضافة قيم البواقي المُجهَّزة من النموذج إلى البواقي المتحصّل عليها باستخدام البوتستراب:

$$y^* = \hat{y} + \hat{u}^* \qquad (١٠،١٣)$$

(٣) نقوم بعد ذلك بإجراء انحدار للمتغير التابع الجديد على البيانات الأصلية X للحصول على متَّجه معامل البوتستراب $\hat{\beta}^*$.

(٤) الرجوع إلى الخطوة ٢ وإعادة الخطوات عدد N من المرات.

البيانات غير المستقلة
(Non-independent data)

يفترض استخدام البوتستراب ضمنيًّا أن البيانات *مُستقلة عن بعضها البعض*، من الواضح أن ذلك لن يحدث في حالة وجود على سبيل المثال ارتباط ذاتي في البيانات، يتمثَّل الحل المحتمل لهذه المشكلة في استخدام 'كتلة مُتحرّكة للبوتستراب'، تأخذ هذه الطريقة في الاعتبار تبعيَّة السلاسل من خلال مُعاينة مجموعات كاملة من المشاهدات في وقت واحد، كما نذكر أن كتابات دافيسون وهينكلي (١٩٩٧) وإيفرون (١٩٧٩، ١٩٨٢) ((Efron (1979, 1982)) تطرَّقت إلى هذه المسألة إلى جانب مسائل أخرى تتعلَّق بالجانب النظري والعملي للبوتستراب.

كما تجدر الإشارة أيضًا إلى أن تقنيات تقليل التباين مُتاحة أيضًا في إطار البوتستراب، وهي تعمل بطريقة مُشابهة جدًّا لتلك المذكورة أعلاه في سياق المحاكاة البحتة.

١٣,٥ توليد الأرقام العشوائية
(Random number generation)

تتضمن مُعظم حزم الكمبيوتر الخاصة بالاقتصاد القياسي مُولِّدًا للأرقام العشوائيَّة، كما أن أبسط فئة من الأرقام التي يُمكن توليدها تتأتى من التوزيع المنتظم (١،٠)، التوزيع المنتظم (١،٠) هو توزيع حيث يُمكن فقط سحب القيم المحصورة بين ٠ و ١ ولكل قيمة ضمن الفترة لها نفس احتمال أن يقع الاختيار عليها، يُمكن أن تكون السحوبات المنتظمة مُتقطِّعة أو مُستمرَّة، وكمثال عن مُولِّد الأرقام المنتظمة المتقطِّعة نذكر حجر النرد أو عجلة الروليت، كما يُمكن لأجهزة الكمبيوتر توليد سحوبات من الأرقام العشوائيَّة المنتظمة المستمرَّة، يُمكن توليد الأرقام المنتظمة المستمرة (١،٠) وفقًا للتكرار التالي:

$$y_{i+1} = (ay_i + c) \text{ modulo } m \;\; i = 0\,1\, \dots\, T \qquad (١١،١٣)$$

وكذلك

$$R_{i+1} = y_{i+1}/m \;\; \text{for } i = 0\,1\, \dots\, T \qquad (١٢،١٣)$$

لعدد T من السحوبات العشوائيَّة، حيث يُمثِّل y_0 النواة (القيمة الأولية لـــ y)، a مُضاعف و c الزيادة وثلاثتهم ثوابت، يعمل 'عامل باقي القسمة' ببساطة كالساعة، حيث يعود إلى واحد بعد وصوله إلى m.

سوف تتطلَّب أيَّة دراسة محاكاة تضم تكرارًا، مثل الذي سبق وصفه في المعادلة رقم (١٣، ١١) لتوليد سحوبات عشوائية، من المستخدم تحديد القيمة الأولية y_0 لبدء العملية، سوف يُؤثر اختيار هذه القيمة بشكل غير مستحب على خصائص السلسلة التي تم توليدها، سوف يكون هذا التأثير الأقوى على $y_1, y_2, \dots$ ثم يتلاشى تدريجيًّا، على سبيل المثال، إذا تم استخدام مجموعة من السحوبات العشوائية لإنشاء سلسلة زمنية تتبع العملية GARCH، فإن المشاهدات الأولى سوف تكون أقل شبهًا بالعملية GARCH المطلوبة مُقارنة بنقاط البيانات اللاحقة، وبالتالي سوف يأخذ التصميم الجيِّد للمحاكاة بعين الاعتبار هذه الظاهرة، وذلك بتوليد بيانات أكثر مما هو مطلوب ثم إسقاط المشاهدات القليلة الأولى، على سبيل المثال، إذا كنا بحاجة إلى ١٠٠٠ مُشاهدة، فيمكن توليد ١٢٠٠ مُشاهدة، ثم حذف المشاهدات من ١ إلى ٢٠٠ واستخدام المشاهدات من ٢٠١ إلى ١٢٠٠ لإجراء التحليل.

تُعرف هذه السحوبات للأرقام العشوائية التي يُنتجها الحاسوب باسم الأرقام الشبه عشوائية، وذلك لأنها في الواقع ليست عشوائية على الإطلاق، بل حتمية تمامًا لأنها مُشتقة من صيغة دقيقة! عندما يتم اختيار قيم المعلمات القابلة للتعديل من قِبل المستخدم بعناية، يُمكن الحصول على مُولِّد للأرقام الشبه عشوائيَّة يُلبي جميع الخصائص الإحصائية للأعداد العشوائية الحقيقية، في النهاية سوف تبدأ مُتتاليات الأرقام العشوائية بالتكرر، لكن ينبغي أن يأخذ ذلك وقتًا طويلًا قبل أن يحدث، لمزيد من التفاصيل وللحصول على الشفرة البرمجيَّة لفورتران (Fortran code)، انظر بريس وآخرين (١٩٩٢) ((Press et al.(1992)) أو جرين (٢٠٠٢) ((Green (2002)) للحصول على مثال.

يُمكن تحويل السحوبات $U(0,1)$ إلى سحوبات من أي توزيع نُريد، كالتوزيع الطبيعي أو التوزيع تي لستيورنت، تقوم حزم برمجيات الاقتصاد القياسي المُجهَّزة بوظائف المحاكاة عادة بالقيام بذلك تلقائيًا.

٦,١٣ عيوب نهج المحاكاة في حل مسائل الاقتصاد القياسي أو المسائل الماليَّة
(Disadvantages of the simulation approach to econometric or financial problem solving)

- **قد تكون مكلِّفة من الناحية الحسابيَّة**

أي أن عدد عمليات التكرار المطلوبة لإيجاد حلول دقيقة قد يكون كبيرًا جدًّا، ويعتمد ذلك على طبيعة المهمة المطروحة، إذا كان كل تكرار معقدًا نسبيًّا من حيث مشكلات التقدير، فإن المشكلة يُمكن أن تكون غير قابلة للتطبيق حسابيًّا، حيث قد يستغرق الأمر أيامًا أو أسابيع أو حتى سنوات لتنفيذ التجربة، وعلى الرغم من أن وقت وحدة المعالجة المركزية في تناقص كلما تم جَلْب أجهزة كمبيوتر أسرع إلى السوق، إلَّا أنه يبدو أن الجانب التقني للمسائل التي تمت دراستها يتسارع بنفس الخطى!

- **قد تكون النتائج غير دقيقة.**

حتى وإن كان عدد التكرارات كبيرًا جدًّا، فلن تُقدم تجارب المحاكاة إجابة دقيقة عن المسألة إذا تم إجراء بعض الافتراضات غير الواقعية عن عملية توليد البيانات، على سبيل المثال وفي إطار تسعير الخيارات، لن تكون تقييمات الخيارات التي يتم الحصول عليها من المحاكاة دقيقة إذا كانت عملية توليد البيانات تفترض أخطاء مُوزَّعة بشكل طبيعي في حين أن أطراف توزيع السلسلة الحقيقيَّة للعوائد الأساسية سميكة.

- **غالبًا ما يكون من الصعب تكرار النتائج**

باستثناء الحالات التي يتم فيها إعداد التجربة بحيث يكون تسلسل السحوبات العشوائية معروفًا ويمكن إعادة بنائه، وهو ما يُعتبر عمليًّا حالة نادرة، فإن نتائج دراسة مونت كارلو سوف تكون وإلى حد ما حكرًا على استقصاء مُعيَّن، في هذه الحالة سوف يتضمَّن تكرار التجربة مجموعات مختلفة من السحوبات العشوائية، وبالتالي من المرجَّح أن يؤدي إلى نتائج مختلفة، خاصة إذا كان عدد التكرارات صغيرًا.

- **نتائج المحاكاة خاصَّة بالتجربة**

إن الحاجة إلى تحديد عملية توليد البيانات باستخدام مجموعة من المعادلات أو مُعادلة واحدة تعني ضمنًا أنه لا يُمكن تطبيق النتائج إلَّا على هذا النوع الدقيق من البيانات، رُبما تنطبق أيَّة استنتاجات تم التوصُّل إليها أو لا تنطبق على عمليات أخرى لتوليد البيانات، لتقديم مثال توضيحي، يتضمَّن فحص قوة الاختبار الإحصائي، بحكم تعريفه تحديد مدى تكرار رفض فرضيَّة العدم الخاطئة، في سياق اختبارات ديكي-فولر على سبيل المثال، نتحصَّل على قوة الاختبار الذي تحدده دراسة مونت كارلو من خلال النسبة المئوية للمرات التي يتم فيها رفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة، لنفترض أن عملية توليد البيانات التالية تُستخدم لتجربة محاكاة من قبيل:

$$y_t = 0{,}99y_{t-1} + u_t \qquad u_t \sim N(0\ 1) \qquad (١٣،١٣)$$

من الواضح أن فرضيـة العدم المتمثِّلة في وجود جذر الوحدة ستكون خاطئة في هذه الحالة، كون ذلك ضروريًا لفحص قوة الاختبار، ومع ذلك، ولعيِّنات ذات أحجام ضئيلة، من المحتمل أن يتم رفض فرضيَّة العدم في حالات نادرة جدًّا، ليس من المناسب أن نستنتج من مثل هذه التجربة أن اختبار ديكي فولر لا يُعتبر عمومًا اختبارًا قويًّا؛ لأنه في هذه الحالة لا تُعتبر فرضيَّة العدم ($\phi = 1$) خاطئة تمامًا! هذه المشكلة عامة في العديد من دراسات مونت كارلو، يتمثَّل حل هذه المشكلة في تشغيل عمليات المحاكاة باستخدام أكبر عدد ممكن من عمليات توليد البيانات المختلفة والمناسبة، أخيرًا، ينبغي أن يكون واضحًا أن عملية مونت كارلو لتوليد البيانات يجب أن تتطابق قدر الإمكان مع المشكلة الحقيقيَّة محل الاهتمام.

في الختام تُعتبر المحاكاة أداة مُفيدة للغاية، ويمكن تطبيقها على مجموعة هائلة من المسائل، ازدادت شعبيَّة هذه التقنية على مدى العقد الماضي، ولا تزال في ازدياد، غير أنه وككل أداة، تُصبح المحاكاة خطرة إذا ما وُضعت بين أيادٍ خاطئة، فمن السهل جدًّا الخوض في تجربة محاكاة دون التفكير فيما إذا كان هذا النهج صحيحًا أم لا.

١٣,٧ مثال عن محاكاة مونت كارلو في الاقتصاد القياسي
اشتقاق مجموعة من القيم الحرجة لاختبار ديكي فولر
(An example of Monte Carlo simulation in econometrics deriving a set of critical values for Dickey –Fuller test)

نُذكِّر أن المعادلة المستخدمة في اختبار ديكي فولد المطبَّق على السلسلة y_t هي عبارة عن الانحدار التالي:

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t \qquad (١٤،١٣)$$

بحيث يكون الاختبار عبارة عن اختبار $H_0: \phi = 1$ مُقابل $H_1: \phi < 1$، ونتحصَّل على إحصاءة الاختبار محل الاهتمام كالتالي:

$$\tau = \frac{\hat{\phi} - 1}{SE(\hat{\phi})} \qquad (١٥،١٣)$$

تحت فرضية العدم لجذر الوحدة، لا تتبع إحصاءة الاختبار توزيعًا معياريًا، وبالتالي هناك حاجة إلى المحاكاة للحصول على القيم الحرجة المناسبة، من المؤكد أن هذه القيم معلومة جيِّدًا للعموم، لكن من المثير للاهتمام معرفة كيفيَّة توليد هذه القيم، كما يُمكن اعتماد نهج مماثل جدًّا في الحالات التي تكون فيها البحوث قليلة والنتائج معروفة بقدر أقل نسبيًّا.

تُجرى المحاكاة باتباع الخطوات الأربع الموضحة في الإطار رقم (٤ ,١٣)، هذا ويرد أدناه شفرة برمجيَّة لإفيوز تُستخدم لإجراء مثل هذه المحاكاة، الهدف من ذلك هو تطوير مجموعة من القيم الحرجة لانحدارات اختبار ديكي-فولر، يتضمَّن إطار المحاكاة عيِّنات بأحجام ١٠٠٠، ٥٠٠ و ١٠٠ مُشاهدة، لكل حجم من هذه الأحجام يتم إجراء انحدارات بدون ثابت أو اتجاه عام، انحدارات بثابت وبدون اتجاه عام وانحدارات بثابت واتجاه عام. كما تم استخدام ٥٠٠٠٠ تكرار في كل حالة، وتحديد القيم الحرجة للاختبار أحادي الجانب عند المستويات ١٪، ٥٪ و ١٠٪، هذا ويمكن إيجاد الشفرة البرمجيَّة مكتوبة مُسبقًا في الملف 'dfcv.prg'.

تُعتبر برامج إفيوز ببساطة مجموعة من التعليمات المحفوظة كنص عادي بحيث يُمكن كتابتها داخل إفيوز، أو باستخدام معالج وورد أو محرر نصوص، كما يجب أن تتضمَّن ملفات برامج إفيوز اللاحقة '.PRG'، نذكر أن هناك عدَّة طرق لتشغيل البرامج

بعد كتابتها، ربما أبسطها هو كتابة كل التعليمات أولًا ومن ثمّة حفظها، نقوم بعد ذلك بفتح برنامج إفيوز ونقوم باختيار **File, Open and Programs...,** وعند الطلب قم بتحديد المجلد والملف الذي يتضمَّن التعليمات، وبذلك سوف يظهر على الشاشة ملف البرنامج الذي يحتوي على التعليمات، لتشغيل البرنامج، انقر فوق الزر **Run**.

الإطار رقم (٤ , ١٣) إنشاء محاكاة مونت كارلو

(١) بناء عملية توليد البيانات تحت فرضية العدم، أي الحصول على سلسلة لـ y التي تتبع عملية جذر الوحدة. يمكن القيام بذلك من خلال:

- سحب سلسلة بطول T (العدد المطلوب من المشاهدات) من التوزيع الطبيعي. سوف تكون هذه السلسلة سلسلة الخطأ، أي أن $u_t \sim N(0,1)$.
- افترض القيمة الأولى لـ y، أي قيمة y في الزمن $t = 1$.
- بناء سلسلة لـ y بشكل متكرر، بدءًا بـ y_2، y_3، وهكذا.

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 + u_2 \\ y_3 &= y_2 + u_3 \\ &\cdots \\ y_T &= y_{T-1} + u_T \end{aligned} \qquad (١٦،١٣)$$

(٢) حساب إحصاءة الاختبار τ .

(٣) إعادة الخطوات ١ و ٢ عدد N من المرات لتكرار التجربة N مرة. سوف يتم الحصول على توزيع قيم τ من خلال التكرارات.

(٤) ترتيب المجموعة المتكونة من N قيمة لـ τ من الأدنى إلى الأعلى. سوف تكون القيمة الحرجة المناسبة عند المستوى ٥٪ عبارة عن المئين الخامس لهذا التوزيع.

سوف يقوم إفيوز بعد ذلك بفتح مربع حوار يحتوي على العديد من الخيارات، بما في ذلك تشغيل البرنامج في وضع 'Verbose' أو 'Quiet'، اختر وضع Verbose للاطلاع على سطر الشفرة الذي يتم تشغيله عند كل نقطة من تنفيذ البرنامج (أي يتم تحديث الشاشة باستمرار)، ويكون ذلك مُفيدًا في برامج تصحيح الأخطاء أو لتشغيل البرامج القصيرة، أمّا اختيار وضع Quiet فيُستخدم لتشغيل البرنامج دون تحديث شاشة العرض، وهذا من شأنه تسريع عمليّة تنفيذ البرنامج (بشكل ملحوظ)، سوف تظهر الشاشة كما في لقطة الشاشة رقم (١ , ١٣)، انقر بعد ذلك فوق **Ok**، وفيما يلي قائمة بالتعليمات الواردة في البرنامج، كما توضح المناقشة الواردة أدناه ما يفعله كل سطر.

Run Program

Program name or path

C:\CHRIS\BOOK\BOOK3E DATA\DFCV.PRG

Program arguments (%0 %1 ...)

OK

Runtime errors

Verbose (slow) update screen/status line

Quiet (fast) no screen/status line updates

Version 4 compatible variable substitution and program boolean comparisons

Maximum errors before halting: 1

Save options as default

Cancel

لقطة الشاشة رقم (١٣ , ١) تشغيل برنامج إڤيوز

```
'NEW WORKFILE CREATED CALLED DF- CV, UNDATED
'WITH 50000 OBSERVATIONS
    WORKFILE DF - CV U 50000
    RNDSEED 12345
    SERIES T1
    SERIES T2
    SERIES T3
    SCALAR K1
    SCALAR K2
    SCALAR K3
    SCALAR K4
    SCALAR K5
    SCALAR K6
    SCALAR K7
    SCALAR K8
    SCALAR K9
    !NREPS=50000
    !NOBS=1000
    FOR !REPC=1 TO !NREPS
    SMPL @FIRST @FIRST
    SERIES Y1=0
    SMPL @FIRST+1 !NOBS+200
    SERIES Y1=Y1(−1)+NRND
    SERIES DY1=Y1-Y1(−1)
    SMPL @FIRST+200 !NOBS+200
    EQUATION EQ1.LS DY1 Y1(−1)
    T1(!REPC)=@TSTATS(1)
    EQUATION EQ2.LS DY1 C Y1(−1)
    T2(!REPC)=@TSTATS(2)
    EQUATION EQ3.LS DY1 C @TREND Y1(−1)
    T3(!REPC)=@TSTATS(3)
    NEXT
    SMPL @FIRST !NREPS
    K1=@QUANTILE(T1,0.01)
    K2=@QUANTILE(T1,0.05)
    K3=@QUANTILE(T1,0.1)
    K4=@QUANTILE(T2,0.01)
    K5=@QUANTILE(T2,0.05)
    K6=@QUANTILE(T2,0.1)
    K7=@QUANTILE(T3,0.01)
    K8=@QUANTILE(T3,0.05)
    K9=@QUANTILE(T3,0.1)
```

وعلى الرغم من أنه من المحتمل وجود طرق أكثر فاعلية لتنظيم البرنامج من تلك المذكورة أعلاه، إلَّا أنه تمت كتاب هذا النموذج للشفرة البرمجيَّة بطريقة تجعل من السهل تتبعه، سوف يتم تشغيل البرنامج بالطريقة الموضَّحة أعلاه، بمعنى آخر، سيتم فتح البرنامج من إفيوز، ومن ثم الضغط على الزر Run واختيار طريقة التنفيذ (Verbose أو Quiet).

النقطة الأولى التي يجب مُلاحظتها هي أن أسطر التعليقات في إفيوز يُشار إليها باستخدام الرمز α'، سوف يقوم السطر الأول من الشفرة البرمجيَّة 'WORKFILE DF- CV U 50000' بإنشاء ملف عمل داخل إفيوز يُسمَّى DF_CV.WK1 والذي سيكون دون تاريخ ويتضمَّن سلاسل بطول ٥٠٠٠٠، تُعتبر هذه الخطوة لازمة لكي يتوفَّر لإفيوز مكانًا لوضع سلاسل المخرجات بما أنه لم يتم فتح ملف عمل آخر من خلال هذا البرنامج! لن يكون هذا السطر ضروريًّا في الحالات التي يتطلب فيها البرنامج ملف عمل موجود مُسبقًا ويحتوي على البيانات التي سيتم فتحها؛ لأن أية نتائج جديدة وكائنات يتم إنشاؤها سوف يتم إلحاقها بملف العمل الأصلي، هذا ويحدد RNDSEED 12345 الرقم العشوائي للنواة الذي سوف يتم استخدامه لبدء السحوبات العشوائية.

يُنشئ السطر 'SERIES T1' سلسلة جديدة تُسمَّى T1 يتم تعبئتها بالعناصر NA (غير مُتاح)، كما ستحتوي السلاسل T1، T2 و T3 إحصاءات اختبار ديكي-فولر لكل تكرار للحالات الثلاث (دون ثابت أو اتجاه عام، بثابت ولكن بدون اتجاه عام، بثابت واتجاه عام، على التوالي)، يُحدِّد السطر 'SCALAR K1' عددًا قياسيًّا (عددًا مُفردًا) وهو K1، هذا وتُستخدم K1,...,K9 للاحتفاظ بالقيم الحرجة عند المستويات ١٪، ٥٪ و ١٠٪ لكل حالة من الحالات الثلاث، إضافة إلى ذلك، يُحدِّد NREPS=50000! عدد التكرارات التي سيتم استخدامها بـ ٥٠٠٠٠ ويُحدِّد NOBS=1000! عدد المشاهدات المراد استخدامها في كل سلسلة زمنية بـ ١٠٠٠، تُتيح علامات التعجب استخدام أعدادًا قياسيَّة بدون الحاجة إلى تعريفها مُسبقًا باستخدام التعليمة SCALAR، كما يُمكن بطبيعة الحال تغيير هذه القيم حسب الرغبة، هذا ونذكر أنه يتم تعريف التكرارات الحلقيَّة في إفيوز من خلال استخدام FOR في البداية و NEXT في النهاية، بطريقة مشابهة لشفرة برمجيَّة الفيجوال بيسك (Visual Basic)، وعليه فإن FOR !REPC=1 TO !NREPS سوف يبدأ في تنفيذ التكرار الحلقي للتكرارات الرئيسة، والذي سوف يشتغل من ١ إلى NREPS.

```
SMPL @FIRST @FIRST
SERIES Y1=0
```

يُحدِّد السطران أعلاه المشاهدة الأولى للسلسلة الجديدة Y1 عند الصفر (وهكذا فإن FIRST@ هي طريقة إفيوز للدلالة على المشاهدة الأولى في السلسلة، ويُشار إلى المشاهدة الأخيرة بــــ LAST@، كما حزرت!) بعد ذلك، تُمهِّد الأسطر التالية:

```
SMPL @FIRST+1 !NOBS+200
SERIES Y1=Y1(−1)+NRND
SERIES DY1=Y1-Y1(−1)
```

الطريق أمام العيِّنة لتشتغل من المشاهدة رقم ٢ إلى المشاهدة رقم NOBS+200! (أي ١٢٠٠ مُشاهدة)، يتيح ذلك للبرنامج فرصة لتوليد ٢٠٠ مشاهدة بدء تشغيل إضافية، هذا ومن السهل جدًا في إفيوز إنشاء سلسلة تتبع عملية سير عشوائي، ويتم ذلك عن طريق ثاني سطر من الأسطر الثلاثة المذكورة أعلاه، يتم تعيين القيمة الحالية لـ Y1 بقيمتها السابقة، بالإضافة إلى سحب عشوائي طبيعي معياري، يُمكن في إفيوز أخذ سحوبات من مجموعة واسعة من التوزيعات (انظر دليل المستخدم). أمَّا ...SERIES DY1 فهي تقوم بإنشاء سلسلة جديدة تُسمى DY1 تحتوي على الفروق الأولى لـــ Y.

```
SMPL @FIRST+200 !NOBS+200
EQUATION EQ1.LS DY1 Y1(−1)
```

يُحدِّد أول سطر من السطرين أعلاه فترة تشغيل العيِّنة من المشاهدة رقم ٢٠١ إلى المشاهدة رقم ١٢٠٠، وبالتالي إسقاط ٢٠٠ مُشاهدة من مُشاهدات بدء التشغيل، يقوم السطر التالي في الواقع بإجراء عمليَّة تقدير باستخدام طريقة المربعات الصُّغرى العاديَّة ('LS.') أثناء عمليَّة إنشاء كائن المعادلة المسمَّى EQ1، كما تُشير إلى أن المتغير التابع هو DY1 في حين أن المتغير المستقل هو القيمة المتباطئة لــ Y أي (1−) Y.

بعد تقدير المعادلة سوف يتم إنشاء العديد من الكميات الجديدة، يُشار إلى هذه الكميات في إفيوز بواسطة '@'، وهكذا فإن السطر 'T1(!REPC)=@TSTATS(1)' سوف يأخذ النسبة تي لمعامل المتغيِّر المستقل الأول (في هذه الحالة فقط)، وسوف يضعه في الصف REPC! من السلسلة T1، وعلى نحو مُماثل تُوضع النسب تي للقيمة المتباطئة لـ Y في T2 و T3 وذلك على التوالي للانحدارات التي تضم ثابتًا وثابتًا مع اتجاه عام، أخيرًا، سوف يقوم NEXT بإنهاء التكرار الحلقي لعمليات التكرار ويقوم 'SMPL @FIRST !NREPS' بتحديد العينة بحيث تشتغل من ١ إلى ٥٠٠٠٠، وسوف نعثر على القيم الحرجة عند المستويات ١٪، ٥٪ و ١٠٪ للانحدار بدون ثابت ولا اتجاه عام في K1، K2 و K3، سوف تأخذ الشفرة '@QUANTILE(T1,0.01)' قيمة التقسيم الجزئي ١٪ من السلسلة T1، والتي تتفادى فرز السلسلة.

تكون القيم الحرجة التي تم الحصول عليها من خلال تشغيل التعليمات المذكورة أعلاه، والتي هي مُتطابقة تقريبًا لتلك الموضوعة في الجداول الإحصائية في نهاية هذا الكتاب، كالتالي (برقمين بعد الفاصلة):

	٪١	٪٥	٪١٠
عدم وجود ثابت أو اتجاه عام	−٢,٥٨	−١,٩٥	−١,٦٣
وجود ثابت دون اتجاه عام	−٣,٤٥	−٢,٨٥	−٢,٥٦
وجود ثابت واتجاه عام	−٣,٩٣	−٣,٤١	−٣,٤٣

يُعتبر ذلك أمرًا مُتوقعًا، حيث إن استخدام ٥٠٠٠٠ تكرار ينبغي أن يضمن الحصول على تقريبًا للسلوك المقارب، على سبيل المثال، باستخدام هذه المحاكاة تكون القيمة الحرجة عند المستوى ٥٪ لاختبار الانحدار الذي لا يضم ثابتًا أو اتجاهًا عامًّا وباستخدام ٥٠٠ مشاهدة هي −١,٩٤٥ و −١,٩٥ في فولر (١٩٧٦)، وعلى الرغم من أن محاكاة ديكي-فولر لم تكن ضرورية؛ لأن القيم الحرجة لإحصاءات الاختبار الناتجة معروفة جيِّدًا وموثقة سلفًا، إلا أنه يُمكن اعتماد إجراء مُشابه جدًّا لمجموعة مُتنوعة من المسائل، على سبيل المثال، يُمكن استخدام نهج مماثل لبناء القيم الحرجة أو لتقييم أداء الاختبارات الإحصائية في حالات مختلفة.

١٣,٨ مثال عن كيفية محاكاة سعر الخيار المالي
(An example of how to simulate the price of financial)

يَرِد أدناه مثال بسيط عن كيفية استخدام دراسة مونت كارلو للحصول على سعر الخيار المالي، ومع أن الخيار المستخدم للتوضيح هنا هو مجرد خيار شراء 'تقليدي' أوروبي يُمكن تقييمه بشكل تحليلي باستخدام المعادلة العادية لبلاك-شولز (١٩٧٣)، إلَّا

أن الطريقة المستخدمة تُعتبر عامة بما فيه الكفاية بحيث إنها تحتاج فقط إلى تعديلات طفيفة نسبيًّا لتقييم خيارات أكثر تعقيدًا، يقدم بويل (١٩٧٧) ((Boyle (1977)) مقدمة ممتازة وسهلة الفهم عن تسعير الخيارات الماليَّة باستخدام مونت كارلو، تظهر الخطوات المتَّبعة في ذلك في الإطار رقم (١٣,٥).

الإطار رقم (١٣,٥) محاكاة سعر الخيار الآسيوي

(١) *تحديد عملية توليد البيانات للأصل الأساسي.* نفترض عادةً نموذج السير العشوائي بحد ثابت. كما نُحدّد الحجم المفترض للحد الثابت والحجم المفترض لعلمة التقلبات. نُحدّد أيضًا سعر مُمارسة الخيار K والزمن المتبقّي حتى تاريخ الاستحقاق T.

(٢) نسحب من التوزيع الطبيعي سلسلة بطول T، وهو عدد المشاهدات المطلوب لطول حياة الخيار. سوف تكون هذه السلسلة، سلسلة الخطأ أي أن $\varepsilon_t \sim N(0,1)$.

(٣) إعداد سلسلة من المشاهدات *للأصل الأساسي* بطول T.

(٤) رصد سعر الأصل الأساسي في تاريخ الاستحقاق، أي عند المشاهدة T. بالنسبة لخيار الشراء، إذا كانت قيمة الأصل الأساسي عند تاريخ الاستحقاق $P_T \leq K$ فإن الخيار ينتهي بدون قيمة في هذا التكرار. أمَّا إذا كانت قيمة الأصل الأساسي عند تاريخ الاستحقاق $P_T > K$ فإن الخيار ينتهي بربح وتكون قيمته في ذلك التاريخ مُساوية لـ $P_T - K$، والتي يجب تخفيضها باستخدام معدل خالٍ من المخاطرة. يقوم استخدام المعدل الخالي من المخاطرة على حجج تتعلّق بالحياديّة تجاه المخاطر (انظر دوفي (١٩٩٦) ((Duffie (1996)).

(٥) نكرر الخطوات ١-٤ ما مجموعه N مرة، ونأخذ القيمة المتوسّطة للخيار عبر التكرارات N. سوف يكون هذا المتوسط *سعر الخيار*.

١٣,٨,١ محاكاة سعر الخيار المالي باستخدام عملية أساسيَّة ذات أطراف سميكة

(Simulating the price of a financial option using a fat-tailed underlying process)

يتمثَّل الافتراض المقيَّد جدًّا وغير الواقعي في منهجية تسعير الخيارات المذكورة أعلاه في أن عوائد الأصول الأساسية تتوزع بشكل طبيعي، في حين أنه من الناحية العملية من المعروف جيدًا أن عوائد الأصول لها أطراف سميكة، يُمكن إزالة هذا الافتراض باستخدام عدَّة طرق؛ أولًا: يُمكننا في الخطوة ٢ أعلاه استخدام سحوبات من توزيع ذي أطراف سميكة، كالتوزيع تي لستيودنت، وهناك طريقة أخرى من شأنها توليد توزيع عوائد ذات أطراف سميكة تتمثَّل في افتراض أن الأخطاء، وبالتالي العوائد، تتبع عمليَّة GARCH، لتوليد سحوبات من العملية GARCH، قُم بالخطوات الموضَّحة في المربع رقم (١٣,٦).

الإطار رقم (١٣,٦) توليد سحوبات من العملية GARCH

(١) تسحب من التوزيع الطبيعي سلسلة بطول T، وهو العدد المطلوب من المشاهدات لطول حياة الخيار. سوف تكون هذه السلسلة، سلسلة الخطأ أي أن $\varepsilon_t \sim N(0,1)$.

(٢) نذكر أن إحدى الطرق للتعبير عن النموذج GARCH هي:

$$r_t = \mu + u_t \quad u_t = \varepsilon_t \sigma_t \quad \varepsilon_t \sim N(0\ 1) \tag{١٣،١٧}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \tag{١٣،١٨}$$

تم إنشاء سلسلة لـ ε_t، ومن الضروري تحديد القيم الأولية y_1 و σ_1^2 والقيم المقبولة للمعلمات α_0، α_1 و β. نفترض أنه تم ضبط قيم y_1 و σ_1^2 بـ μ وواحد على التوالي، وقيم المعلمات كالتالي: $\alpha_0 = 0.01$، $\alpha_1 = 0.15$ و $\beta = 0.80$. يُمكن استخدام المعادلات الموضحة أعلاه لتوليد النموذج الخاص بـ r_t، كما هو موضح أعلاه.

١٣,٨,٢ محاكاة سعر خيار آسيوي

(Simulating the price of an Asian option)

الخيار الآسيوي هو الخيار الذي يعتمد مردوده على القيمة المتوسِّطة للأصل الأساسي طيلة فترة حساب المتوسِّط المحددة في العقد، تُحدِّد معظم عقود الخيارات الآسيوية أنه يجب استخدام المتوسِّط الحسابي بدلًا من المتوسِّط الهندسي، لسوء الحظ يُعتبر المتوسِّط الحسابي لعملية جذر الوحدة بحد ثابت غير مُحدَّد بشكل جيد، بالإضافة إلى ذلك، حتى لو افترضنا أن أسعار الأصول مُوزَّعة حسب التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، فإن متوسِّطها الحسابي لن يكون مُحدَّدًا، وبالتالي لا تزال هناك حاجة إلى تطوير صيغة تحليليَّة ذات شكل مُغلق، وهكذا فإن تسعير الخيارات الآسيوية يُمثِّل تطبيقًا طبيعيًّا لطرق المحاكاة، كما أن تحديد قيمة الخيار الآسيوي يتم بنفس الطريقة التي يتم بها تحديد خيارات الشراء والبيع التقليديَّة، تُجرى المحاكاة بشكل مُماثل، باستثناء اختلاف وحيد في الخطوة الأخيرة وهو تحديد قيمة العائد في تاريخ انتهاء الخيار.

١٣,٨,٣ تسعير الخيارات الآسيوية باستخدام إفيوز

(Pricing Asian options using EViews)

تعرض أدناه عيِّنة من الشفرات البرمجيَّة لإفيوز المستخدمة في تحديد قيمة الخيار الآسيوي، المثال المستخدم هو مثال في إطار خيار آسيوي حسابي على المؤشر FTSE 100، وسيتم إجراء عمليَّتَيْ محاكاة بأسعار مُختلفة لممارسة الخيار (إحداهما يكون خارج حدود الربحيَّة مستقبلًا، والآخر داخل حدود الربحيَّة مستقبلًا)، في كل حالة من الحالتين يكون عمر الخيار ستة أشهر، مع بدء حساب المتوسِّط اليومي بشكل فوري، ويتم الحصول على قيمة الخيار لكل من الشراء والبيع على شكل نقاط مُؤشر، نتحصَّل على المعلمات كما يلي، مع صياغة نسبة عائد الأرباح والمعدَّل الحالي من المخاطرة كنسب مئوية:

المحاكاة ١: strike=6500, risk-free=6.24, dividend yield=2.42, 'today's'
FTSE=6289.70, forward price=6405.35, implied volatility=26.52

المحاكاة ٢: strike=5500, risk-free=6.24, dividend yield=2.42, 'today's'

FTSE=6289.70, forward price=6405.35, implied volatility=34.33

كما يُمكن أيضًا تطبيق أي لغة برمجة أو حزمة إحصائية أخرى؛ لأن كل ما هو مطلوب هو مُولد أرقام عشوائية جاوسية، إمكانية التخزين في مصفوفات وتكرار حلقي، ونظرًا لعدم إجراء أي تقدير فعلي، فمن المحتمل أن تكون الاختلافات بين الحزم ضئيلة جدًّا، تقوم جميع التجارب على ٢٥٠٠٠ تكرار، وعلى مُتغيِّراتها المضادة (الإجمالي: ٥٠٠٠٠ مجموعة من السحوبات) لتقليص خطأ مُعاينة مونت كارلو.

يرد فيما يلي بعض العيِّنات من الشفرات البرمجيَّة لتسعير الخيار الآسيوي للأخطاء الموزعة بشكل طبيعي باستخدام إفيوز:

```
'UNDATED WORKFILE CREATED CALLED ASIAN- P
'WITH 50000 OBSERVATIONS
WORKFILE ASIAN P U 50000
RNDSEED 12345
!N=125
!TTM=0.5
!NREPS=50000
!IV=0.28
!RF=0.0624
!DY=0.0242
!DT=!TTM / !N
!DRIFT=(!RF-!DY-(!IV^2/2.0))*!DT
!VSQRDT=!IV*(!DT^0.5)
!K=5500
!S0=6289.7
SERIES APVAL
SERIES ACVAL
SERIES SPOT
SCALAR AV
SCALAR CALLPRICE
SCALAR PUTPRICE
SERIES RANDS
'GENERATES THE DATA
FOR !REPC=1 TO !NREPS STEP 2
RANDS=NRND
SERIES SPOT=0
SMPL @FIRST @FIRST
SPOT(1)=!S0*EXP(!DRIFT+!VSQRDT*RANDS(1))
SMPL 2 !N
SPOT=SPOT(-1)*EXP(!DRIFT+!VSQRDT*RANDS(!N))
```

```
'COMPUTE THE DAILY AVERAGE SMPL @FIRST !N
AV=@MEAN(SPOT)
IF AV>!K THEN
   ACVAL(!REPC)=(AV-!K)*EXP(-!RF*!TTM)
ELSE
   ACVAL(!REPC)=0
ENDIF
IF AV<!K THEN
   APVAL(!REPC)=(!K-AV)*EXP(-!RF*!TTM)
ELSE
   APVAL(!REPC)=0
ENDIF
RANDS=-RANDS
SERIES SPOT=0
SMPL @FIRST @FIRST
SPOT(1)=!S0*EXP(!DRIFT+!VSQRDT*RANDS(1))
SMPL 2 !N
SPOT=SPOT(−1)*EXP(!DRIFT+!VSQRDT*RANDS(!N))
'COMPUTE THE DAILY AVERAGE
SMPL @FIRST !N
AV=@MEAN(SPOT)
IF AV>!K THEN
   ACVAL(!REPC+1)=(AV-!K)*EXP(-!RF*!TTM)
ELSE
   ACVAL(!REPC+1)=0
ENDIF
IF AV<!K THEN
   APVAL(!REPC+1)=(!K-AV)*EXP(-!RF*!TTM)
ELSE
   APVAL(!REPC+1)=0
ENDIF
NEXT
SMPL @FIRST !NREPS
CALLPRICE=@MEAN(ACVAL)
PUTPRICE=@MEAN(APVAL)
```

تستخدم أجزاء كثيرة من البرنامج أعلاه تعليمات مُماثلة لتلك الواردة في محاكاة القيمة الحرجة لديكي-فولر، لذلك سوف نُركِّز الآن على شرح كيفيَّة بناء البرنامج، وعلى الأوامر التي لم نتعرَّض إليها من قبل، تقوم المجموعة الأولى من الأوامر بإعداد ملف عمل جديد يُسمى 'ASIAN_P' والذي سوف يتضمَّن جميع الكائنات والمخرجات، تُحدد السطور التالية بعد ذلك، معلمات محاكاة مسار سعر الأصل الأساسي (الحد الثابت، التقلب الضمني، إلخ)، كما يقوم '!DT=!TTM/!N=' بتقسيم الفترة حتى زمن الاستحقاق (٠,٥ سنة) إلى N فترة زمنيَّة مُنفصلة، وبما أن المطلوب هو المتوسط اليومي، فمن الأسهل تعيين N=125 (العدد التقريبي لأيام التداول خلال نصف سنة)، بحيث تُمثِّل كل فترة زمنية DT يومًا واحدًا، في إطار مقياس خالٍ من المخاطرة، يفترض النموذج أن سعر الأصل الأساسي يتبع حركة براونية هندسية (Geometric Brownian Motion)، والتي يتم الحصول عليها بواسطة المعادلة التالية:

$$dS = (rf - dy)Sd\,t + \sigma Sdz \qquad (١٩،١٣)$$

حيث يُمثِّل dz تزايد الحركة البراونية، هذا ويُعَدُّ عرض المزيد من التفاصيل عن تمثيل الحركة البراونية للأصل الأساسي في الزمن المستمر خارج نطاق هذا الكتاب، يُقدِّم هوغ (١٩٩٨) ((Haug (1998)) مُعالجة لهذه الصيغة إلى جانب العديد من الصيغ الأخرى المفيدة لتسعير الخيارات، أمَّا هال (٢٠١١) ((Hull (2011)) فيُقدِّم مُناقشة مُيسَّرة عن الحركة البراونية، كما يُمكن كتابة التقريب في الزمن المتقطع للمعادلة الأخيرة ولخطوة زمنية واحدة كالتالي:

$$S_t = S_{t-1}\exp\left[\left(rf - dy - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma\sqrt{dt}\, u_t\right] \qquad (٢٠،١٣)$$

حيث يُمثِّل u_t عملية خطأ تشويش أبيض، تقوم التعليمات التالية بإنشاء مصفوفات للسعر الفوري الأساسي (المسمَّى 'SPOT') والقيم المخصومة للبيع ('APVAL') وللشراء ('ACVAL')، كما نُشير إلى أنه يتم بشكل افتراضي إنشاء مصفوفات بطول مُحدَّد من خلال صياغة تعريف 'workfile' (أي ٥٠٠٠٠).

يُمكِّن الأمر 'FOR !REPC=1 TO !NREPS DO REPC=1, NREPS,2' من البدء في التكرار الحلقي الرئيس للمحاكاة والذي يتواصل إلى حد بلوغ عدد التكرارات المحدّد، وذلك بزيادة ٢ في كل خطوة، ينتهي التكرار الحلقي عند 'END DO REPC'، هذا ونستخدم الرقم ٢ كخطوة لأن المتغيِّرات المضادة تُستخدم أيضًا لكل تكرار، مما يؤدي إلى إنشاء مسار محاكاة آخر لأسعار الأصول الأساسية ولقيمة الخيار.

يتم إجـــراء سحوبـات عشوائيَّة $N(0,1)$، ومن ثم تحويلها إلى سلسلـــة من الأسعار المستقبلية للأصل الأساسي خلال الـــ ١٢٥ يومًا القادمة، سوف يقوم 'AV=@MEAN(SPOT)' بحساب مُتوسِّط سعر الأصل الأساسي خلال فترة صلاحية الخيار (أي ١٢٥ يومًا)، هذا وتقوم العبارتان التاليتان بإنشاء عوائد الأرباح النهائيَّة لخيارات الشراء والبيع على التوالي، لخيار الشراء تُحدد 'ACVAL' بمتوسط السعر الأساسي ناقص سعر مُمارسة الخيار في حالة كان مُتوسط السعر الأساسي أكبر من سعر مُمارسة الخيار (أي إذا انتهى الخيار في حالة ربح) وصفر خلاف ذلك، بالنسبة لخيار البيع يكون العكس صحيحًا، يتم تخفيض عائد الأرباح ليُعادل القيمة الحاليَّة، وذلك باستخدام المعدل الخالي من المخاطرة، ويوضع في الصف REPC لمصفوفات خيارات الشراء والبيع 'ACVAL' أو 'APVAL' على التوالي.

تُكرِّر بعد ذلك العملية باستخدام المتغيِّرات المضادة التي تم إنشاؤها باستخدام 'RANDS=-RANDS'، هذا وتوضع القيم الحالية لخيارات الشراء والبيع لهذه المسارات في الصفوف ذات الأرقام الزوجيَّة من المصفوفة 'ACVAL' و 'APVAL'.

يُؤدي ذلك من إتمام الحلقة الأولى من التكرار الحلقي REPC والذي يبدأ مُجدَّدًا بـــ REPC=3، ثم ٥، ٧، ٩، ...، ٤٩٩٩٩، سوف تكون النتيجة مصفوفتان 'ACVAL' و 'APVAL'، واللتان سوف تحتويان على ٥٠٠٠٠ صف تتضمن القيمة الحالية لخيارات الشراء والبيع لكل مسار محـاكي، نتحصَّل إذًا وببساطــة على أسعــار الخيـــارات من خلال المتوسِّطـــات المتحصَّل عليهـــا من الـــ ٥٠٠٠٠ تكرار.

لاحظ أنه يُمكن بسهولة حساب كلٍّ من قيم خيار الشراء، وقيم خيار البيع من مُحاكاة مُعيَّنة، بما أن الخطوة المُكلِّفة أكثر من الناحية الحسابيَّة هي اشتقاق مسار الأسعار التي تمت مُحاكاتها للأصل الأساسي، هذا وتَرِد النتائج في الجدول رقم (١٣،١) إلى جانب القيم المشتقَّة من التقريب التحليلي لسعر الخيار، والتي تعود إلى ليفي (Levy) والمقدَّرة في هوغ (١٩٩٨، ص ٩٧-١٠٠) وذلك باستخدام شفرة برمجيَّة من الفيجوال بيسك للتطبيقات.

يتمثَّل الفرق الرئيس بين الطريقة التي جرت بها المحاكاة هنا والطريقة المستخدمة في محاكاة القيم الحرجة لديكي-فولر باستخدام إفيوز في أنه هنا يتم إنشاء الأرقام العشوائية من خلال فتح سلسلة جديدة تسمى 'RANDS' وتعبئتها بسحوبات من الأرقام العشوائيَّة، والسبب وراء ضرورة القيام بذلك هو أنه يُمكن لاحقًا أَخْذ سالب عناصر 'RANDS' لتشكيل المتغيِّرات المضادة، أخيرًا، بالنسبة لكل تكرار، سوف يقوم الشرط IF بتحديد أسعار خيارات الشراء خارج حدود الربحيَّة (حيث يكون K>AV) وأسعار

خيارات البيع خارج حدود الربحيَّة (حيث يكون K<AV) بصفر، نقوم بعد ذلك بتخفيض أسعار خيارات الشراء والبيع لتُعادل قيمها الحاليَّة، وذلك لكل تكرار وباستخدام المعدَّل الخالي من المخاطرة، أمَّا خارج حلقة التكرار، فتكون أسعار الخيارات عبارة عن مُتوسِّطات هذه الأسعار المخفضَّة عبر ٥٠٠٠٠ تكرار.

بنهاية المحاكاة سوف يتضمَّن ملف العمل 'ASIAN_P' العديد من الكائنات، بما في ذلك الكميات القياسية CALLPRICE و PUTPRICE والتي سوف تكون بمثابة أسعار خيارات الشراء والبيع، كما تحتوي السلاسل ACVAL و APVAL على القيم الحالية للخيار، وذلك لكل مسار من المسارات التي تمت محاكاتها والبالغ عددها ٥٠٠٠٠، هذا ويكون الحصول على كامل السلاسل من خلال كل التكرارات مُفيدًا لإنشاء الأخطاء المعياريَّة، وللتحقُّق من أن البرنامج يعمل بشكل صحيح.

يُعطي تطبيق التعليمات المذكورة أعلاه (مع أخذ K=5500 والتقلب الضمني بنسبة ٢٨٪)، الأسعار التي تمت محاكاتها لخيارات الشراء والبيع على النحو الوارد في الجدول التالي.

Strike = 6500, IV = 26.52		Strike = 5500, IV = 34.33	
CALL	Price	*CALL*	Price
Analytical Approximation	203.45	Analytical Approximation	888.55
Monte Carlo Normal	204.22	Monte Carlo Normal	885.29
PUT	Price	*PUT*	Price
Analytical Approximation	348.7	Analytical Approximation	64.52
Monte Carlo Normal	349.43	Monte Carlo Normal	61.52

تكون أسعار الخيارات المحاكات في كلتا الحالتين قريبة جدًّا من التقريبات التحليلية، على الرغم من أن محاكاة مونت كارلو يبدو أنها تُبالغ في تقدير قيمة خيارات الشراء خارج حدود الربحيَّة وتُقلِّل من قيمة خيارات البيع خارج حدود الربحيَّة، قد تنتج بعض الأخطاء في الأسعار التي تمت محاكاتها مُقارنة بالتقريب التحليلي نتيجة لاستخدام عملية حساب المتوسط في الوقت المتقطِّع تستخدم ١٢٥ نقطة فقط.

١٣,٩ مثال عن استخدام البوتستراب في حساب متطلبات مخاطر رأس المال
(An example of boostrapping to calculate capital risk requirements)

١٣,٩,١ الدافع المالي
(Financial motivation)

من وجهة نظر هذا المؤلف تُعتبر نمذجة إدارة المخاطر من أسرع المجالات نموًّا وتطورًا في تطبيق تقنيات الاقتصاد القياسي على مدى العقد الماضي أو نحو ذلك، يتمثَّل أحد أكثر الأساليب شيوعًا لقياس المخاطر في حساب ما يُعرف 'بقيمة المؤسَّسة المعرضة للمخاطر'، والتي يُرمز إليها بـــ VaR، بشكل عام تُعتبر القيمة المعرضة للمخاطر تقديرًا لاحتمال *الخسائر المرجحة التي قد تنشأ عن التغيُّرات في أسعار السوق*، بصورة أدق، تُعرَّف القيمة المعرضة للمخاطر على أنها الخسارة النقدية للمحفظة المتوقع حُدوثها على مدى

أفق مُحدَّد مُسبقًا وبدرجة من الثقة مُحدَّدة كذلك مُسبقًا، إن جذور شعبية القيمة المعرضة للمخاطر تنبع من بساطة حسابها، سهولة تفسيرها، ومن حقيقة أن القيمة المعرضة للمخاطر يمكن تجميعها بشكل مناسب لكامل الشركة لإنتاج قيمة واحدة تشمل نطاق واسع من مخاطر مراكز الشركة ككل، ويعرف تقدير القيمة المعرضة للمخاطر في كثير من الأحيان بمتطلبات مخاطر المركز، أو الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال؛ سوف تُستخدم هذه المصطلحات الثلاثة كمترادفات في الشرح الوارد أدناه، توجد طرق مُتنوعة مُتاحة لحساب القيمة المعرضة للمخاطر، بما في ذلك طريقة 'دلتا العادية'، المحاكاة التاريخية والتي تتضمَّن تقدير قيم التقسيم الجزئي لعوائد المحفظة ومحاكاة مونت كارلو المهيكلة؛ انظر دود (١٩٨٩) ((Dowd (1998)) أو جوريون (٢٠٠٦) ((Jorion (2006)) للحصول على مُقدمات شاملة عن القيمة المعرَّضة للمخاطرة.

يتضمن نهج *مونت كارلو* خطوتين، يتم أولًا تحديد عملية توليد البيانات للأصول الأساسية في المحفظة، ويُجرى ثانيًا محاكاة المسارات المستقبليَّة المحتملة لتلك الأصول على مدى آفاق معينة، ويتم فحص قيمة المحفظة في نهاية الفترة، وبالتالي يتم الحصول على عوائد لكل مسار محاكَى، ومن هذا التوزيع المتحصَّل عليه من تكرارات مونت كارلو يُمكن قياس القيمة المعرضة للمخاطر، والتي تُعتبر نسبة مئوية من القيمة الأولية للمحفظة على أنها المئين الأول أو الخامس.

من الواضح أن طريقة مونت كارلو تُعتبر طريقة قوية ومرنة للغاية لتوليد تقديرات للقيمة المعرضة للمخاطر، بما أنَّه يُمكن تحديد أي عملية تصادفيَّة للأصول الأساسية، كما يُمكن بسهولة إدراج تأثير زيادة التباينات، الارتباطات، ... في تصميم المحاكاة. غير أننا نجد على الأقل عَيبان يقترنان باستخدام محاكاة مونت كارلو في تقدير القيمة المعرضة للمخاطر، أولًا: بالنسبة للمحفظة الكبيرة، قد يكون الوقت الحسابي اللازم لحساب القيمة المعرضة للمخاطر كبيرًا للغاية، ثانيًا: والأهم من ذلك كله هو أن القيمة المعرضة للمخاطر المحسوبة قد تكون غير دقيقة إذا كانت العملية العشوائية المفترضة للأصل الأساسي غير مناسبة.

بشكل خاص، غالبًا ما يُفترض أن أسعار الأصول تتبع السير العشوائي أو السير العشوائي بحد ثابت، حيث تكون الاضطرابات المحرّكة عبارة عن سحوبات عشوائيَّة من التوزيع الطبيعي، وبما أنه من المعروف جيدًا أن عوائد الأصول لها أطراف سميكة، فمن المحتمل أن يُؤدي استخدام سحوبات جاوسيَّة في المحاكاة إلى تقدير القيمة المعرضة للمخاطر بأقل ممَّا هي عليه بشكل مُنتظم، بما أن العوائد الإيجابية أو السلبية الكبيرة للغاية هي أكثر احتمالًا عمليًّا من احتمال حدوثها في إطار التوزيع الطبيعي، هذا ويُمكن بطبيعة الحال تعويض السحوبات العشوائيَّة الطبيعيَّة بسحوبات من التوزيع تي، أو يُمكن افتراض أن العوائد تتبع العملية GARCH، وكلاهما سوف يُولد توزيعًا للعوائد يكون غير مشروط وذا ذيول سميكة، ومع ذلك يظل التساؤل قائمًا عمَّا إذا كان التوزيع المفترض في تصميم إطار المحاكاة مناسبًا حقًّا أم لا.

هناك نهج بديل يُمكن أن يتغلب على هذا الانتقاد يتمثَّل في استخدام البوتستراب بدلًا من محاكاة مونت كارلو، في هذا السياق، يتم إنشاء الأسعار المستقبلية المحاكات باستخدام سحوبات عشوائية مع الاستبدال من العوائد الفعلية نفسها بدلًا من توليد الاضطرابات بشكل مصطنع من التوزيع المفترض، استُخدم مثل هذا النهج من قِبَل هسيه (١٩٩٣)، وبروكس، كلير وبيرساند (٢٠٠٠) ((Brooks, Clare and Persand (2000)) في حساب الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال، سوف ننتقل الآن إلى دراسة المنهجية المقترحة من قِبَل هسيه.

استخدم هسيه (١٩٩٣) سلاسل لوغاريتم العوائد اليومية للعقود المستقبلية بالعملات الأجنبية (مُقابل الدولار الأمريكي) في الفترة الممتدَّة من ٢٢ فبراير ١٩٨٥ وحتى ٩ مارس ١٩٩٠ (١٢٧٥ مشاهدة) للجنيه الإسترليني (يُشار إليه بـ BP)، المارك الألماني (GM)، الين الياباني (JY) والفرنك السويسري (SF)، تتمثل المرحلة الأولى من مراحل إعداد إطار البوتستراب في بناء نموذج يتناسب من البيانات ويصف بشكل مُناسب خصائصها، كما استخدم هسيه اختبار BDS (الذي تمت مُناقشته باختصار في الفصل ٩) لتحديد فئة النماذج المناسبة، يُظهر تطبيق هذا الاختبار على بيانات العوائد الخام أن البيانات ليست عشوائية، وبأن هناك هيكلاً ما في البيانات، تُشير التبعيَّة في السلسلة، والتي تتجلَّى من خلال رفض الاختبار للعشوائيَّة، إلى وجود إمَّا:

- علاقة خطِّية بين y_t و $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots$
- أو علاقة لاخطِّية بين y_t و $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots$

يتم تطبيق اختبار Q لبوكس-بيرس على كلٍّ من العوائد بهدف اختبار الخطِّية، وعلى القيم المربعة أو المطلقة للعوائد بهدف اختبار اللاخطِّية، لا تظهر نتائج هذا الاختبار هنا، لكنها تستبعد فعلًا إمكانية التبعيَّة الخطيَّة (بحيث لن يكون نموذج الانحدار الذاتي المتوسِّط المتحرِّك على سبيل المثال نموذجًا مُناسبًا للعوائـد)، لكن يبدو أن هنـاك دليلًا على وجود تبعيَّة لاخطيَّة في السلسلـة، لذلك فإن السؤال الثاني الذي يُطرح هو ما إذا كانت اللاخطيَّة في الوسط أم في التباين (انظر الفصل ٨ للتوضيح)، استخدم هسيه اختبار الارتباط المزدوج لإظهار أنه لا يوجد دليل عن اللاخطِّية في الوسط، وبالتالي فإن أنسب فئة من النماذج لسلسلة العوائد هو نموذج بتباينات (شرطيَّة) مُتغيِّرة مع الزمن، كما استخدم هسيه نوعين من النماذج: النموذج EGARCH ونموذج تقلب الانحدار الذاتي، هذا وترد القيم المقدَّرة لمعامل النموذج EGARCH في الجدول رقم (١ , ١٣).

تجدر الإشارة إلى أن هناك العديد من الخصائص لقيم EGARCH المقدَّرة، أولًا وكما يُمكن للمرء أن يتوقع بشأن عوائد العقود المستقبلية للعملات، فإن حدود عدم التماثل (أي القيم المقدَّرة لـ γ) ليست معنويَّة لأيٍّ من السلاسل الأربع، تُشير القيم المقدرة المرتفعة لـ β إلى درجة عالية من الثبات في التقلبات وذلك لجميع الحالات باستثناء الين الياباني، يرى بروكس، كلير وبيرساند (٢٠٠٠) أن مثل هذا الثبـات قد يكون مفرطًـا، بمعنى أن التقلبات التـي ينطوي عليها التبـاين الشرطي المقدَّر تكون ثابتة جدًّا لإعادة إنتاج ملامح تقلب سلسلة العوائد الفعلية، يُمكن أن يؤدي مثل هذا الثبـات المفرط للتقلب إلى تقدير مُبـالغ فيه للقيمة المعرضـة للمخطر، وبصرف الـنظر عن هذه المسألـة استمر هسيـه في تقييم فعاليَّة النماذج EGARCH في التقـاط كل التبعيَّـة اللاخطِّية في البيانات، ويتحقَّق ذلك من خلال إعادة تطبيق اختبار BDS على البواقي المعياريَّة، التي يتم إنشاؤها عن طريق أخذ بواقي النماذج المقدرة وقسمتها على انحرافاتها المعيارية الشرطيَّة. إذا التقط النموذج جميع الخصائص الهامَّة للبيانات، يجب أن تكون سلسلة البواقي المعياريَّة عشوائية تمامًا. كما يُلاحظ أن النموذج EGARCH لا يستطيع التقاط كل التبعيَّة اللاخطِّية في سلاسل المارك والفرنك.

الجدول رقم (١٣,١) قيم النموذج EGARCH المقدّرة لعوائد العقود المستقبلية

$$X_t = \mu + \sigma_t \eta_t$$

$$\eta_t \sim N(0,1)$$

$$log\sigma_t^2 = \alpha + \beta\sigma_{t-1}^2 + \phi\left(|\eta_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2}\right) + \gamma\eta_{t-1}$$

المعامل	الجنيه الإسترليني	المارك الألماني	الين الياباني	الفرنك السويسري
μ	٠,٠٠٠٣١٩	٠,٠٠٠٣٧٧	٠,٠٠٠٢٣٢	٠,٠٠٠٢٣٩
	(٠,٠٠٠٢٠٨)	(٠,٠٠٠٢١٤)	(٠,٠٠٠١٨٩)	(٠,٠٠٠٢٣٥)
α	٠,٦٨٨١٢٧-	١,٠٧٢٢٢٩-	٤,٤٣٨٢٨٩-	٠,٩٩٣٢٤١-
	(٠,٠٣٠٠٨٨)	(٠,٠٤١٨٢٨)	(٠,٧٥٦٧٠٤)	(٠,٠٣٢٤٧٩)
β	٠,٩٢٨٧٨٠	٠,٨٨٩٥١١	٠,٥٥٠٧٠٧	٠,٨٩٥٥٢٧
	(٠,٠٠٢٩٩٥)	(٠,٠٤٣٨٦)	(٠,٠٧٥٨٥١)	(٠,٠٠٣٥٠٨)
ϕ	٠,١٣٥٨٥٤	٠,١٨٧٠٠٥	٠,٢٨٢١٦٧	٠,١٥٧٦٦٩
	(٠,١٩٩٦١)	(٠,٠٢٨٣٨٨)	(٠,٠٩٣٣٥٧)	(٠,٠٢٤٠١٣)
γ	٠,١١٠٧١٨-	٠,٠٨٤١٧٣	٠,٣١٣٢٧٤	٠,١٢٩٠٣٥
	(٠١٧٧٤٥٨)	(٠١٤٧٢٧٩)	(٠,٢٠١٥٣١)	(٠,١٦٦٥٠٧)

ملاحظات: الأخطاء المعيارية موضوعة بين قوسين.

المصدر: هسيه (١٩٩٣)، أعيد طبعه بإذن من كلية إدارة الأعمال، جامعة واشنطن.

يُستمد النهج الثاني لنمذجة التقلب من مُقدر التقلب المرتفع/ المنخفض، وبالتالي يتم إنشاء سلسلة التقلبات اليومية باستخدام التقديرات المقاسة مُجدَّدًا على مدى يوم التداول:

$$\sigma_{P\,t} = (0{,}361 \times 1440/M)^{1/2} \log(High_t - Low_t) \qquad (١٣،٢١)$$

حيث يُمثّل $High_t$ و Low_t أعلى وأدنى أسعار مُتداولة خلال اليوم t و M عدد دقائق التداول خلال اليوم، يُمكن الآن نمذجة سلسلة التقلب $\sigma_{P\,t}$ كأيّة سلسلة أخرى، باعتبار التبعيّة (أو الثبات) في التقلبات، يكون النموذج الطبيعي المقترح هو نموذج الانحدار الذاتي في التقلب، تُعرف الصيغة المستخدمة لسلسلة الأسعار بنموذج تقلب الانحدار الذاتي:

$$x_t = \sigma_{P\,t} u_t \qquad (١٣،٢٢)$$

$$\ln \sigma_{P\,t} = \alpha + \textstyle\sum_i \beta_i \ln \sigma_{P\,t-i} + \nu_t \qquad (١٣،٢٣)$$

حيث يُمثّل ν_t حد الخطأ، يُحدَّد الطول المناسب لفترة إبطاء نموذج تقلب الانحدار الذاتي باستخدام معيار معلومات شوارتز الذي يُشير إلى استخدام ٨، ٨، ٥ و ٨ كفترات إبطاء لسلاسل الجنيه، المارك، الين والفرنك على التوالي، هذا وتَرِد قيم المعاملات المقدَّرة لنماذج تقلب الانحدار الذاتي في الجدول رقم (١٣,٢).

الجدول رقم (١٣,٢) القيم المقدّرة لتقلب الانحدار الذاتي لعوائد العقود المستقبلية للعملات

$$X_t = \sigma_{P,t} + u_t$$

$$ln\sigma_{P,t} = \alpha + \sum_i \beta_i + ln\sigma_{P,t-i} + \upsilon_t$$

المعامل	الجنيه الإسترليني	المارك الألماني	الين الياباني	الفرنك السويسري
α	١,٠٣٧- (٠,١٧١)	١,١٣٩- (٠,١٨٧)	١,٨٧٤- (٠,١٩٩)	١,٢١٩- (٠,١٩٣)
β_1	٠,١٩٢ (٠,٠٢٨)	٠,١٥٣ (٠,٠٢٨)	٠,٢٠٨ (٠,٠٢٨)	٠,١١٥ (٠,٠٢٨)
β_2	٠,١٣٤ (٠,٠٢٩)	٠,١١١ (٠,٠٢٨)	٠,١٣٧ (٠,٠٢٨)	٠,١٠٦ (٠,٠٢٨)
β_3	٠,٠٦٢ (٠,٠٢٩)	٠,٠٥٢ (٠,٠٢٨)	٠,٠٥٨ (٠,٠٢٩)	٠,٠٦٨ (٠,٠٢٨)
β_4	٠,٠٦٩ (٠,٠٢٩)	٠,٠٩٢ (٠,٠٢٨)	٠,١٠٩ (٠,٠٢٨)	٠,٠٩١ (٠,٠٢٨)
β_5	٠,١٣٧ (٠,٠٢٨)	٠,٠٩١ (٠,٠٢٨)	٠,١١٢ (٠,٠٢٨)	٠,١١٨ (٠,٠٢٨)
β_6	٠,٠٢٧ (٠,٠٢٩)	٠,٠٧٢ (٠,٠٢٨)		٠,٠٧٤ (٠,٠٢٨)
β_7	٠,٠٧٣ (٠,٠٢٨)	٠,١١٠ (٠,٠٢٨)		٠,٠٨٦ (٠,٠٢٨)
β_8	٠,٠٨٨ (٠,٠٢٨)	٠,٠٧٩ (٠,٠٢٨)		٠,٠٧٨ (٠,٠٢٨)
R^2	٠,٢٧٤	٠,٢٢٧	٠,١٧٠	٠,١٩٣

المصدر: هسيه (١٩٩٣)، أعيد طبعه بإذن من كلية إدارة الأعمال، جامعة واشنطن.

نتحصَّل على درجات الثبات لكل سلسلة سعر صرف، والتي تدل عليها القيم المقدَّرة في نموذج تقلب الانحدار الذاتي، من مجموع معاملات β، وهي على التوالي ٠,٧٨، ٠,٧٦، ٠,٦٢ و ٠,٧٤، تُعتبر هذه الأرقام عالية، وإن كانت أقل من تلك الواردة في صياغة النموذج EGARCH، كما نتحصَّل على البواقي المعياريَّة لهذا النموذج من خلال $x_t/\hat{\sigma}_{P,t}$، حيث يُمثِّل $\hat{\sigma}_{P,t}$ قيم التقلُّب المجهَّزة من النموذج، لا يُظهِر تطبيق اختبار BDS على هذه البواقي المعياريَّة أي دليل على وجود تركيبة إضافية باستثناء طرق محاكاة الفرنك السويسري حيث تكون إحصاءات الاختبار ذات معنويَّة هامشية، وبالتالي، بما أن هذه البواقي الموحدة مُستقلَّة ومُوزَّعة بشكل مُتطابق فإنه يجوز إجراء معاينة من هذه البواقي باستخدام تقنية البوتستراب.

وتلخيصًا لما سبق يُستنتج أن كلًّا من النموذج EGARCH ونموذج تقلب الانحدار الذاتي يُقدِّمان توصيفات معقولة لسلاسل عوائد العقود الآجلة، تُستخدم فيما بعد هذه النماذج إلى جانب البوتستراب للحصول على تقديرات القيم المعرضة للمخاطر، يتحقَّق ذلك من خلال إجراء محاكاة للقيم المستقبليَّة لسلاسل الأسعار المستقبلية باستخدام قيم المعلمات المقدَّرة من النموذجين واستخدام الاضطرابات التي تم الحصول عليها عن طريق المعاينة مع الاستبدال من البواقي المعياريَّة ($\hat{\eta}_t/\hat{h}_t^{1/2}$) بالنسبة للنموذج EGARCH والاستبدال من u_t و v_t بالنسبة لنماذج تقلب الانحدار الذاتي، وبهذه الطريقة، من الممكن محاكاة ١٠٠٠٠ مسار مستقبلي للسلاسل (أي يتم استخدام ١٠٠٠٠ تكرار)، وفي كل حالة يُمكن حساب الحد الأقصى للانخفاض (الخسارة) خلال فترة احتفاظ معينة بالخيار من خلال المعادلة التالية:

$$Q = (P_0 - P_1) \text{ x } number\ of\ contracts \qquad (٢٤،١٣)$$

حيث يُمثِّل P_0 القيمة الأولية للمركز و P_1 هو أدنى سعر محاكى (للمركز الطويل)، أو أعلى سعر محاكى (للمركز القصير) خلال فترة الاحتفاظ، يتم حساب الحد الأقصى للخسارة بافتراض فترات احتفاظ تضم ١، ٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠، ٦٠، ٩٠ و ١٨٠ يومًا، من المفترض أن يتم فتح مركز العقود المستقبلية في اليوم الأخير للعينة المستخدمة لتقدير النماذج أي في ٩ مارس ١٩٩٠.

يُمكن اتخاذ المئين التسعين لهذه الخسائر القصوى البالغ عددها ١٠٠٠٠ للحصول على قيمة رأس المال المطلوب لتغطية الخسائر في ٩٠٪ من الأيام، من المهم للشركات في تأخذ بعين الاعتبار الحد الأقصى من الخسائر اليومية الناشئة عن مراكزها المستقبلية، بما أن الشركات سوف تكون مُطالبة بإضافة المزيد من الأموال إلى حساباتها الاحتياطيَّة لتغطية هذه الخسائر، إذا لم يتم توفير الأموال لحساب الاحتياط، فمن المرجح أن تقوم الشركة بتصفية مركز عقودها المستقبلية، وبالتالي تدمير أي تأثيرات تحوطيَّة تتطلبها الشركة من العقود المستقبلية في المقام الأول.

ومع ذلك يستخدم هسيه (١٩٩٣) نهجًا مختلفًا قليلًا عن المرحلة النهائية، يتمثَّل فيما يلي، بافتراض أن عدد العقود المحتفظ بها هو ١ (بدون فقدان للعمومية) يُمكن بالنسبة للمركز الطويل كتابة ما يلي:

$$\frac{Q}{x_0} = \left(1 - \frac{x_1}{x_0}\right) \qquad (٢٥،١٣)$$

أو

$$\frac{Q}{x_0} = \left(\frac{x_1}{x_0} - 1\right) \qquad (٢٦،١٣)$$

بالنسبة للمركز القصير، يُعرف x_1 بأنه السعر الأدنى للمركز الطويل (أو السعر الأقصى للمركز القصير) على مدى أفق الاحتفاظ بالمركز، في كلتا الحالتين وبما أن x_0 ثابت، سوف يعتمد توزيع Q على توزيع x_1، يفترض هسيه (١٩٩٣) أن الأسعار تتبع التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، أي أن لوغاريتمات نسب الأسعار:

$$ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right)$$

مُوزَّعة بشكل طبيعي، وإزاء هذه الحالة يُمكن الحصول على تقدير بديل للمئين الخامس لتوزيع العوائد عن طريق أخذ القيمة الحرجة المناسبة من الجداول الإحصائية للتوزيع الطبيعي، ثم ضربها بالانحراف المعياري وإضافتها إلى مُتوسِّط التوزيع.

تُقارن الحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المقدَّرة باستخدام النموذج EGARCH ونموذج تقلب الانحدار الذاتي مع تلك المقدَّرة باستخدام البوتستراب من تغيُّرات الأسعار نفسها، وتُسمى 'نموذج الكثافة اللاشرطية' (Unconditional Density Model)، ترد الحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المقدَّرة في الجدول رقم (١٣,٣).

تُشير المدخلات الواردة في الجدول رقم (١٣,٣) إلى مقدار رأس المال اللازم لتغطية ٩٠٪ من الخسائر المتوقعة، كنسبة مئوية للقيم الأولية للمراكز، على سبيل المثال، وفقًا للنموذج EGARCH ينبغي الاحتفاظ بحوالي ١٤٪ من قيمة المركز الطويل في حالة الين لتغطية ٩٠٪ من الخسائر المتوقَّعة لفترة احتفاظ تُعادل ١٨٠ يومًا، تحتوي النتائج على العديد من الخصائص المثيرة للاهتمام، أولًا: تكون الحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المشتقة من تطبيق البوتستراب على تغيُّر الأسعار نفسها ('النهج اللاشرطي') في مُعظم الحالات أعلى من تلك الناتجة عن الطريقتين الأخريين، وخاصة لآفاق الاستثمار القصيرة، يُعتقد أن ذلك يحدث بسبب حقيقة أن مستوى التقلب في بداية فترة حساب الحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال يكون مُنخفضًا مُقارنة بمستواه التاريخي، لذلك فإن طرق التقدير الشرطيَّة (النموذج EGARCH ونموذج تقلب الانحدار الذاتي) سوف تتوقع في البداية أن يكون التقلب أقل من المتوسط التاريخي، ومع زيادة فترة الاحتفاظ من ١ إلى ١٨٠ يومًا، تتقارب القيم المقدَّرة للحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المتحصَّل عليها من نموذج تقلب الانحدار الذاتي من تلك المتحصَّل عليها من الكثافات اللاشرطيَّة، من جهة أخرى لا تتقارب القيم المقدَّرة للحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المتحصَّل عليها من النموذج EGARCH حتى بعد ١٨٠ يومًا (في الواقع، في بعض الحالات يبدو أن القيم المقدَّرة للحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المتحصَّل عليها من النموذج EGARCH تتباعد وبشكل يدعو إلى الاستغراب عن القيم المقدَّرة للحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال المتحصَّل عليها من الكثافات اللاشرطيَّة مع زيادة الأفق)، ومن ثم يمكن القول: إن النموذج EGARCH قد يكون في هذا التطبيق غير مُناسب لتقدير الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال.

كما يمكن مُلاحظة أن الحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال للمراكز القصيرة أكبر مُقارنة بتلك الخاصة بالمراكز الطويلة، يُمكن أن يُعزى ذلك إلى الاتجاه التصاعدي في عوائد العقود المستقبلية خلال فترة العينة، مما يدل على أن الحركة التصاعدية في سعر العقود المستقبلية كانت في المتوسِّط أكثر ترجيحًا من سقوط سعر هذه الأخيرة.

هناك خطوة أخرى في التحليل لم يُجْرِها هسيه، ولكن تظهر في بروكس، كلير وبيرساند (٢٠٠٠)، وهي تقييم القيم المقدَّرة للحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال في فترة خارج العيِّنة، سوف يقيِّم مثل هذا التمرين النماذج، مع افتراض أنه تم استخدام الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال المقدَّر من النموذج.

الجدول رقم (١٣,٣) الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال لعقود العملات المستقبلية كنسبة مئوية من القيمة الأولية للمركز

	عدد الأيام	مركز طويل			مركز قصير		
		الانحدار الذاتي	الكثافة اللاشرطية	EGARCH	الانحدار الذاتي	الكثافة اللاشرطية	EGARCH
الجنيه الإسترليني	١	٠,٧٣	٠,٩١	٠,٩٣	٠,٨٠	٠,٩٨	١,٠٥
	٥	١,٩٠	٢,٣٠	٢,٦١	٢,١٨	٢,٧٦	٣,٠٠
	١٠	٢,٨٣	٣,٢٧	٤,١٩	٣,٣٨	٤,٢٢	٤,٨٨
	١٥	٣,٥٤	٣,٩٤	٥,٧٢	٤,٤٥	٥,٤٨	٦,٦٧
	٢٠	٤,١٠	٤,٦١	٦,٩٦	٥,٢٤	٦,٣٣	٨,٤٣
	٢٥	٤,٥٩	٥,١٥	٨,٢٥	٦,٢٠	٧,٣٦	١٠,٤٦
	٣٠	٥,٠٢	٥,٥٨	٩,٠٨	٧,١١	٨,٣٣	١٢,٠٦
	٦٠	٧,٢٤	٧,٤٤	١٤,٥٠	١١,٦٤	١٢,٨٧	٢٠,٧١
	٩٠	٨,٧٤	٨,٧٠	١٧,٩١	١٥,٤٥	١٦,٩٠	٢٨,٠٣
	١٨٠	١١,٣٨	١٠,٦٧	٢٤,٢٥	٢٥,٨١	٢٧,٣٦	٤٨,٠٢
المارك الألماني	١	٠,٧٢	٠,٨٧	٠,٨٣	٠,٨٩	١,٠٠	٠,٩٥
	٥	١,٨٩	٢,١٨	٢,٣٤	٢,٢٣	٢,٧٠	٢,٩١
	١٠	٢,٧٧	٣,١٤	٣,٩٣	٣,٤٠	٤,١٢	٥,٠٣
	١٥	٣,٥٢	٣,٨٦	٥,٣٧	٤,٣٦	٥,٣٠	٦,٩٢
	٢٠	٤,٠٥	٤,٤٥	٦,٥٤	٥,١٩	٦,١٤	٨,٩١
	٢٥	٤,٥٥	٤,٩٠	٧,٨٦	٦,١٤	٧,٢١	١٠,٦٩
	٣٠	٤,٩٣	٥,٣٧	٨,٧٥	٧,٠٢	٧,٨٨	١٢,٣٦
	٦٠	٧,١٦	٧,٢٤	١٣,١٤	١١,٣٦	١٢,٣٨	٢٠,٨٦
	٩٠	٨,٨٧	٨,٣٩	١٦,٠٦	١٤,٦٨	١٦,١٦	٢٧,٧٥
	١٨٠	١١,٣٨	١٠,٣٥	٢١,٦٩	٢٤,٢٥	٢٦,٢٥	٤٥,٦٨
الين الياباني	١	٠,٥٦	٠,٧٤	٠,٧٢	٠,٦٨	٠,٨٧	٠,٨٦
	٥	١,٦١	١,٩٩	٢,٢٢	١,٩٢	٢,٣٦	٢,٧٣
	١٠	٢,٥٩	٢,٨٢	٣,٤٦	٣,٠٦	٣,٥٣	٤,٤١
	١٥	٣,٣٠	٣,٤٦	٤,٣٧	٤,١١	٤,٦٠	٥,٧٩
	٢٠	٣,٩٥	٤,١٠	٥,٠٩	٥,١٣	٥,٤٥	٦,٧٧
	٢٥	٤,٤٢	٤,٥٨	٥,٧٨	٥,٩١	٦,٣٠	٧,٩٨
	٣٠	٤,٩٥	٤,٩٢	٦,٣٤	٦,٥٨	٦,٨٥	٨,٨١

تابع الجدول رقم (١٣,٣)

	٦٠	٦,٩٩	٦,٨٤	٨,٧٢	١٠,٥٣	١٠,٧٤	١٣,٥٨
	٩٠	٨,٤٣	٨,٠٠	١٠,٥١	١٣,٦١	١٤,٠٠	١٧,٦٣
	١٨٠	١٠,٩٧	١٠,٢٧	١٣,٩٩	٢١,٨٦	٢٢,٢١	٢٧,٣٩
الفرنك السويسري	١	٠,٨٢	٠,٧٩	٠,٨٩	٠,٩٣	١,١٢	٠,٩٨
	٥	١,٩٩	٢,٥١	٢,٤٨	٢,٢٣	٢,٩٣	٢,٩٨
	١٠	٢,٨٧	٣,٦٠	٤,١٢	٣,٣٧	٤,٥٣	٥,٠٩
	١٥	٣,٦٧	٤,٣٥	٥,٦٠	٤,٢٢	٥,٦٧	٧,٠٣
	٢٠	٤,٢٤	٥,١٠	٦,٨٢	٥,٠٩	٦,٦٩	٨,٨٦
	٢٥	٤,٨١	٥,٦٥	٨,١٢	٥,٩٠	٧,٧٧	١٠,٩٣
	٣٠	٥,٢٣	٦,٢٠	٩,١٢	٦,٧٠	٨,٤٧	١٢,٥٠
	٦٠	٧,٦٩	٨,٤١	١٣,٧٣	١٠,٥٥	١٣,١٠	٢١,٢٧
	٩٠	٩,٢٣	٩,٩٣	١٦,٨٩	١٣,٦٠	١٧,٠٦	٢٧,٨٠
	١٨٠	١٢,١٨	١٢,٥٧	٢٢,٩٢	٢١,٧٢	٢٧,٤٥	٤٥,٤٧

المصدر: هسيه (١٩٩٣)، أعيد طبعه بإذن من كلية إدارة الأعمال، جامعة واشنطن.

ومن خلال تتبُّع التغيُّر في قيمة المركز مع الزمن، إذا كان الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال مُناسبًا، فيجب أن يكون ٩٠٪ من التقدير الاسمي كافيًا لتغطية الخسائر في ٩٠٪ من أيام الاختبار خارج العيِّنة، يُسمى أي يوم يكون فيه الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال غير كافٍ لتغطية الخسائر 'التجاوز' أو 'الاستثناء'، يُعتبر النموذج الذي يؤدي إلى أكثر من ١٠٪ من الاستثناءات للتغطية الاسمية بنسبة ٩٠٪ غير مقبول على أساس أنه في المتوسط لم يكن الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال كافيًا، وبالمثل، فإن النموذج الذي يُؤدي إلى استثناءات أقل بكثير من نسبة ١٠٪ من الاستثناءات المتوقعَّة، يُعتبر أيضًا غير مقبول على أساس أنه تم تحديد حد أدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال عند مستوى عالٍ بشكل غير مُناسب، مما يؤدي إلى تقييد رأس المال دون ضرورة في شكل سيولة، ودون أن يكون مُبرِّرًا لأرباح، لاحظ بروكس، كلير وبيرساند (٢٠٠٠)، كما هو الحال بالنسبة لنتائج هسيه، أن قيم الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال المقدَّرة من النماذج من نوع GARCH عالية للغاية، مما يؤدي إلى عدد تجاوزات أقل بكثير من النسبة الاسمية.

١٣,٩,٢ تقدير القيمة المعرضة للمخاطر باستخدام البوتستراب في إفيوز

(VaR estimation using bootstrapping in EViews)

عقب المناقشة الواردة أعلاه بشأن مناهج هسيه (١٩٩٣) وبروكس، كلير وبيرساند (٢٠٠٠) المستخدمة في حساب الحدود الدنيا لمتطلبات مخاطر رأس المال، يُمكن استخدام الشفرة البرمجيَّة لإفيوز التالية لحساب الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال لفترة احتفاظ بطول ١٠ أيام (وهو الطول الذي تطلبه الهيئات التنظيمية من البنوك)، وكذلك البيانات اليومية لـ S&P500، الموجودة في الملف 'sp500.wf1'، يرد فيما يلي الشفرة البرمجيَّة متبوعة بنسخة مشروحة لبعض الأسطر الرئيسة.

```
'THIS PROGRAM APPLIES THE BOOTSTRAP TO THE
'CALCULATION OF
'MCRR FOR A 10-DAY HORIZON PERIOD
'LOAD WORKFILE
LOAD "D:\CHRIS\BOOK\SP500.WF1"
RNDSEED 12345
!NREPS=10000
SERIES RT
SERIES U
SERIES H
SERIES MIN
SERIES MAX
SERIES L1
SERIES S1
SCALAR MCRRL
SCALAR MCRRS
RT=LOG(SP500/SP500(−1))
EQUATION EQ1.ARCH(M=100,C=1E-5) RT C
EQ1.MAKEGARCH H
EXPAND 1 10000
SERIES HSQ=H^0.5
SERIES RESI=RT-@COEFS(1)
SERIES SRES=RESI/HSQ
EQ1.FORECAST RTF YSE HF
'BOOTSTRAP LOOP
FOR !Z=1 TO !NREPS
    SMPL 3 2610
    GROUP G1 SRES
    G1.RESAMPLE
    SMPL 2611 2620
    RT=@COEFS(1)+@SQRT(HF(-2610))*SRES B(−10)
    SP500=SP500(−1)*EXP(RT)
MIN(!Z)=@MIN(SP500)
MAX(!Z)=@MAX(SP500)
NEXT
SMPL 1 10000
'LONG POSITION
L1=LOG(MIN/1138.73)
MCRRL=1-(EXP((−1.645*@STDEV(L1))+@MEAN(L1)))
'SHORT POSITION
S1=LOG(MAX/1138.73)
MCRRS=(EXP((1.645*@STDEV(S1))+@MEAN(S1)))−1
```

سوف يركز شرح الشفرة البرمجيَّة لإفيوز الواردة أعلاه مُجدَّدًا على الأوامر التي لم تتم مناقشتها سابقًا، تقوم العبارات '... SERIES' و '... SCALAR' بإعداد مصفوفات تُحفظ بداخلها السلاسل والأعداد القياسيَّة (أي الأعداد المفردة) على التوالي، نستخدم بعد ذلك 'EQUATION EQ1.ARCH(M=100,C=1E-5) RT C' لتقدير النموذج ARCH مع الإشارة إلى كائن المعادلة الذي تم إنشاؤه بـــ 'EQ1' والسماح للعملية بإجراء ما يصل إلى ١٠٠ تكرار مع معيار تقارب يعادل ١٠^-٥، حيث يُمثِّل RT (وهو سلاسل العوائد) المتغيِّر التابع وتتضمَّن مُعادلة المتوسِّط الشرطي حدًّا ثابتًا لا غير، كما سيعمل السطر 'EQ1.MAKEGARCH H' على إنشاء سلسلة من قيم التباين الشرطي المُجهَّزة من النموذج، والتي يُشار إليها بحرف H، أمَّا الشفرة 'EXPAND 1 10000' فهي تزيد من طول المصفوفات في ملف العمل من الطول الأصلي لسلسلة S&P (٢٦١٠ مشاهدة) إلى ١٠٠٠٠.

سوف تقوم الأسطر الثلاث التالية SERIES HSQ=H^0.5، SERIES RESI=RT-@COEFS(1) و SERIES SRES=RESI/HSQ بإنشاء مجموعة من البواقي المعياريَّة.

أمّا الخطوة التالية فتتمثّل في التنبؤ بالتباين الشرطي للعشر مُشاهدات من ٢٦١١ إلى ٢٦٢٠ باستخدام الأمر 'EQ1.FORECAST RTF YSE HF' والذي سوف يقوم بإنشاء توقعات للمتوسّط الشرطي (الموضوعة في RTF)، للانحراف المعياري الشرطي (YSE) وللتباين الشرطي (HF) على التوالي.

نجد فيما بعد جوهر البرنامج المتمثّل في التكرار الحلقي للبوتستراب، Z، تم تعريف عدد التكرارات 'NREPS!' بـــ ١٠٠٠٠، تعمل التعليمات GROUPG1 SRES و G1.RESAMPLE على إنشاء مجموعة (تحتوي في هذه الحالة على عنصر واحد فقط وهو SRES)، يتم فيما بعد إجراء مُعاينة عليها، ثم يتم وضع السلسلة التي تمت إعادة مُعاينتها في SRES-B، يتم بعد ذلك إنشاء المسارات المستقبليّة للسلاسل خلال فترة الاحتفاظ لمدة عشرة أيام ويتم حفظ الحد الأقصى والحد الأدنى للسعر الذي تحقّق خلال تلك الفترة (المشاهدات ٢٦١١ إلى ٢٦٢٠) في المصفوفات MAX و MIN على التوالي، أخيرًا: يُنهي NEXT حلقة تكرار البوتستراب.

تُعَدُّ الشفرة SMPL التالية ضرورية لإعادة تعيين فترة العيّنة المستخدمة لتغطية جميع أعداد المشاهدات من ١ إلى ١٠٠٠٠ (أي دمج جميع تكرارات البوتستراب والبالغ عددها ١٠٠٠٠)، في صورة عدم إدراج هذه الشفرة فإن إفيوز يقوم بشكل افتراضي باستخدام تعليمة العيّنة الأحدث ويقوم بإجراء التحليل فقط باستخدام المشاهدات ٢٦١١ إلى ٢٦٢٠:

```
SMPL 1 10000
```

تقوم مجموعة الأمرين التالية بتوليد الحد الأدنى لمتطلّبات رأس المال للمركز الطويل، المرحلة الأولى هي بناء لوغاريتم العوائد للحد الأقصى للخسارة خلال فترة الاحتفاظ المحدَّدة بعشرة أيام، كما نُشير إلى أن هذا الأمر سوف يقوم تلقائيًا بهذا الحساب لكل عنصر في الصف 'MIN' أي لـــ ١٠٠٠٠ تكرار، وبهدف استخدام المعلومات من جميع التكرارات، وبافتراض أن الإحصاءة L1 تتبع التوزيع الطبيعي خلال التكرارات، يُمكن حساب الحد الأدنى لمتطلّبات رأس المال باستخدام الأمر المعطى (بدلًا من استخدام المئين الخامس للتوزيع التجريبي)، ويعمل ذلك على النحو التالي، بافتراض أن $ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right)$ موزَّع بشكل طبيعي، مُتوسّطه m وانحرافه المعياري sd، يُمكن إنشاء مُتغيِّر طبيعي معياري من خلال طرح المتوسط والقسمة على الانحراف المعياري:

$$\frac{ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right) - m}{sd} \sim N(0,1)$$

عند النسبة ٥٪ تكون القيمة الحرجة للذيل السفلي للتوزيع الطبيعي المعياري مُساوية لـــ −١,٦٤٥، لذلك للعثور على المئين الخامس:

$$\frac{\ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right) - m}{s\,d} = -1{,}645 \qquad (٢٧،١٣)$$

نقوم بإعادة ترتيب المعادلة رقم (٢٧،١٣):

$$\frac{x_1}{x_0} = \exp[-1{,}645sd + m] \qquad (٢٨،١٣)$$

ومن المعادلة رقم (١٣، ٢٥)، يُمكن كذلك كتابة المعادلة رقم (١٣، ٢٨) على النحو التالي:

$$\frac{Q}{x_0} = 1 - \exp[-1{,}645sd + m] \qquad (٢٩،١٣)$$

والتي سوف تُعطي الحد الأقصى للخسارة أو للانخفاض على المركز الطويل خلال العشرة أيام التي تمت مُحاكاتها، كما نتحصَّل على الحد الأقصى للانخفاض على المركز القصير كالتالي:

$$\frac{Q}{x_0} = \exp[-1{,}645sd + m] - 1 \qquad (٣٠،١٣)$$

يكرّر السطرين التاليين الإجراء الموضح أعلاه، لكن بتعويض 'MIN' بـــ 'MAX' لحساب الحد الأدنى لمتطلَّبات رأس المال للمركز القصير، أمَّا النتائج التي سوف يتم توليدها من خلال تشغيل البرنامج أعلاه فهي تقريبًا التالية:

$$\text{MCRR} = 0.04035$$

$$\text{MCRR} = 0.04814$$

حيث يرمُز MCRR إلى الحد الأدنى لمتطلَّبات رأس المال، تمثِّل هذه الأرقام الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال بالنسبة للمراكز الطويلة والقصيرة على التوالي، كنسبة مئوية من القيمة الأولية للمركز مُقابل تغطية ٩٥٪ على مدى عشرة أيام، ويعني ذلك على سبيل المثال، أن ٤٪ تقريبًا من قيمة مركز طويل محتفظ به كرأس مال سائل ستكون كافية لتغطية الخسائر في ٩٥٪ من الأيام إذا تم الاحتفاظ بالمركز لمدة عشرة أيام، بالنسبة لرأس المال المطلوب لتغطية ٩٥٪ من الخسائر على مدى فترة احتفاظ لمدة عشرة أيام لمركز قصير في مؤشر S&P500 سوف يكون في حدود ٨, ٤٪، يُمكن توقُّع هذه النتائج بما أن المؤشر شهد انزلاقًا إيجابيًا خلال فترة العيِّنة، لذلك فإن عوائد المؤشر ليست مُتماثلة حول الصفر، بما أن العوائد الإيجابية تكون أكثر احتمالًا بقليل من العوائد السلبية، وبالتالي فإن متطلبات رأس مال مُرتفعة تكون ضرورية للمركز القصير بما أن الخسارة تكون أكثر احتمالًا مُقارنة بالمركز الطويل بنفس الحجم.

المفاهيم الرئيسة

يُمكن من خلال هذا الفصل تعريف وشرح المصطلحات الرئيسة التالية:

- المحاكاة
- البوتستراب
- تغيّرية معاينة مونت كارلو
- عدد شبه عشوائي
- المتغيّرات المضادة
- مُتغيّرات التحكم

أسئلة التعلم الذاتي:

(١) (أ) اذكر مثالين من مجال الماليَّة ومثالين من الاقتصاد القياسي (يُفضَّل أن تكون غير تلك المذكورة في هذا الفصل!) عن الحالات التي يكون فيها نهج المحاكاة مرغوبًا، اشرح في كل حالة الفائدة وراء عمليات المحاكاة.

(ب) ميِّز بين طرق المحاكاة البحتة والبوتستراب، ما هي المزايا النسبية لكل تقنية؟ بناء على ذلك أيّ حالات يُمكن الاستفادة منها من تقنية معيَّنة أكثر ممَّا يُستفاد منه من التقنية الأخرى؟

(ج) ما هي تقنيات تقليل التباين؟ صِف اثنتين من هذه التقنيات مع شرح كيفيَّة استخدامها.

(د) لماذا من الجيد إجراء المحاكاة باستخدام أكبر عدد ممكن من تكرارات التجربة؟

(ه) كيف يتم توليد الأرقام العشوائية بواسطة جهاز الكمبيوتر؟

(و) ما هي عيوب طرق المحاكاة مُقارنة بالأساليب التحليلية، بافتراض أن هذه الأخيرة مُتاحة؟

(٢) تخبرك باحثة بأنها تعتقد أن خصائص اختبار ليونغ-بوكس (أي حجم الاختبار وقوّته) سوف تتأثر سلبًا بوجود ARCH في البيانات، قم بتصميم تجربة محاكاة لاختبار هذا الاقتراح.

(٣) (أ) لننظر في النموذج AR(1) التالي:

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t$$

قم بتصميم تجربة محاكاة (باستخدام شفرة برمجيّة في إفيوز) لتحديد تأثير زيادة قيمة ϕ من ٠ إلى ١ على توزيع النسب تي.

(ب) نأخذ مجددًا النموذج AR(1) المذكور في الجزء (أ) من هذا السؤال، كما ورد في الفصل ٤، من المفترض أن المتغيّرات المفسِّرة في نموذج الانحدار غير تصادفيّة، ورغم ذلك فإن y_{t-1} تصادفي، وكنتيجة لذلك فإن مُقدر ϕ سوف يكون مُتحيزًا في العيِّنات الصغيرة، قُم بتصميم تجربة محاكاة للتحقق من تأثير قيمة ϕ وحجم العيِّنة على مدى التحيُّز.

(٤) الخيار المقيَّد (Barrier Option) هو خيار يعتمد على مسار مُحدَّد، ويعتمد ربحه على ما إذا كان سعر الأصل الأساسي يتجاوز العتبة المحدَّدة أم لا، يُعرف عقد خيار الشراء غير النشط بأنه خيار شراء يزُول عندما ينخفض السعر الأساسي عن مستوى الحاجز المعطى H، وهكذا نتحصَّل على الربح كما يلي:

$$\begin{array}{ll} \max[0, S_{T-K}] & \text{if } S_t > H \ \forall\, t \leq T \\ 0 & \text{if } S_t \leq H \text{ for any } t \leq T \end{array}$$

حيث يُمثِّل s_T السعر الأساسي في تاريخ الانتهاء T و K سعر التنفيذ، لنفترض أن عقد خيار الشراء غير النشط مُكتتب على المؤشر FTSE 100، القيمة الحالية للمؤشر $S_t = 5000$ والوقت المتبقِّي حتّى تاريخ الاستحقاق = ١ سنة، $H = 4900$، $IV = 25\%$، المعدل الخالي من المخاطر = ٥٪ ونسبة عائد الأرباح = ٢٪.

قم بتصميم محاكاة مونت كارلو لتحديد السعر العادل الواجب دفعه مُقابل هذا الخيار، باستخدام نفس مجموعة السحوبات العشوائية، ما هي قيمة خيار الشراء المماثل دون حاجز؟ قُم بتصميم شفرة حاسوبية في إفيوز لاختبار تجربتك.

الفصل الرابع عشر

إجراء بحوث تجريبية أو عمل مشروع أو أطروحة في مجال الماليّة
Conducting empirical research or doing a project or dissertation in finance

مخرجات التعلم

ستتعلم في هذا الفصل كيفية:

- اختيار موضوع مُناسب لمشروع بحث تجريبي في مجال الماليَّة
- إعداد مقترح بحثي
- إيجاد مصادر مُناسبة للأدبيات وللبيانات
- تحديد هيكل مُناسب للأطروحة
- إعداد وإجراء دراسة سليمة للحدث (Event Study)
- استخدام نهج فاما-ماكبث (Fama-MacBeth) ونهج فاما-فرنش لاختبار نماذج تسعير الأصول وشرح التفاوت في عوائد الأصول

١٤,١ ما المقصود بمشروع بحث تجريبي ولأي غرض يُستخدم؟
(What is an empirical research project and what is it for?)

تتطلَّب العديد من المقررات خلال مرحلة الدراسة الجامعية وعلى مُستوى الدراسات العُليا، أو تسمح للطالب بإجراء مشروع بحث، وقد يختلف ذلك من مقال مُوسَّع إلى بحث شامل أو أطروحة من ١٠٠٠٠ كلمة أو أكثر، يُقبِل الطلاب عادة على هذا الجزء من شهادتهم الجامعيَّة بكثير من التخوُّف، وإن كان القيام بمشروع البحث يُقدِّم في واقع الأمر فُرصة فريدة للطلاب لاختيار موضوع ذي أهميَّة، وتحديد المشروع بأكمله بأنفسهم من البداية إلى النهاية، ويكون الغرض من مشروع البحث عادة تحديد ما إذا كان بإمكان الطلاب تعريف وتنفيذ بحث يكون إلى حد ما أصليًّا، مع التقيُّد بوقت وبطول تقرير محدَّدين، أمَّا من ناحية الاقتصاد القياسي، فيُعتبر إجراء بحث تجريبي من أفضل الطرق لتناول المحتوى النظري، واكتشاف الصعوبات العمليَّة التي تُواجه المختصِّين في الاقتصاد القياسي أثناء إجراء البحوث، كما يُتيح إجراء البحوث للباحث فُرصة لحل مُعضلة ما، وربَّما اكتشاف شيء لم يسبقه إليه أحد، وهو ما يُمكن أن يكون تجربة مُثمرة للغاية، بالإضافة إلى ذلك يُمكِّن مشروع البحث الطلاب من اختيار موضوع ذي فائدة، أو أهميَّة

مُباشرة لهم، ويكون غالبًا مُفيدًا في مُساعدة الطلاب على تطوير مهاراتهم في إدارة الوقت وكتابة التقارير، هذا ويُمكن أن تُوفِّر الوثيقة النهائيَّة في كثير من الحالات منبرًا للمناقشة في المقابلات الخاصَّة بالتوظيف، أو تكون بمثابة نُقطة انطلاق لمزيد من الدراسة على مُستوى الدراسات العليا أو الدكتوراه.

يسعى هذا الفصل إلى تقديم اقتراحات حول كيفية التوجه نحو عملية إجراء البحوث التجريبية في مجال الماليَّة، سوف نُقدِّم هنا توجيهات عامَّة لا غير، ولن يضمن اتِّباع هذه النصيحة بالضرورة علامات عالية؛ لأن أهداف ومُستوى مشروع البحث تختلف من مُؤسسة إلى أخرى[1].

١٤,٢ اختيار موضوع البحث

(Selecting the topic)

إثر قرار أو ضرورة القيام بمشروع بحث تتمثَّل المرحلة الأولى في تحديد *مجال موضوع* مُناسب، ويُعَدُّ ذلك في جوانب شتى أحد الأجزاء الأكثر صعوبة والأكثر أهميَّة للعمليَّة بأكملها، بإمكان بعض الطلاب التفكير فورًا في موضوع محدَّد، لكن بالنسبة لمعظم الطلاب يُعتبر ذلك عمليَّة تبدأ بتحديد موضوع عام جدًّا وشاسعًا للغاية، ومن ثم تضييق نطاق الموضوع إلى مسألة أصغر بكثير يسهل التعامل معها.

يُمكن أن يتأتَّى إلهام اختيار موضوع البحث من عدَّة مصادر، كما يُمثِّل التفكير بعقلانيَّة بالمصلحة الخاصَّة وبمجالات الخبرة نهجًا جيِّدًا، فعلى سبيل المثال، ربما أنك اشتغلت بشكل أو بآخر في الأسواق الماليَّة، أو ربما أنك مهتم بشكل خاص بأحد جوانب وحدة مقرَّرات دراسيَّة سبق لك دراستها، كما يستحق الأمر تخصيص بعض الوقت للحديث إلى بعض المدرسين الجامعيين للفوز بمشورتهم فيما يخص المواضيع المثيرة للاهتمام والممكن إنجازها في مجالات تخصصاتهم، في نفس الوقت، رُبما تشعر بثقة كبيرة تجاه الهدف الكمي للماليَّة، أو تجاه تسعير الأصول، أو تقدير النماذج على سبيل المثال، لكنك لا تشعر بالارتياح تجاه التحليل النوعي، حيث يُطلب منك إبداء الرأي حول مسألة مُعيَّنة (على سبيل المثال 'هل ينبغي أن تكون الأسواق الماليَّة أكثر تنظيمًا؟')، في هذه الحالة من المناسب أن يكون جزء من العمل ذا درجة عالية من التقنية.

وبالمثل، يجد بعض الطلاب أن الاقتصاد القياسي على حد السواء صعب وغير مهم، ربما يكون هؤلاء الطلاب مُؤهلين بصورة أفضل للمواضيع ذات الطابع النوعي، أو للمواضيع التي لا تتضمَّن سوى إحصاءات أوليَّة لا غير، لكن تتأتَّى دقة البحث وقيمته المضافة من بعض الجوانب الأخرى للمسألة، قد يكون نهج دراسة الحالة الذي لا يرتكز على أيِّ تحليل كمِّي مقبولًا تمامًا، حتَّى أنه يُمكن اعتبار فحص مجموعة من دراسات الحالات المختارة بعناية أكثر مُلاءمة لمعالجة مسائل معيَّنة، وخاصَّة في الحالات التي لا تُتاح فيها البيانات الرقميَّة الرسميَّة بسهولة، أو عندما يكون كل كيان مُستقلًّا بذاته، حيث لا يُنصَح بتعميم نتائج النموذج المقدَّر على مجموعة من البيانات، تكون دراسات الحالات مُفيدة عندما تكون الحالة في حد ذاتها فريدة أو غير مألوفة، أو عندما يكون كل كيان قيد الدراسة إلى حد بعيد غير مُتجانس، كما تنطوي دراسات الحالات على دراسة أكثر عُمقًا مُقارنة بالمناهج الكميَّة، هذا ويُعتبر العمل ذو الصبغة الرياضيَّة العالية الذي لا يحظى بأهميَّة تُذكَر، والذي يُطبَّق بشكل غير مُناسب أضعف بكثير من دراسة الحالة المبنيَّة بشكل جيِّد، والمحلَّلة على نحو دقيق.

---

(١) نُشير إلى أن هناك مسألة واحدة قيد الدراسة في هذا الفصل، وهي كتابة مشروع بحث مُمتاز.

الجمع بين جميع هذه المدخلات في اختيار موضوع البحث من شأنه أن يُمكِّنك على الأقل من تحديد ما إذا كان يجب إجراء عمل كمِّي أم عمل غير كمِّي، وتحديد مجال بحث عام (نذكر على سبيل المثال تسعير الأوراق الماليَّة، الهيكل الجزئي للسوق، إدارة المخاطر، اختيار الأصول، المسائل التشغيليَّة، التمويل الدولي، الاقتصاد القياسي المالي، إلخ)، ويُمكن أن يتَّخذ مشروع البحث شكلًا من بين العديد من الأشكال كما هو مُبيَّن في الإطار رقم (١ , ١٤).

يجب أن يتضمَّن مشروع البحث الجيِّد أو الأطروحة الجيِّدة عنصرَ *الأصالة*، أي 'إسهامه في المعرفة'، كما يجب أن يُضيف جُزءًا ولو صغيرًا جدًّا إلى الصورة العامة في مجال موضوع البحث بحيث يكون الكم المعرفي في نهاية المشروع أكبر ممَّا كان عليه قبل بدء المشروع، تُخيف هذه الفكرة عادة الطلاب؛ لأنهم غير متأكِّدين من أين ستتأتَّى أصالة البحث، بالنسبة إلى مشاريع البحث المبنيَّة على التجربة تطرح الأصالة نفسها بشكل طبيعي، فعلى سبيل المثال يُمكن أن يُوظِّف مشروع البحث التقنيات العاديَّة على بيانات بلد آخر، أو سوق أو أصل جديد، أو يُمكن أن يُطوِّر مشروع البحث تقنية جديدة، أو يُطبِّق تقنية موجودة على مجال مُختلف، تبرز المشاريع المثيرة للاهتمام عادة عندما تُؤخذ الأفكار من مجال آخر، وتُطبَّق في مجال الماليَّة، فعلى سبيل المثال، يُمكنك تحديد أفكار أو مُقاربات من المواد العلمية التي درستها في مجال آخر خلال المرحلة الجامعيَّة الأولى.

الإطار رقم (١ , ١٤) الأنواع الممكنة لمشروع البحث

- عمل تجريبي يتضمّن تحليلًا كمّيًا للبيانات.
- دراسة استقصائيّة عن ممارسة الأعمال التجاريّة في إطار مُنشأة ماليَّة.
- طريقة جديدة لتسعير الأوراق الماليَّة أو تطوير نظري لطريقة جديدة للتحوط من التعرّض للمخاطر.
- مُراجعة نقديّة لمجموعة كتابات عن موضوع معيّن.
- تحليل لسوق جديدة أو لفئة جديدة من الأصول.

يتطلّب كل نوع من أنواع مشاريع البحث هذه نهجًا مُختلفًا بعض الشيء، ويُجرى بدرجات مُتفاوتة من النجاح، يجري التركيز فيما تبقى من هذا الفصل على نوع الدراسة التي تتضمَّن صياغة نموذج تجريبي باستخدام الأدوات التي تم وضعها في هذا الكتاب، يبدو أن هذا النوع من مشاريع البحث هو أحد المشاريع الأكثر اختيارًا، كما يبدو كذلك أنه يُمثّل إستراتيجيّة أقل مُخاطرة من الأنواع الأخرى. فعلى سبيل المثال، من المرجَّح أن لا تنجح المشاريع التي تتميّز بالطموح الجريء لتطوير نظريّة ماليَّة جديدة، أو التي تعرض نموذجًا جديدًا كليًّا لتسعير الخيارات ولن يجد الطالب إلّا القليل ليكتبه، بالإضافة إلى ذلك تفتقر المراجعات النقديّة غالبًا إلى الدقّة، وأنها ليست نقديّة بما فيه الكفاية بحيث يبدو إجراء تطبيق تجريبي يتضمَّن تقدير نموذج اقتصاد قياسي نهجًا أقل مُخاطرة بما أنه يُمكن كتابة النتائج بغض النظر عن كونها 'جيّدة' أم لا.

إضافة إلى مساهمته الفردية إلى المعرفة يتضمن مشروع البحث الجيِّد أيضًا تحليلًا مُعمقًا للقضايا المطروحة، بدلًا من أن يكون عرضًا سطحيًّا وصفيًّا بحتًا، كما سيحظى مشروع البحث الجيِّد بالاهتمام، ويُمكن أن يستفيد منه فئة أو أكثر من المستخدمين (مع أن مجموعة المستخدمين يُمكن أن تكون باحثين أكاديميين آخرين، وليس بالضرورة مهنيين)، ويُمكن أن يكون موضوعًا رائجًا يستحق النشر في الوقت الراهن، كما يُمكن أن يكون غير ذلك، هذا ويطعن البحث الجيِّد في الاعتقادات السابقة، ويغيِّر في الطريقة التي ينظر بها الباحث إلى المسألة قيد الدراسة، كما يُمكن لمشاريع البحث الجيِّدة أن تكون مُفيدة في المقام الأول لأكاديميين آخرين، وليست بالضرورة أبحاثًا قابلة للتطبيق العملي المباشر، من جهة أخرى وبهدف إجراء بحث يجب أن يرتكز العمل الذي يتَّسم بدرجة عالية من العمليَّة في النهج الأكاديمي على أسس متينة.

تتمثَّل المرحلة التالية في تحويل هذا الاتجاه العام إلى موضوع بحث ذي حجم قابل للتنفيذ يُمكن مُعالجته في إطار الضوابط التي تُحدِّدها المؤسَّسة، من المهم كذلك التأكُّد من أن أهداف البحث ليست أهدافًا عامَّة أو فنيَّة لا يُمكن تناولها في حدود قيود الوقت المتاح للبحث، وعدد الكلمات المسموح بها، كما لا يتمثَّل هدف مشروع البحث عادة في حل كل المعضلات في مجال الماليَّة، وإنما صياغة ومُعالجة مسألة صغيرة.

غالبًا ما يكون من المستحسَن في هذه المرحلة تصفُّح الإصدارات الأخيرة للمجلات الرئيسة ذات الصلة بمجال موضوع البحث، وهذا الإجراء من شأنه إظهار الأفكار الرائجة نسبيًّا، وكيفية تناوُل البحوث الراهنة لمسألة معيَّنة، يعرض الجدول رقم (١٤,١) قائمة بالمجلات الهامَّة، يُمكن تقسيم هذه المجلات بصفة عامة إلى قسمين: المجلات الموجهة إلى الممارسين والمجلات الأكاديميَّة، ترتكز المجلات الموجَّهة للممارسين عادة على مجال معيَّن كما تتضمَّن مقالات تهتم غالبًا بمسائل عمليَّة للغاية، وتضم بطبيعتها عادةً مفاهيمَ رياضيَّة أقل، كما تستند بدرجة أقل إلى الأسس النظريَّة بالمقارنة بالمجلات الأكاديميَّة، بطبيعة الحال، لا يُعتبر الفصل بين المجلات الموجّهة للممارسين والمجلات الأكاديميَّة فصلًا تامًّا؛ لأن الكثير من المقالات التي تتضمَّنها المجلات الموجهة للممارسين كُتبت من قِبَل أكاديميين، والعكس بالعكس! لا تُعتبر القائمة الواردة في الجدول رقم (١٤,١) بأي حال من الأحوال قائمة حصريَّة، حيث تظهر دوريات جديدة بصفة شهرية خاصة في مجال الماليَّة.

تحتوي العديد من المواقع على شبكة الإنترنت على قوائم المجلات في مجال الماليَّة، أو روابط للمجلات الماليَّة، نذكر منها بعض المجلات المفيدة:

- www.cob.ohio-state.edu/dept/fin/overview.htm: مكتبة افتراضيَّة في مجال الماليَّة تضم روابط جيِّدة وقائمة بمجلات في مجال الماليَّة.
- www.helsinki.fi/WebEc/journals.html: يقدم هذا الموقع قائمة بمجلات في مجال الاقتصاد، بما في ذلك الماليَّة، بالإضافة إلى عدد من المصادر ذات الصلة بمجال الماليَّة.
- www.people.hbs.edu/pgompers/finjourn.htm: يقدم هذا الموقع قائمة بروابط لمجلات في مجال الماليَّة.
- www.numa.com/ref/journals.htm: دليل نوما (Numa) لمجلات المشتقَّات الماليَّة، ويقدِّم العديد من الروابط والأسماء الهامَّة لمجلات أكاديميَّة، وخاصة المختصَّة منها في المشتقَّات الماليَّة.
- www.aeaweb.org/econlit/journal list.php: يقدِّم هذا الموقع قائمة شاملة بالمجلات في مجال الاقتصاد بما في ذلك الماليَّة.

الجدول رقم (١٤,١) قائمة بالمجلات في مجال الماليّة والاقتصاد القياسي

المجلات في مجال الماليّة	مجلات في الاقتصاد القياسي وما شابه
الاقتصاد المالي التطبيقي (Applied Financial Economics)	بيومتركا (Biometrika)
الماليّة الرياضية التطبيقية (Applied Mathematical Finance)	إكنومتركا (Econometrica)
الإدارة الماليّة الأوروبية (European Financial Management)	استعراضات في الاقتصاد القياسي (Econometric Reviews)
المجلة الأوروبية للماليّة (European Journal of Finance)	نظريّة الاقتصاد القياسي (Econometric Theory)
الماليّة ومؤشر الستوكاستك (Finance and Stochastics)	مجلة الاقتصاد القياسي (Econometrics Journal)
مجلة المحللين الماليين (Financial Analysts Journal)	المجلة الدولية للتنبؤ (International Journal of Forecasting)
الإدارة الماليّة (Financial Management)	مجلة الاقتصاد القياسي التطبيقي (Journal of Applied Econometrics)
المجلة الماليّة (Financial Review)	مجلة الإحصاءات التجارية والاقتصاديّة (Journal of Business and Economic Statistics)
المجلات في مجال الماليّة	مجلات في الاقتصاد القياسي وما شابه
مجلة الماليّة العالمية (Global Finance Journal)	مجلة الاقتصاد القياسي (Journal of Econometrics)
المجلة الدولية للماليّة والاقتصاد (International Journal of Finance & Economics)	مجلة التنبؤ (Journal of Forecasting)
المجلة الدولية للماليّة النظريّة والتطبيقيّة (International Journal of Theoretical and Applied Finance)	مجلة الجمعيّة الأمريكيّة للإحصاء (Journal of the American Statistical Association)
مجلة ماليّة الشركات التطبيقيّة (Journal of Applied Corporate Finance)	مجلة الاقتصاد القياسي المالي (Journal of Financial Econometrics)
المجلة الدولية للتحليل المالي (International Review of Financial Analysis)	مجلة الجمعيّة الملكيّة للإحصاء (من أ إلى ج) (Journal of the Royal Statistical Society (A to C))
مجلة الماليّة التطبيقيّة (Journal of Applied Finance)	مجلة تحليل السلاسل الزمنية (Journal of Time Series Analysis)

تابع الجدول رقم (١٤,١)

مجلة إدارة الأصول (Journal of Asset Management)	جمعيّة الديناميكيات والاقتصاد القياسي اللاخطيّة (Society for Nonlinear Dynamics and Econometrics)
مجلة الأعمال المصرفية والماليّة (Journal of Banking and Finance)	
مجلة الأعمال (Journal of Business)	
مجلة الأعمال الماليّة والمحاسبة (Journal of Business Finance & Accounting)	
مجلة علوم الماليّة الحسابية (Journal of Computational Finance)	
مجلة ماليّة الشركات (Journal of Corporate Finance)	
مجلة المشتقات (Journal of Derivatives)	
مجلة الماليّة التطبيقيّة (Journal of Empirical Finance)	
المجلات في مجال الماليّة	مجلات في الاقتصاد القياسي وما شابه
مجلّة الماليّة (Journal of Finance)	
مجلّة التحليل المالي والكمّي (Journal of Financial & Quantitative Analysis)	
مجلة الاقتصاد المالي (Journal of Financial Economics)	
مجلة الأسواق الماليّة (Journal of Financial Markets)	
مجلة البحوث الماليّة (Journal of Financial Research)	
مجلة الدخل الثابت (Journal of Fixed Income)	
مجلة أسواق العقود المستقبلية (Journal of Futures Markets)	
مجلة الأسواق الماليّة الدولية والمؤسسات والمال (Journal of International Financial Markets, Institutions and Money)	
مجلة المال الدولي والماليّة (Journal of International Money and Finance)	
مجلة المال، الائتمان والمصرفية (Journal of Money, Credit, and Banking)	
مجلة إدارة المحافظ (Journal of Portfolio Management)	
مجلة المخاطرة (Journal of Risk)	
مجلة المخاطرة والتأمين (Journal of Risk and Insurance)	

تابع الجدول رقم (١٤,١)

مجلة المخاطرة والماليَّة الرياضية لحالة عدم التأكد (Journal of Risk and Uncertainty Mathematical Finance)	
مجلة ماليَّة حوض المحيط الهادئ (Pacific Basin Finance Journal)	
المجلة الفصليَّة للاقتصاد والماليَّة (Quarterly Review of Economics and Finance)	
المجلات في مجال الماليَّة	مجلات في الاقتصاد القياسي وما شابه
مجلة دراسات تسعير الأصول (Review of Asset Pricing Studies)	
مجلة الماليَّة السلوكية (Review of Behavioural Finance)	
مجلة دراسات ماليَّة الشركات (Review of Corporate Finance Studies)	
مجلة الماليَّة (Review of Finance)	
مجلة الدراسات الماليَّة (Review of Financial Studies)	
المخاطرة (Risk)	

١٤,٣ بحث مُموَّل أم مُستقل؟

(Sponsored or independent research?)

لبعض كليات الأعمال ارتباط وثيق بالقطاع الصناعي الذي يُمكن أنْ يُقدِّم للطلاب فرصة للعمل على مشروع بحثي مُعيَّن يكون مُموَّلًا، يُمكن للطرف الـراعي للبحث اختيار الموضوع وتقديم توجيهات إضـافيَّـة من واقع خبرته من منظور عملي، كمـا يُمكن أن تُعطي رعـاية الأبحـاث الطـالب فكرة عن المشـاكل البحثيـة التي تهم الممـارسين، وقد تضمَّن أن يكون العمل فعليًّا مُوجَّهًا للقطـاع الخاص وبصلة مُباشرة به، كما يُمكن للراعي لمشروع البحث إتاحة الوصول إلى البيانات التي يمتلكها، أو إلى البيانات ذات الطابع السرِّي، وهذا من شأنه توسعة نطاق الموضوعات التي يُمكن التطرّق إليها، والأهم من ذلك كلّه هو أن العديد من الطلاب يأمل في الفوز بعرض عمل دائم في حالة نجاحهم في إقناع الشركة التي يعملون بها.

غالبًا ما يستهوي الطلاب العمل على مشاريع بحث مُموَّلة، لكن يُعتبر ذلك إلى حد بعيد سيفًا ذا حدَّيْن؛ لوجود عدد من المساوئ؛ أوَّلًا: لا تستطيع كل الكليات الجامعيَّة تقديم مثل هذه الرعايات، وحتى تلك التي بإمكانها ذلك فإنها لا تُوفِّره إلَّا لجزء من طلاب الفصل، ثانيًا: تُعتبر المسائل الأكثر أهميَّة ومُلاءمة للممارسين في أغلب الأحيان (ولكن ليس دائمًا)، وللأسف أقل أهميَّة

لجمهور الأكاديميين، ويرجع ذلك أساسًا لإمكانيَّة التباين بين أهداف الجهة الراعية لمشروع البحث وأهداف الجامعة، فعلى سبيل المثال، قد يهتم بنك استثمار نمطي بمشروع بحث يُقارن عددًا من قواعد التداول، وتقييم ربحيَّة كل واحدة منها، لكن قد يرى العديد من الأكاديميين أن هذا الميدان قد استوفى حظَّه من الأبحاث، وأن إيجاد قاعدة مُربحة جدًّا لا يُقدِّم شيئًا إلى المعرفة، وبالتالي مثل هذا المشروع يكون ضعيفًا، لذلك إذا توفَّرت لك فُرصة إجراء بحث مُموَّل فتأكَّدْ أن هذا البحث يحظى بقيمة أكاديميَّة وأخرى عمليَّة، فمن شبه المؤكد أن الأكاديمي هو من سيقيِّم العمل.

٤ , ١٤ مُقترح البحث

(The research proposal)

تطلب بعض الكليَّات الجامعيَّة تقديم مُقترحًا بحثيًّا يتم تقييمه والاستعانة به لتحديد مدى مُلاءمة الأفكار لاختيار المشرف المناسب، وعلى الرغم من أن مُتطلبات مُقترح البحث يُرجَّح أن تختلف بشكل كبير من مُؤسسة إلى أخرى إلَّا أن هناك بعض النقاط العامَّة التي قد تكون مُفيدة في جميع الأحوال، كما ينبغي في بعض الحالات هيكلة مُقترح البحث على أنه نُسخة مُصغَّرة من التقرير النهائي لكن دون نتائج أو استنتاجات!

- يختلف الطول المطلوب لمقترح البحث، لكن يتراوح عادة بين صفحة وست صفحات A4 تُكتب مع ترقيم الصفحات.
- ينبغي أن يبدأ المقترح بذكر الدافع من وراء الموضوع بشكل مُختصر، أي لماذا يُعتبر الموضوع مُهمًّا أو مُفيدًا؟
- يجب أن يكون هناك استعراض موجز للأدبيات ذات الصلة، لكن لا ينبغي أن تغطي أكثر من حوالي ثلث إلى نصف الطول الكلي لمقترح البحث.
- يجب طرح أسئلة البحث أو الفرضيات التي سيتم اختبارها فيما بعد بوضوح.
- يجب مُناقشة البيانات والمنهجية التي تنوي استخدامها.
- تتضمَّن بعض المقترحات أيضًا سُلَّمًا زمنيًّا أي جدولًا زمنيًّا لأجزاء مشروع البحث المنتظر إكمالها.

٥ , ١٤ أوراق العمل والأبحاث المنشورة على شبكة الإنترنت

(Working papers and literature on the internet)

للأسف يتراوح الفارق الزمني بين تاريخ كتابة البحث وتاريخ نشره الفعلي في كثير من الأحيان بين سنتين إلى ثلاث سنوات (وهذا الفارق آخِذٌ في الازدياد بسرعة)، حتى إن الأبحاث في أحدث إصدارات المجلات المنشورة تُعتبر نوعًا ما قديمة، أَضِفْ إلى ذلك أن العديد من شركات الأوراق الماليَّة، البنوك والبنوك المركزيَّة في جميع أنحاء العالم تُصدر نتائج بحوث ذات جودة عالية في شكل تقارير، وفي كثير من الأحيان لا تكلِّف نفسها عناء مُحاولة نشرها، الكثير من هذه التقارير هي الآن مُتاحة على شبكة الإنترنت، وبالتالي من المهم إجراء بحث بالكلمات المفتاحيَّة باستخدام محركات البحث على شبكة الإنترنت المتوفِّرة بسهولة، يُقدِّم الجدول رقم (٢ , ١٤) بعض الاقتراحات لنقاط انطلاق في البحوث.

الجدول رقم (٢ , ١٤) مواقع إنترنت مفيدة للأدبيات الماليَّة

الجامعات

- في جميع أنحاء العالم تتيح الآن كل الجامعات تقريبًا نسخًا من أوراق المناقشات الخاصّة بهم إلكترونيًّا، إليك بعض الأمثلة عن الأقسام الماليَّة:
- http://w4.stern.nyu.edu/finance: قسم الماليَّة، مدرسة ستيرن، جامعة نيويورك.
- http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers.html: مركز وارتون للمؤسسات الماليَّة.
- http://haas.berkeley.edu/finance/WP/rpf.html: جامعة كاليفورنيا في بيركلي.
- www.icmacentre.ac.uk/research/discussion-papers:مركز الجمعيّة الدولية لأسواق رأس المال، جامعة ريدينج طبعًا.

بنوك الاحتياطي الفيدرالي الأمريكيّة وبنك إنجلترا.

- www.bankofengland.co.uk: بنك إنجلترا، ويحتوي على أوراق عمل، أخبار ومُناقشات.
- www.frbatlanta.org: بنك الاحتياطي الفيدرالي بأتلانتا ويتضمَّن معلومات عن البيانات الاقتصاديّة والبحثيّة ومنشورات.
- www.stls.frb.org/fred: بنك الاحتياطي الفيدرالي بسانت لويس ويضم كميّة كبيرة من البيانات الأمريكيّة المفيدة، تشمل بيانات نقديّة، بيانات عن سعر الفائدة وبيانات ماليَّة مُتوفّرة بتواتر يومي، أسبوعي، أو شهري، وعلى فترة زمنيّة طويلة.
- www.chicagofed.org: بنك الاحتياطي الفيدرالي بشيكاغو، ويضم بيانات هامّة وروابط مفيدة.
- www.dallasfed.org: بنك الاحتياطي الفيدرالي بدالاس، يضم بيانات الاقتصاد الكلّي، بيانات عن سعر الفائدة وبيانات نقديّة ومصرفيّة.
- www.federalreserve.gov/pubs/ifdp: مجلس مُحافظي البنك الاحتياطي الفيدرالي ويضم أوراق مُناقشات عن الماليَّة الدوليّة.
- www.ny.frb.org/research: بنك الاحتياطي الفيدرالي بنيويورك.

تابع الجدول رقم (٢,١٤)

الهيئات الدوليّة

- http://dsbb.imf.org: صندوق النقد الدولي ويضم أوراق عمل، تنبؤات وسلاسل أسعار السلع الأساسيّة.
- www.worldbank.org/reference: أوراق عمل البنك الدولي في مجال الماليّة.
- www.oecd-ilibrary.org: منظّمة التعاون الاقتصادي والتنمية، يتيح هذا الموقع النفاذ إلى أوراق بحث، بيانات إلخ، قابلة للبحث.

متفرّقات

- www.nber.org: المكتب الوطني للبحوث الاقتصاديّة وهو عبارة عن قاعدة بيانات ضخمة من أوراق المناقشات والروابط بها في ذلك مصادر البيانات.
- http://econpapers.repec.org: (WoPEc سابقًا) قاعدة بيانات ضخمة من أوراق العمل في مجالات الاقتصاد بما في ذلك الماليّة.
- www.ssrn.com: شبكة بحوث العلوم الاجتماعيّة، قاعدة بيانات ضخمة مُتزايدة بسرعة ومُتاحة تضم أوراق عمل ومُلخصات الأبحاث المنشورة.

مصادر البيانات المجانيّة المستخدمة في هذا الكتاب

- www.nationwide.co.uk/default.htm: مُؤشر فصلي لأسعار المساكن في المملكة المتّحدة يعود إلى سنة ١٩٥٢ إضافة إلى أسعار المساكن حسب المنطقة ونوع الملكيّة.
- www.oanda.com/convert/fxhistory: سلاسل تاريخية لأسعار الصرف لمجموعة هائلة من أزواج العملات.
- www.bls.gov: مكتب الولايات المتّحدة للإحصائيات العماليّة - سلاسل اقتصاديّة كلّية عن الولايات المتّحدة.
- www.federalreserve.gov/econresdata/default.htm: مجلس الاحتياطي الفيدرالي الأمريكي - مجموعة إضافية من سلاسل الاقتصاد الكلي الأمريكيّة، أسعار الفائدة، إلخ وأوراق العمل.
- http://research.stlouisfed.org/fred2: مجموعة واسعة من سلاسل الاقتصاد الكلي الأمريكيّة.
- http://finance.yahoo.com: ياهو! الماليّة – مجموعة رائعة من البيانات الماليّة المجانيّة، المعلومات، الأبحاث والتعليقات.

١٤,٦ الحصول على البيانات

(Getting the data)

على الرغم من أنه لا يزال هناك الكثير مما يتعيَّن عمله قبل الشروع في تحليل البيانات، إلَّا أنه من المهم التفكير قبل القيام بأي شيء آخر في ماهية البيانات المطلوبة لإتمام مشروع البحث، فالعديد من الأفكار المثيرة للاهتمام والمعقولة لمشاريع بحث تقع نظرًا لعدم توافر البيانات ذات الصلة، على سبيل المثال، يُمكن أن تكون البيانات المطلوبة بيانات سرّية، أو أنها مُتاحة مُقابل تكلفة ماليَّة باهظة، أو أن جمعها من مصادر ورقيَّة مُختلفة يستغرق وقتًا طويلًا جدًّا وهكذا، لذلك وقبل أن يستقر رأيك على موضوع معيَّن تأكد من أن البيانات مُتاحة.

يُمكن أن تكون البيانات مُتوفِّرة في مُؤسستك إما في شكل ورقي (على سبيل المثال من خلال تقارير صندوق النقد الدولي، أو تقارير البنك الدولي)، أو يُفضَّل أن تُتاح إلكترونيًّا، هذا وتتمتَّع العديد من الجامعات بإمكانيَّة النفاذ إلى قواعد بيانات رويترز (Reuters)، داتاستريم (Datastream) أو بلومبرج (Bloomberg)، كما أن العديد من عناوين المواقع الإلكترونية المذكورة أعلاه تضم قواعد بيانات واسعة، وإضافة إلى ذلك تمتلك العديد من الأسواق والبورصات صفحات ويب خاصة بها تتضمَّن تفاصيل عن توافُر البيانات، ومع ذلك لا بد أن نكون حَذِرِينَ بعض الشيء لضمان دقة البيانات المتاحة مجانًا؛ فالبيانات 'المجانيَّة' يتبيَّن أحيانًا أنها ليست كذلك!

١٤,٧ اختيار برامج الحاسوب

(Choice of computer software)

من الواضح أن اختيار برامج الحاسوب يعتمد على المهام المطروحة، فالمشاريع التي تسعى إلى تقديم آراء، إلى توليف الأدبيات، أو تقديم عرض نقدي لا تتطلَّب إطلاقًا أية برمجيات متخصِّصة، من ناحية ثانية، حتى أولئك الطلاب الذين يقودون مشاريع بحث في غاية التقنية نادرًا ما يتوفَّر لديهم وقت للبدء من الصفر في تعلُّم لغة برمجة جديدة كليًّا أثناء إجرائهم للبحث، لذلك من المستحسَن عادة إن أمكن استخدام حزمة من البرمجيات القياسيَّة، لا بد من الإشارة أيضًا إلى أنه نادرًا ما تُسنَد علامات للطلاب الذين 'يُعيدون اختراع العجلة'، لذلك من الممكن أن يُعتبر تعلُّم نمط برمجة لتقدير نموذج GARCH متعدِّد المتغيِّرات باستخدام لغة برمجة ++C عمليَّة قيِّمة للتطوُّر الوظيفي للرَّاغبين في أن يكونوا باحثين كمِّيين، لكن من غير المرجَّح أن يجلب ذلك علامات عالية في إطار مشروع بحثي إلَّا إذا كانت هناك قيمة مُضافة أخرى، يتمثَّل النهج الأمثل عادة في إجراء التقدير بأسرع وقت مُمكن، وبأكبر قدر ممكن من الدِّقة لتَرْك وقت كافٍ لإجراء الأجزاء الأخرى من العمل.

١٤,٨ منهجيَّة البحث (Methodology)

نادرًا ما يكون البحث الجيِّد بحثًا تجريبيًّا بحتًا، فالنموذج التجريبي يجب أن ينبثق من *نظرية* اقتصاديَّة أو ماليَّة، وهذه النظريَّة يجب أن تُقدَّم وتُناقَش قبل بدء العمل الاستقصائي، هذا ويُمكننا تعريف النظريَّة على أنها نظام من البيانات يضم عددًا من الفرضيات، توضح النظريَّة خصائص البيانات والعلاقات المتوقَّعة استنادًا إلى بعض المبادئ الأساسيَّة، كما يُمكن للنظرية أن تُعطي ترتيبًا ومعنى للنتائج التجريبيَّة، وبوسعها ضمان أن النتائج ليست نتيجةَ عمليَّةِ تنقيب في البيانات.

عند افتراض أن مشروع البحث ذو طبيعة تجريبيَّة (أي أنه يسعى لاختبار نظريَّة، أو للإجابة عن سؤال ما باستخدام بيانات حقيقيَّة)، فإن السؤال المهم الذي سوف يُطرَح يتعلق بنوع النموذج المستخدم، سوف يُناقش هذا الفصل الآن منهجين من بين المناهج الأكثر أهميَّة لإجراء بحوث في مجال الماليَّة، والتي ظهرت خلال العقدين أو الثلاثة عُقود الماضية: منهجيَّة دراسة الحدث، ونهج فاما-فرنش، وعلى الرغم من أن كليهما لا يتطلَّب أدوات اقتصاد قياسي جديدة لم يُتطرَّق إليها في الفصول السابقة، إلَّا أن المصطلحات المستخدمة تُعتبر خاصَّة جدًّا بهذا الجزء من الأدبيات، وبالتالي فإن إجراء مُناقشة معمَّقة عن كيفيَّة تنفيذ هذه التقنيات قد يكون أمرًا ذا فائدة.

٩ , ١٤ دراسات الحدث (Event studies)

تُعتبر دراسات الحدث مُفيدة جدًّا في بحوث الماليَّة، ونتيجة لذلك فهي شائعة الاستخدام إلى حد كبير في الأدبيات، تُمثِّل دراسات الحدث في جوهرها مُحاولة لقياس مدى تأثير حدث مُميَّز على مُتغيِّر مالي، عادة ما يكون عوائد الأسهم، فعلى سبيل المثال درست الأبحاث تأثير أنواع مُختلفة من الإعلانات (مثل الأرباح الموزَّعة، تجزئة الأسهم، الدخول أو الخروج من مُؤشر الأسهم) على عوائد الأسهم المعنيَّة، كما تُعتبر دراسات الحدث غالبًا اختبارات لكفاءة السوق: إذا كانت الأسواق الماليَّة تتَّسم بالكفاءة المعلوماتيَّة، يجب أن يكون هناك رد فعل فوري على هذا الحدث في تاريخ الإعلان دون رد فعل آخر خلال أيَّام التداول اللاحقة.

يذكر ماكينلي (١٩٩٧) أن إجراء دراسات الحدث يبدو صعبًا في البداية لكنه في الواقع عمليَّة سهلة، ومن وجهة نظري فإن العكس تمامًا هو الصحيح؛ من السهل مبدئيًّا فَهْم وإجراء دراسات الحدث، لكن القيام بذلك بشكل دقيق يتطلَّب الكثير من التفكير، هناك مجموعة مُذهلة من النُّهُج التي يُمكن استخدامها، لكن من غير الواضح إطلاقًا من الوهلة الأولى أيّ منها يُعتبر النهج المناسب أو الأمثل، هذا ووضع بول وبراون (١٩٦٨) (Ball and Brown (1968)) وفاما وآخرون (١٩٦٩) حجر الأساس لإجراء دراسات حدث مُعاصرة، لكن وكما لاحظ ماكينلي فإن دراسات مُشابهة أُجريت قبل أكثر من ثلاثة عقود.

وعلى الرغم من أنه يُوجد الآن العديد من أوراق الدراسات الاستقصائية المفيدة التي تصف بكثير من التفصيل الجوانب المختلفة لدراسات الحدث إلَّا أنه -وللأسف- لكل واحدة منها ترميز ونهج خاص بها، الشيء الذي يُمكن أن يُسبب لَبسًا، يُقدِّم كورادو (٢٠١١) (Corrado (2011)) مثالًا حديثًا مع أن أعمال أرميتاج (١٩٩٥) (Armitage (1995)) وماكينلي (١٩٩٧) بصفة خاصة مشروحة بوضوح وتُشبه عن كثب الاستعراض المقدَّم هنا، هذا ويُقدِّم كامبل وآخرون (١٩٩٧) مُناقشة مُماثلة لكن باستخدام ترميز المصفوفة.

١ , ٩ , ١٤ بعض الرموز ووصف النهج الأساسي

(Some notation and a description of the basic approach)

نحتاج بطبيعة الحال إلى أن نكون قادرين على تحديد التواريخ التي تقع فيها الأحداث بشكل دقيق، وعادة ما تُصَفُّ بيانات العيِّنة حول هذا التاريخ، إذا كان لدينا N حدث في العيِّنة فإننا نُحدِّد عادة 'نافذة الحدث'، وهي الفترة الزمنيَّة التي نتقصَّى خلالها تأثير هذا الحدث، يُحدَّد طول هذه النافذة بحسب ما إذا كنا نرغب في تحرِّي التأثيرات قصيرة الأجل أو طويلة الأجل المترتبة على الحدث، فمن الشائع على سبيل المثال فحص فترة تضم عشرة أيام تداوُل قبل الحدث، وتصل إلى عشرة أيام بعده كنافذة حدث قصيرة الأجل، في حين أن النافذة طويلة الأجل يُمكن أن تُغطِّي شهرًا، سنة أو حتى عدَّة سنوات بعد الحدث.

السؤال الأول الذي يُطرح حالما يتم تحديد الحدث هو: ما هو تواتر البيانات الذي ينبغي استخدامه في التحليل، بيَّن ماكينلي (١٩٩٧) أن قوَّة دراسات الحدث في الكشف عن الأداء غير العادي تزيد كثيرًا عند استخدام بيانات يوميَّة بدلًا من مُشاهدات أسبوعيَّة أو شهريَّة، حيث يُمكن الحصول على نفس قوَّة الدراسة بـــ N أصغر بكثير، أو إذا كان N مُعطى فإن قوَّة الدراسة سوف تكون أكبر بكثير، وعلى الرغم من أنه من الممكن في بعض الحالات استخدام بيانات داخل اليوم إلَّا أن جمعها ليس بالأمر الهيِّن، ويُمكن أن يُسبب مشاكل إضافيَّة، بما في ذلك التأثيرات الهيكليَّة الجزئيَّة السالبة؛ ولعل هذا هو السبب وراء كون المشاهدات اليوميَّة تمثِّل التواتر المفضَّل في مُعظم الدراسات في الأدبيات[٢].

نُعرِّف العائد لكل شركة i ولكل يوم t طوال نافذة الحدث بأنه R_{it}، يُمكننا إجراء النهج التالي بشكل مُتفصل لكل يوم من أيام نافذة الحدث، فعلى سبيل المثال يُمكننا فحص العائد لكل يوم من الأيام العشر التي تسبق الحدث وحتى عشرة أيام بعده (حيث $t = 0$ يُمثِّل تاريخ الحدث و $(t = -10, -9, -8 ..., -1, 0, 1, 2 , ..., 8, 9, 10)$، هذا ونُشير إلى أنه يجب الانتباه عند تعريف اليوم المرجعي $t = 0$ إذا تم الإعلان بعد إغلاق السوق، نحتاج في مُعظم الأحيان أن نكون قادرين على فصل تأثير الحدث من تحركات الأسعار الأخرى غير ذات الصلة، فعلى سبيل المثال إذا تم الإعلان على أن شركة ستصبح عضوًا في مؤشر أسهم يحظى بالمتابعة على نطاق واسع، وأن سعر سهمها ارتفع ذلك اليوم بنسبة ٤٪، لكن في المتوسط ارتفعت أيضًا أسعار جميع الأسهم الأخرى بنسبة ٤٪، فليس من الحكمة استنتاج أن مُجمل الزيادة في سعر السهم تحت الدراسة يُعزى إلى الإعلان، وهذا من شأنه أن يُحفِّز فكرة إنشاء العوائد غير العادية، ويُرمز إليها بـــ AR_{it}، والتي تُحسب من خلال طرح العائد المتوقَّع من العائد الفعلي:

$$AR_{it} = R_{it} - E(AR_{it}) \qquad (١،١٤)$$

هناك العديد من الطرق التي تُمكِّن من احتساب العوائد المتوقَّعة، لكن عادة ما يتم ذلك باستخدام عيِّنة من البيانات قبل نافذة الحدث بحيث لا يُسمح لطبيعة الحدث بأن 'تشوب' عمليَّة تقدير العوائد المتوقَّعة، اقترح أرميتاج (١٩٩٥) أن فترات التقدير يُمكن أن تضم من ١٠٠ إلى ٣٠٠ يوم بالنسبة للمشاهدات اليوميَّة، وبين ٢٤ إلى ٦٠ شهرًا عندما يتم إجراء التحليل على أساس شهري، تزيد نوافذ التقدير الأطول عادة من دقَّة تقدير المعلمات، ومعها إمكانيَّة الانقطاع الهيكلي، وبالتالي نحن أمام مُفاضلة.

إذا كانت نافذة الحدث قصيرة جدًّا (يومًا أو بعض الأيام مثلًا) فلا داعي لأن نقلق كثيرًا بشأن إنشاء العائد المتوقَّع؛ لأنه من المرجَّح أن يكون قريبًا جدًّا من الصفر على المدى القصير، وفي مثل هذه الظروف من المحتمل ببساطة قبول استخدام العوائد الفعليَّة بدلًا من العوائد غير العاديَّة.

من ناحية أخرى وفي كثير من الأحيان تُترك فجوة بين فترة التقدير ونافذة الحدث، وذلك للتأكُّد تمامًا من أن توقُّع الحدث (أي تسرُّب الحدث) لا يُؤثر على تقدير مُعادلة العائد المتوقَّع، ومع ذلك من الممكن جدًّا من الناحية العمليَّة ألا نمتلك تَرَفَ القيام بذلك، بسبب أن فترة العيِّنة المتاحة غير كافية، ومن الواضح أن ما نَوَدُّ القيام به هو حساب العائد المتوقَّع لهذا السهم إذا كان الحدث لم يحدث على الإطلاق بحيث نتمكَّن من عزل تأثير هذا الحدث عن الحوادث المنفصلة التي قد تحدث في نفس الوقت.

(٢) نحتاج إلى أن يكون على بينة من الآثار المحتملة التي ينطوي عليها التداول الضئيل للأسهم، ممَّا يُؤدي إلى أسعار لا معنى لها، وإلى عوائد غير عادية وغير ممثِّلة، لكن لن نتناول هنا هذه المسألة بمزيد من النقاش.

تتمثَّل أبسط طريقة لإنشاء العوائد المتوقَّعة (ما عدا ضبط قيمها بصفر) في افتراض مُتوسِّط عائد ثابت بحيث يكون العائد المتوقَّع ببساطة متوسِّط العائد لكل سهم i محسوبًا بنفس تواتر نافذة الحدث، والذي نسميه $\bar{R}_i$، هذا وأجرى براون وورنر (١٩٨٠، ١٩٨٥) ((Brown and Warner (1980, 1985)) تجربة مُحاكاة لمقارنة طرق تقدير العوائد المتوقَّعة لدراسات الحدث، وجد الباحثان أن نهجًا بسيطًا يتمثل في استخدام مُتوسطات العوائد التاريخيَّة يتفوق أداءً على العديد من النهج الأكثر تعقيدًا بسبب خطأ التقدير الذي يُصاحب هذه الأخيرة.

هناك طريقة ثانية أكثر تعقيدًا بقليل وتتمثَّل في طرح العائد على المتغيِّر الوكيل لمحفظة السوق في اليوم t من العائد الفردي، وهذا من شأنه أن يُؤدي بكل تأكيد إلى تجاوز تأثير التحركات العامَّة للسوق بطريقة بسيطة، ويُعادل افتراض أن بيتا السهم في نموذج السوق أو نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة يُساوي الوحدة.

لكن النهج الأكثر شيوعًا لإنشاء العوائد المتوقَّعة يتمثَّل على الأرجح في استخدام نموذج السوق، يعمل هذا النهج أساسًا من خلال إنشاء العائد المتوقَّع باستخدام انحدار عائد السهم i على ثابت، وعلى عائد محفظة السوق:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + u_{it} \tag{٢،١٤}$$

يُحسب بعد ذلك العائد المتوقَّع للشركة i لأي يوم t من أيام نافذة الحدث على أنه القيمة المقدَّرة لبيتا من هذا الانحدار مضروبة في العائد الفعلي للسوق لليوم t.

ومن الأسئلة المثيرة للاهتمام معرفة ما إذا كان يجب أن يتضمَّن العائد المتوقَّع المعامل α المتحصَّل عليه من فترة التقدير، إضافة إلى β مضروبًا بعائد السوق، هذا وتتضمَّن مُعظم التطبيقات لدراسات الحدث المعامل α، بل وحتى الدراسة الأصليَّة لفاما وآخرين، ومع ذلك سواء بسبب بعض الأحداث المنفصلة التي تُؤثر على سعر السهم، أو عند توقُّع الحدث، يجب علينا توخِّي الحذر عند القيام بذلك لأنه إذا كان ألفا مُرتفعًا (مُنخفضًا) جدًّا خلال فترة التقدير، فإنه سيدفع العائد المتوقَّع إلى الارتفاع (الانخفاض)، وبالتالي من الأفضل افتراض أن القيمة المتوقَّعة لألفا صفر، واستبعاده من حساب العائد غير العادي لفترة الحدث.

يُستخدم في مُعظم التطبيقات مُؤشر أسهم عام، مثل مُؤشر فاينانشيال تايمز لجميع الأسهم، أو كذلك مُؤشر S&P500 لتمثيل محفظة السوق، هذا ويُمكن إدخال تعقيدات على هذه المعادلة بالشكل الذي نُريده، وذلك على سبيل المثال إذا أخذنا في الاعتبار حجم الشركة أو غيره من الخصائص، تُدرج هذه الأخيرة في الانحدار كعوامل إضافيَّة، إلى جانب العائد المتوقَّع خلال نافذة الحدث، وتُحسب بطريقة مُشابهة، كما يُمكن أيضًا استخدام نهج يقوم على نماذج التسعير بالمراجحة لتشن وآخرين (١٩٨٦) وفاما وفرنش (١٩٩٣)، يُقدِّم القسم التالي مُناقشة أكثر تفصيلًا لهذه المسألة.

يتمثَّل النهج الأخير في إنشاء 'محفظة مُراقبة' للشركات التي لديها خصائص أشبه ما يكون بخصائص الشركة المعلنة للحدث كحجم الشركة، بيتا، النشاط الصناعي، نسبة السعر السوقي إلى السعر الدفتري، ومن ثم استخدام العوائد على هذه المحفظة كعوائد مُراقبة، هذا وأشار أرميتاج (١٩٩٥) إلى نتائج العديد من محاكاة مونت كارلو التي تُقارن نتائج أُطر نموذجيَّة مُختلفة يُمكن استخدامها في دراسات الحدث، يُصاغ إطار اختبار الفرضيات عادة بحيث تتمثَّل فرضيَّة العدم التي يتعيَّن بحثها في عدم وجود أي تأثير للحدث على سعر السهم (أي أن العائد غير العادي يُساوي صفرًا)، في إطار فرضيَّة العدم المتمثِّلة في غياب أي أداء غير عادي للشركة i في

اليوم t خلال نافذة الحدث فإنه بإمكاننا إنشاء إحصاءات اختبار ترتكز على الأداء القياسي غير الطبيعي، تتبع إحصاءات الاختبار هذه تقاربيًّا التوزيع الطبيعي (عند ارتفاع طول نافذة التقدير T):

$$R_{it} \sim N(0, \hat{\sigma}^2\ (AR_{it}))$$

حيث يُمثِّل $\hat{\sigma}^2\ (AR_{it})$ تباين العوائد غير العاديَّة، والتي يُمكن أن تقدِّره بطرق مُختلفة، هناك طريقة بسيطة استُخْدِمَت من قِبَل براون وورنر (١٩٨٠) من بين آخرين، وتتمثَّل في استخدام سلسلة زمنيَّة من بيانات تقدير العوائد المتوقَّعة بشكل مُنفصل لكل سهم، لذلك يُمكننا تعريف $\hat{\sigma}^2\ (AR_{it})$ بأنها تُساوي تبايُن بواقي نموذج السوق والتي يُمكن على سبيل المثال حسابها باستخدام:

$$\hat{\sigma}^2\ (AR_{it}) = \frac{1}{T-2}\sum_{t=2}^{T} \hat{u}_{it}^2 \qquad (٣،١٤)$$

حيث يُمثِّل T عدد المشاهدات في فترة التقدير، بدلًا من ذلك إذا قُدِّرت العوائد المتوقَّعة باستخدام متوسِّط العوائد التاريخيَّة فإننا وبكل بساطة نستخدم تبايُن هذه الأخيرة.

يتم في بعض الأحيان إجراء تعديل لـــ $\hat{\sigma}^2\ (AR_{it})$ الذي يعكس الأخطاء الناجمة عن تقدير α و β في نموذج السوق يُصبح التباين في المعادلة السابقة بعد إدراج التعديل كالتالي:

$$\hat{\sigma}^2\ (AR_{it}) = \frac{1}{T-2}\sum_{t=2}^{T} \left(\hat{u}_{it}^2 + \frac{1}{T}\left[1 + \frac{R_{mt} - \bar{R}_m}{\hat{\sigma}_m^2}\right]\right) \qquad (٤،١٤)$$

حيث يُمثِّل $\bar{R}_m$ و $\hat{\sigma}_m^2$ على التوالي مُتوسِّط وتباين عوائد محفظة السوق خلال نافذة التقدير، ينبغي أن يكون واضحًا أنه كلما زاد طول فترة التقدير T كلما تقلص هذا التعديل تدريجيًّا إلى الصفر.

يُمكننا بعد ذلك إنشاء إحصاءة الاختبار بأخذ العائد غير العادي وقسمته بما يُقابله من خطأ معياري وهو ما يتبع تقاربيًّا التوزيعَ الطبيعي المعياري[٣]:

$$S\hat{A}R_{it} = \frac{\hat{A}R_{it}}{[\hat{\sigma}^2(AR_{it})]^{1/2}} \sim N(0,1) \qquad (٥،١٤)$$

حيث يرمز $S\hat{A}R_{it}$ إلى العائد غير العادي الموحّد معياريًّا، وهو إحصاءة الاختبار لكل شركة i ولكل يوم حدث t.

من المرجَّح أن يكون هناك قدر لا بأس به من التفاوت في العوائد طوال أيام نافذة الحدث، حيث ترتفع الأسعار في بعض الأيام، ثم تنخفض في أيام أخرى، وعلى هذا النحو من الصعب تحديد الأنماط العامَّة، لذلك من الممكن التفكير في حساب السلسلة الزمنيَّة للعائد المتوسِّط التراكمي خلال نافذة حدث مُتعدِّدة الفترات (على مدى عشرة أيام تداول مثلًا)، وذلك بجمع العوائد المتوسِّطة على عدَّة فترات، ونذكر على سبيل المثال من T_1 إلى T_2:

$$C\hat{A}R_i(T_1, T_2) = \sum_{t=T_1}^{T_2} \hat{A}R_{it} \qquad (٦،١٤)$$

(٣) نُشير إلى أنه في بعض الدراسات وبما أنه يتعيَّن تقدير تباين العيِّنة فإننا نفترض أن إحصاءة الاختبار تتبَّع التوزيع تي لستيودنت بـــ $(T-k)$ درجة حريَّة في العيِّنات المحدودة، حيث يُمثِّل k عدد المعلمات المقدَّرة عند إنشاء مقياس للعوائد المتوقَّعة (بالنسبة لنموذج السوق $k = 2$). وشريطة أن يكون لنافذة التقدير طولًا مقبولًا على سبيل المثال ستة أشهر من أيام التداول أو أكثر، فلا فرق يذكر بين استخدام التوزيع الطبيعي والتوزيع تي.

هذا ونُشير إلى أن الزمن بين T_1 و T_2 يُمكن أن يُشكِّل نافذة الحدث بأكملها، أو جُزءًا منها فحسب، نتحصل على تباين $C\hat{A}R$ بضرب عدد المشاهدات داخل نافذة الحدث زائد واحد بتباين العائد غير العادي اليومي المحسوب في المعادلة رقم (٤،١٤) أعلاه:

$$\hat{\sigma}^2(CAR_i(T_1,T_2)) = (T_2 - T_1 + 1)\hat{\sigma}^2(\hat{A}R_{it}) \qquad (٧،١٤)$$

هذا التعبير هو في الأساس مجموع التباينات الفردية اليومية على امتداد الفترة[٤] بين T_1 و T_2.

يُمكننا الآن إنشاء إحصاءة الاختبار للعائد غير العادي التراكمي بنفس الطريقة المتَّبعة في التواريخ الفردية، والتي سوف تتبع مرَّة أخرى التوزيع الطبيعي المعياري:

$$SC\hat{A}R_i\,(T_1,T_2) = \frac{C\hat{A}R_i(T_1,T_2)}{[\hat{\sigma}^2(CAR_i(T_1,T_2))]^{1/2}} \sim N(0,1) \qquad (٨،١٤)$$

من الشائع دراسة نافذة ما قبل الحدث (لتحديد ما إذا كان هناك تحسب لهذا الحدث)، ونافذة ما بعد الحدث، بعبارات أخرى، نجمع العوائد اليوميَّة لشركة معيَّنة i طوال الأيام الممتدَّة بين $t-10$ و $t-1$ على سبيل المثال، ثم بشكل منفصل على الفترة بين $t+1$ و $t+10$ على أن يُنظر إلى اليوم الفعلي للحدث، أي t بمفرده.

تُظهر بعض الشركات عادة عائدًا غير عادي سالبًا حول تاريخ الحدث عندما يُتوقَّع أن يكون العائد موجبًا، وهذا على الأرجح ليس مُفيدًا جدًّا، لكن إذا كان لدينا N شركة أو N حدث فإنه عادة ما يكون الاختلاف الإحصائي عن الصفر لمتوسِّط العائد لجميع الشركات أكثر أهمية من الاختلاف الإحصائي عن الصفر لأية شركة فردية محدَّدة، هذا ويمكن تعريف هذا المتوسط لكل الشركات، ولكل يوم t على حدة طوال نافذة الحدث على النحو التالي:

$$\hat{A}R_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{A}R_{it} \qquad (٩،١٤)$$

سوف يكون تباين متوسِّط العائد غير العادي لجميع الشركات مُساويًا لـــ $\frac{1}{N}$ مضروبًا بمتوسِّط تباينات عوائد الشركات الفرديَّة:

$$\hat{\sigma}^2(AR_t) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}^2(AR_{it}) \qquad (١٠،١٤)$$

وبالتالي تُقدِّم المعادلة التالية إحصاءة الاختبار (العائد الموحَّد معياريًّا) المستخدمة في اختبار فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن العائد المتوسِّط (لجميع الشركات N) لليوم t يُساوي صفرًا:

$$SC\hat{A}R_t = \frac{\hat{A}R_t}{[\hat{\sigma}^2(AR_t)]^{1/2}} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{A}R_{it}}{\left[\frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\hat{\sigma}^2(AR_{it})\right]^{1/2}} \sim N(0,1) \qquad (١١،١٤)$$

يُمكننا أخيرًا تجميع العوائد لكل الشركات، وعلى مَرِّ الزمن لتشكيل إحصاءة اختبار واحدة تفحص فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن العائد متعدِّد الأفق (أي التراكمي) لكل الشركات يُساوي صفرًا، هذا وسوف نتوصَّل إلى إحصاءة مُماثلة سواء بدأنا بتجميع العوائد عبر الزمن، ثم تجميعها لجميع الشركات أو العكس، يُمكن كتابة العائد المتوسِّط التراكمي عن طريق أخذ متوسِّط العائد لكل الشركات أولًا، ثم حساب العائد التراكمي على مر الزمن:

(٤) عدد الأيام التي تشملها الفترة بين T_1 و T_2 بما في ذلك نقاط النهاية يُساوي $T_2 - T_1 + 1$.

$$C\hat{A}R(T_1,T_2) = \sum_{t=T_1}^{T_2} \hat{A}R_t \qquad (١٢،١٤)$$

وبطريقة مُماثلة إذا بدأنا بحساب $CAR_i(T_1,T_2)$ لكل شركة على حدة فعلينا أن نأخذ مُتوسِّطها لـــ N شركة:

$$C\hat{A}R(T_1,T_2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C\hat{A}R_i(T_1,T_2) \qquad (١٣،١٤)$$

للحصول على تباين $C\hat{A}R(T_1,T_2)$ فعلينا ضرب $\frac{1}{N}$ بمتوسِّط تباينات $C\hat{A}R_i$ الفرديَّة:

$$\hat{\sigma}^2(CAR(T_1,T_2)) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} \hat{\sigma}^2(CAR_i(T_1,T_2)) \qquad (١٤،١٤)$$

بإمكاننا مُجدَّدًا إنشاء إحصاءة اختبار تتبع التوزيع الطبيعي المعياري:

$$SC\hat{A}R(T_1,T_2) = \frac{C\hat{A}R(T_1,T_2)}{[\hat{\sigma}^2(CAR(T_1,T_2))]^{1/2}} \sim N(0,1) \qquad (١٥،١٤)$$

١٤ , ٩ , ٢ الانحدارات المقطعيَّة

(Cross-sectional regressions)

تُوفِّر المنهجيات والصيغ الواردة أعلاه أدوات مُختلفة لدراسة ما إذا كانت العوائد غير العاديَّة معنويَّة إحصائيًّا أم لا، غير أنه من المثير للاهتمام عادة أن نأخذ بعين الاعتبار الاختلاف في خصائص جزء من الأحداث، وكذلك دراسة العلاقة بين خصائص العوائد غير العاديَّة وبين حجمها، فعلى سبيل المثال قد نتساءل هل للحدث تأثير أكبر على الشركات الصغيرة؟ أم على الشركات التي يتم تداولها بشكل كبير؟ إلخ، ولعل أبسط طريقة للوصول إلى ذلك هي حساب العوائد غير العاديَّة على النحو المرغوب فيه باستخدام ما يُشبه المعادلة رقم (٢،١٤) أعلاه ومن ثم استخدامها كمتغيِّر تابع في انحدار مقطعي على الشكل التالي:

$$AR_i = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1i} + \gamma_2 x_{2i} + \cdots + \gamma_M x_{Mi} + w_i \qquad (١٦،١٤)$$

حيث يُمثِّل AR_i العائد غير العادي للشركة i خلال فترة معيَّنة ويُمثِّل x_{ji} $(j = 1 \ \ldots \ M)$ مجموعة تتكوَّن من عدد M خصائص يُعتقد أنها تُؤثِّر على العائدات غير العادية، γ_j يقيس تأثير المتغيِّر المقابل j على العائد غير العادي و w_i حد الخطأ، يُمكننا فحص كل من علامة، حجم والمعنويَّة الإحصائيَّة لـــ γ_0 كاختبار لمعرفة ما إذا كان مُتوسِّط العائد غير العادي مُختلفًا إحصائيًّا عن الصفر، وذلك بعد الأخذ بعين الاعتبار تأثيرات عدد M من الخصائص، هذا ويدعو ماكينلي (١٩٩٧) إلى استخدام أخطاء معياريَّة حصينة ضد تفاوت التباين في الانحدار.

يُقاس العائد غير العادي المستخدم في هذه المعادلة عادة على مدى عدَّة أيام (أو حتى على كامل نافذة الحدث) لكن يُمكن أيضًا أن يستند حسابه على يوم واحد.

١٤ , ٩ , ٣ التعقيدات المرتبطة بإجراء دراسات الحدث وكيفيَّة حلِّها

(Complications when conducting event studies and their resolution)

تُقدِّم المناقشة الواردة أعلاه منهجيَّة مُوحَّدة تُستخدم عادة عند إجراء دراسات الحدث، وتوفِّر في أغلب الأحيان استدلالات مُناسبة، غير أن استخدام إحصاءات الاختبار يتطلب عددًا من الافتراضات حول طبيعة البيانات والنماذج المستخدمة، كما هو الحال دائمًا في الاقتصاد القياسي، الآن سوف نسلِّط الضوء على البعض من هذه الافتراضات، ونَبحث ما سوف يترتَّب عليها من آثار.

التبعيَّة المقطعيَّة

(Cross-sectional dependence)

هناك افتراض أساسي عندما يتم تجميع عوائد الشركات، وهو أن الأحداث مُستقلَّة عن بعضها البعض، وهذا في كثير من الأحيان مُخالف للواقع، وخاصَّة عندما تتجمَّع الأحداث خلال فترة زمنيَّة، فعلى سبيل المثال إذا كنا نفحص تأثير إعادة تشكيل المؤشرات على أسعار الأسهم المكوِّنة لها فإن مكوِّنات المؤشر هذه لا تتغيَّر سوى في أوقات معيَّنة من السنة، لذلك عادة ما تدخل مجموعة من الأسهم في المؤشر في نفس اليوم، وعندها لن يكون هناك أحداث أخرى من هذا القبيل خلال ثلاثة أو ستة أشهر.

أمَّا أثر هذا التجمُّع للأحداث فيتمثَّل في أننا لا نستطيع افتراض أن عوائد مختلف الشركات مُستقلَّة، ونتيجة لذلك فإن تباينات العوائد المجمَّعة لجميع الشركات (المعادلات رقم (١٠،١٤) و (١٤،١٤)) لن تُطبَّق؛ لأن هذه الاشتقاقات تفترض أن عوائد الشركات مُستقلَّة فيما بينها، بحيث لا يُمكن أن تكون كل التغايرات بين عوائد مُختلف الشركات مُساوية لصفر، ثمَّة حل بديهي لهذه المسألة، وهو عدم تجميع عوائد مختلف الشركات، وإنما ببساطة إنشاء إحصاءات اختبار لكل حدث على حدة، ثم إجراء تحليل موجز لها (على سبيل المثال الإشارة إلى مُتوسِّطاتها، تبايناتها، نسبة الأحداث الهامَّة،...).

هناك حل ثانٍ يتمثَّل في إنشاء محافظ للشركات التي أصدرت حدثًا في نفس الوقت، ثم يتم التحليل على كل محفظة من هذه المحافظ، يُحسب الانحراف المعياري باستخدام عيِّنة من عوائد هذه المحافظ خلال اليوم t (أو خلال الفترة بين T_1 و T_2 على حسب ما هو مطلوب)، يسمح هذا النهج بالارتباطات المتقاطعة، بما أن هذه الأخيرة سوف تُؤخَذ بعين الاعتبار تلقائيًّا عند حساب عوائد المحافظ والانحرافات المعياريَّة لهذه العوائد، لكن عيب هذا الأسلوب هو أنه لا يسمح باختلاف تباينات الشركات، حيث إن كل التباينات مرجحة بالتساوي داخل المحفظة، بينما تسمح الطريقة الاعتياديَّة المذكورة أعلاه بذلك.

تغيير تباينات العوائد

(Changing variances of returns)

ورد في الأدبيات الإشارة إلى أن تباينات العوائد غالبًا ما ترتفع طوال نافذة الحدث، لكن في المقابل يتم احتساب قيمة التباين المستخدمة في إجراء الاختبار بناء على نافذة التقدير، والتي عادة ما تكون قبل الحدث ببعض الوقت، هذا ومن المرجَّح أن يزيد -سواء الحدث في حد ذاته أو العوامل التي تُؤدي إليه- من حالة عدم اليقين، ومعها تقلُّب العوائد، ونتيجة لذلك سوف يكون التباين المقاس مُنخفضًا للغاية، وغالبًا ما تُرفض فرضيَّة العدم المتمثِّلة في غياب العائد غير العادي خلال الحدث، لمعالجة هذه المسألة يقترح بويمر وآخرون (١٩٩١) (Boehmer et al. (1991)) من بين آخرين تقدير تباين العوائد غير العاديَّة باستخدام التباين المقطعي لعوائد مختلف الشركات خلال نافذة الحدث، في حالة اعتمدنا هذا الإجراء من الواضح أننا لا نستطيع تقدير إحصاءات الاختبار لكل شركة بشكل مُنفصل (مع أنه يُمكن القول إنها وعلى أية حال ذات أهميَّة ضئيلة)، يُستبدل مُقدّر التباين في المعادلة رقم (١٠،١٤) بـــ:

$$\hat{\sigma}^2(AR_t) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{A}R_{it} - \hat{A}R_t\right)^2 \qquad (١٧،١٤)$$

تتبع إحصاءة الاختبار نفس التوزيع كما في السابق، يُمكن إجراء تعديل مُماثل لتباين العائد غير العادي التراكمي:

$$\hat{\sigma}^2(CAR(T_1,T_2)) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\left(C\hat{A}R_i(T_1,T_2) - CAR_i(T_1,T_2)\right) \qquad (١٨،١٤)$$

ورغم أن إحصاءة الاختبار هذه سوف تسمح للتباين بالتغيُّر عبر الزمن إلَّا أن ما يعيبها هو أنها لا تسمح بالاختلافات في تباينات عوائد مختلف الشركات، كما أنها لا تأخذ بعين الاعتبار الارتباطات المتقاطعة في العوائد الناجمة عن تجميع الأحداث.

ترجيح الأسهم

(Weighting the stocks)

هناك مخرج آخر يتمثَّل في عدم إعطاء النهج المذكور أعلاه أوزانًا مُتساوية لكل عائد من عوائد الأسهم في عمليَّة الحساب، هذا وتُمكِّن الخطوات المذكورة أعلاه من إنشاء العائد التراكمي للشركات (في المعادلة رقم (١٤،٩))، ومن ثمَّة توحيده معياريًّا باستخدام الانحراف المعياري الإجمالي (في المعادلة رقم (١٤،١١))، كما أنه يوجد طريقة بديلة تتمثَّل في توحيد العائد غير العادي لكل شركة معياريًّا (وذلك بقسمته على انحرافه المعياري المناسب)، ثم تجميع هذه العوائد غير العاديَّة الموحَّدة معياريًّا، إذا أخذنا العائد غير العادي الموحَّد معياريًّا لكل شركة، أي $S\hat{A}R_{it}$، من المعادلة رقم (١٤،٥) فإنه بإمكاننا حساب مُتوسِّطها لجميع الشركات N:

$$S\hat{A}R_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S\hat{A}R_{it} \qquad (١٤،١٩)$$

سبق وتم توحيد قيم SAR معياريًّا لذلك لا حاجة لقسمتها بالجذر التربيعي للتباين، إذا أخذنا هذا الـ SAR_t وضربناه بـ $\sqrt{N}$ فإننا سوف نتحصَّل على إحصاءة الاختبار، والتي تتبع تقاربيًّا التوزيع الطبيعي، وتعطي من خلال طريقة إنشائها وزنًا مُتساويًا لكل عائد غير عادي موحَّد معياريًّا (وذلك لأننا أخذنا مُتوسِّطهم غير المرجّح):

$$\sqrt{N}\ SAR_t \sim N(0,1)$$

كما يُمكننا وبطريقة مُماثلة أخْذ المتوسِّط غير المُرجّح للعوائد غير العاديَّة التراكميَّة الموحَّدة معياريًّا ($SCAR$) على النحو التالي:

$$SC\hat{A}R(T_1,T_2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} SC\hat{A}R_i\ (T_1,T_2) \qquad (١٤،٢٠)$$

و

$$\sqrt{N}\ SCAR(T_1,T_2) \sim N(0,1)$$

إذا كان العائد غير العادي الفعلي مُتشابهًا بين الأوراق الماليَّة فمن الأفضل إعطاء أوزان مُتساوية للعوائد غير العاديَّة عند حساب إحصاءة الاختبار (كما في المعادلات رقم (١٤،١٩) و (١٤،٢٠))، لكن إذا كان العائد غير العادي يتغيَّر إيجابيًّا بتغيُّر تبايُنه فمن الأفضل إسناد أوزان أكبر للأسهم التي لديها تباينات عوائد أقل (كما في المعادلة رقم (١٤،١٥) على سبيل المثال).

نوافذ الحدث الطويل

(Long event windows)

تُعتبر دراسات الحدث اختبارات مُشتركة لمعرفة ما إذا كان العائد غير العادي الذي سبَّبه الحدث مُساويًا لصفر، وما إذا كان النموذج المستخدم في إنشاء العوائد المتوقَّعة صحيحًا أم لا، فإذا أردنا دراسة تأثير حدث على مدى فترة طويلة (ولنقل على سبيل المثال أكثر من بضعة أشهر) فلا بد أن نكون أكثر حذرًا فيما يتعلَّق بتصميم النموذج المستخدم في حساب العوائد المتوقَّعة، وكذلك ضمان أن هذا النموذج يأخذ في الحسبان المخاطرة على نحو مُناسب، خلال نوافذ الحدث القصيرة، عادة ما تكون الاختلافات بين النماذج صغيرة وأية أخطاء في توصيف النموذج تكاد تكون معدومة، أمَّا على المدى الطويل فإن الأخطاء الصغيرة التي تُرافق صياغة نموذج تسعير الأصول يُمكن أن تُؤدي إلى أخطاء فادحة في حساب العوائد غير العاديَّة، وبالتالي أخطاء تتعلَّق بتأثير الحدث.

هناك سُؤال رئيس يُطرَح عند إجراء دراسات الحدث بهدف قياس التأثيرات طويلة الأمد يتمثَّل في معرفة ما إذا كان يتعيَّن استخدام العوائد غير العاديَّة التراكميَّة (CARS) على النحو الموضَّح أعلاه، أم عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة (BHARS)، هناك العديد من الاختلافات الهامَّة بينهما، الاختلاف الأول هو أن عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة تستخدم العوائد الهندسيَّة بدلًا من العوائد الحسابيَّة (تستخدم في حساب العوائد غير العادية التراكمية) في حساب العائد الإجمالي خلال فترة الحدث موضع الاهتمام، وبالتالي يُمكن أن تسمح عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة بتضاعف العائد (Compounding) في حين لا تسمح العوائد غير العاديَّة التراكميَّة بذلك، تُعطي المعادلة التالية الصيغة المستخدمة عادة في حساب عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة:

$$B\hat{H}AR_i = \left[\prod_{t=T_1}^{T_2}(1+R_{it})-1\right]-\left[\prod_{t=T_1}^{T_2}(1+E(R_{it}))-1\right] \qquad (٢١،١٤)$$

حيث يُمثِّل $E(R_{it})$ العائد المتوقَّع، عند إنشاء عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة، عادة ما يستند العائد المتوقَّع إلى شركة ليس لها صلة بالحدث، أو إلى محفظة شركات تتطابق نوعًا ما مع الشركة المعلنة للحدث (تستند على سبيل المثال إلى حجم الشركة، النشاط الصناعي، إلخ)، هناك طريقة بديلة رغم أنها أقل استحسانًا من الأولى تتمثَّل في الحصول على العائد المتوقَّع من خلال مُؤشر مثل مُؤشر سوق الأسهم.

إذا أردنا يُمكننا بعد ذلك جمع عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة لجميع الشركات N لإنشاء مقياس إجمالي، هذا وأوصى باربر وليون (١٩٩٧) ((Barber and Lyon (1997)) وليون وآخرون (١٩٩٩) من بين آخرين باستخدام عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة لأنها تُلائم بشكل أفضل 'تجربة المستثمر' مُقارنة بالعوائد غير العاديَّة التراكميَّة، ويرجع ذلك لاستخدامها الوسط الهندسي بدلًا من المتوسِّط الحسابي، كما تُعتبر العوائد غير العاديَّة التراكميَّة تقديرات مُتحيزة للعوائد الفعليَّة التي يتحصَّل عليها المستثمرون، إلا أنه على عكس ذلك، يُؤيد فاما (١٩٩٨) بشكل خاص استخدام العوائد غير العاديَّة التراكميَّة عوضًا عن عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة، يبدو أن هذه الأخيرة أشد تأثرًا بالالتواء في عيِّنة العوائد غير العاديَّة مُقارنة بالأولى نظرًا لتأثير تضاعف العائد فيها[٥]، إضافة إلى ذلك، يُشير فاما إلى أن مُتوسط العوائد غير العاديَّة التراكميَّة يزيد بمعدَّل $(T_2 - T_1)$ بتزايد عدد الأشهر المدرج في عمليَّة الجمع، في حين أن خطأه المعياري لا يزيد سوى بمعدَّل $\sqrt{(T_2 - T_1)}$، وهذا غير صحيح بالنسبة لعوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة، حيث تزيد الأخطاء المعياريَّة بمعدَّل أسرع $(T_2 - T_1)$ بدلًا من $\sqrt{(T_2 - T_1)}$، وبالتالي فإن وجود أية أوجه عدم دقة في قياس العوائد المتوقَّعة يكون أشد وطأة على عوائد الشراء والاحتفاظ غير العاديَّة باعتباره نتيجة أخرى لتضاعف العوائد.

تحليل وقت الحدث مُقابل وقت التقويم

(Event time versus calendar time analysis)

تضمَّنت كل الطرق التي وردت مُناقشتها أعلاه إجراء التحليل في *وقت الحدث*، غير أن هناك نهجًا بديلًا أوصى به فاما (١٩٩٨) وميتشل وستافورد (٢٠٠٠) ((Mitchell and Stafford (2000)) من بين آخرين، يتضمَّن استخدام *وقت التقويم*، يتضمَّن استخدام منهجيَّة وقت التقويم أساسًا إجراء انحدار سلسلة زمنيَّة، وفحص المقطع المتحصَّل عليه من هذا الانحدار، يكون المتغيِّر

(٥) مع أن ليون وآخرين (١٩٩٩) اقترحوا إحصاءة تي مُعدَّلة من الالتواء باستخدام تقنية إعادة المعاينة لتخفيف حدَّة هذه المشكلة.

التابع عبارة عن سلسلة من عوائد المحافظ والتي تقيس العوائد المتوسِّطة في كل نقطة زمنيَّة لمجموعة من الشركات التي خضعت للحدث محل الاهتمام خلال فترة قياس مُحدَّدة مُسبقًا قبل ذلك الوقت، فعلى سبيل المثال يُمكننا لمدَّة سنة بعد الحدث فحص عوائد الشركات التي أعلنت تعليق دفع أرباح أسهمها، وبالتالي لكل مُشاهدة t، سوف يكون المتغيِّر التابع عبارة عن العائد المتوسِّط على جميع الشركات التي علَّقت دفع أرباح الأسهم في أي وقت أثناء السنة الماضية، بعد سنة من الحدث ومن طريقة تكوينها سوف تُستبعد الشركة من المحفظة، وبالتالي سوف يتغيَّر عدد الشركات مع مرور الزمن (مع تغيُّر عدد الشركات التي أوقفت دفع أرباح الأسهم) وسوف تُعاد مُوازنة المحفظة فعليًّا كل شهر، بالنسبة للمتغيِّرات المفسِّرة، من الممكن أن تكون مقاييس المخاطرة المتحصَّل عليها من نموذج الأربع عوامل المقترح من قِبَل كارهارت (١٩٩٧) (Carhart (1997)) وهذا النموذج ستتم مُناقشته على نحو مُفصَّل أدناه.

سوف يقوم نهج وقت التقويم بترجيح كل فترة زمنيَّة بالتساوي، وبالتالي سوف يتغيَّر الوزن المسند لكل شركة فرديَّة في العيِّنة عكسيًّا بتغيُّر عدد الشركات الأخرى التي خضعت للحدث خلال فترة المشاهدة، وهذا يُمكن أن يُحدث إشكالًا، وسوف يُؤدي إلى فقدان المقدرة على كشف تأثير الحدث إذا برمج المدراء أحداثهم للاستفادة من سوء التقييم.

العيِّنات الصغيرة وعدم الاعتدال

(Small samples and non-normality)

إن إحصاءات الاختبار المعروضة في القسم السابق هي عبارة عن إحصاءات مُقاربة، ومن هنا قد تظهر إشكاليات سواء في حالة كانت نافذة التقدير (T) قصيرة جدًّا، أو إذا كان عدد الشركات (N) صغيرًا جدًّا عند استخدام إحصاءة للشركات المجمَّعة، وكما سبق وأشرنا في هذا الكتاب، من المعروف جيِّدًا أن عوائد السهم تتميَّز بكونها قليلة التفرطح وتميل ذيول توزيعها السفليَّة إلى أن تكون أطول من ذيول توزيعها العلويَّة، هذا ومن الممكن أن يُسبِّب وجود القيم المتطرِّفة، ونذكر على سبيل المثال العوائد الكبيرة جدًّا خلال نافذة التقدير، والتي من شأنها أن تُؤثر على تقدير معلمات نموذج السوق أو على القيم المقدَّرة لتباين البواقي، إشكالًا خاصَّة في العيِّنات الصغيرة، ومن الإجراءات التصحيحيَّة لذلك نذكر استخدام نهج إعادة المعاينة في حساب إحصاءات الاختبار.

توجد إستراتيجيَّة ثانية لمعالجة مسألة عدم الاعتدال تتمثَّل في استخدام اختبار لا معلمي، مثل هذه الاختبارات تُعتبر اختبارات حصينة في ظل وجود توزيعات غير مُعتدلة، رغم أنها عادة ما تكون أقل قوَّة من نظيراتها المعلميَّة، في هذا الإطار يُمكننا اختبار فرضية العدم المتمثِّلة في أن نسبة العوائد الإيجابيَّة غير العاديَّة لم تتأثر بالحدث، بعبارة أخرى، تظل نسبة العوائد غير العاديَّة الإيجابيَّة لجميع الشركات عند مُستواها المتوقَّع، يُمكننا إذًا استخدام إحصاءة الاختبار z_p:

$$z_p = \frac{[p-p^*]}{[p^*(1-p^*)/N]^{1/2}} \qquad (٢٢،١٤)$$

حيث يُمثِّل p النسبة الفعليَّة للعوائد غير العاديَّة السلبية خلال نافذة الحدث و p^* النسبة المتوقَّعة للعوائد غير العاديَّة السلبية، تحت فرضيَّة العدم، تتبع إحصاءة الاختبار التوزيع ذا الحدَّين الذي يُمكن تقريبه بالتوزيع الطبيعي المعياري، أحيانًا تُحدَّد قيمة p^* بـــ ٠,٥ لكن قد يكون ذلك غير مُناسب إذا كان توزيع العوائد مُلتويًا كما هو الحال عادة، وبدلًا من ذلك من الأفضل حساب p^* استنادًا إلى نسبة العوائد غير العاديَّة السلبية خلال نافذة التقدير، كما يُمكن كذلك استخدام اختبار ويلكوكسون للرتب ذات الإشارة (Wilcoxon signed-rank test).

بعض المسائل الأخرى المتعلّقة بدراسات الحدث

(Event studies – some further issues)

هناك افتراض ضمني آخر في منهجية اختبار الحدث العادية، وهو أن الأحداث نفسها تحدث بشكل لا إرادي، غير أنه من الناحية العملية، غالبًا ما تتكتّم الشركات عن مدى وتوقيت وأشكال تقديم الإعلانات التي تُصدرها، من المرجّح أن تلجأ الشركات إلى استخدام التكتُّم لتقديم الإعلانات عندما تكون ردود أفعال السوق أكثر مُلاءمة، فعلى سبيل المثال، عندما تسمح القواعد التنظيميَّة المحليَّة بالتكتم، يُمكن أن تنشر الشركات أخبارًا سيِّئة عندما تكون الأسواق مُغلقة، أو عندما تكون وسائل الإعلام والمستثمرين مشغولين بمواد إخباريَّة هامَّة أخرى، هذا وناقش براباهالا (١٩٩٧) ((Prabhala (1997)) تداعيات وحلول للقرار الذاتي للشركة بشأن موعد نشر الإعلان (أو حتى إصداره)، عندما تختار شركة عدم الإعلان فإنه يكون لدينا عيِّنة نوعًا ما منقوصة بما أنه لا يُمكننا سوى مُشاهدة أحداث الشركات التي اختارت نشر الإعلان.

توجد طريقة لمعالجة عدد من المسائل المطروحة أعلاه بشكل مُتزامن (كاختلاف تباين العوائد بين الشركات، تغيُّر تباينات العوائد عبر الزمن، وتجميع الأحداث لمختلف الشركات) تتمثَّل في استخدام ما يُسمى بالمربعات الصغرى المعمَّمة عند بناء إحصاءات الاختبار، تعمل هذه الطريقة أساسًا من خلال إنشاء مصفوفة التباين والتغاير للعوائد غير العاديَّة، واستخدامها في ترجيح العوائد أثناء حساب إحصاءة الاختبار الإجماليَّة؛ انظر أرميتاج (١٩٩٥) لمزيد من التفاصيل.

ممَّا سبق، يُمكن أن نلاحظ أن هناك مجموعة من الطرق التي تُستخدم في إجراء دراسات الحدث، تتشابه هذه الطرق في جوهرها، لكنها تختلف من حيث طريقة إجراء التجميع عبر الزمن وبين الشركات، وهذا من شأنه أن يُؤثر على طريقة حساب الانحرافات المعياريَّة، كيف نختار إذًا أي نهج نستخدم؟ باعتبار إطار وطبيعة الأحداث قيد الدراسة، نأمل التوصُّل إلى تصوُّر صائب عن النهج الذي يُرجَّح أن يكون الأنسب، فعلى سبيل المثال هل يُعَدُّ التجميع إشكالًا؟ هل كان من المتوقَّع أن تشهد تباينات العوائد تغيُّرًا مع مرور الزمن؟ هل من المهم السماح لتباينات العوائد بالتفاوت بين الشركات؟ من خلال الإجابة على هذه الأسئلة، يُمكننا عادة تحديد الإجراء المناسب، أمَّا في حالة وجود شك بخصوص الإجراء المناسب فمن المستحسن دائمًا فحص مجموعة من الطرق ومقارنة النتائج للتحقق من متانتها، وفي صورة حالفنا الحظ، سوف تُؤدي التقنيات الحسابية المختلفة إلى نفس النتيجة.

٤ , ٩ , ١٤ إجراء دراسة الحدث باستخدام إكسل

(Conducting an event study using Excel)

سوف يستخدم هذا القسم الآن خلاصة ما جاءت به النهج المذكورة أعلاه بهدف إجراء دراسة الحدث، ورغم أن تلك الخلاصة ينبغي أن تكون كافية للبدء في الدراسة والحصول على بعض النتائج الإرشاديَّة، إلَّا أنه من المهم أن نُشير إلى أن هناك الكثير ممَّا يُمكن إضافته إلى دراسات الحدث لجعلها أكثر دقَّة من النهج المقدَّمة هنا، هذا ويُشجِّع القراء على الاطِّلاع على أوراق البحث المذكورة أعلاه لمزيد من التفاصيل.

تتمثَّل الخطوة الأولى في تحديد الحدث الذي سوف يُؤخذ تأثيره بعين الاعتبار، وما أكثر الأحداث التي يُمكن اعتبارها (إعلانات توزيع الأرباح، إعلانات تجزئة الأسهم، تغيرات مُكوِّنات المؤشرات، إعلانات الاندماج، دوران كبار المديرين التنفيذيين، إعلانات العقود الجديدة، إعلانات الاقتصاد الكلِّي، إلخ)، وبمجرَّد الانتهاء من ذلك وبعد جمع البيانات يأتي الجزء الذي يتطلَّب وقتًا

طويلًا وهو تنظيم البيانات بطريقة تجعل التعامل معها سهلًا، من الممكن إجراء التحليل باستخدام أي حزمة برمجيات تحليل بيانات بما في ذلك إفيوز، ومع ذلك وبما أن الجزء الأكبر من العمل يتضمَّن ترتيب البيانات، وبما أن الجزء المتعلِّق بالاقتصاد القياسي عادة ليس معقدًا (في مُعظم الحالات لا نقوم حتَّى بإجراء انحدار)، فمن المنطقي ربما العودة إلى استخدام مايكروسوفت إكسل أو حزمة جداول بيانات مُشابهة[٦].

تُمثِّل العوائد غير العاديَّة لـــ $N = 20$ شركة نُقطة انطلاق التحليل الذي سوف نقوده هنا، ترد هذه العوائد في الملف إكسل 'Event.xls' وهي عوائد تم حسابها عن طريق نموذج السوق باستخدام المعادلات رقم (١٤،١) و (١٤،٢)، تُحسب العوائد للأيام –٢٥٩ إلى +٢٦٣ وترد البيانات الخام في الورقة 'Abnormal returns'، كما تم إنشاء جدول البيانات بحيث يتم محاذاة البيانات في يوم الحدث، ورغم أن الشركات تتعرَّض للحدث في أيَّام مُختلفة إلَّا أن الجدول تم إعداده بحيث يكون اليوم '٠' يوم الحدث في نفس الصف لجميع الشركات، تمتد فترة التقدير من يوم –٢٥٩ إلى اليوم –١٠ (شاملة ٢٤٩ يوم) في حين أن فترات الحدث التي تمت دراستها هي $(T - 10, T - 1)$، اليوم T نفسه، $(T + 1, T + 10)$ و $(T + 1, T + 250)$، يسمح لنا أوَّل هذه النوافذ بدراسة ما إذا كان هناك أي تسرُّب للمعلومات التي من شأنها التأثير على عوائد الأسهم السابقة لهذا الحدث، كما أن وجود تأثير فوري خلال يوم الحدث من عدمه سوف يعتمد على ما إذا كان الإعلان تم مُسبقًا، أو أنه كان مُفاجئًا للأسواق، إذا كان الحدث معروفًا مُسبقًا قبل حدوثه في اليوم T فإن تأثيره على الأسواق في ذلك اليوم يُمكن أن يكون معدومًا؛ لأنه أصلًا انعكس في الأسعار، كما نُشير إلى أن التعديل المقترح في المعادلة رقم (١٤،٤) لم يُستخدم نظرًا لكون فترة التقدير طويلة جدًّا $(T = 249)$ ممَّا يجعل حد التصحيح ضئيلًا.

نبدأ أوَّلًا بحساب العائد المتوسِّط لجميع الشركات والبالغ عددها عشرون، لكل يوم من أيام نوافذ التقدير، أمَّا الحدث فيحسب في العمود V من الورقة 'Abnormal returns' باستخدام صيغة إكسل AVERAGE بالطريقة المعتادة، كما أن جميع العمليات الحسابيَّة للإحصاءات الهامَّة تم القيام بها في ورقة مُستقلة قُمت بتسميتها 'summary stats'، تحسب الورقة في البداية العائد غير العادي لليوم T والعوائد غير العاديَّة التراكميَّة لمختلف الفترات باستخدام المعادلات رقم (١٤،١) و(١٤، ٦) على التوالي لكل شركة على حدة، وكذلك لمتوسِّط جميع الشركات.

أمَّا الخطوة التالية فتتمثَّل في حساب تباينات العوائد غير العاديَّة أو العوائد غير العاديَّة التراكميَّة، بالنسبة لليوم T، يتم ذلك باستخدام المعادلة رقم (١٤، ٣) التي تُعتبر ببساطة سلسلة زمنيَّة من تباين العوائد خلال نافذة التقدير، وتوضع في الصف ٢ (وتُنسخ مُباشرة في الصف ١١)، بالنسبة لنوافذ الحدث التي تضم عدَّة أيام، يُضرب تباين اليوم الواحد في المعادلة رقم (١٤،٣) بعدد الأيام في نافذة الحدث (١٠ أو ٢٥٠) باستخدام المعادلة رقم (١٤، ٧)، تُحسب بعد ذلك إحصاءات الاختبار بقسمة العائد غير العادي على انحرافه المعياري (أي الجذر التربيعي للتباين) باستخدام المعادلة رقم (١٤،٥) أو بما يُعادله من العائد غير العادي التراكمي في المعادلة رقم (١٤،٨)، نُشير في الأخير إلى أن أسهل طريقة للحصول على القيم پي للاختبارات هي استخدام دالة إكسل TDIST لاختبار ذي طرفين، وبعدد كبير من درجات الحرِّية (لنفترض مثلًا ١٠٠٠) بحيث يُمكن تقريبها بالتوزيع الطبيعي.

(٦) يستخدم المثال أدناه عيِّنة صغيرة من البيانات الحقيقيَّة لحدث حقيقي، لكن لم يتم إعطاء أيَّة تفاصيل عن طبيعة هذا الحدث حتى يتسنَّى توزيعها مجانًا مع الكتاب.

وكما سبقت مُناقشته في القسم السابق هناك العديد من المشاكل المحتملة التي تُرافق منهجية دراسة الحدث البسيطة نوعًا ما والمذكورة أعلاه، لذلك وبهدف إعطاء متانة للتحليل، من الجيد التفكير في دراسة طرق مُختلفة لمعالجة المشكلة، كما ترد في الأعمدة X و Y من الورقة 'summary stats' فَحْصَان مُحتملان للنتائج، يُمكن إجراء هاتين الطريقتين فقط استنادًا إلى متوسّط العائد بين الشركات لا على مُستوى الشركة الفردية، هذا ويتمثّل التعديل الأول في حساب الانحراف المعياري المستخدم في إحصاءات الاختبار بشكل مقطعي بهدف الأخذ بعين الاعتبار إمكانيَّة تغيُّر تباينات العوائد (التي ترتفع عادة) حول تاريخ الحدث، وبالتالي نأخذ ببساطة تباين العائد غير العادي لمختلف الشركات أو العائد غير العادي التراكمي الذي يهمنا، ونقسم ذلك بـــ N (أي ٢٠) ثم نُكمل بالطريقة المعتادة.

كما أن هناك إمكانيَّة أخرى تمت دراستها في العمود Y تتمثّل في ترجيح الشركات بشكل مُتساوٍ من خلال حساب متوسّط العوائد غير العاديَّة الموحَّدة معياريًّا كما جاء في المعادلة رقم (١٤،١٩) أو المعادلة رقم (١٤،٢٠)، وبالتالي تكون إحصاءة الاختبار ببساطة هذا المتوسّط مضروبًا بالجذر التربيعي لـــ N.

إذا أخذنا الآن بعين الاعتبار نتائج هذه الورقة، فمن الواضح أن هناك القليل من الأدلة عن وجود رد فعل على المدى القصير لهذا الحدث، فخلال أسبوعَي التداول قبل الحدث، (أي من $T - 10$ إلى $T - 1$)، هناك شركة واحدة فقط لها عوائد غير عاديَّة ذات معنويَّة إحصائية عند المستوى ٥٪ (الشركة رقم ٢٠ لها عائد غير عادي تراكمي يُساوي ١٥,٤٣٪ وإحصاءة اختبار تُساوي ٢,٠٢)، كما أن أيًّا من الشركات الفردية لا يوجد لها عوائد معنويَّة عند تاريخ الحدث T، كما أن ولا شركة تُظهر معنوية إحصائية في نافذة ما بعد الحدث القصيرة ($T + 1$ إلى $T + 10$)، أمّا على المدى الطويل، أي خلال سنة التداول المقبلة، فهناك بعض الإجراءات، فنجد الآن أن خمس شركات لها عوائد معنوية إحصائيًّا، بالإضافة إلى عوائد غير عادية تراكميَّة اقتصاديًّا كبيرة جدًّا تتراوح بين ٢٠٪ و ٥٥٪.

بفحص النتائج على المستوى الإجمالي، من المطمئن أن النُّهُج الثلاث المختلفة بعض الشيء والمعروضة في الأعمدة W إلى Y تُعطي نتائج مُتشابهة جدًّا، هذا وتتمثّل فرضيَّة العدم هنا في أن العائد غير العادي المتوسّط (أو العائد غير العادي التراكمي المتوسّط) يُساوي صفرًا، مرة أخرى ليس هناك أي رد فعل ملموس للسوق قبل الحدث، خلال الحدث أو على المدى القصير بعد الحدث، ومع ذلك فإن العائد غير العادي في المدى الطويل إيجابي ومعنوي إحصائيًّا أيًّا كان النهج المستخدم من بين الثلاثة نُهُج، ومن المثير للاهتمام أن القيم المقدَّرة للتباين قبل الحدث (في الفترة بين $t - 10$ و $T - 1$) مُرتفعة في النهج المقطعي المقدَّم في المعادلة رقم (١٤،١٨) على الرغم من أنها مُنخفضة خلال الحدث وبعده في نفس النهج.

أخيرًا وفي الورقة الثالثة من المصنف Event.xls والمسماة 'non-parametric test' تُحسب الإحصاءة اللامعلميَّة z_p للمعادلة رقم (١٤،٢٢) ومن ثم نتحصَّل على القيمة بي باستخدام الدالة TDIST على النحو الوارد أعلاه، تفحص هذه القيمة فرضيَّة أن تكون نسبة العوائد غير العاديَّة حول الحدث هي نفس النسبة خلال نافذة التقدير، لذلك يقوم أول صف (الصف ٢) بحساب p^* أي النسبة المتوقَّعة للعوائد غير العاديَّة السلبية استنادًا إلى بيانات نافذة التقدير، نقوم بعد ذلك ولكل نطاق فترة حدث بحساب p أي النسبة الفعلية للعوائد السلبية[٧].

---

(٧) نُشير إلى أنه من غير الممكن بطبيعة الحال حساب z لنفس يوم الحدث؛ نظرًا لأن نسبة العوائد السلبية p سوف تكون إما صفرًا صحيحًا أو واحدًا صحيحًا.

تتفاوت النسبة المتوقَّعة للعوائد السلبية بين ٠,٤٣ للشركة رقم ١٨ و ٠,٥٥ للشركة رقم ٨ لكن النسب الفعليَّة للعوائد في النوافذ ما قبل الحدث وما بعد الحدث القصيرة غالبًا ما تكون أقل من ذلك بكثير، فعلى سبيل المثال، بالنسبة للشركة رقم ١ قيمة p هي ٠,٣ (أي عوائد سلبية خلال ثلاثة أيام من عشرة) قبل الحدث. قبل الحدث هناك ست شركات من بين العشرين شركة لها اختلافات هامَّة بين p و p^* في حين أنه خلال الأسبوعين الواليين مُباشرة للحدث هناك فقط ثلاثة اختلافات هامَّة، غير أنه في المدى الطويل ليس هناك أيَّة اختلافات كبيرة بين النسبة المتوقَّعة والنسبة الفعليَّة للعوائد اليوميَّة غير العاديَّة السالبة سواء للشركات الفرديَّة أو للمتوسِّط.

١٤,١٠ اختبارات على نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة وعلى منهجيَّة فاما-فرنش

(Tests of the CAPM and the Fama–French Methodology)

١٤,١٠,١ اختبار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة

(Testing the CAPM)

الأساسيَّات (The basics)

قبل الانتقال إلى نماذج مُتعدِّدة العوامل أكثر تطوُّرًا، من المفيد استعراض النهج التقليدي الذي تم تطويره لاختبار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، لا يُعَدُّ هذا المكان بالمناسب لإضافة مُناقشة مُفصَّلة عن الدافع وراء نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة أو عن كيفية اشتقاقه، يُمكن إيجاد مثل هذه المناقشة بشكل مُبسَّط في بودي وآخرين (٢٠١١) أو في مُعظم المراجع الماليَّة الأخرى، بدلًا عن ذلك يُمكن الاطلاع على كامبل وآخرين (١٩٩٧) لمزيد من المعالجة التقنية عن هذه المسألة، هذا وترد في كتاب كوثبرتسون ونيتزش (٢٠٠٤) ((Cuthbertson and Nitzsche (2004)) مُقدِّمة جيِّدة عن المجال العام لاختبارات تسعير الأصول.

تتمثَّل المعادلة الأكثر اقتباسًا لنموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة في:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_m) - R_f] \qquad (١٤،٢٣)$$

لذا ينص نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة على أن العائد المتوقَّع على السهم i يُساوي معدَّل الفائدة الخالي من المخاطرة R_f (Risk-Free Rate of Interest) زائد علاوة المخاطرة، تُساوي علاوة المخاطرة هذه علاوة المخاطرة عن كل وحدة مخاطرة، والتي تُعرف أيضًا باسم علاوة مخاطرة السوق $[E(R_m) - R_f]$، مضروبة في مقياس مدى خطورة الأسهم، والمعروف بـ 'بيتا' β_i، لا يُمكن مُشاهدة بيتا من السوق، وإنما يجب حسابها، وبالتالي عادة ما تتم اختبارات نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة على خُطوتين، في الخطوة الأولى نقوم بتقدير بيتا الأسهم، وفي الثانية اختبار النموذج، من المهم الإشارة إلى أن نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة يُعتبر نموذج توازن أو نموذجًا من حيث التوقُّعات، وبالتالي لا ينبغي أن نتوقَّع أن يصح نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة في كل فترة زمنيَّة لكل سهم، لكنه إذا كان نموذجًا جيِّدًا فلا بد أن يصح 'في المتوسِّط'، تستخدم عادة مُؤشر عام لسوق الأسهم كمتغيِّر وكيل لمحفظة السوق، والعائد على أذون الخزانة قصيرة الأجل كمعدَّل خالٍ من المخاطرة.

يُمكن حساب بيتا السهم بطريقتين، تُحسب بيتا في الأولى مُباشرة على أنها التغاير بين *فائض* عائد السهم وفائض العائد على محفظة السوق مقسومًا على تباين فائض العوائد على محفظة السوق:

$$\beta_i = \frac{cov(R_i^e, R_m^e)}{var(R_m^e)} \qquad (٢٤،١٤)$$

حيث يرمُز الرمز العلوي ^{e} إلى فائض العوائد (أي العائد مطروح منه المعدَّل الخالي من المخاطرة)، بدلًا من ذلك وعلى نحو مُكافئ يُمكننا إجراء انحدار سلسلة زمنيَّة لفائض عوائد الأسهم على فائض عوائد محفظة السوق بشكل مُنفصل لكل سهم، وهكذا تكون بيتا القيمة المقدَّرة للميل:

$$R_{i,t}^e = \alpha_i + \beta_i R_{m,t}^e + u_{i,t} \quad i = 1, \ldots, N; \quad t = 1, \ldots, T \qquad (٢٥،١٤)$$

حيث يُمثِّل N العدد الإجمالي للأسهم في العيِّنة و T عدد مُشاهدات السلاسل الزمنيَّة لكل سهم، تكون القيمة المقدَّرة للمقطع ($\hat{\alpha}_i$) من هذا الانحدار 'ألفا جنسن' للسهم التي تقيس إلى أي مدى تفوُّق أداء السهم، أو قل عن ما كان مُتوقعًا بالنظر إلى مُستوى مُخاطرته السوقية، ربما لا تتَّسم دراسة ألفا لكل سهم فردي بأهميَّة كبيرة، إلَّا أنه يُمكننا استخدام هنا نفس الانحدار لاختبار أداء المحافظ، إستراتيجيات التداول وما إلى ذلك، كل ما علينا فعله هو استبدال فائض العوائد الذي يُمثِّل المتغيِّر التابع بفائض عوائد المحفظة أو قاعدة التداول.

لنعُد إلى اختبار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، ولنفترض أن لدينا عيِّنة تتكوَّن من ١٠٠ سهم ($N = 100$) وعوائدها لخمس سنوات من البيانات الشهرية ($T = 60$)، تتمثَّل الخطوة الأولى في إجراء ١٠٠ انحدار للسلاسل الزمنيَّة (واحد لكل سهم فردي)، وتُدار الانحدارات باستخدام ستين نقطة من البيانات الشهرية، تتضمَّن المرحلة الثانية إجراء انحدار مقطعي وحيد لمتوسِّط عوائد الأسهم (عبر الزمن) على ثابت وبيتا:

$$\bar{R}_i = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i + v_i \,, \quad i = 1, \ldots, N \qquad (٢٦،١٤)$$

حيث يُمثِّل $\bar{R}_i$ مُتوسِّط العائد للسهم i خلال الستة أشهر، كما نُشير إلى أنه وعلى خلاف المرحلة الأولى، يتضمَّن انحدار المرحلة الثانية الآن العوائد الفعليَّة وليس فائض العوائد، كما ينص نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة في جوهره أن الأسهم التي لديها بيتا أعلى هي الأكثر مُخاطرة، وبالتالي ينبغي أن تستوجب عوائد مُتوسِّطة أعلى لتعويض المستثمرين عن هذا الخطر.

إذا كان نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة نموذجًا صالحًا، يظهر تنبؤان رئيسان يُمكن اختبارهما باستخدام انحدار المرحلة الثانية وهما: $\lambda_0 = R_f$ و $\lambda_1 = [E(R_m) - R_f]$، لذلك ولتأييد نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة نتوقَّع أن تكون القيمة المقدَّرة للمقطع قريبة من نسبة الفائدة الخالية من المخاطرة، وتكون قيمة الميل قريبة من علاوة مُخاطرة السوق.

كما نجد أثرين آخرين يترتبان عن نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، أولاهما: هو أن العلاقة بين بيتا السهم وعائده هي علاقة خطِّية، والثاني أنه لا يوجد مُتغيِّرات أخرى تُساعد في تفسير التفاوت المقطعي في العوائد، لذا وبعبارات أخرى، أي مُتغيِّر آخر نُضيفه إلى انحدار المرحلة الثانية (٢٦،١٤) يجب ألَّا ترتبط به معلمة مُقدَّرة معنويَّة إحصائيًّا، وبالتالي يُمكننا على سبيل المثال إجراء الانحدار الموسَّع التالي:

$$\bar{R}_i = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i + \lambda_2 \beta_i^2 + \lambda_3 \sigma_i^2 + v_i \qquad (٢٧،١٤)$$

حيث يُمثِّل β_i^2 مُربع بيتا للسهم i و σ_i^2 تباين الباقي من انحدار المرحلة الأولى، والذي يُعتبر مقياسًا لخطر السهم i غير المرتبط بحركة السوق (Idiosyncratic Risk)، يُمكن لمربع بيتا التقاط ما إذا كان هناك أي علاقة لاخطية بين العوائد وبيتا، إذا كان نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة صحيحًا وكاملًا فإنه يتعيَّن أن نجد أن $\lambda_2 = 0$ و $\lambda_3 = 0$.

غير أن الأبحاث أشارت إلى أن نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة ليس بالنموذج الكامل لعوائد الأسهم، فقد تبيَّن بشكل خاص أن عوائد الشركات ذات الرأسمال الصغير وبشكل مُنتظم أعلى ممَّا تنبأ به نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، وبشكل مُماثل تبيَّن أن عوائد الأسهم 'ذات القيمة الاسميَّة' (أسهم نسبة سعرها السوقي إلى سعرها الدفتري ضعيفة، أو أسهم تكون نسبة أرباحها إلى السعر ضعيفة) على نحو مُنتظم أعلى ممَّا تنبأ به نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، يُمكننا اختبار ذلك مُباشرة باستخدام انحدار المرحلة الثانية يكون مُختلفًا ومُوسَّعًا كالتالي:

$$\bar{R}_i = \lambda_0 + \lambda_1\beta_i + \lambda_2 MV_i + \lambda_3 BTM_i + \upsilon_i \qquad (٢٨،١٤)$$

حيث يرمُز MV_i إلى الرسملة السوقية للسهم i و BTM_i نسبة قيمته الدفترية إلى قيمته السوقية[٨]، استُخدم هذا النوع من النماذج من قبل فاما وفرنش (١٩٩٢) على النحو المبين في المناقشة أدناه، كما في المعادلة رقم (٢٧،١٤)، فإن اختبار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة المدعوم من البيانات يكون $\lambda_2 = 0$ و $\lambda_3 = 0$.

تُعاني بيانات العوائد لسوء الحظ من مشاكل يُمكن أن تجعل من نتائج اختبارات نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة نتائج مشكوكًا فيها، أو ربما حتى غير صالحة، أولًا: يُمكن أن يُؤدي عدم الاعتدال الرائج في العوائد إلى مشاكل مع الاختبارات في العيِّنات المتناهية؛ وبالرغم من أن الاعتدال لا يُعتبر مُتطلَّبًا نظريًّا خاصًّا بنموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة إلَّا أنه ضروري ليكون اختبار الفرضيات سليمًا، ثانيًا: من المحتمل كذلك أن تشهد العوائد اختلافًا في التباين، هذا واستَخدمت البحوث الأكثر حداثة لاختبار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة طريقة العزوم المعمَّمة حيث يُمكن بناء مُقدَّرات حصينة ضد هذه المشاكل؛ انظر على سبيل المثال كوكرين (٢٠٠٥)، هناك مُشكلة هامَّة أخيرة، وهي أخطاء القياس في بيتا التي نُوقِشَت بصورة مُستفيضة في القسم ١٣،٥ من هذا الكتاب، لتقليص مثل هذه الأخطاء في القياس يُمكن أن تستند تقديرات بيتا على المحافظ بدلًا من الأوراق الماليَّة الفردية، كما يُمكن بدلًا من ذلك تطبيق تصحيح شانكن (١٩٩٢) حيث يتم ضرب الانحراف المعياري في إحصاءة الاختبار بمعامل لتسوية خطأ القياس.

نهج فاما–ماكبث

(The Fama–MacBeth approach)

استخدم فاما وماكبث (١٩٧٣) نهجًا من مرحلتين لاختبار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة (CAPM) المذكور أعلاه لكن باستخدام *سلسلة زمنيَّة من المقاطع العرضيَّة*، أُسُس هذا النهج هي تمامًا كما هو مُبيَّن أعلاه، لكن بدلًا من إجراء انحدار سلسلة زمنيَّة واحدة لكل سهم ثم انحدار مقطعي واحد، يُجرى التقدير باستخدام نافذة مُتحرّكة.

---

(٨) نُشير إلى أن العديد من الدراسات تستخدم نسبة سعر السوق إلى السعر الدفتري الذي يُتحصَّل عليه بقسمة واحد على نسبة السعر الدفتري إلى سعر السوق، لذلك عدد الأسهم ذات القيمة الاسمية مُتدنٍّ في السابقة ومُرتفع في الأخيرة.

استخدم فاما وماكبث خمس سنوات من المشاهدات لتقدير بيتا نماذج تسعير الأصول الرأسماليَّة والمقاييس الأخرى للخطر (أي الانحراف المعياري ومُربع بيتا)، والتي استُخدمت شهريًّا كمتغيِّرات مُفسّرة في مجموعة من الانحدارات المقطعيَّة على مدى السنوات الأربعة التالية، تُرحَّل إذًا فترة التقدير لأربع سنوات، وتتواصل العملية إلى أن يتم بلوغ نهاية فترة العينة[٩]، لتوضيح ذلك، كانت فترة السلاسل الزمنيَّة المستخدمة من قِبل الباحثين لتقدير بيتا تتراوح بين يناير ١٩٣٠ وديسمبر ١٩٣٤، أمَّا الانحدارات المقطعيَّة فقد أُجْرِيَتْ باستخدام العوائد الشهريَّة لكل سهم كمتغيِّرات تابعة، وذلك لشهر يناير ١٩٣٥، ثم وبشكل مُنفصل لفبراير ١٩٣٥، ...، إلى ديسمبر ١٩٣٨، تُرحَّل العيِّنة إذًا مع تقديرات بيتا من يناير ١٩٣٤ إلى ديسمبر ١٩٣٨، وتبدأ الانحدارات المقطعية الآن من يناير ١٩٣٩، وبهذه الطريقة انتهى بها الأمر إلى إجراء انحدار مقطعي لكل شهر من أشهر العيِّنة (باستثناء السنوات الخمس الأولى التي استخدمت في التقديرات الأولية لبيتا).

بما أنه لدينا قيمة مُقدَّرة وحيدة للامدا (Lamda)، $(j = 1\ 2\ 3\ 4)$ $\hat{\lambda}_{t,j}$ لكل فترة زمنيَّة t، فإنه بإمكاننا إعداد نسبة تي لكل واحدة منها على أنها المتوسِّط على الفترة t، ويُرمز إليه بـــ $\hat{\lambda}_j$، مقسومًا على خطئها المعياري (والذي يُساوي الانحراف المعياري على مر الزمن مقسومًا على الجذر التربيعي لعدد القيم المقدَّرة الزمنيَّة لـــ $\hat{\lambda}_{j,t}$).

وبالتالي فإن القيمة المتوسِّطة لـــ $\hat{\lambda}_j$ على الفترة t يُمكن حسابها كما يلي:

$$\hat{\lambda}_j = \frac{1}{T_{FMB}}\sum_{t=1}^{T_{FMB}} \hat{\lambda}_{j,t} \quad j = 1,2,3,4 \qquad (١٤،٢٩)$$

حيث يُمثِّل T_{FMB} عدد الانحدارات المقطعية المستخدمة في المرحلة الثانية للاختبار، ويكون الانحراف المعياري كالتالي:

$$\hat{\sigma}_j = \sqrt{\frac{1}{T_{FMB}-1}\sum_{t=1}^{T_{FMB}}\left(\hat{\lambda}_{j,t} - \hat{\lambda}_j\right)^2} \qquad (١٤،٣٠)$$

وهكذا تكون إحصاءة الاختبار ببساطة $\sqrt{T_{FMB}}\hat{\lambda}_j/\hat{\sigma}_j$ وتتبع تقارُبيًّا التوزيع الطبيعي المعياري أو التوزيع t بـــ $T_{FMB} - 1$ درجة حرّية في العيِّنات المتناهية، تُؤيِّد النتائج الرئيسة لفاما وماكبث استنتاجات أخرى سابقة لبلاك، جنسن وشولز (١٩٧٢)، يرد في الجدول رقم (١٤,٣) تلخيص لهذه النتائج.

يُمكننا مُقارنة القيم المقدَّرة للمقطع والميل بالقيم الفعليَّة للمعدَّل الخالي من المخاطرة (R_f) وعلاوة مخاطرة السوق $[\bar{R}_m - \bar{R}_f]$ والتي تُساوي على التوالي ٠,٠١٣ و ٠,١٤٣ لكامل العيِّنة التي تُصادف النتائج المعروضة في الجدول، كما أن القيم المقدَّرة للمعلمات $\hat{\lambda}_0$ و $\hat{\lambda}_1$ لها علامات صحيحة (كلاهما مُوجب)، وبالتالي فإن المعدَّل الضمني الخالي من المخاطرة يكون مُوجبًا، وكذلك العلاقة بين العوائد وبيتا، هذا وتختلف كلتا المعلمتين معنويًّا عن الصفر على الرغم من أنها تُصبح غير معنويَّة عندما يتم إدراج المقاييس الأخرى للخطر كما هو الحال في الصف الثاني من الجدول، وبالتالي ذهب البعض إلى أن هناك تأييدًا *نوعيًا* لنموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة لكن دون تأييد *كمّي* بما أن أحجام المقطع والميل غير مُناسبة، على الرغم من أن الفروق بين المعلمات المقدَّرة وقيمها المتوقَّعة ليست بالمعنويَّة إحصائيًّا بالنسبة للعيِّنة الكاملة لفاما وماكبث، ومن الجدير بالذكر أيضًا من خلال الصف الثاني للجدول أن مُربع بيتا والخطر غير المُرتبط بحركة السوق لهما معلمات أقل معنويَّة حتى من بيتا نفسها في تفسير التباين المقطعي في العوائد.

---

(٩) يرجّح السبب وراء تجديد العيِّنة فقط كل أربع سنوات إلى ضعف القوّة الحاسوبية المتاحة في ذلك الوقت، لكن الدراسات الأحدث تقوم بذلك بشكل سنوي أو حتّى شهري.

الجدول رقم (١٤,٣) نتائج فاما وماكبث عن اختبار نموذج تسعير الأصول

النموذج	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3
النموذج ١: نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة	٠,٠٠٦١* (٣,٢٤)	٠,٠٠٨٥* (٢,٧٥)		
النموذج ٢: نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة الموسع	٠,٠٠٢٠ (٠,٥٥)	٠,٠١١٤ (١,٨٥)	٠,٠٠٢٦- (٠,٨٦-)	٠,٠٥١٦ (١,١١)

ملاحظات: النسب تي بين قوسين؛ ترمز * إلى المعنوية عند المستوى ٥٪.

المصدر: الأعداد مُستخرجة من الجدول ٣ لفاما وماكبث (١٩٧٣).

١٤,١٠,٢ اختبارات تسعير الأصول من منظور نهج فاما-فرنش

(Asset pricing tests – the Fama–French approach)

من بين كل النُّهج التي تم تطويرها لاختبار تسعير الأصول تُعتبر الأساليب المبتكرة من قِبَل فاما وفرنش في سلسلة من أوراق البحث إلى حد بعيد الأكثر استخدامًا، في حقيقة الأمر، لا تُعَدّ 'منهجيَّة فاما-فرنش' أسلوبًا مُنفردًا، وإنما مجموعة مُترابطة من النُّهج التي ترتكز على مفهوم أن مُخاطرة السوق ليست كافية لتفسير المقطع العرضي لعوائد السهم؛ بعبارة أخرى، لماذا تولِّد بعض الأسهم عوائد مُتوسِّطة أعلى من أسهم أخرى؟

تسعى نماذج فاما-فرنش وكارهارت التي سيرد وصفها بالتفصيل أدناه، إلى قياس العوائد غير العاديَّة بعد الأخذ بعين الاعتبار تأثير خصائص الشركة أو المحفظة قيد الدراسة، من الثابت في الأدبيات الماليَّة أن بعض أنواع الأسهم تدرُّ في المتوسِّط عوائد أعلى بكثير من عوائد الأسهم الأخرى، فعلى سبيل المثال، تدرُّ أسهم الشركات الصغرى الأسهمَ ذات القيمة الاسميَّة (تلك التي تكون نسبة أرباحها إلى السعر ضعيفة) والأسهم ذات الزخم (Momentum) (التي شهدت زيادات في أسعارها في الآونة الأخيرة) عادة عوائد أعلى من تلك التي لها خصائص مُعاكسة، وهذا يترتب عليه آثار هامة على تسعير الأصول وعلى الطريقة التي نرى بها المخاطرة والعوائد المتوقَّعة، فعلى سبيل المثال، إذا أردنا تقييم أداء مدير صندوق استثمار، من المهم الأخذ بعين الاعتبار خصائص هذه المحافظ لتجنب تصنيف خاطئ للمدير على أنه يمتلك مهارات في انتقاء الأسهم، في حين أنه يتَّبع بشكل روتيني إستراتيجية شراء أسهم الشركات الصُّغرى ذات القيمة الاسميَّة والمحققة زيادة في أسعارها وهي أسهم يتفوَّق أداؤها في المتوسِّط على أداء سوق الأسهم ككل.

فاما-فرنش (١٩٩٢)

(Fama–French (1992))

يرتكز نهج فاما-فرنش (١٩٩٢) مثله مثل نهج فاما وماكبث (١٩٧٣) على سلسلة زمنيَّة من النماذج المقطعيَّة، نقوم هنا بإجراء مجموعة من الانحدارات المقطعيَّة على الشكل التالي:

$$R_{i,t} = \alpha_{0,t} + \alpha_{1,t}\beta_{i,t} + \alpha_{2,t}MV_{i,t} + \alpha_{3,t}BTM_{i,t} + u_{i,t} \qquad (١٤,٣١)$$

حيث يُمثِّل $R_{i,t}$ مُجددًا العوائد الشهريَّة، $\beta_{i,t}$ مُعاملات بيتا نماذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، $MV_{i,t}$ القيم السوقية و $BTM_{i,t}$ نسب القيمة الدفترية إلى القيمة السوقية لكل شركة i ولكل شهر t، وبالتالي فإن المتغيِّرات المفسِّرة هنا في هذا الانحدار هي خصائص الشركة نفسها، هذا وأظهر فاما وفرنش أنه عندما نستخدم حجم الشركة ونسبة السعر الدفتري إلى سعر السوق كمتغيِّرات في الانحدار المقطعي فإنها تكون مُرتبطة ارتباطًا كبيرًا بالعوائد (لها علامة سالبة وعلامة مُوجبة على التوالي)، بحيث وبعد افتراض تَساوي كل العوامل تُحقق الأسهم الصغيرة والأسهم ذات القيمة الاسميَّة عوائد أعلى من عوائد الأسهم الكبيرة والأسهم مُتنامية القيمة، كما بيَّن الكاتبان أن بيتا السوق في الانحدار ليست معنويَّة (بل ولها أيضًا علامة خاطئة) مُقدِّمين بذلك أدلَّة دامغة ضد نموذج تسعير الصول الرأسماليَّة.

فاما–فرنش (١٩٩٣)

(Fama–French (1993))

استخدم فاما–فرنش (١٩٩٣) نموذج عاملي في إطار انحدار السلاسل الزمنيَّة والذي يُطبَّق الآن بشكل مُستقل على كل محفظة i:

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M} RMRF_t + \beta_{i,S} SMB_t + \beta_{i,V} HML_t + \epsilon_{i,t} \qquad (٣٢،١٤)$$

حيث يُمثِّل $R_{i,t}$ العائد على السهم أو المحفظة i في الزمن t و $RMRF$، SMB و HML هي *عوامل محاكاة عوائد المحافظ* على التوالي لفائض عوائد السوق، حجم الشركة والقيمة[١٠].

صُمِّمت عوامل محاكاة المحافظ بحيث تكون نسبة تعرضها لمخاطر العامل المعني كاملة دون التعرُّض لمخاطر العوامل الأخرى، بتفصيل أكثر، يُمكن بناء العوامل في نموذج فاما وفرنش (١٩٩٣) كما يلي، يتم قياس فائض عائد السوق بأنه فارق العوائد بين مُؤشر S&P500 وأذون الخزانة ($RMRF$) ويُمثِّل SMB فارق العوائد بين محفظة الأسهم الصغيرة ومحفظة الأسهم الكبيرة وتُسمَّى عوائد المحافظ 'الصغيرة ناقص الكبيرة'، كما يُمثِّل HML فارق العوائد بين محفظة أسهم اسميَّة تكون فيها نسب القيمة الدفترية إلى القيمة السوقية عالية ومحفظة الأسهم مُتنامية القيمة التي تكون فيها نسب القيمة الدفترية إلى القيمة السوقية مُنخفضة، وتُسمَّى عوائد المحافظ 'العالية ناقص المنخفضة'، يتمثَّل أحد الأسباب الرئيسة وراء استخدام عوامل محاكاة المحافظ بدلًا من مُواصلة نهج (١٩٩٢) في أن الباحثين أرادا إدراج السندات أيضًا ضمن مجموعة عوائد الأصول المدروسة، هذه السندات ليس لها نظير واضح للرسملة السوقية أو لنسبة القيمة الدفترية إلى القيمة السوقية.

في إطار فاما وفرنش (١٩٩٣) تُجرى انحدارات السلاسل الزمنيَّة هذه على محافظ الأسهم التي تُصنَّف بطريقتين وفقًا لنسب قيمها الدفترية إلى قيمها السوقية، أو وفقًا لرسملتها السوقيَّة، وهكذا من الممكن مُقارنة قيم المعاملات المقدَّرة بين المحافظ i مُقارنة نوعيَّة، تُعرف القيم المقدَّرة لانحدارات السلاسل الزمنيَّة *بالتشبعات العامليَّة* والتي تقيس مدى حساسيَّة كل محفظة فرديَّة لكل عامل من هذه العوامل، سوف نتحصَّل على مجموعة مُستقلَّة من التشبعات العامليَّة لكل محفظة i بما أن كل محفظة تخضع إلى انحدارات

---

(١٠) رغم أنه يُمكن تطبيق هذا النموذج على الأسهم الفرديَّة إلَّا أن أهميَّته أكبر في إطار المحافظ، مع أن المبادئ هي نفسها.

سلاسل زمنيَّة مُختلفة إلى جانب حساسيات مُختلفة تجاه عوامل الخطر، هذا وقارن فاما وفرنش (١٩٩٣) نوعيًّا هذه التشبعات العامليَّة بين مجموعة تضم خمسة وعشرين محفظة مُصنَّفة بطريقتين وفقًا لحجمها، ووفقًا لنسب قيمها الدفترية إلى قيمها السوقية.

تتمثَّل المرحلة الثانية من هذا النهج في استخدام التشبعات العامليَّة المتحصَّل عليها من المرحلة الأولى كمتغيِّرات مُفسِّرة في الانحدار المقطعي:

$$\bar{R}_i = \alpha + \lambda_M \beta_{i,M} + \lambda_S \beta_{i,S} + \lambda_V \beta_{i,V} + e_i \qquad (٣٣،١٤)$$

يُمكن تفسير معلمات انحدار المرحلة الثانية λ_M، λ_S و λ_V على أنها *علاوات مخاطر العوامل*؛ بعبارات أخرى، تُمثِّل هذه المعلمات مقدار العائد الإضافي الذي يتولَّد في المتوسِّط نتيجة تحمُّل وحدة إضافيَّة من مصدر الخطر.

بما أن التشبعات العامليَّة وعلاوات المخاطرة تتفاوت مع مرور الزمن، يتم تقدير النموذج باستخدام نافذة مُتحرّكة، على سبيل المثال يُقدَّر نموذج السلاسل الزمنيَّة في المعادلة رقم (٣٢،١٤) عادة باستخدام خمس سنوات من البيانات الشهريَّة، ثم تُقدَّر المعلمات λ من المعادلة رقم (٣٣،١٤) باستخدام انحدارات مقطعية مُستقلَّة وعوائد شهريَّة عن كل شهر من الأشهر الاثني عشر التالية، ثم تُقدَّم العيِّنة بسنة وتُقدَّر مجموعة جديدة من المعاملات β من المعادلة رقم (٣٢،١٤) ثم نُنتج مجموعة جديدة من اثني عشر قيمة مُقدَّرة لــ λ وهكذا، من الممكن بدلًا من ذلك تحديث العيِّنة شهريًّا، في كلتا الحالتين سوف يكون هناك قيمة مُقدَّرة واحدة لـكل λ وعن كل شهر بعد نافذة الخمس سنوات الأولى المستخدمة في تقدير بيتا، نأخذ بعد ذلك مُتوسِّط المعلمات λ للحصول على تقديرات إجماليَّة لعلاوات المخاطرة.

طبَّق فاما وفرنش (١٩٩٣) النموذج على محافظهم الاثني عشر المصنَّفة حسب الحجم والقيمة، وذكرَا أن المعنويَّة الإحصائية للمعلمات λ في انحدارات المرحلة الثانية والقيم المرتفعة لــ R^2 ما هي إلَّا إشارة على أهميَّة الحجم والقيمة كعوامل مُفسِّرة للتفاوت المقطعي في العوائد.

كارهارت (١٩٩٧)

(Carhart (1997))

مُنذ دراسة كارهارت (١٩٩٧) عن ثبات أداء الصناديق الاستثماريَّة المشتركة، أصبح من المألوف إضافة الزخم (Momentum) كعامل رابع للمعادلات الواردة أعلاه، يُقاس الزخم على أنه الفارق بين عوائد الأسهم الأفضل أداء خلال السنة الماضية وعوائد الأسهم الأسوء أداء، ويُعرف هذا العامل بــ UMD (Up-Minus-Down)، تُصبح إذًا المعادلة رقم (٣٢،١٤) كالتالي:

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M} RMRF_t + \beta_{i,S} SMB_t + \beta_{i,V} HML_t + \beta_{i,U} UMD_t + \epsilon_{i,t} \qquad (٣٤،١٤)$$

كما تُصبح المعادلة رقم (٣٣،١٤) إذا رغبنا في ذلك كالتالي[١١]:

$$\bar{R}_i = \alpha + \lambda_M \beta_{i,M} + \lambda_S \beta_{i,S} + \lambda_V \beta_{i,V} + \lambda_U \beta_{i,U} + e_i \qquad (٣٥،١٤)$$

---

(١١) نُشير إلى أن ورقة بحث كارهارت لا تستخدم انحدار المرحلة الثانية المقطعي الذي يحتوي على حساسيات العوامل.

كوَّن كارهارت محافظ عشرية من صناديق الاستثمار المشتركة على أساس أدائها في السنة السابقة، وأجرى انحدار سلسلة زمنيَّة للمعادلة رقم (٣٤،١٤) على كل محفظة، وجد كارهارت أن الصناديق الاستثماريَّة المشتركة التي كان أداؤها أفضل العام الماضي (في العُشير الأعلى) تتعرض بشكل إيجابي لعامل الزخم (UMD) على عكس الصناديق التي كان أداؤها سيئًا، وبالتالي فإن نسبة كبيرة من الزخم الموجود على مُستوى الصندوق الاستثماري ينشأ من الزخم في الأسهم المكوِّنة لهذه الصناديق.

٣ , ١٠ , ١٤ تطبيق طريقة فاما-ماكبث في إفيوز

(The Fama–MacBeth procedure in EViews)

ينبغي أن يكون واضحًا من المناقشة الواردة أعلاه أن الإجراء من مرحلتين لا يتضمَّن أي تعقيد يُذكَر، فهو يتضمَّن مجموعتين من الانحدارات الخطِّية العاديَّة، الجزء الصعب في حقيقة الأمر هو جمع وتنظيم البيانات، إذا أردنا القيام بدراسة أكثر تطورًا، ونذكر على سبيل المثال استخدام طريقة إعادة المعاينة أو تصحيح شانكن (Shanken correction)، فذلك يتطلَّب تحليلًا أعمق ممَّا جاء في الشرح السابق، ومع ذلك نأمل أن تكون شفرة برمجيَّة إفيوز والشرح المقدَّم كافيين لتفسير كيفية تطبيق الإجراءات على أي مجموعة من البيانات.

تم أَخْذ المثال المستخدم هنا من دراسة قام بها غريجوري، ثاريان وشيستديس (٢٠١٣) ((Gregory, Tharyan and Chistidis 2013))، تفحص هذه الدراسة أداء عدَّة أنواع مُختلفة من نماذج فاما-فرنش وكارهارت باستخدام منهجيَّة فاما-ماكبث على المملكة المتَّحدة بعد أن أظهرت عدَّة دراسات سابقة أن هذه النهُج يقل نجاحها كثيرًا في المملكة المتَّحدة مُقارنة بالولايات المتحدة، هذا ووفَّر غريجوري وآخرون البيانات اللازمة على موقعهم على شبكة الإنترنت[١٢]، كما نُشير إلى أنه تم تهذيب بياناتهم وتنظيفها أكثر ممَّا كانت عليه عند كتابة ورقة بحثهم (وهذا يعني أن بيانات موقع الويب ليست مماثلة لتلك المستخدمة في ورقة البحث)، وكنتيجة لذلك تنحرف القيم المقدَّرة المعروضة هنا بشكل طفيف عن قيم غريجوري وآخرين، ومع ذلك ونظرًا لأن الدافع وراء هذا التطبيق هو إظهار كيفيَّة استخدام نهج فاما-ماكبث داخل إفيوز، فإن هذا الاختلاف في القيم لن يكون له تأثير يُذكر، هذا واستُخدم ملفان للبيانات وهما 'monthlyfactors.csv' و 'vw-sizebm-25groups.csv'، يضم الملف الأول سلاسل زمنيَّة عن عوائد كل العوامل (SMB، HML، UMD، RMRF، العائد على محفظة السوق (RM) والعائد على الأصل الخالي من المخاطر (RF)) في حين يضم الثاني سلاسل زمنيَّة عن عوائد خمسة وعشرين محفظة مرجَّحة القيمة تتكوَّن من عدد كبير من الأسهم ومُصنَّفة حسب طريقتين: وفقًا لحجمها ووفقًا لنسب قيمها الدفترية إلى قيمها السوقية.

تتمثَّل الخطوة الأولى لهذا التحليل الذي يهدف إلى إجراء طرق فاما-فرنش وكارهارت باستخدام المنهجيَّة التي طورها فاما وماكبث، في إنشاء ملف عمل جديد في إفيوز والذي قُمت بتسميته 'ff-example.wf1' واستيراد ملفَّي البيانات إليه، تشمل البيانات في كلتا الحالتين الفترة بين أكتوبر ١٩٨٠ وديسمبر ٢٠١٢ أي ما مجموعه ٣٨٧ نُقطة بيانات، لكن بهدف الحصول على نتائج أقرب ما تكون إلى نتائج ورقة البحث الأصليَّة، نستخدم عند إجراء الانحدارات الفترة بين أكتوبر ١٩٨٠ وديسمبر ٢٠١٠ (٣٦٣ نقطة بيانات)، نحتاج إذًا إلى إعداد ملف برنامج على غرار ذلك المُعَدّ في الفصل السابق، هذا وقُمت بتسمية برنامجي 'FF-PROG.prg'،

---

(١٢) http://business-school.exeter.ac.uk/research/areas/centres/xfi/research/famafrench/files

وفيما يلي شفرة برمجيَّة مُتكاملة مشروحة أدناه تُستخدم لإجراء الاختبارات.

```
'READ DATA
LOAD C:\ CHRIS\ BOOK\ BOOK3E\ DATA\ FF- EXAMPLE.WF1

'TRANSFORM ACTUAL RETURNS INTO EXCESS RETURNS
SL = SL-RF
S2 = S2-RF
S3 = S3-RF
S4 = S4-RF
SH = SH-RF
S2L = S2L-RF
S22 = S22-RF
S23 = S23-RF
S24 = S24-RF
S2H = S2H-RF
M3L = M3L-RF
M32 = M32-RF
M33 = M33-RF
M34 = M34-RF
M3H = M3H-RF
B4L = B4L-RF
B42 = B42-RF
B43 = B43-RF
B44 = B44-RF
B4H = B4H-RF
BL = BL-RF
B2 = B2-RF
B3 = B3-RF
B4 = B4-RF
BH = BH-RF

'DEFINE THE NUMBER OF TIME SERIES OBSERVATIONS
!NOBS = 363

'CREATE SERIES TO PUT BETAS FROM STAGE 1
'AND LAMBDAS FROM STAGE 2 INTO
SERIES BETA-C
SERIES BETA-RMRF
SERIES BETA-UMD
SERIES BETA-HML
SERIES BETA-SMB
SERIES LAMBDA-C
SERIES LAMBDA-RMRF
SERIES LAMBDA-UMD
SERIES LAMBDA-HML
SERIES LAMBDA-SMB
SERIES LAMBDA-R2
SCALAR LAMBDA-C MEAN
SCALAR LAMBDA-C TRATIO
SCALAR LAMBDA RMRF- MEAN
SCALAR LAMBDA RMRF- TRATIO
SCALAR LAMBDA UMD- MEAN
SCALAR LAMBDA UMD- TRATIO
SCALAR LAMBDA HML- MEAN
SCALAR LAMBDA HML- TRATIO
SCALAR LAMBDA SMB- MEAN
SCALAR LAMBDA SMB- TRATIO
SCALAR LAMBDA- R2- MEAN
'THIS LOOP CREATES THE SERIES TO PUT THE
'CROSS-SECTIONAL DATA IN
FOR !M = 1 TO 387
SERIES TIME{%M}
NEXT
```

```
'NOW RUN THE FIRST STAGE TIME-SERIES REGRESSIONS
'SEPARATELY FOR EACH PORTFOLIO AND
'PUT THE BETAS INTO THE APPROPRIATE SERIES
SMPL 1980:10 2010:12
!J = 1
FOR %Y SL S2 S3 S4 SH S2L S22 S23 S24 S2H M3L M32 M33 M34 M3H
    B4L B42 B43 B44 B4H BL B2 B3 B4 BH
'THE PREVIOUS COMMAND WITH VARIABLE NAMES
'NEEDS TO ALL GO ON ONE LINE
EQUATION EQ1.LS {%Y} C RMRF UMD HML SMB
BETA-C(!J) = @COEFS(1)
BETA-RMRF(!J) = @COEFS(2)
BETA-UMD(!J) = @COEFS(3)
BETA-HML(!J) = @COEFS(4)
BETA-SMB(!J) = @COEFS(5)
!J = !J+1
NEXT

'NOW RESORT THE DATA SO THAT EACH COLUMN IS A
'MONTH AND EACH ROW IS RETURNS ON PORTFOLIOS
FOR !K = 1 TO 387
TIME!K(1) = SL(!K)
TIME!K(2) = S2(!K)
TIME!K(3) = S3(!K)
TIME!K(4) = S4(!K)
TIME!K(5) = SH(!K)
TIME!K(6) = S2L(!K)
TIME!K(7) = S22(!K)
TIME!K(8) = S23(!K)
TIME!K(9) = S24(!K)
TIME!K(10) = S2H(!K)
TIME!K(11) = M3L(!K)
TIME!K(12) = M32(!K)
TIME!K(13) = M33(!K)
TIME!K(14) = M34(!K)
TIME!K(15) = M3H(!K)
TIME!K(16) = B4L(!K)
TIME!K(17) = B42(!K)
TIME!K(18) = B43(!K)
TIME!K(19) = B44(!K)
TIME!K(20) = B4H(!K)
TIME!K(21) = BL(!K)
TIME!K(22) = B2(!K)
TIME!K(23) = B3(!K)
TIME!K(24) = B4(!K)
TIME!K(25) = BH(!K)
NEXT

'RUN 2ND STAGE CROSS-SECTIONAL REGRESSIONS
FOR !Z = 1 TO !NOBS0
EQUATION EQ1.LS TIME!Z C BETA−RMRF BETA−UMD
BETA−HML BETA−SMB
LAMBDA-C(!Z)=@COEFS(1)
LAMBDA-RMRF(!Z)=@COEFS(2)
LAMBDA-UMD(!Z)=@COEFS(3)
LAMBDA-HML(!Z)=@COEFS(4)
LAMBDA-SMB(!Z)=@COEFS(5)
LAMBDA-R2(!Z)=@R2
NEXT

'FINALLY, ESTIMATE THE MEANS AND T-RATIOS
'FOR THE LAMBDA ESTIMATES IN THE SECOND STAGE
```

```
LAMBDA−C−MEAN = @MEAN(LAMBDA−C)

LAMBDA−C−TRATIO=@SQRT(!NOBS)*@MEAN(LAMBDA−C) / @STDEV(LAMBDA−C)

LAMBDA-RMRF-MEAN=@MEAN(LAMBDA-RMRF)
LAMBDA-RMRF-TRATIO = @SQRT(!NOBS) * @MEAN(LAMBDA-RMRF) / @STDEV(LAMBDA-RMRF)
LAMBDA-UMD-MEAN = @MEAN(LAMBDA-UMD)
LAMBDA-UMD-TRATIO = @SQRT(!NOBS) * @MEAN(LAMBDA-UMD) / @STDEV(LAMBDA-UMD)
LAMBDA-HML-MEAN = @MEAN(LAMBDA-HML)
LAMBDA-HML-TRATIO = @SQRT(!NOBS) * @MEAN(LAMBDA-HML) / @STDEV(LAMBDA-HML)
LAMBDA-SMB-MEAN = @MEAN(LAMBDA-SMB)
LAMBDA-SMB-TRATIO = @SQRT(!NOBS) * @MEAN(LAMBDA-SMB) / @STDEV(LAMBDA-SMB)
LAMBDA-R2-MEAN = @MEAN(LAMBDA-R2)
```

يتألَّف هذا البرنامج من عدَّة أقسام، تتمثَّل الخطوة الأولى في تحويل عوائد المحافظ الاستثمارية الخام إلى عوائد فائضة، وهي عوائد لازمة لحساب المعامل بيتا في المرحلة الأولى من منهجيَّة فاما-ماكبث، من السهل نسبيًّا القيام بذلك، وتعويض السلاسل الأصليَّة بنظيراتها من العوائد الفائضة.

يضمن السطر NOBS=363! استخدام نفس فترة عيِّنة ورقة بحث جريجوري وآخرين طوال هذا التطبيق، تتضمَّن المرحلة التالية إنشاء جداول لوضع بيتا ولامدا داخلها، تكون هذه الجداول على شكل سلاسل حيث سيكون هناك مُدخل لكل انحدار، بعد ذلك نحتاج أيضًا إلى القيم المقدَّرة النهائية لكل معلمة من المعلمات لامدا والتي سوف تكون مُتوسِّطات السلاسل الزمنيَّة للمقاطع العرضيَّة.

نحتاج أولًا إلى إجراء مجموعة من انحدارات السلاسل الزمنيَّة من أجل تقدير المعاملات بيتا لكن نحتاج فيما بعد تقدير مجموعة من الانحدارات المقطعيَّة، يطرح هذا إشكالًا؛ لأن البيانات يمكن فقط أن تُنظم بطريقة أو بأخرى في إفيوز، لذلك تُمكِّن الأسطر الثلاث التالية:

```
FOR !M = 1 TO 387
SERIES TIME{M}
NEXT
```

من إنشاء مجموعة تضم ٣٨٧ سلسلة جديدة تُسمَّى TIME1, TIME2, ..., TIME387 والتي سنقوم لاحقًا بتنظيمها كبيانات مقطعيَّة، يُشير M! الذي بين قوسين مجعدين إلى إفيوز بإضافة الأرقام ١، ٢، ... إلى كلمة TIME لإنشاء أسماء للسلاسل الجديدة، هذه الأسطر الثلاث للشفرة البرمجيَّة تُعوِّض بشكل جد فعَّال ٣٨٧ سطرًا كان يتعيَّن علينا كتابتها في الشفرة البرمجيَّة، مثل SERIES TIME1 إلخ، لو لم نستخدم هذه الأسطر الثلاث.

نُعِدُّ بعد ذلك ونُجري كل انحدارات السلاسل الزمنيَّة للمرحلة الأولى، هذا ونرغب في تشغيل نموذج الأربع عوامل لكارهارت بشكل مُستقل على كل محفظة من المحافظ الخمس والعشرين، فمن الممكن كتابة خمسة وعشرين شفرة برنامج بشكل مستقل، واحدة لكل انحدار، لكن يُمكن القيام بذلك بشكل أسهل وأكثر فعاليَّة باستخدام تكرار حلقي، تُمكِّن SMPL 1980:10 2010:12 من إجراء الانحدارات فقط على الفترة بين ١٩٨٠:١٠ و ٢٠١٠:١٢ بدلًا من إجرائها على كامل فترة العيِّنة.

تُمثِّل تعليمات البرنامج:

FOR %Y متبوعًا بقائمة أسماء المتغيرات

```
...
NEXT
```

التكرار الحلقي الرئيس لإجراء الانحدار على كامل السلاسل الخمس والعشرين، كما يُمكِّن السطر التالي: EQUATION EQ1.LS {%Y} C RMRF UMD HML SMB

من إجراء انحدار سلسلة زمنيَّة لكل سلسلة من السلاسل الخمس والعشرين على ثابت وأربعة مُتغيِّرات RMRF UMD HML SMB، باستخدام المربعات الصغرى العاديَّة والتكرار الحلقي المعرَّف في السطر السابق، يرجع ذلك عمليًّا إلى استخدام المعادلة رقم (٣٤،١٤) أعلاه، نحتاج إلى حفظ القيم المقدَّرة من هذه الانحدارات في سلاسل مُستقلَّة، وذلك لكل معلمة، تقوم الأسطر التي تبدأ بـــ BETA C(!J) = @COEFS(1) بعمل ذلك، بالنسبة للحرف J فهو دليل مُعرَّف خارج التكرار الحلقي بحيث يبدأ بالقيمة ١ (تعليمة البرنامج هي J! = 1) ثم كُلَّما أجرينا انحدارًا كلَّما زادت قيمة J بـــ ١ (تقوم شفرة البرنامج J! = J!+1 بذلك)، وهكذا يبدأ التكرار الحلقي بـــ J=1 ويُجرى الانحدار باستخدام السلسلة SL كمتغيِّر تابع، أمَّا المقطع (أي ألفا) المتحصَّل عليه من الانحدار فسيوضع كأوَّل مُدخل في BETA-C (أي سوف يكون BETA-C(1))، وتوضع القيمة المقدَّرة لمعلمة الحد RMRF في BETA-RMRF(1) وهكذا، ثم سوف ترتفع قيمة J من ١ إلى ٢ وسوف يكون S2 المتغيِّر التابع في الانحدار، توضع قيمة المقطع المقدَّرة من هذا الانحدار في BETA-C(2) والقيمة المقدَّرة لميل المتغيِّر RMRF في BETA-RMRF(2) وهكذا، نستمر في ذلك إلى حد إجراء الانحدار الأخير على السلسلة الخامسة والعشرين أي السلسلة BH وتوضع قيمة المقطع المقدَّرة في BETA-RMRF(25)، وبالتالي ينبغي أن نلاحظ أنه رغم أن السلاسل -BETA هذه تم إنشاؤها باستخدام عدد المشاهدات الإجمالي في ملف العمل (أي أنها تضم ٣٨٧ صف) إلَّا أن أوَّل خمسة وعشرين صفًّا ستكون مُملوءة والباقي يحتوي NA.

قمنا إذًا إلى حد الآن بتنفيذ الخطوة الأولى لمنهجيَّة فاما–باكبث، كما قدَّرنا جميع المعاملات بيتا التي تُعرف أيضًا بالتعرُّض للعوامل، تُظهر القيم المقدَّرة لمعلمة الميل في انحدار محفظة ما، مدى حساسيَّة عوائد تلك المحفظة للعوامل وتكون المقاطع هي القيم المقدَّرة لألفا جنسن، ينبغي أن تكون هذه القيم المقدَّرة للمقاطع مُماثلة لتلك المعروضة في الجزء الثاني من الجدول رقم ٦ في جريجوري وآخرين، أي العمود المعنون '*Simple 4F*'، وبما أن كل قيم المعلمات المقدَّرة في جداولهم كانت على شكل نسب مئوية، يتعيَّن علينا ضرب كل الأرقام المتحصَّل عليها من مُخرجات إفيوز في ١٠٠ لجعلها على نفس المستوى، إذا كان نموذج الأربع عوامل نموذج جيِّد، فيجب أن نجد كل المعلمات ألفا معنويَّة إحصائيًّا، بإمكاننا إذا أردنا اختبار ذلك بشكل مُنفرد بإضافة سطر جديد للشفرة البرمجيَّة في التكرار الحلقي لحفظ النسب تي المتحصَّل عليها من الانحدارات (شيء مثل BETA-T C(!J) = @TSTATS(2) يفي بالغرض)، من الممكن كذلك اختبار فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن المعلمات ألفا كلها سويًّا تساوي صفرًا باستخدام اختبار طوَّره جيبونز، روز وشانكن (١٩٨٩) (Gibbons, Ross and Shanken (1989)) يُعرف باختبار GRS لكن يتعدَّى ذلك نطاق هذا الكتاب.

أمَّا المرحلة الثانية من منهجيَّة فاما–ماكبث فتتمثَّل في إجراء انحدار مقطعي مُستقل لكل نقطة زمنيَّة، هناك طريقة سهلة للقيام بذلك بشكل فعَّال، وهي إعادة ترتيب البيانات بحيث يكون كل عمود (على الرغم أنه لا يزال في ملف عمل على شكل سلسلة زمنيَّة) عبارة عن مجموعة من البيانات المقطعية، لذلك يأخذ التكرار الحلقي على مدى K، المشاهدات من الخمسة والعشرين محفظة ويرتِّبها مقطعيًّا، وبالتالي سوف تضم TIME1 خمسة وعشرين نُقطة (واحدة لكل محفظة)، وهو ما يُعادل كل مُشاهدات الشهر الأوَّل، أي أكتوبر ١٩٨٠، كما ستضم TIME2 كل المشاهدة الخمس والعشرين للمحافظ في الشهر الثاني، أي نوفمبر ١٩٨٠، ...، وستضم TIME387 كل المشاهدة الخمس والعشرين للمحافظ في شهر ديسمبر ٢٠١٢.

بوسعنا الآن إجراء الانحدارات المقطعيَّة للمرحلة الثانية المتمثِّلة في المعادلة (٣٥،١٤) أعلاه، هذا ونُشير إلى أن إجراء الانحدار يكون على الفترة من ١ إلى NOBS والتي تُعرف بكونها العيِّنة المستخدمة من قِبَل غريجوري وآخرين، وتمتد إلى ديسمبر ٢٠١٠، ولا تشمل كل البيانات المتاحة حتى ديسمبر ٢٠١٢، يكون إجراء هذه الانحدارات داخل تكرار حلقي مُجدَّدًا، أكثر فاعليَّة من إجرائها بشكل فردي (بما أن هناك ٣٦٣ انحدارًا)، يقوم الدليل Z بتكرار حلقي على كل شهر من الأشهر لإنشاء مجموعة من القيم المقدَّرة للمعلمات (لامدا) لكل شهر، وذلك كلَّما أجرينا انحدارًا على القيم المقدَّرة للمعلمات المقابلة المتحصَّل عليها من المرحلة الأولى.

الجدول رقم (٤ , ١٤) نتائج إجراء فاما–ماكبث المتحصَّل عليها باستخدام إفيوز

المعلمة	القيمة المقدَّرة	النسبة تي
Cons	٠,٣٤	٠,٨٩
λ_M	٠,٢١	٠,٦٢
λ_S	٠,٠٨	٠,٥٠
λ_V	٠,٤٢	٢,٢٣
λ_U	٠,٣٢	٠,٥٠

وهكذا يكون الانحدار الأول عبارة عن انحدار السلسلة TIME1 على ثابت، BETA-RMRF، BETA-UMD، BETA-HML، و BETA-SMB مع وضع القيم المقدَّرة في سلاسل جديدة كما في السابق، سوف يضم LAMBDA-C كل المقاطع المتحصَّل عليها من انحدارات المرحلة الثانية، كما سيضم LAMBDA-RMRF كل القيم المقدَّرة لمعلمات علاوات مخاطرة السوق، أي بيتا، وهكذا، كما نقوم بجمع R^2 من كل انحدار نظرًا لأهميَّة فحص المتوسِّط المقطعي.

تتمثَّل المرحلة الأخيرة في تقدير المتوسِّطات والأخطاء المعياريَّة لهذه القيم المقدَّرة باستخدام شيء يُعادل المعادلات رقم (٢٩،١٤) و (٣٠،١٤) لكل معلمة على التوالي، يُحسب المتوسط ببساطة باستخدام الكائن MEAN@ ويُحسب الانحراف المعياري باستخدام STDEV@، وبالتالي سوف يحتوي LAMBDA-C-MEAN متوسِّط القيم المقدَّرة للمقاطع المقطعيَّة، وما يُقابلها من النسب تي سيوضع في LAMBDA-C-TRATIO وهكذا.

بمجرد تشغيل البرنامج، يُمكننا النقر مرَّتين على كل من هذه الكائنات لاستعراض محتوياتها، هذا وينبغي أن تكون هذه القيم المقدَّرة للامدا مُماثلة للنتائج المعروضة في العمود المعنون '*Simple 4F single*' في الجزء أ من الجدول رقم ٩ لورقة بحث جريجوري وآخرين، لاحظ أنهم يستخدمون γ للإشارة إلى المعلمات التي قمنا في هذا النص بتسميتها λ، يُقدِّم الجدول رقم (٤ , ١٤) القيم المقدَّرة للمعلمات التي تم الحصول عليها من هذه المحاكاة وما يُقابلها من النسب تي، كما نُشير أن هذه الأخيرة لا تستخدم تصحيح شانكن، على عكس ما فعل جريجوري وآخرون، هذا وتُمثِّل هذه القيم المقدَّرة للمعلمات أسعار المخاطرة لكل عامل من العوامل (يتعيَّن علينا ثانيةً ضرب المعاملات المتحصَّل عليها من إفيوز في ١٠٠ لتحويلها إلى نسب مئويَّة)، والمثير للاهتمام هو أن سعر المخاطرة لعامل القيمة هو فقط المختلف معنويًّا عن الصفر، ورغم إجراء جريجوري وآخرين لمجموعة من الاختبارات ذات الصلة لكن أكثر تعقيدًا،

إلّا أن استنتاجهم المتمثّل في الحاجة إلى إجراء المزيد من الأبحاث لاكتشاف نموذج لتسعير الأصول يكون أكثر إقناعًا في المملكة المتحدة في ظل نفس الاستنتاج المتحصَّل عليه عند استخدام النهج التقليدي.

الجدول رقم (١٤,٥) هيكل مقترح لأطروحة أو مشروع

صفحة العنوان
الملخص أو الموجز التنفيذي
شكر وتقدير
جدول المحتويات
القسم ١: مقدمة
القسم ٢: استعراض الدراسات السابقة
القسم ٣: البيانات
المادة ٤: المنهجية
المادة ٥: النتائج
المادة ٦: الاستنتاجات
المراجع
الملاحق

١٤,١١ كيف يبدو مشروع البحث المنتهي؟

(How might the finished project look?)

تقتضي مشاريع البحث المختلفة بطبيعة الحال هياكل مختلفة، لكن من المهم في البداية وَضْع الخطوط العريضة للشكل الذي سيتَّخذه المشروع أو الأطروحة الجيِّدة، يُستحسن اتباع شكل وهيكل مقال في نسخته الكاملة المنشور في المجلات العلميَّة ما لم يوجد أسباب مُقنعة للقيام بخلاف ذلك (كطبيعة الموضوع على سبيل المثال)، هذا ويُقدِّم الجدول رقم (١٤,٥) الخطوط العامة المقترحة لمشروع بحث تجريبي في مجال الماليَّة، سوف ندرس الآن تباعًا كل عنصر من عناصر الجدول رقم (١٤,٥).

صفحة العنوان

(The title page)

عادة ما تكون *صفحة العنوان* غير مُرقَّمة ولا تتضمَّن سوى عنوان المشروع، اسم الكاتب واسم الكلِّية أو المركز الذي يُجرى فيه البحث.

الملخص

(The abstract)

يُعتبر الملخَّص مُوجزًا مُقتضبًا عن المسألة قيد الدراسة وعن نتائج واستنتاجات البحث، أمَّا الطول الأقصى المسموح به فيختلف، لكن على سبيل البيان لا يجب أن يتجاوز إجمالًا ٣٠٠ كلمة، كما يجب عادة ألَّا يحتوي الملخص أيَّة مراجع أو اقتباسات، كما يجب أن لا يكون تقني بشكل مُبالغ فيه حتى وإن كان موضوع البحث كذلك.

شكر وتقدير

(Acknowledgements)

تضم صفحة *الشكر والتقدير* قائمة بأسماء الأشخاص الذين ساعدوك والذين ترغب في الإشارة إليهم، فعلى سبيل المثال من اللباقة شكر المدرب أو المشرف على البحث (حتى وإن كان/ كانت عديم الفائدة ولم يُساعدك مُطلقًا)، شكر أية هيئة أعطتك بيانات، شكر الأصدقاء الذين قرأوا ودقَّقوا أو قدَّموا مُلاحظات عن العمل، إلخ، من 'الأدب الأكاديمي' أيضًا وضع تنويه بعد الشكر والتقدير من قَبِيل "يتحمَّل الباحث (الباحثين) وحده المسؤولية عن الأخطاء المتبقِّية"، ينطبق ذلك أيضًا على الأطروحة، ويعني أن الطالب مسؤول مسؤولية كاملة عن الموضوع المختار، المحتويات وعن هيكل المشروع، إنه مشروعك، لذلك لا يُمكنك لوم أي شخص آخر إما عن قصد أو عن غير قصد، عن أي خطأ فيه! كما يجب أن يذكّر التنويه باحثي مشاريع الأبحاث بأنه لا يحق أَخْذ عمل الآخرين ونسبه لأنفسهم، كما يجب الإشارة بوضوح إلى كل الأفكار المأخوذة من أوراق البحث الأخرى، ويجب أن توضع الجمل المأخوذة كما هي من الأبحاث الأخرى بين علامات التنصيص ونسبها إلى الباحث (الباحثين) الأصلي.

جدول المحتويات

(The table of contents)

يجب أن يسرد *جدول المحتويات* الأقسام والأقسام الفرعية الواردة في التقرير، يجب كذلك أن تعكس عناوين الأقسام والأقسام الفرعيَّة بدقة وإيجاز الموضوع الذي تتضمَّنه تلك الأقسام، كما ينبغي أن يُدرج جدول المحتويات رقم الصفحة التي يبتدئ بها كل قسم بما في ذلك المراجع والملاحق.

عادة ما يتم ترقيم صفحات الملخص، الشكر والتقدير وجدول المحتويات بأرقام رومانيَّة صغيرة (على سبيل المثال i، ii، iii، iv إلخ) وبالتالي تبدأ المقدِّمة من الصفة ١ (بالرجوع إلى الأرقام العربية) على أن يكون ترقيم الصفحات تباعًا بعد ذلك لكامل المستند بما في ذلك المراجع والملاحق.

المقدِّمة (The introduction)

يجب أن تعطي *المقدمة* بعض المعلومات الأساسية والعامة جدًّا بشأن المسألة قيد الدراسة، ولماذا تُعتبر مجالًا هامًّا للبحث، كما يُقدِّم القسم التمهيدي الجيِّد وصفًا عمَّا هو *جديد* في الدراسة، أي بعبارات أخرى كيف تُساهم هذه الدراسة في إثراء الدراسات السابقة عن هذا الموضوع، أو كيف أن هذه الدراسة تُعالج مُشكلة جديدة أو مُشكلة قديمة بطريقة جديدة؟ ما هي أهداف وغايات

البحث؟ إذا أمكن التعبير عن ذلك بكل وضوح ودقَّة فإن ذلك يدل عادة على أن المشروع قد عُرِّف بشكل واضح، كما يجب أن تكون المقدِّمة غير تقنية بما فيه الكفاية بحيث يتعيَّن أن يكون غير المُختص قادرًا على فهم موضوع الدراسة، ويتعيَّن أن تنتهي بتقديم نبذة عمَّا تبقى من التقرير.

استعراض المؤلفات السابقة

(The literature review)

من الضروري قبل البدء في عمل تجريبي القيام باستعراض شامل لما صدر من مُؤلفات سابقة، ويُمكن تلخيص المقالات الهامَّة في قسم المؤلفات السابقة، لن يُساعد ذلك في طرح الأفكار ووضع البحث المقترح في الإطار المناسب فحسب، وإنما يتعدَّى ذلك إلى تسليط الضوء على مجالات المشاكل المحتملة، كما أن إجراء استعراض دقيق للأعمال السابقة من شأنه ضمان استخدام التقنيات الحديثة، وأن مشروع البحث لن يكون نُسخة طبق الأصل (حتى وإن كان ذلك عن غير قصد) من الأبحاث المنشورة.

يجب أن يكون استعراض المؤلفات بنفس الأسلوب المتَّبع في المجلات العلميَّة، ويجب أن يكون دائمًا *ذا طابع نقدي*، وينبغي عند استعراض المؤلفات إبداء تعليقات حول أهمية، قيمة، مزايا وعيوب المقالات المذكورة، فلا نكتفي بمجرَّد ذِكْر قائمة بأسماء المؤلفين وإسهاماتهم، وإنما يتعيَّن كتابة هذا القسم بشكل نثري مُسترسل لا على شكل مُلاحظات، ومن المهم أن نُبرهن عن فهمنا للعمل، وأن نُقدِّم تقييمًا نقديًا، وهذا يعني الإشارة إلى أهم نقاط ضعف الدراسات الموجودة، أن تكون 'ناقدًا' ليس دائمًا بالأمر الهيِّن، وإنما هو توازُن صعب، فلا يجب الخروج عن الأسلوب المهذَّب، كما يجب أن يجمع هذا الاستعراض الأعمال الموجودة في ملخَّص يضم ما هو معروف وما هو غير معروف، وينبغي تحديد الاتجاهات العامَّة، الثغرات والخلافات.

تتَّسم بعض أوراق البحث في المؤلفات الصادرة بكونها *ابتكاريَّة*، فهي قامت بتغيير الطريقة التي يرى بها الناس مسألة ما أو كان لها تأثير كبير على وضع السياسات والممارسات، فقد تُستحدث فكرة جديدة أو فكرة لم تُطرح من قبل في مجال ذلك الموضوع، يُمكن أحيانًا تنظيم هذه الاستعراضات بحيث تتناول مثل هذه البحوث، وبدون شك كل الدراسات السابقة يجب أن تذكر الأعمال الابتكاريَّة في المجال.

يُمكن أن تكون عملية كتابة استعراض الدراسات السابقة أسهل بكثير في حال وجود *دراسة* أو *أبحاث مُراجعة* مُشابهة، الأبحاث المُراجعة هي أبحاث منشورة وهي (عادة) عبارة عن تقارير مُفصَّلة وذات جودة عالية عن مجال مُعيَّن من مجالات البحث، غير أنه غني عن القول إنه يجب عدم الاكتفاء بنسخ ما جاء في الأبحاث السابقة وذلك لعدة أسباب؛ أوّلًا: يُمكن أن يكون موضوعك لا يتطابق تمامًا مع أوراق البحوث المنشورة، ثانيًا: ربما تكون هنالك دراسات أحدث لم تُدرج في الأبحاث المُراجعة، ثالثًا: قد يكون لك توجُّه مُختلف ومنظور أوسع للموضوع.

ومن المسائل المثيرة للاهتمام معرفة ما إذا كانت الأبحاث المنشورة في المجلات ذات التصنيف المنخفض وأوراق البحث رديئة الصياغة، وتلك التي تتميَّز بمنهجيَّة ضعيفة، وما إلى ذلك، تُدرَج في استعراض المؤلفات السابقة؟ هذا الأمر يُمثِّل مرَّة أخرى توازنًا صعبًا، تكون الإجابة على الأرجح بالنفي، لكن يجب إدراجها إذا كانت مُرتبطة ارتباطًا مُباشرًا بعملك البحثي، مع التأكُّد من إبراز أوجه ضعف النهُج المستخدمة.

البيانات (The data)

يجب أن يتضمَّن قسم *البيانات* وصفًا مُفصَّلًا للبيانات: مصدر البيانات، شكل البيانات، خصائص البيانات، وكل العيوب ذات الصلة بالتحليل اللاحق (نذكر على سبيل المثال: هل توجد مُشاهدات ناقصة؟ هل فترة العيِّنة قصيرة؟ هل تتضمَّن العيِّنة انقطاعات هيكلة كبيرة محتملة، ناجمة مثلًا عن انهيار السوق؟)، إذا كان هناك عدد صغير من السلاسل التي سيجرى فحصها في المقام الأول من الشائع رسم السلسلة بيانيًّا، مشيرًا إلى كل الخصائص الهامَّة في البيانات، وتقديم إحصاءات مُوجزة مثل الوسط، التباين، الالتواء، التفرطح، القيمة الدنيا والقيمة القصوى لكل سلسلة، اختبارات عدم السكون، مقاييس الارتباط الذاتي، إلخ.

المنهجيَّة (Methodology)

يجب أن تشرح *المنهجيَّة* تقنية (تقنيات) التقدير المستخدمة في حساب القيم المقدَّرة لمعلمات النموذج (النماذج)، كما يتعيَّن استعراض النماذج وتفسيرها باستخدام المعادلات إن لزم الأمر، مرَّة أخرى، يجب أن يُكتب هذا الشرح *بطريقة نقديَّة مُشيرًا* إلى نقاط الضعف المحتملة في النهج وإلى السبب وراء عدم استخدام تقنيات أخرى أكثر حصانة أو أحدث، وإذا كانت المنهجيَّة لا تستوجب وصفًا مفصلًا للتقنيات المستخدمة، يكون من المفيد دمج هذا القسم مع قسم البيانات.

النتائج (Results)

تقدَّم النتائج عادة في شكل جداول أو أشكال، هذا ويجب شرح كل جدول أو شكل بالإشارة إلى كل الخصائص الهامَّة، سواء المتوقَّعة منها أو غير المُتوقَّعة، وبصفة خاصة يجب أن تشمل الاستنتاجات الأهداف والغايات الأصليَّة المبيَّنة في المقدِّمة، كما يتعيَّن مُناقشة النتائج وتحليلها، وعدم الاكتفاء بعرضها بشكل مُبسَّط، ينبغي كذلك عند الاقتضاء مُقارنة النتائج بتلك المتحصَّل عليها من الدراسات السابقة المشابهة؛ أي هل نتائجك تُؤكد أو تتناقض مع نتائج البحوث السابقة؟ كما يجب الإشارة بشكل واضح في النص إلى كل جدول أو شكل (على سبيل المثال، يعرض الجدول رقم ٤ النتائج المتحصَّل عليها من تقدير المعادلة رقم (١١))، لا يُدرج في المشروع أي جداول أو أشكال لم يتم مناقشتها في النص، من المهم كذلك محاولة تقديم النتائج بطريقة شيِّقة ومتنوِّعة قدر الإمكان، فنقوم على سبيل المثال بإدراج أشكال ورسومات بيانيَّة إضافة إلى الجداول.

الاستنتاجات (Conclusions)

يجب أن يُشير قسم *الاستنتاجات* مُجدَّدًا إلى الهدف الأصلي للأطروحة، ويستعرض أهم النتائج المتحصَّل عليها، كما ينبغي إبراز أوجه ضعف الدراسة ككل، وفي الأخير تقديم بعض الاقتراحات لمزيد من الأبحاث في هذا المجال.

المراجع (References)

يجب توفير قائمة *بالمراجع* مُرتَّبة حسب الترتيب الأبجدي لأسماء المؤلفين، كما نُشير إلى أن قائمة *المراجع* (قائمة بجميع أوراق البحث، الكتب أو صفحات الويب المشار إليها في الدراسة، بغض النظر عمَّا إذا كنت قرأتهم أو وجدت استشهادًا بهم في دراسات أخرى)، وعلى عكس قائمة المصادر (قائمة تضم العناوين التي قرأتها، سواء وقعت الإشارة إليها في الدراسة أم لا) تكون عادة ضروريَّة.

مع أن هناك العديد من الطرق لعرض الاستشهادات وتوثيق المراجع، فإننا نذكر فيما يلي أسلوبًا من الأساليب الممكنة، يمكن أن تكون الاستشهادات الواردة في النص من قبيل 'أوضح بروكس (١٩٩٩) أن ...' أو 'خلص عدد من الباحثين إلى أن ... (انظر على سبيل المثال بروكس، ١٩٩٩)'.

يُمكن في قسم المراجع إدراج جميع الأعمال المذكورة في النص باستخدام الأسلوب التالي:

الكتب:

- Harvey, A ،C ،(1993) *Time Series Models*, second edition, Harvester Wheatsheaf, Hemel Hempstead, England

المقالات المنشورة:

- Hinich, M ،J ،(1982) Testing for Gaussianity and Linearity of a Stationary Time Series, *Journal of Time Series Analysis* 3(3), 169–176

المقالات غير المنشورة أو الأطروحات:

- Bera, A ،K ،and Jarque, C ،M ،(1981) An Efficient Large-Sample Test for Normality of Observations and Regression Residuals, *Australian National University Working Papers in Econometrics* 40, Canberra

الملاحق (Appendices)

يُمكن أخيرًا استخدام *الملحق* أو *الملاحق* لتحسين هيكل الدراسة ككل عندما يُعيق إدراج موضوع ما في النص انسياب معلومات الوثيقة، فعلى سبيل المثال، إذا أردت إيضاح كيفيَّة إنشاء مُتغيِّر ما أو إذا كتبت شفرة حاسب لتقدير النماذج، وتعتقد أن ذلك مُفيد للقراء، فإنه يُمكنك وضع ذلك في الملحق، كما لا يجب أن تُستخدم الملاحق كسلَّة مُهملات للمواضيع غير الهامَّة أو الحشو، ولا يجب أن يُملأ بمطبوعات المخرجات الخام لحزم الكمبيوتر!

١٢ , ١٤ نقاط حول مسألة عرض العمل

(Presentational issues)

لن يكون هناك فائدة في جعل التقرير النهائي أطول ممَّا يجب أن يكون عليه، حتى وإن لم تكن مُعرضًا لخطر تجاوز الحد المسموح به من عدد الكلمات فإن المواد اللاضروريَّة لا تُجازَى بتقدير أعلى، وإنما يُمكن أن تعرضك للعقاب، ومن المرجَّح أن يأخذ المقيمون في الاعتبار طريقة عرض الوثيقة إضافة إلى محتواها، وبالتالي يجب على الطلبة التأكد من أن هيكل تقريرهم مُنظم ومنطقي، وأن المعادلات محددة بشكل صحيح، وأنه لا توجد أخطاء إملائية أو أخطاء أخرى مطبعية أو نحوية.

يجد بعض الطلاب صعوبة في معرفة متى يتوقَّف الجزء الاستقصائي لأعمالهم وصعوبة في تنظيمه، من الممكن بطبيعة الحال دائمًا تحسين جزء من العمل من خلال العمل عليه لوقت أطول، لكن عند نُقطة ما، قد تكون لمواصلة العمل على مشروع البحث نتائج عكسية لأنه يُفضل تخصيص الوقت المتبقي لتحسين كتابة البحث والجوانب التي تتعلَّق بعرضه، من المهم بكل تأكيد إن أمكن، تخصيص أسبوع عند نهاية الزمن المخصص للمشروع لقراءة مشروع الورقة بعناية مرتين على الأقل، قد يكون مشرفك أو أحد المختصين على استعداد لقراءة مشروع البحث وإبداء مُلاحظاته عليه قبل تقديم الصيغة النهائيَّة، إن لم يُمكن ذلك ربما أمكن لأصدقائك الذين قاموا بدراسات مُشابهة تقديم اقتراحات لك، تبقى جميع التعليقات مُفيدة، وعلى كل حال كل ما لا تحبه أو لا تُوافق عليه يُمكنك تجاهله!

الملاحق

الملحق رقم ١

مصادر البيانات المستخدمة في هذا الكتاب

أوَدُّ أن أُعْرِبَ عن امتناني للأشخاص والمنظمات التالية، والذين اتفقوا جميعًا على السماح لي باستخدام بياناتهم كأمثلة في هذا الكتاب، ونشر هذه الأخيرة على موقع الكتاب على شبكة الإنترنت، وهم: آلان غريغوري/ راجيش ثاريان (Alan Gregory/ Rajesh Tharyan) ، مكتب إحصاءات العمل، مجلس الاحتياطي الفدرالي، بنك الاحتياطي الفيدرالي بسانت لويس، ناشينوايد (Nationwide)، أواندا (Oanda) ، وياهو! مالية. (Yahoo! Finance)، ويقدم الجدول التالي تفاصيل عن البيانات المستخدمة وموقع مقدم الخدمة على شبكة الإنترنت.

الجهة المقدمة للبيانات	البيانات	موقع الويب
آلان جريجورى / راجيش ثاريان	محافظ مالية مصنّفة حسب الحجم والقيمة وعوامل فاما-فرنش	business-school.exeter.ac.uk/research/areas/centres/xfi/research/famafrench
مكتب إحصاءات العمل	مؤشر أسعار الاستهلاك	www.bls.gov
مجلس الاحتياطي الفدرالي	عائدات أذونات الخزينة الأمريكية، عرض النقود، الإنتاج الصناعى والائتمان الاستهلاكى	www.federalreserve.gov
بنك الإحتياطى الفيدرالي بسانت لويس	BAA و AAA متوسط عائدات سندات الشركات المصنفة	research.stlouisfed.org/fred2
ناشينوايد	متوسط أسعار المساكن في المملكة المتحدة	www.nationwide.co.uk/hpi/datadownload/data download.htm
أواندا	أسعار صرف اليورو، الجنيه والين مقابل الدولار	www.oanda.com/convert/fxhistory
ياهو! مالية	مؤشر ٥٠٠ S&P والعديد من الأسهم الأمريكية والأسعار الآجلة	finance.yahoo.com

الملحق رقم ٢

جداول التوزيعات الإحصائية

الجدول أ٢،١ القيم الحرجة للتوزيع الطبيعي عند قيم مختلفة من α

α	0.4	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
Z_α	.2533	.6745	.8416	1.0364	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902

المصدر: قيم محسوبة من قبل الكاتب باستخدام الدالة NORMDIST في إكسل.

الجدول أ٢.٢ القيم الحرجة لتوزيع ستورنت t عند مستويات مختلفة من الاحتمال α ومن درجات الحرية v

α	0.4	0.25	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
v										
1	0.3249	1.0000	1.9626	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	318.3087	636.6189
2	0.2887	0.8165	1.3862	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	22.3271	31.5991
3	0.2767	0.7649	1.2498	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	10.2145	12.9240
4	0.2707	0.7407	1.1896	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	7.1732	8.6103
5	0.2672	0.7267	1.1558	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	5.8934	6.8688
6	0.2648	0.7176	1.1342	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.2076	5.9588
7	0.2632	0.7111	1.1192	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.7853	5.4079
8	0.2619	0.7064	1.1081	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	4.5008	5.0413
9	0.2610	0.7027	1.0997	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.2968	4.7809
10	0.2602	0.6998	1.0931	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.1437	4.5869
11	0.2596	0.6974	1.0877	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.0247	4.4370
12	0.2590	0.6955	1.0832	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.9296	4.3178
13	0.2586	0.6938	1.0795	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.8520	4.2208
14	0.2582	0.6924	1.0763	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.7874	4.1405
15	0.2579	0.6912	1.0735	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.7328	4.0728
16	0.2576	0.6901	1.0711	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.6862	4.0150
17	0.2573	0.6892	1.0690	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.6458	3.9651
18	0.2571	0.6884	1.0672	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.6105	3.9216
19	0.2569	0.6876	1.0655	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.5794	3.8834
20	0.2567	0.6870	1.0640	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.5518	3.8495
21	0.2566	0.6864	1.0627	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.5272	3.8193
22	0.2564	0.6858	1.0614	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.5050	3.7921
23	0.2563	0.6853	1.0603	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.4850	3.7676
24	0.2562	0.6848	1.0593	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.4668	3.7454
25	0.2561	0.6844	1.0584	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.4502	3.7251
26	0.2560	0.6840	1.0575	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.4350	3.7066
27	0.2559	0.6837	1.0567	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.4210	3.6896
28	0.2558	0.6834	1.0560	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.4082	3.6739
29	0.2557	0.6830	1.0553	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.3962	3.6594
30	0.2556	0.6828	1.0547	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.3852	3.6460
35	0.2553	0.6816	1.0520	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	3.3400	3.5911
40	0.2550	0.6807	1.0500	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.3069	3.5510
45	0.2549	0.6800	1.0485	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	3.2815	3.5203
50	0.2547	0.6794	1.0473	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.2614	3.4960

يتبع الجدول أ٢ , ٢

60	0.2545	0.6786	1.0455	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.2317	3.4602
70	0.2543	0.6780	1.0442	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	3.2108	3.4350
80	0.2542	0.6776	1.0432	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.1953	3.4163
90	0.2541	0.6772	1.0424	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316	3.1833	3.4019
100	0.2540	0.6770	1.0418	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	3.1737	3.3905
120	0.2539	0.6765	1.0409	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.1595	3.3735
150	0.2538	0.6761	1.0400	1.2872	1.6551	1.9759	2.3515	2.6090	3.1455	3.3566
200	0.2537	0.6757	1.0391	1.2858	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	3.1315	3.3398
300	0.2536	0.6753	1.0382	1.2844	1.6499	1.9679	2.3388	2.5923	3.1176	3.3233
∞	0.2533	0.6745	1.0364	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905

المصدر: قيم محسوبة من قبل الكاتب باستخدام الدالة TINV في إكسل

الجدول أ٢ , ٣ القيم الحرجة للتوزيع إف عند المستوى ٥٪

	Degrees of freedom for numerator (m)																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
Degrees of freedom for denominator $(T-k)$																			
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2:33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81

يتبع الجدول أ٢ , ٣

22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08.	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

المصدر: قيم محسوبة من قبل الكاتب باستخدام الدالة FINV في إلكسل

الجدول أ٢ , ٤ القيم الحرجة للتوزيع إف عند المستوى ١٪

عدد درجات الحرية في البسط (m)																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
عدد درجات الحرية في المقام (T-k)																			
1	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,982	6,023	6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,287	6,313	6,339	6,366
2	98.5	99.0	99.2	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49

يتبع الجدول أ ٢ , ٤

20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

المصدر: قيم محسوبة من قبل الكاتب باستخدام الدالة FINV في إلكسل.

الجدول أ ٢ , ٥ القيم الحرجة لتوزيع مربع كاي عند قيم مختلفة من α ومن درجات الحرية υ

υ	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.1015	0.4549	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.01003	0.02010	0.05065	0.1026	0.2107	0.5754	1.386	2.773	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.07172	0.11.48	0.2158	0.3518	0.5844	1.213	2.366	4.108	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.064	1.923	3.357	5.385	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.145	1.610	2.675	4.351	6.626	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.6757	0.8721	1.237	1.635	2.204	3.455	5.348	7.841	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.9893	1.239	1.690	2.167	2.833	4.255	6.346	9.037	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	5.071	7.344	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	5.899	8.343	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	6.737	9.342	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	7.584	10.341	13.701	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	8.438	11.340	14.845	18.54	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	9.299	12.340	15.984	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	10.165	13.339	17.117	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	11.036	14.339	18.245	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	11.912	15.338	19.369	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	12.792	16.338	20.489	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	13.675	17.338	21.605	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	14.562	18.338	22.718	27.204	30.143	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	15.452	19.337	23.828	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	16.344	20.337	24.935	29.615	32.670	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	17.240	21.337	26.039	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796

يتبع الجدول أ٢ , ٥

23	9.260	10.196	11.688	13.090	14.848	18.137	22.337	27.141	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	19.037	23.337	28.241	33.196	36.415	39.364	42.080	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	19.939	24.337	29.339	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	20.843	25.336	30.434	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	21.749	26.336	31.528	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	22.657	27.336	32.620	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	23.567	28.336	33.711	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	24.478	29.336	34.800	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
35	17.192	18.509	20.569	22.465	24.797	29.054	34.336	40.223	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.050	33.660	39.335	45.616	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
45	24.311	25.901	28.366	30.612	33.350	38.291	44.335	50.985	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	42.942	49.335	56.334	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
55	31.735	33.571	36.398	38.958	42.060	47.611	54.335	61.665	68.796	73.311	77.381	82.292	85.749
60	35.535	37.485	40.482	43.158	46.459	52.294	59.335	66.981	74.397	79.082	83.298	85.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	61.698	69.334	77.577	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	71.144	79.334	88.130	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	80.625	89.334	98.650	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	90.133	99.334	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169
120	83.829	86.909	91.568	95.705	100.627	109.224	119.335	130.051	140.228	146.565	152.214	158.963	163.670
150	109.122	112.655	117.980	122.692	126.278	137.987	149.334	161.258	172.577	179.579	185.803	193.219	198.380
200	152.224	156.421	162.724	168.279	174.825	156.175	199.334	213.099	226.018	233.993	241.060	249.455	255.281
250	196.145	200.929	208.095	214.392	221.809	234.580	249.334	264.694	279.947	287.889	295.691	304.948	311.361

المصدر: قيم محسوبة من قبل الكاتب باستخدام الدالة FINV في إلكسل.

الجدول أ٢ , ٦ القيم الحرجة السفلى والعليا لإحصاءة ديربن–واتسون عند المستوى

	k' = 1		k' = 2		k' = 3		k' = 4		k' = 5	
T	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	0.81	1.07	0.70	1.25	0.59	1.46	0.49	1.70	0.39	1.96
16	0.84	1.09	0.74	1.25	0.63	1.44	0.53	1.66	0.44	1.90
17	0.87	1.10	0.77	1.25	0.67	1.43	0.57	1.63	0.48	1.85
18	0.90	1.12	0.80	1.26	0.71	1.42	0.61	1.60	0.52	1.80
19	0.93	1.13	0.83	1.26	0.74	1.41	0.65	1.58	0.56	1.77
20	0.95	1.15	0.86	1.27	0.77	1.41	0.68	1.57	0.60	1.74
21	0.97	1.16	0.89	1.27	0.80	1.41	0.72	1.55	0.63	1.71
22	1.00	1.17	0.91	1.28	0.83	1.40	0.75	1.54	0.66	1.69
23	1.02	1.19	0.94	1.29	0.86	1.40	0.77	1.53	0.70	1.67
24	1.04	1.20	0.96	1.30	0.88	1.41	0.80	1.53	0.72	1.66
25	1.05	1.21	0.98	1.30	0.90	1.41	0.83	1.52	0.75	1.65

يتبع الجدول أ٢ ,٦

26	1.07	1.22	1.00	1.31	0.93	1.41	0.85	1.52	0.78	1.64
27	1.09	1.23	1.02	1.32	0.95	1.41	0.88	1.51	0.81	1.63
28	1.10	1.24	1.04	1.32	0.97	1.41	0.90	1.51	0.83	1.62
29	1.12	1.25	1.05	1.33	0.99	1.42	0.92	1.51	0.85	1.61
30	1.13	1.26	1.07	1.34	1.01	1.42	0.94	1.51	0.88	1.61
31	1.15	1.27	1.08	1.34	1.02	1.42	0.96	1.51	0.90	1.60
32	1.16	1.28	1.10	1.35	1.04	1.43	0.98	1.51	0.92	1.60
33	1.17	1.29	1.11	1.36	1.05	1.43	1.00	1.51	0.94	1.59
34	1.18	1.30	1.13	1.36	1.07	1.43	1.01	1.51	0.95	1.59
35	1.19	1.31	1.14	1.37	1.08	1.44	1.03	1.51	0.97	1.59
36	1.21	1.32	1.15	1.38	1.10	1.44	1.04	1.51	0.99	1.59
37	1.22	1.32	1.16	1.38	1.11	1.45	1.06	1.51	1.00	1.59
38	1.23	1.33	1.18	1.39	1.12	1.45	1.07	1.52	1.02	1.58
39	1.24	1.34	1.19	1.39	1.14	1.45	1.09	1.52	1.03	1.58
40	1.25	1.34	1.20	1.40	1.15	1.46	1.10	1.52	1.05	1.58
45	1.29	1.38	1.24	1.42	1.20	1.48	1.16	1.53	1.11	1.58
50	1.32	1.40	1.28	1.45	1.24	1.49	1.20	1.54	1.16	1.59
55	1.36	1.43	1.32	1.47	1.28	1.51	1.25	1.55	1.21	1.59
60	1.38	1.45	1.35	1.48	1.32	1.52	1.28	1.56	1.25	1.60
65	1.41	1.47	1.38	1.50	1.35	1.53	1.31	1.57	1.28	1.61
70	1.43	1.49	1.40	1.52	1.37	1.55	1.34	1.58	1.31	1.61
75	1.45	1.50	1.42	1.53	1.39	1.56	1.37	1.59	1.34	1.62
80	1.47	1.52	1.44	1.54	1.42	1.57	1.39	1.60	1.36	1.62
85	1.48	1.53	1.46	1.55	1.43	1.58	1.41	1.60	1.39	1.63
90	1.50	1.54	1.47	1.56	1.45	1.59	1.43	1.61	1.41	1.64
95	1.51	1.55	1.49	1.57	1.47	1.60	1.45	1.62	1.42	1.64
100	1.52	1.56	1.50	1.58	1.48	1.60	1.46	1.63	1.44	1.65

ملاحظة: T: عدد المشاهدات؛ k: عدد المتغيرات المفسرة (دون إحتساب الحد الثابت).

المصدر: ديربن–واتسون (١٩٥١): ٧٧–١٥٩. أعيد نشره بإذن من مطبعة جامعة أكسفورد.

الجدول أ٢ ,٧ القيم الحرجة لإحصاءة ديكي– فولر لمستويات مختلفة من α

T حجم العينة	0.01	0.025	0.05	0.10
		τ		
25	−2.66	−2.26	−1.95	−1.60
50	−2.62	−2.25	−1.95	−1.61
100	−2.60	−2.24	−1.95	−1.61
250	−2.58	−2.23	−1.95	−1.62
500	−2.58	−2.23	−1.95	−1.62

يتبع الجدول أ٢ , ٧

∞	−2.58	−2.23	−1.95	−1.62
		τ_μ		
25	−3.75	−3.33	−3.00	−2.63
50	−3.58	−3.22	−2.93	−2.60
100	−3.51	−3.17	−2.89	−2.58
250	−3.46	−3.14	−2.88	−2.57
500	−3.44	−3.13	−2.87	−2.57
∞	−3.43	−3.12	−2.86	−2.57
		τ_τ		
25	−4.38	−3.95	−3.60	−3.24
50	−4.15	−3.80	−3.50	−3.18
100	−4.04	−3.73	−3.45	−3.15
250	−3.99	−3.69	−3.43	−3.13
500	−3.98	−3.68	−3.42	−3.13
∞	−3.96	−3.66	−3.41	−3.12

المصدر: فولر (١٩٧٦) .أعيد نشره بإذن من جون وايلي وأولاده.

الجدول أ٢ , ٨ القيم الحرجة لاختبار إنغل-جرانجر للتكامل المشترك على بواقي الانحدار مع عدم وجود ثابت في انحدار الاختبار

عدد المتغيرات في النظام	حجم العينة T	0.01	0.05	0.10
	50	−4.32	−3.67	−3.28
2	100	−4.07	−3.37	−3.03
	200	−4.00	−3.37	−3.02
	50	−4.84	−4.11	−3.73
3	100	−4.45	−3.93	−3.59
	200	−4.35	−3.78	−3.47
	50	−4.94	−4.35	−4.02
4	100	−4.75	−4.22	−3.89
	200	−4.70	−4.18	−3.89
	50	−5.41	−4.76	−4.42
5	100	−5.18	−4.58	−4.26
	200	−5.02	−4.48	−4.18

المصدر: فولر (١٩٧٦) .أعيد نشره بإذن من جون وايلي وأولاده.

الجدول أ٩،٢ قيم التقسيمات الجُزئية للتوزيع التقاربي لاحصاءات رتبة اختبار التكامل المشترك لجوهانسن (مع وجود ثابت فقط في متجهات التكامل المشترك)

p−r	50%	80%	90%	95%	97.5%	99%	الوسط	التباين
λ_{max}								
1	3.40	5.91	7.52	9.24	10.80	12.97	4.03	7.07
2	8.27	11.54	13.75	15.67	17.63	20.20	8.86	13.08
3	13.47	17.40	19.77	22.00	24.07	26.81	14.02	19.24
4	18.70	22.95	25.56	28.14	30.32	33.24	19.23	23.83
5	23.78	28.76	31.66	34.40	36.90	39.79	24.48	29.26
6	29.08	34.25	37.45	40.30	43.22	46.82	29.72	34.63
7	34.73	40.13	43.25	46.45	48.99	51.91	35.18	38.35
8	39.70	45.53	48.91	52.00	54.71	57.95	40.35	41.98
9	44.97	50.73	54.35	57.42	60.50	63.71	45.55	44.13
10	50.21	56.52	60.25	63.57	66.24	69.94	50.82	49.28
11	55.70	62.38	66.02	69.74	72.64	76.63	56.33	54.99
λ_{Trace}								
1	3.40	5.91	7.52	9.24	10.80	12.97	4.03	7.07
2	11.25	15.25	17.85	19.96	22.05	24.60	11.91	18.94
3	23.28	28.75	32.00	34.91	37.61	41.07	23.84	37.98
4	38.84	45.65	49.65	53.12	56.06	60.16	39.50	59.42
5	58.46	66.91	71.86	76.07	80.06	84.45	59.16	91.65
6	81.90	91.57	97.18	102.14	106.74	111.01	82.49	126.94
7	109.17	120.35	126.58	131.70	136.49	143.09	109.75	167.91
8	139.83	152.56	159.48	165.58	171.28	177.20	140.57	208.09
9	174.88	198.08	196.37	202.92	208.81	215.74	175.44	257.84
10	212.93	228.08	236.54	244.15	251.30	257.68	213.53	317.24
11	254.84	272.82	282.45	291.40	298.31	307.64	256.15	413.35

المصدر: أوستيروالد-لينوم (١٩٩٢، الجدول ١). أعيد نشره بإذن من بلاكويل للنشر.

الجدول أ١٠،٢ قيم التقسيمات الجزئية للتوزيع التقاربي لاحصاءات رتبة إختبار التكامل المشترك لجوهانسن (مع وجود ثابت فقط في متجه الانحدار الذاتي ومتجه التكامل المشترك)

p−r	50%	80%	90%	95%	97.5%	99%	الوسط	التباين
λ_{max}								
1	0.44	1.66	2.69	3.76	4.95	6.65	0.99	2.04
2	6.85	10.04	12.07	14.07	16.05	18.63	7.47	12.42
3	12.34	16.20	18.60	20.97	23.09	25.52	12.88	18.67
4	17.66	21.98	24.73	27.07	28.98	32.24	18.26	23.47
5	23.05	27.85	30.90	33.46	35.71	38.77	23.67	28.82
6	28.45	33.67	36.76	39.37	41.86	45.10	29.06	33.57
7	33.83	39.12	42.32	45.28	47.96	51.57	34.37	37.41
8	39.29	45.05	48.33	51.42	54.29	57.69	39.85	42.90
9	44.58	50.55	53.98	57.12	59.33	62.80	45.10	44.93
10	49.66	55.97	59.62	62.81	65.44	69.09	50.29	49.41
11	54.99	61.55	65.38	68.83	72.11	75.95	55.63	54.92
λ_{Trace}								
1	0.44	1.66	2.69	3.76	4.95	6.65	0.99	2.04
2	7.55	11.07	13.33	15.41	17.52	20.04	8.23	14.38
3	18.70	23.64	26.79	29.68	32.56	35.65	19.32	32.43
4	33.60	40.15	43.95	47.21	50.35	54.46	34.24	52.75
5	52.30	60.29	64.84	68.52	71.80	76.07	52.95	79.25
6	75.26	84.57	89.48	94.15	98.33	103.18	75.74	114.65
7	101.22	112.30	118.50	124.24	128.45	133.57	101.91	158.78
8	131.62	143.97	150.53	156.00	161.32	168.36	132.09	201.82
9	165.11	178.90	186.39	192.89	198.82	204.95	165.90	246.45
10	202.58	217.81	225.85	233.13	239.46	247.18	203.39	300.80
11	243.90	260.82	269.96	277.71	284.87	293.44	244.66	379.56

المصدر: أوستيروالد-لينوم (١٩٩٢، الجدول ١). أعيد نشره بإذن من بلاكويل للنشر.

الجدول أ٢،١١ قيم التقسيمات الجزئية للتوزيع التقاربي لاحصاءات رتبة اختبار التكامل المشترك لجوهانسن (مع وجود ثابت في متجه الانحدار الذاتي ومتجه التكامل المشترك واتجاه في متجه التكامل)

p−r	50%	80%	90%	95%	97.5%	99%	الوسط	التباين
λ_{max}								
1	5.55	8.65	10.49	12.25	14.21	16.26	6.22	10.11
2	10.90	14.70	16.85	18.96	21.14	23.65	11.51	16.38
3	16.24	20.45	23.11	25.54	27.68	30.34	16.82	22.01
4	21.50	26.30	29.12	31.46	33.60	36.65	22.08	27.74
5	26.72	31.72	34.75	37.52	40.01	42.36	27.32	31.36
6	32.01	37.50	40.91	43.97	46.84	49.51	32.68	37.91
7	37.57	43.11	46.32	49.42	51.94	54.71	38.06	39.74
8	42.72	48.56	52.16	55.50	58.08	62.46	43.34	44.83
9	48.17	54.34	57.87	61.29	64.12	67.88	48.74	49.20
10	53.21	59.49	63.18	66.23	69.56	73.73	53.74	52.64
11	58.54	64.97	69.26	72.72	75.72	79.23	59.15	56.97
λ_{Trace}								
1	5.55	8.65	10.49	12.25	14.21	16.26	6.22	10.11
2	15.59	20.19	22.76	25.32	27.75	30.45	16.20	24.90
3	29.53	35.56	39.06	42.44	45.42	48.45	30.15	45.68
4	47.17	54.80	59.14	62.99	66.25	70.05	47.79	74.48
5	68.64	77.83	83.20	87.31	91.06	96.58	69.35	106.56
6	94.05	104.73	110.42	114.90	119.29	124.75	94.67	143.33
7	122.87	134.57	141.01	146.76	152.52	158.49	123.51	182.85
8	155.40	169.10	176.67	182.82	187.91	196.08	156.41	234.11
9	192.37	207.25	215.17	222.21	228.05	234.41	193.03	288.30
10	231.59	247.91	256.72	263.42	270.33	279.07	232.25	345.23
11	276.34	294.12	303.13	310.81	318.02	327.45	276.88	416.98

المصدر: أوستيروالد-لينوم (١٩٩٢، الجدول ٢). أعيد نشره بإذن من بلاكويل للنشر.

قاموس الكلمات الصعبة
Glossary

يُقدِّم قاموس المصطلحات هذا تعريفات مُوجَزة لجميع المصطلحات الرئيسة المستخدمة في الكتاب، لمزيد من التفاصيل عُدْ إلى قراءة الفصول أو المراجع الواردة فيها!

R^2 المعدل (adjusted R^2): مقياس عن مدى مُلاءمة النموذج لبيانات العيِّنة، ويُجازي تلقائيًا النماذج التي تتضمَّن عددًا كبيرًا من المعلمات.

معيار أكايكي للمعلومات (Akaike information criterion(AIC)): مقياس يُمكن استخدامه لتحديد النموذج الأكثر تناسبًا من بين مجموعة من النماذج المتنافسة، ويتضمَّن عُنصر جزاء طفيف عن إدراج معلمات إضافيَّة.

الفرضية البديلة (alternative hypothesis): مصطلح شكلي يُمثِّل جُزءًا من إطار اختبار الفرضيات، وتضم جميع النتائج المهمَّة التي لم تأتِ في فرضيَّة العدم.

المراجَحة (arbitrage): مفهوم من مجال المالية يُشير إلى حالة يُمكن خلالها تحقيق أرباح دون أيِّ مخاطرة (دون استخدام أيَّة ثروة).

المقاربة (asymptotic): خاصِّية تنطبق عندما يميل حجم العينة إلى ما لانهاية.

الارتباط الذاتي (autocorrelation): مقياس مُوحَّد معياريًا لمدى ارتباط القيمة الحالية للسلسلة بقيمها السابقة، ويجب أن يتراوح بين −١ و +١.

دالة الارتباط الذاتي (autocorrelation function): مجموعة من القيم المقدَّرة التي تُظهر قوة الارتباط بين متغيِّر وبين قيمه السابقة عند زيادة طول التباطؤ.

التغاير الذاتي (autocovariance): مقياس غير مُوحَّد معياريًا لمدى ارتباط القيمة الحالية للسلسلة بقيمها السابقة.

نموذج الانحدار الذاتي الشرطي غير متجانس التباين (autoregressive conditional heteroscedasticity (ARCH) model): نموذج سلاسل زمنية للتقلبات.

نموذج الانحدار الذاتي (autoregressive (AR) model): هو عبارة عن نموذج سلسلة زمنيَّة أين تتم نمذجة القيمة الحاليَّة للسلسلة بقيمها السابقة.

نموذج الانحدار الذاتي للمتوسِّط المتحرِّك (autoregressive moving average (ARMA) model): هو عبارة عن نموذج سلسلة زمنيَّة أين تتم نمذجة القيمة الحاليَّة للسلسلة بقيمها السابقة (جزء الانحدار الذاتي) والقيم الحالية والسابقة لحد الخطأ (جزء المتوسِّط المتحرك).

نموذج الانحدار الذاتي للتقلب (autoregressive volatility (ARV) model): هو عبارة عن نموذج سلسلة زمنيَّة أين تتم نمذجة التقلب الحالي بقيمه السابقة.

الانحدار الإضافي المساعد (auxiliary regression): هو انحدار المرحلة الثانية، ولا يكتسي عادة أهميَّة في حد ذاته، وإنما نقوم بإجراء هذا الانحدار بهدف اختبار الصلاحيَّة الإحصائية لنموذج الانحدار الأصلي.

البانل المتوازن (balanced panel): مجموعة بيانات تكون فيها المتغيِّرات ببُعدَيْنِ مقطعي وزمني، وحيث يكون للعيِّنات نفس الطول في كل فئة مقطعيَّة (أي عدم وجود بيانات ناقصة).

معيار معلومات بايز (Bayes information criterion): انظر معيار المعلومات البايزي لشوارز.

اختبار BDS (BDS test): اختبار لمعرفة ما إذا كانت هناك أنماط في السلسلة، ويستخدم غالبًا لتحديد ما إذا كان هناك دليل عن اللاخطِّية.

النموذج BEKK (BEKK model): هو عبارة عن نموذج متعدِّد المتغيِّرات للتقلبات والتغايرات بين السلاسل، ويضمن التعريف الموجب لمصفوفة التباين والتغاير.

خوارزميَّة BHHH (BHHH algorithm): هي عبارة عن تقنية يُمكن استخدامها لحل مسائل الاستمثال بما في ذلك الإمكان الأعظم.

عامل الإزاحة الخلفي (backshift operator): انظر عامل التباطؤ.

اختبار بيرا-جارك (Bera-Jarque test): اختبار يُستخدم على نطاق واسع لتحديد ما إذا كانت السلسلة تُقارب إلى حد بعيد التوزيع الطبيعي.

أفضل مقدَّر خطِّي غير متحيِّز (best linear unbaiased estimator (BLUE): هو مقدَّر يُعطي أصغر تباين مُعاينة بالإضافة لكونه غير مُتحيِّز.

مُقدَّر بيني (between estimator): يُستخدم في إطار نموذج السلاسل الزمنية المقطعية بتأثيرات ثابتة، ويتضمَّن تشغيل انحدار مقطعي على القيم المتوسِّطة لكل المتغيِّرات بهدف خفض عدد المعلمات التي تتطلَّب تقديرًا.

مُقدَّر مُتحيِّز (biased estimator): عندما تكون القيمة المتوقَّعة للمعلمة التي يتعيَّن تقديرها مُختلفة عن القيمة الفعليَّة.

هامش الشراء والبيع (bid-ask spread): الفارق بين المبلغ المدفوع مُقابل الأصل (سعر الطلب أو العرض) عند شرائه والمبلغ المستلم عند بيعه (سعر المشتري).

اختيار ثنائي (binary choice): حالة اختيار مُنفصل تضم نتيجتين مُحتملتين فقط.

انحدار ثنائي المتغيِّرات (bivariate regression): نموذج انحدار يضم متغيِّرين فقط؛ مُتغيِّرًا تابعًا ومتغيِّرًا مُستقلًّا وحيدًا.

إعادة المعاينة (bootstrapping): هي أسلوب لإعداد الأخطاء المعياريَّة وإجراء اختبارات الفرضيات، ولا تتطلَّب افتراضات بخصوص التوزيع، وتعمل من خلال إعادة المعاينة من خلال البيانات.

منهجيَّة بوكس-جنكينز (Box-Jenkins approach): وهي عبارة عن منهجيَّة لتقدير النماذج ARMA.

الإحصاءة Q لبوكس-بيرس (Box-Jenkins Q-statistic): مقياس لمدى الارتباط الذاتي للسلسلة.

تاريخ التغيُّر (break date): هو التاريخ الذي يحدث فيه تغيُّر هيكلي في سلسلة زمنية أو في معلمات النموذج.

اختبار بروتش-غودفري (Breusch-Godfrey test): اختبار للارتباط الذاتي من أي درجة كانت في بواقي نموذج الانحدار المقدَّر، يرتكز هذا الاختبار على انحدار إضافي مُساعد للبواقي على المتغيِّرات المفسِّرة، وعلى بواقي مُتباطئة.

الاتجاه المكسور (broken trend): هو عبارة عن عمليَّة اتجاه زمني ذات انقطاع هيكلي.

تأثيرات التقويم (calendar effects): الميل المنتظم لسلسلة ما، وخاصَّة سلاسل عوائد الأسهم، بأن تكون مُرتفعة في فترات مُعيَّنة دون أخرى.

نموذج تسعير الأصول الرأسمالية (capital asset pricing model (CAPM): نموذج مالي لتحديد العائد المتوقَّع على الأسهم كدالة في مستوى مخاطرها السوقيَّة.

خط سوق رأس المال ((capital market line (CML): خط مستقيم يُظهر مخاطر وعوائد جميع التوليفات بين الأصل الخالي من المخاطر والمحفظة المثلى للأصول الخطرة.

نموذج كارهارت (Carhart model): نموذج سلسلة زمنية يُستخدم لشرح أداء صناديق الاستثمار أو قواعد التداول استنادًا إلى أربعة عوامل: فائض عوائد السوق، الحجم، القيمة والزخم.

اختبارات السببيَّة (causality tests): طريقة لمعرفة ما إذا كانت سلسلة تتأثر بسلسلة أخرى أو أنها تُؤثر فيها.

متغيِّر تابع محصور (censored dependent variable): عندما لا يُمكن مُشاهدة قيم المتغيِّر التابع قبل أو بعد عتبة مُعيَّنة في حين أن قيم المتغيِّرات المستقلَّة التي تُقابلها تظل مُتاحة.

نظرية الحد المركزي (central limit theorem): يُقارب وسط عيِّنة البيانات أيًا كان توزيعه التوزيع الطبيعي عندما يقترب عدد المشاهدات إلى اللانهاية.

نظريَّة الفوضى (chaos theory): فكرة مُستقاة من العلوم الفيزيائيَّة حيث، وعلى الرغم من أن سلسلة قد يبدو عشوائية

تمامًا للعين المجردة أو لكثير من الاختبارات الإحصائية، إلَّا أنه في الواقع هناك مجموعة من المعادلات اللاخطِّية الحتميَّة التي تُشكِّل أساس سلوك السلسلة.

اختبار تشاو (Chow test): هو عبارة عن طريقة لتحديد ما إذا كان نموذج الانحدار يحتوي على تغيير في السلوك (انقطاع هيكلي) في جزء منه من خلال تقسيم العيِّنة إلى جُزأين، وبافتراض أن تاريخ الانقطاع معروف.

إجـــراء كـــــوكريـــن – أوركـــت(Cochrane –Orcutt procedure): هـــــو أسلــــــوب تكــــــراري يقـــوم بتصحيح الأخطاء المعياريَّة من شكل معيَّن من الارتباط الذاتي.

مُعامل التحديد المتعدِّد (coefficient of multiple determination): انظر R^2.

التكامل المشترك (cointegration): مفهوم مفاده أن السلاسل الزمنيَّة لها علاقة ثابتة على المدى الطويل.

مُتجه التكامل المشترك (cointegration vector): مجموعة المعلمات التي تصف العلاقة طويلة المدى بين سلسلة زمنيَّة أو أكثر.

قيود العوامل المشتركة (common factor restrictios): وهي الشروط المفروضة على قيم المعلمات المقدَّرة التي تُفترض ضمنًا عندما يتم استخدام إجراء تكراري مثل إجراء كوكرين-أوركوت لتصحيح الارتباط الذاتي.

التوقع الشرطي (conditional expection): قيمة المتغيِّر العشوائي المتوقَّعة للزمن t+s (s=1,2,...) بناءً على المعلومات المتوفِّرة حتى الزمن t.

المتوسط الشرطي (conditional mean): مُتوسط السلسلة في النقطة الزمنية t والمعد بناءً على جميع المعلومات المتاحة حتى النقطة الزمنيَّة السابقة t-1.

التباين الشرطي (conditional variance): تباين السلسلة في النقطة الزمنية t والمعد بناءً على جميع المعلومات المتاحة حتى النقطة الزمنيَّة السابقة t-1.

فترة الثقة (confidence interval): مجموعة القيم التي نثق إلى حد ما (واثقين بنسبة ٩٥٪ على سبيل المثال) بأن القيمة الحقيقية لمعلمة معينة تكون ضمنها.

مُستوى الثقة (confidence level): يُساوي واحدًا ناقص مُستوى المعنويَّة لاختبار الفرضيات (يُعبَّر عنه كنسبة بدلًا من نسبة مئوية).

الاتساق (consistency): خاصِّية مرغوبة للمقدَّر بموجبها تتقارب القيمة المحسوبة للمعلمة من القيمة الحقيقية عند ارتفاع حجم العينة.

العناصر المتزامنة (contemporaneous terms): هي تلك المتغيِّرات التي تُقاس في نفس الوقت مع المتغيِّر التابع، أي أن كليهما يُقاس في الوقت t.

مُتغيِّر مُستمر (continuous variable): مُتغيِّر عشوائي يمكن أن يأخذ أيَّ قيمة (ويُمكن أن يكون المتغيِّر ضمن نطاق مُعيَّن من القيم).

معيار التقارب (convergence criterion): قاعدة مُحددة مُسبقًا تخبر الباحث عن الحل الأمثل متى التوقف عن البحث عن حلول أخرى، والاكتفاء بالحل الذي تم التوصُّل إليه.

الروابط (copulas): طريقة مرنة للربط بين توزيعات السلاسل الفردية بهدف إنشاء توزيعات مشتركة.

الارتباط (correlation): مقياس معياري لقوة الارتباط بين متغيِّرين، وهو محصور بين -١ و +١.

تصوير الارتباط (correlogram): انظر دالة الارتباط الذاتي.

نموذج تكلفة الاحتفاظ (cost of carry (COC) model): يُظهر علاقة التوازن بين الأسعار الفورية والأسعار الآجلة المقابلة لها، حيث يتم تعديل السعر الفوري للأخذ في الاعتبار تكلفة 'الاحتفاظ' بالأصول الفورية إلى غاية تاريخ الاستحقاق.

مصفوفة التغاير (covariance matrix): انظر مصفوفة التباين-التغاير.

عمليَّة تغايُر ساكنة (covariance stationary process): انظر عمليَّة ضعيفة السكون.

تعادل أسعار الفائدة المغطاة (covered interest parity): ينص على أن أسعار الصرف يجب أن تُعدَّل بحيث لا يتوقع عند اقتراض أموال بعملة ما واستثمارها في عملة أخرى كَسْب أرباح غير طبيعية.

التصنيف الائتماني (credit rating): هو عبارة عن تقييم تقوم به وكالة التصنيف لتحديد مقدَّرة المقترض على الوفاء بالتزاماته لتغطية تكاليف الفائدة وتسديد رأس المال عند استحقاقه.

القِيَم الحرجة ((critical values (CV): عناصر أساسيَّة في التوزيع الإحصائي، وهي تُحدد ما إذا كان سيتم رفض فرضية العدم أم لا بناءً على القيمة المحسوبة لإحصاءة الاختبار.

قيود المعادلات المتقاطعة (cross-equation restrictions): مجموعة من القيود اللازمة لاختبار الفرضيات والتي تستلزم أكثر من معادلة واحدة داخل النظام.

الانحدار المقطعي (cross-sectional regression): انحدار يتضمَّن سلسلة مُقاسة فقط في نقطة زمنيَّة واحدة لكن للعديد من الوحدات.

التوزيع التراكمي (cumulative distribution): هو عبارة عن دالة تُعطي احتمالَ أنَّ المتغيِّر العشوائي سوف يأخذ قيمة أقل من قيمة ما مُحدَّدة مُسبقًا.

اختبارات CUSUM و (CUSUM and CUSUMSQ tests) CUSUMSQ: اختبارات لمعرفة استقرار المعلمات في النموذج المقدَّر وتقوم على المجموع التراكمي للبواقي (CUSUM) أو المجموع التراكمي لمربعات البواقي (CUSUMSQ) للانحدار المتكرِّر.

مُقدَّر المدى اليومي (daily range estimator): مقياس غير دقيق للتقلُّب محسوب على أساس الفرق بين أدنى سعر في اليوم وأعلى سعر مُشاهد.

موجة جيبية متناقصة (damped sine wave): نمط، يُلاحَظ بشكل خاص في سرم دالة الارتباط الذاتي، حيث تنتقل القيم بشكل دوري من مُوجبة إلى سالبة وبطريقة متناقصة كلما زاد طول التباطؤ.

عمليَّة توليد البيانات ((data generating process (DGP): العلاقة الفعليَّة بين السلاسل في النموذج.

التنقيب في البيانات (data Mining): يتمثَّل في البحث بشكل مُكثَّف عن أنماط في البيانات وعن العلاقات بين السلاسل دون اللجوء إلى النظرية المالية، وهو من شأنه أن يُؤدي إلى نتائج زائفة.

تنقيحات البيانات (data revisions): وهي التغييرات المُدْخَلَة على السلاسل، وخاصة سلاسل متغيِّرات الاقتصاد الكلي، والتي تتم بعد نشر السلاسل لأول مرة.

تجريب البيانات (data snooping): انظر التنقيب في البيانات.

تأثير يوم الأسبوع (day–of-the-week effect): الميل المنتظم لعوائد الأسهم بأن تكون مُرتفعة في بعض أيام الأسبوع دون أخرى.

درجات الحرِّية (degress of freedom): معلمة تؤثر على شكل التوزيع الإحصائي، وبالتالي على قيمه الحرجة، بعض التوزيعات لها معلمة درجات حريَّة واحدة، في حين أن البعض الآخر له أكثر من معلمة.

درجة الثبات (degree of persistence): مدى الارتباط الموجب للسلسلة بقيمها السابقة.

المتغيِّر التابع (dependent variable): وهو المتغيِّر الذي عادة ما يُشير إليه بـ y والذي يسعى النموذج إلى تفسيره.

الحتميَّة(deterministic): هي عمليَّة لا تحتوي على عنصر عشوائي (تصادُفي).

اختبار ديكي- فولر (Dickey-Fuller (DF) test): طريقة لتحديد ما إذا كانت السلسلة تحتوي على جذر الوحدة استنادًا إلى انحدار تغيُّر ذلك المتغيِّر على المستوى المتباطئ للمتغيِّر.

أخذ الفروق (differencing): هي طريقة تستخدم لإزالة الاتِّجاه (التصادُفي) من السلسلة، وتتضمَّن إنشاء سلسلة جديدة بأخذ الفرق بين القيمة الحاليَّة للسلسلة وقيمتها المتباطئة.

التفاضل (differentiation): تقنية رياضيَّة لإيجاد المشتقَّة التي هي عبارة عن ميل الدالَّة، أو بعبارات أخرى مُعدَّل تغيُّر y استجابة للتغيرات في x.

الاختيار المنفصل (discrete choice): نموذج لا تأخذ فيه المتغيِّرات الرئيسة سوى قيم صحيحة، ويلتقط الاختيارات بين البدائل، على سبيل المثال الاختيار بين وسائل النقل لسفرة مُعيَّنة.

مُتغيِّر مُنفصل (discrete variable): متغيِّر عشوائي لا يمكن أن يأخذ سوى قيم محدَّدة.

نماذج الإبطاء الموزّع (distuributed lag models): نموذج يحتوي على مُتغيِّرات مُفسِّرة مُتباطئة لكن دون تباطؤات في المتغيِّر المفسَّر.

حد الاضطراب (disturbance term): انظر حد الخطأ.

الصيغة اللوغاريتمية المزدوجة (double logarithmic form): هي عبارة عن توصيف نموذج نطبِّق به اللوغاريتم على كل من المتغيِّر التابع (y) والمتغيِّر (أو المتغيِّرات) المستقل (x).

المتغيِّرات الوهميَّة (dummy variables): هي مُتغيِّرات تم إنشاؤها بشكل زائف لالتقاط المعلومات النوعيَّة مثل الذكور/ الإناث، أيَّام الأسبوع، الأسواق الناشئة/ المتقدِّمة، إلخ، هذه المتغيِّرات تكون عادة مُتغيِّرات ثُنائيَّة (٠ أو ١).

إحصاءة ديربن-واتسن (Durbin-Watson (DW) statistic): اختبار للارتباط الذاتي من الدرجة الأولى، أي اختبار معرفة ما إذا كانت السلسلة (سلسلة البواقي) مُرتبطة بقيمها السابقة مُباشرة.

الارتباط الشرطي الديناميكي (dynamic conditional correlation): نموذج يُصور بشكل واضح الارتباطات بطريقة تأخذ في الاعتبار الانحدار الذاتي والتفاوت الزمني.

النموذج الديناميكي (dynamic model): نموذج يتضمن عناصر مُتباطئة، أو الفروق الأولى للمتغيِّر التابع أو للمتغيِّر المستقل (أو كلاهما).

مقدِّر كفء (efficient estimator): طريقة لتقدير المعلمات، وتُعتبر إلى حد ما الطريقة الأمثل. ويُقصَد بالمقدِّر الكفء في الاقتصاد القياسي صيغة لحساب المعلمات تُؤدي إلى تباين مُعاينة أدنى. بعبارات أخرى: تختلف القيم المقدَّرة بأقل قدر مُمكن من عيِّنة إلى أخرى.

الحد الكفء (efficient frontier): مُنحنى يرسم جميع المحافظ المثلى الممكنة.

فرضيَّة كفاءة السوق (efficient market hypothesis): المفهوم القائل بأن أسعار الأصول تعكس بسرعة جميع المعلومات الهامَّة والمتاحة.

القيم الذاتية (eigenvalues): هي الجذور المميِّزة للمصفوفة.

المتَّجهات الذاتيَّة (eigenvectors): هي مجموعة من المتَّجهات التي عندما تُضرب في مصفوفة مُربعة تُعطي مجموعة من المتَّجهات تختلف عن الأولى من حيث ضربها بعدد قياسي.

المرونات (elasticities): هي مدى استجابة نسبة تغيُّر في مُتغيِّر ما لنسبة تغيُّر في مُتغيِّر آخر.

مبدأ الشمولية (encompassing principle): مفهوم مفادُه أن النموذج الجيِّد هو النموذج الذي يستطيع تفسير ما يُمكن أن تُفسره النماذج المنافسة وأكثر.

الانحدار الشامل (encompassing regression): هو نموذج هجين يضم المتغيِّرات التي تَرِد في نموذجين مُتنافسين أو أكثر، وهو عبارة عن طريقة لاختيار الأفضل بينهم، سوف تكون معلمات النموذج الأفضل معنويَّة في النموذج الهجين.

المُتغيِّر الداخلي (endogenous variables): هو مُتغيِّر تُحدَّد قيمته ضمن نظام المعادلات قيد الدراسة، وفي إطار النظام الآني يكون لكل مُتغيِّر داخلي معادلته الخاصَّة التي تُحدد كيفية توليده.

اختبار إنجل-جرانجر (Engle-Granger (EG) test): اختبار لجذر الوحدة يُطبَّق على بقايا انحدار يُحتمل أن يكون مُتكاملًا مُشترَكًا.

اختبار إنجل-نغ (Engle-Ng test): هو اختبار لمعرفة هل توصيف النموذج GARCH مُناسب، وذلك من حيث اختبار ما إذا كان هناك عدم تماثُل لم يُلتقط.

نموذج تصحيح التوازن (equilibrium correction model): انظر نموذج تصحيح الخطأ.

نموذج تصحيح الخطأ ((error correction model (ECM): هو نموذج يتم إنشاؤه باستخدام مُتغيِّرات ساكنة ومتغيِّرات على شكل فروق أولى، إضافة إلى عُنصر يلتقط حركات العودة نحو توازن المدى الطويل.

حد الخطأ (error term): هو جُزء من نموذج الانحدار يُزيل كل التأثير على المتغيِّر التابع الذي لم يُلتقط من قِبَل المتغيِّرات المستقلَّة.

انحدار الأخطاء في المتغيِّرات (errors-in-variables regression): هو نهج يصلح لتقدير معلمات الانحدار عندما تكون المتغيِّرات المفسِّرة مُقاسة بشكل خاطئ، وبالتالي فهي تصادُفيَّة.

التقدير (estimate): هي القيمة المحسوبة للمعلمة التي تم الحصول عليها من بيانات العيِّنة.

المقدِّر (estimator): هو المعادلة المستخدمة إلى جانب البيانات بهدف حساب المعلمات التي تصف علاقة الانحدار.

الخارجيَّة (exogeneity): هي مدى تحديد المتغير بشكل خارجي عن النموذج قيد الدراسة.

دراسة الحدث (event study): هو نهج من بين نهج البحوث الماليَّة أين يتم قياس تأثير حدث مُعيَّن (كإعلان توزيع الأرباح مثلًا) على خاصيَّة الشركة (سعر سهمها على سبيل المثال) لتقييم رد فعل السوق على الحدث.

المتغيِّرات الخارجيَّة (exogeneity variables): هي تلك المتغيِّرات التي تكون قيمها معطى وتحدَّد بشكل خارجي عن المعادلة، أو عن نظام المعادلات قيد الدراسة، وبالتالي فهي لا ترتبط بحد الخطأ.

فرضيَّة التوقعات (expectations hypothesis): ترتبط هذه الفرضيَّة بشكل خاص بالهيكل الزمني لأسعار الفائدة، وتُفيد بأن العائد المتوقَّع من الاستثمار في السندات طويلة الأجل سوف يكون مُساويًا لعائد الاستثمار في سلسلة من السندات قصيرة الأجل زائد علاوة المخاطرة، وبعبارات أخرى، فإن معدَّل الفائدة على المدى الطويل هو عبارة عن المتوسط الهندسي للمعدلات الحاليَّة والمستقبليَّة قصيرة الأجل (زائد علاوة المخاطرة).

مجموع المربعات المفسَّرة ((explained sum of squares (ESS): جُزء التباين في y الذي يُفسِّره النموذج.

المتغيِّر المفسَّر (explained variables): انظر المتغيِّر التابع.

المتغير المفسِّر (explanatory variables): هي تلك المتغيِّرات التي تقع على الجانب الأيمن من المعادلة، والتي عادة ما تكون قيمها ثابتة، والتي يُفترض أنها تفسِّر قيم المتغير التابع y.

النموذج GARCH الأسِّي (exponential EGARCH))): هو نموذج تتم فيه نمذجة التقلب على شكل أسِّي بحيث ليس من الضروري تطبيق شروط عدم السلبيَّة على المعلمات، كما يأخذ هذا التوصيف بعين الاعتبار عدم التماثل بين التقلب والعوائد ذات العلامات المختلفة.

نموذج النمو الأسِّي (exponential growth model): هو نموذج يكون فيه المتغيِّر التابع دالة أسِّية في متغيِّر مُستقل واحد أو أكثر.

التمهيد الأسِّي (exponential smoothing): هو نهج بسيط للنمذجة والتنبؤ، حيث تكون القيمة الممهَّدة الحالية دالة مُتناقصة هندسيًّا في جميع القيم السابقة للسلسلة.

نموذج المتوسِّط المتحرِّك المرجح أسِّيًّا (exponentially weighted moving average (EWMA) model): طريقة بسيطة لنمذجة التقلب والتنبؤ به، حيث تكون القيمة المقدَّرة الحاليَّة مجرد مزيج مرجح من القيم السابقة، وتتناقص الأوزان أسِّيًّا مع الزمن.

الإحصاءة إف (F-statisic): مقياس يتبع توزيع إف يُستخدم لاختبار الفرضيات المتعدِّدة.

التشبُّع العاملي (factor loading): له العديد من المعاني، لكن على وجه الخصوص في سياق تحليل المكوِّنات الرئيسة فإنه يعطي قيمة المتغيِّر التي تظهر في كل مكوِّن.

إجراء فاما-ماكبث (Fama-Macbeth procedure): هو إجراء يتكوَّن من خُطوتين يُستخدم لاختبار نماذج تسعير الأصول مثل نموذج تسعير الأصول الرأسمالية، في المرحلة الأولى يتم تقدير المعاملات بيتا في مجموعة من انحدارات السلاسل الزمنيَّة، ثم يفحص انحدار المرحلة الثانية المقطعي القوَّة التفسيريَّة لتلك المعاملات بيتا.

الخيارات المالية (financial options): هي الأوراق المالية التي تمنح لحاملها الحق دون الالتزام بشراء أو بيع أصل آخر بسعر محدَّد سلفًا، وفي تاريخ محدَّد مُسبقًا.

الفروق الأولى (first differences): هي سلسلة جديدة يتم إنشاؤها بطرح قيمة السلسلة السابقة مباشرة من قيمتها الحالية.

القيمة المجهَّزة (fitted values): هي قيمة y التي يُعدُّها النموذج لنقطة بيانات معيَّنة، أي بالنظر إلى قيم المتغيِّر المفسِّر.

التأثيرات الثابتة (fixed effects): هي في الغالب نوع من النماذج المستخدمة لبيانات السلاسل الزمنية المقطعية، والتي توظِّف المتغيِّرات الوهميَّة؛ للأخذ بعين الاعتبار المتغيرات التي تؤثر في المتغير التابع y مقطعيًّا لكن لا تتغيَّر عبر الزمن، في المقابل يُمكن أن تلتقط المتغيِّرات الوهميَّة المتغيِّرات التي تؤثر في y عبر الزمن دون أن تتغيَّر مقطعيًّا.

متغيِّر الدفع (forcing variable): يُستخدم أحيانًا كمرادف للمتغيِّر المفسِّر، من جهة أخرى يُمكن أن يعني المتغيِّر غير المُشاهد المحدِّد للحالة الذي يتحكم في النظام في نموذج انحدار ماركوف لتبديل النظام.

اختبار التنبؤ الشامل (forecast encompassing test): هو عبارة عن انحدار للقيم الفعليَّة لسلسلة على عدَّة مجموعات مناظرة من التنبؤات، والفكرة هي أنه إذا كان القيمة المقدَّرة للمعلمة معنويَّة إحصائيًّا فإن التنبؤات المتحصَّل عليها من النموذج المقابل تُغطِّي (أي تضم أكثر معلومات من) تنبؤات النماذج الأخرى.

خطأ التنبؤ (forecast error): هو الفرق بين القيمة الفعليَّة للسلسلة والقيمة التي تم التنبؤ بها.

السعر الآجل غير المُتحيِّز (forward rate unbiasedness (FRU)): الفرضية القائلة بأن السعر الآجل للصرف الأجنبي يجب أن يكون تنبؤًا غير متحيِّز لمعدل الفائدة الفوري المستقبلي.

النماذج المتكاملة كسريًّا (fractionally integrated models): هي طريقة لتمثيل السلاسل الساكنة لكنها شديدة الثبات، وبالتالي يكون لديها ذاكرة طويلة.

أخطاء توصيف الصيغة الداليَّة (functional form misspecification): انظر اختبار RESET.

الأسعار المستقبليَّة (futures prices): هي سعر كمية معيَّنة من السلع أو من الأصول التي سوف تُسلَّم في تاريخ مستقبلي محدَّد مسبقًا.

النموذج GARCH في مُعادلة المتوسِّط (GARCH- in –mean): نموذج ديناميكي للتقلب أين يدخل الانحراف المعياري (أو التباين) في عملية توليد العوائد.

نظرية جـــاوس-ماركـــوف (Gauss-Markov theorem): اشتقـــاق يستخدم الجبر ويبيِّن أنه عند توفُّر مجموعة معيَّنة من الافتراضات فإن مُقدَّر المربعات الصغرى العاديَّة يكون أفضل المقدَّرات الخطِّية غير المتحيِّزة.

منهجيَّة التدرُّج من العام إلى الخاص (general–to- specific methodology): نهج فلسفي لبناء نماذج الاقتصاد القياسي أين يبدأ الباحث بنموذج عام جدًّا، ثم ومن خلال اختبار فرضيات يقلِّص النموذج إلى نموذج أقل من حيث عدد المعلمات.

نماذج الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين المعمَّم (generalised autoregressive conditional heterosedasticity (GARCH) models): توصيف شائع للنموذج الديناميكي للتقلب.

المربَّعات الصغرى المعمَّمة (generalised least squares (GLS)): أسلوب لتقدير نماذج الاقتصاد القياسي أكثر مُرونة من المربَّعات الصغرى العاديَّة، ويُمكن استخدامها للتخلص من فرضيَّة أو أكثر من فرضيات المربَّعات الصغرى.

النموذج المعمَّم غير المُقيَّد (generalized unrestricted models (GUM)): هو النموذج الأولي العام الذي يتم تحديده كخطوة أولى لمنهجيَّة التدرُّج من العام إلى الخاص المستخدمة في بناء النموذج.

نسبة عائد السندات إلى الأسهم (gilt-equity yield ratio (GEYR)): وهي نسبة العائد على سندات الخزينة طويلة الأجل إلى عائد أرباح الأسهم الموزَّعة.

النموذج GJR (GJR model): هو نموذج للتقلبات المتغيِّرة مع الزمن، طُوِّر من قِبَل جلوستن، جاغنثان ورنكل، ويأخذ بعين الاعتبار عدم التماثل في العلاقة بين التقلب وبين العوائد مُختلفة العلامات.

اختبار جولدفيلد-كوانت لاختلاف التباين (Goldfeld-Quandt test for heteroscedasticity): هو اختبار من بين العديد من الاختبارات المتاحة لمعرفة ما إذا كانت البواقي المتحصَّل عليها من نموذج المقدَّر له تباين ثابت.

إحصاءة جودة التوفيق (goodness of fit statistic): هي مقياس لمدى مُلاءمة النموذج المقدَّر لبيانات العيِّنة.

نظريِّة تمثيل جرانجر (Granger representation theorem): تنص هذه النظريِّة على أنه إذا كان هناك نموذج خطِّي ديناميكي له اضطرابات ساكنة، غير أن المتغيِّرات المكوِّنة له غير ساكنة، فلا بد إذًا أن تكون هذه المتغيِّرات مُتكاملة.

مُرشـــح هاميلتـــون: (Hamilton's filter) هو شكل من أشكال نمـــوذج ماركوف لتبديل النظـام، حيث ينتقل مُتغيِّر الحالة غير المرصود بيـــن الأنظمـــة المنفصلة عن طريق عملية ماركوف من الدرجة الأولى.

معيار معلومات هنان-كوين (Hannan-Quinn information criterion): هو مقياس يُمكن استخدامه لاختيار النموذج الأكثر تناسبًا من بين مجموعة من النماذج المتنافسة، ويتضمَّن عُنصر جزاء مُعتدل عن إدراج معلمات إضافيَّة.

اختبار هوسمان (Hausman test): هو اختبار لمعرفة ما إذا كان يُمكن التعامل مع متغيِّر على أنه خارجي، أو أن الباحث يحتاج في الواقع إلى تحديد معادلة هيكلية مستقلَّة لهــذا المتغيِّر، كما يُمكن اللجوء إلى اختبار لمعرفة ما إذا كان من الممكن اعتبــار نهــج التــأثيرات العشوائيَّة نهجًا صحيحًا لانحدار السلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة، أو أنه من الضروري اعتماد نموذج بتأثيرات ثابتــــة.

طريقة هيكمان (Heckman procedure): هي عبارة عن طريقة من خطوتين تقوم بتصحيح تحيُّز الاختيار الذي يُمكن مُلاحظته في إطار العيِّنات التي لم يتم اختيارها عشوائيًّا.

نسب التحوُّط (hedge ratios): تُمثِّل هذه النسب في إطار التحوُّط بالعقود الآجلة عدد العقود الآجلة التي يتم بيعها عن كل وحدة من الأصول الفورية المحتفَظ بها.

نمــاذج تسعيــر المنفعــــة (hedonic pricing models): هي عبــــــارة عن أسلوب نمذجــــــة تتم من خلاله نمذجة سعر أصل ماديّ بوصفه دالة في خصائصه.

اختلاف التباين (heteroscedasticity): يكون تباين السلسلة غير ثابت على مدى العيِّنة.

الحصانة ضد اختلاف التباين (heteroscedasticity- robust): مجموعة من الأخطاء المعياريَّة (أو من إحصاءات الاختبار) التي يتم حسابها باستخدام نهج سليم في ظل وجود بواقي مُختلفة التباين.

اختبار الفرضيات (hypothesis test): إطار للنظر في القيم المعقولة لمعلمات المجتمع الحقيقية بالنظر إلى القيم المقدَّرة للعينة.

تحديد النموذج (identification): شرط لمعرفة ما إذا كان يُمكن تحصيل جميع المعلمات الهيكلية في معادلة معيَّنة لنظام آنيّ من خلال تقدير المعادلة المختزلة المقابلة.

مصفوفة الوحدة (identity matrix): هي مصفوفة مربَّعة يُساوي جميع عناصرها صفرًا، باستثناء تلك الواقعة على قطرها الرئيس، والتي تُساوي كلُّها واحدًا.

نماذج التقلب الضمني (implied volatility models): هي طريقة يتم بموجبها حساب تقلب الأصل الأساسي من خلال السعر المتداول للخيار وصيغة التسعير.

الاستجابــات النبضيَّة (impulse responses): هي عبارة عن دراســـة تــأثير تـــعرُّض مُتغيِّر لصدمـــة الوحدة على المتغيِّرات الأخرى في نظام مُتَّجه الانحدار الذاتي.

المتغيِّرات المستقلة (independent variables): انظر المتغيِّرات المفسِّرة.

معايير المعلومات(information criteria) : مجموعة من الطرائق تُستخدم للاختيار بين النماذج المتنافسة التي تتضمن جزاءات تصحيح تلقائي عند إدراج أعداد أكبر من المعلمات في النموذج.

المتغيِّر الأداتي (instrumental variables (instruments)): يُمكن استخدامها لتحل محل المتغيِّرات الداخليَّة في الجهة اليمنى من مُعادلة الانحدار، هذا وترتبط الأدوات بالمتغيِّرات التي تحل محلها، ولكنها لا ترتبط بحد الخطأ في الانحدار.

النموذج GARCH المتكامل (integareted (IGARCH) (GARCH(IGARCH)): هو نموذج تكون فيه عمليَّة التقلب غير ساكنة، وبذلك يستمر تأثير الصدمات على التقلب إلى ما لانهاية.

المتغيِّر المتكامل (integrated variables): هو المتغيِّر الذي يتطلَّب أخذ الفروق لجعله ساكنًا.

المتغيِّر الوهمي التفاعلي (interactive dummy variable): عند ضرب المتغيِّر الوهمي بالمتغيِّر المفسِّر للسماح لميل الانحدار بالتغيُّر تبعًا لقيمة المتغيِّر الوهمي.

المقطع (intercept): هي النقطة التي يقطع فيها خط الانحدار المحور الصادي أو كما يُعرف أحيانًا 'بمعامل الحد الثابت'، أو ببساطة 'الحد الثابت'.

معكوس (المصفوفة) (inverse (of a matrix)): هي مصفوفة عندما تُضرب بالمصفوفة الأصليَّة تُعطي مصفوفة الوحدة.

قابلية العكس (invertibility): هي شرط يتعلَّق بنموذج المتوسِّط المتحرِّك، وضروري لتمثيل هذا الأخير كنموذج انحدار ذاتي من درجة لامُتناهية.

متغيِّرات ليس لها علاقة بالظاهرة (irrelevant variables): هي تلك المتغيِّرات التي يتم إدراجها في معادلة الانحدار، لكنَّها في الواقع ليس لها تأثير على المتغيِّر التابع.

ألفا جنسن (Jonsen's alpha): هي القيمة المقدَّرة للمقطع في نموذج انحدار عوائد المحفظة أو إستراتيجيَّة التداول على عامل المخاطرة، أو على عوامل المخاطرة، ولا سيما في إطار نموذج تسعير الأصول الرأسماليَّة، يقيس ألفا إلى أي مدى كان الأداء غير الطبيعي جيِّدًا أو سيِّئًا.

اختبار جوهانسن (Johansen test): هو نهج يُتَّبع لتحديد ما إذا كانت مجموعة المتغيِّرات مُتكاملة، أي تجمعها علاقة توازن طويلة الأجل.

الفرضية المشتركة (joint hypothesis): هي فرضيَّة مُتعدِّدة تتضمَّن اتخاذ أكثر من قيد واحد في نفس الوقت.

معادلة محدَّدة تمامًا (just identified equation): تكون المعادلة محدَّدة تمامًا عندما يُمكن الحصول على المعلمات في المعادلة الهيكليَّة للنظام فقط باستخدام التعويض من خلال القيم المقدَّرة للمعادلات المختزلة.

اختبار KPSS (KPSS test): هو اختبار للسكون، بمعنى آخر اختبار حيث فرضيَّة العدم هي أن السلسلة ساكنة مُقابل فرضيَّة بديلة تتمثَّل في عدم سكون السلسلة.

التفرطح (kurtosis): هو العزم الرابع الموحّد معياريًّا للسلسلة، وهو مقياس لمعرفة ما إذا كان للسلسلة 'ذيول سميكة'.

طول فترة الإبطاء (lag length): عدد القيم المتأخرة للسلسلة المستخدمة في النموذج.

عامل فترة الإبطاء (lag operator): هو ترميز جبري يُستخدم لأخذ القيمة الحاليَّة للسلسلة، وتحويلها إلى قيمة سابقة لتلك السلسلة.

اختبار مُضاعف لاجرانج (Lagrange multiplier (LM) test): يُستخدم في إطار التقدير بالإمكان الأعظم، يتضمَّن اختبار مُضاعف لاجرانج تقدير الانحدار المقيَّد فقط، من الناحية العمليَّة كثيرًا ما يُستخدم اختبار مُضاعف لاجرانج من خلال حساب R^2 للانحدار الإضافي المساعد، وذلك لإنشاء إحصاءة الاختبار التي تتبع التوزيع χ^2.

قانون الأعداد الكبيرة (law of large numbes): هي نظريَّة تُفيد بأن مُتوسِّط العيِّنة سوف يتقارب من مُتوسِّط المجتمع الصحيح (أي القيمة المتوقعة) مع زيادة حجم العيِّنة.

المربعات الصُّغرى (least squares): انظر المربعات الصُّغرى العاديَّة.

طريقة المربعات الصغرى ذات المتغيرات الوهميَّة (least aquares dummy variables (LSDV): هي طريقة تُستخدم لتقدير نماذج السلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة باستخدام متغيِّرات وهميَّة ٠-١ للمقطع لكل وحدة مقطعيَّة.

التفرطح الضعيف (leptokurtosis): عندما تكون السلسلة تتميَّز بقمَّة أعلى حول المتوسِّط وذيول أكثر سماكة من توزيع طبيعي له نفس الوسط والتباين.

آثار الرفع المالي (leverage effects): يعني ميل تقلُّب الأسهم إلى الارتفاع إثر انخفاض حاد في أسعار الأسهم أكثر ممَّا ترتفع نتيجة ارتفاع الأسعار بنفس الحجم، ويرجع ذلك إلى الآثار الناجمة عن نسبة (الرفع المالي) الدَّين إلى حقوق المساهمين للشركة.

دالة الإمكان (likelihood function): هي تعبير رياضي يتعلق بالبيانات وبالمعلمات، يتم إنشاء دالة الإمكان باعتبار فرضيَّة حول توزيع الأخطاء، وبعد ذلك اختيار قيم المعلمات التي تُعظِّم الدالة.

اختبار نسبة الإمكان (hood ratio (LR) test): هو نهج لاختبار الفرضيات ينبثق عن طريقة التقدير باستخدام الإمكان الأعظم، ويتمحور حول مُقارنة القيم المعظَّمة لدوال لوغاريتم الإمكان للنموذج المقيَّد والنموذج غير المُقيَّد.

المتغيِّر التابع المحدود (limited dependent variables): عندما تكون القيم التي يُمكن للمتغيِّر التابع اتخاذها مُقيدة بطريقة ما، لا يُمكن في مثل هذه الحالات استخدام طريقة المربَّعات الصُّغرى العاديَّة على نحو سليم لتقدير معلمات النموذج.

نموذج الاحتمال الخطِّي (linear probability): نموذج بسيط لكن تشوبه بعض النقائص، يُستخدم عندما يكون المتغيِّر التابع في نموذج الانحدار متغيِّرًا ثنائيًّا (٠ أو ١).

الخطِّية (linearity): مدى إمكانية تمثيل العلاقة بين المتغيِّرات بخط مستقيم (قد يكون متعدد الأبعاد).

اختبار ليونغ-بوكس (Ljung-Box test): هو اختبار عام للارتباط الذاتي في المغيِّر أو في سلسلة البواقي.

لوغاريتم دالة الإمكان (log-likelihood function (LLF)): اللوغاريتم الطبيعي لدالة الإمكان.

النموذج لوغاريتم-لوغاريتم (log-log model): انظر الصيغة اللوغاريتمية المزدوجة.

النموذج لوجيت (logit model): نهج يُستخدم عندما يكون المتغيِّر التابع في نموذج الانحدار متغيِّرًا ثنائيًّا (٠ أو ١)، ويضمن أن الاحتمالات المقدَّرة تكون محصورة بين ٠ و ١.

النماذج ذات الذاكرة الطويلة (long-memory models): انظر النماذج المتكاملة كسريًّا.

حل المدى الطويل الساكن (long-run static solution): مُعالجة جبرية لمعادلة ديناميكية لإنشاء علاقة طويلة المدى بين المتغيِّرات.

البيانات الطولية (longitudinal data): انظر بيانات السلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة.

دالة الخسارة (loss function): هي دالة يتم إنشاؤها بهدف تقييم دقَّة تناسب النموذج للبيانات أو دقَّة التنبؤات، عادة ما يتم تقدير معلمات النموذج عن طريق تقليل دالة الخسارة أو تعظيمها.

أس ليابونوف (Lyapunov exponent): خاصِّية يُمكن استخدامها لتحديد ما إذا كانت السلسلة يُمكن وصفها بأنها فوضويَّة.

الآثار الحدّية (marginal effects): هي آثار التغيُّرات في المتغيِّرات المفسِّرة على التغيُّرات في احتمالات النماذج بروبيت ولوجيت، تُحسب هذه الآثار بهدف تفسير النماذج بشكل مُباشر.

الاحتمال الهامشي (marginal probability): هو احتمال متغيِّر عشوائي وحيد.

الهيكل الجُزئي للسوق (market microstructure): هو مُصطلح مالي يتعلق بالطريقة التي تعمل بها الأسواق، والتأثير الذي يُمكن أن يكون لتصميم وتنظيم السوق على النتائج التجاريَّة، بما في ذلك الأسعار، حجم وتكاليف تنفيذ أوامر الشراء والبيع.

علاوة مخاطرة السوق (market risk premium): هي مقدار العائد الإضافي الذي يتطلبه المستثمر لقبول وحدة إضافية من مخاطر السوق، وغالبًا ما يتم حسابها على أنها الفرق بين العوائد على محفظة واسعة من الأسهم وبين مُتغيِّر وكيل عن معدَّل الفائدة الخالي من المخاطرة.

توقيت السوق (market timing): مدى قدرة المستثمرين على اختيار الأوقات المثلى للاستثمار في فئات الأصول المختلفة.

نموذج ماركوف لتبديل النظام (Markov switching model): هو نهج للسلاسل الزمنيَّة يرتكز على متغيِّر تابع يتناوب بين الأنظمة وفقًا لقيمة متغيِّر حالة غير قابل للمشاهدة يتبع عمليَّة ماركوف.

خوارزميــــة ماركــوارت (Marquardt algorithm): هي نهــج للاستمثـــال يُمكـــن استخدامه على سبيل المثال كجزء من الإجراء الرامي إلى تقدير قِيَم المعلمات في عمليَّة التقدير باستخدام الإمكان الأعظم.

المصفوفة (matrix): هي جدول ذو بُعدين يتكوَّن من أرقام توضع داخل صفوف وأعمدة.

الإمكان الأعظم (maximum likelihood): هو نهج يُمكن استخدامه لتقدير المعلمات، ويعتمد على إنشاء وتعظيم دالة الإمكان التي يُعتبر مُفيدة بشكل خاص للنماذج غير الخطِّية.

الحد الأدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال (minimum capital risk requirement (MCRR)): انظر القيمة المعرَّضة للمخاطر.

خطأ سوء التوصيف (misspecification tests): يحدث عندما يكون النموذج غير صحيح، على سبيل المثال، إذا كانت العلاقة الفعليَّة بين المتغيِّرات غير خطيَّة لكن تم اعتماد نموذج خطيّ.

اختبارات سوء التوصيف (misspecification tests): هي عبارة عن اختبارات تشخيص يُمكن أن توفِّر للباحث معلومات حول ما إذا كان النموذج يتمتَّع بخصائص إحصائيَّة مرغوب فيها، ولا سيما فيما يتعلَّق بالبواقي.

تفسير النموذج (model interpretation): فحص النموذج المقدَّر من حيث ما إذا كانت علامات المعلمات (مُوجبة أم سالبة) وأحجامها (أي قيمها) منطقيَّة.

العزوم (moments): تصف عزوم التوزيع شكل هذا الأخير، يُمثِّل العزم الأول الوسط والعزم الثاني التباين، أمَّا العزم الثالث

(الموحَّد معياريًّا) فهو الالتواء والعزم الرابع (الموحَّد معياريًّا)، فيُمثِّل التفرطح. بالنسبة للعزم الخامس وما يليه من عزوم، فيصعب تفسيرها، وعادة لا يتم حسابها.

عمليَّة المتوسِّط المتحرِّك (moving average (MA) process): نموذج يعتمد فيه المتغيِّر التابع على القيم الحالية والسابقة لعمليَّة تشويش أبيض (الخطأ).

التعدُّد الخطِّي (Multicollinearity): هي ظاهرة يكون فيها مُتغيِّران أو أكثر من المتغيِّرات المفسِّرة المستخدمة في نموذج الانحدار مُرتبطة ارتباطًا وثيقًا فيما بينها.

تعدُّد المنوال (multimodal): هي خاصية توزيع حيث لا يكون لهذا الأخير ذروة واحدة فقط، وإنما يكون له قيمة قُصوى في أكثر من موضع.

النموذج لوجيت أو بروبيت متعدِّد الحدود (multinomial logit or probit): هي فئات من النماذج التي تُستخدم لمسائل الاختيار المنفصل، حيث نسعى لتفسير كيف يقوم الأفراد بالاختيار بين أكثر من بديلين.

نماذج الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين المعمَّمة متعدِّدة المتغيِّرات (multivariate generlised autoregressive conditionally heteroscedastic (GARCH) models): فئة من النماذج الديناميكية التي تُستخدم لنمذجة التباينات والتغايرات المتغيِّرة زمنيًّا.

نماذج الشبكات العصبيَّة (neural network models): هي فئة من النماذج الإحصائية التي يستند هيكلها بشكل عام على كيفيَّة قيام الدماغ بالحسابات، استُخدمت هذه النماذج لنمذجة السلاسل الزمنية ولأغراض التصنيف.

مُقدر نيوي–ويست (Newey-West estimator): طريقة يُمكن استخدامها لتعديل الأخطاء المعيارية للأخذ بعين الاعتبار اختلاف التباين و/أو الارتباط الذاتي في بواقي نموذج الانحدار.

مُنحنى تأثير الأخبار (news impact curve): هو عبارة عن تمثيل تصويري لاستجابة التقلب للصدمات الموجبة والسالبة المتفاوتة في الحجم.

طريقة نيوتن–رافسون (Newton-Raphson procedure): نهج تكراري للاستمثال، وبعبارات أخرى، هي طريقة تتمثَّل في إيجاد قيمة أو قيم المعلمات التي تُعظِّم أو تُقلِّل الدالة.

السلسلة الاسميَّة (nominal series): هي سلسلة غير مُخفضة (أي سلسلة لم تُعدَّل لمراعاة أثر التضخم).

المربعات الصغرى غير الخطِّية (non-linear least squares (NLS)): هي أسلوب تقدير يُستخدم في حالة كانت النماذج غير خطِّية (النماذج التي تكون غير خطِّية في المعلمات)، ويرتكز على تقليل مجموع مُربعات البواقي.

قيود عدم السلبيَّة (non-negativity constraints): هي الشروط التي يتعيَّن في بعض الأحيان فرضها على القيم المقدَّرة للمعلمات في النماذج غير الخطِّية لضمان أنها لن تكون سالبة في الحالات التي ليس من المنطقي أن تكون كذلك.

النماذج غير المُتداخلة (non-nested models): عندما يتوفَّر على الأقل نموذجان، ولا يكون أيٌّ منهما حالة خاصَّة (أي نموذج مُقيَّد) للآخر.

عدم اعتدال التوزيع (non-normality): هو عدم اتِّباع التوزيع الطبيعي أو الجاوسي.

عدم السكون (non-stationarity): خاصِّية من خصائص السلاسل الزمنيَّة بموجبها لا يكون للسلسلة وسط، تباين أو هيكل للارتباط الذاتي ثابتًا.

فرضيَّة العدم (null hypothesis): هي صيغة منهجيَّة تُجسِّد التعبير الذي سيُجرَى اختباره فعليًّا كجزء من اختبار الفرضيات.

المشاهدات (observations): مُسمًّى آخر لنقاط البيانات المتاحة لغرض التحليل.

المتغيِّر المهمل (omitted variable): هو عبارة عن متغيِّر له صلة بتفسير المتغيِّر التابع تم استبعاده من مُعادلة الانحدار المقدَّرة مما من شأنه أن يُؤدي إلى استدلالات مُتحيزة بشأن المعلمات المتبقيَّة.

اختبار فرضيات ذو طرف واحد (one-sided hypothesis test): يستخدم عندما تقترح النظرية أن الفرضيَّة البديلة يجب أن تكون على الشكل أكبر من أو أصغر من فقط (لا الاثنين معًا).

المحفظة المثلى (optimal portfolio): تتكوَّن من مزيج من الأصول الخطرة التي تُعظِّم العائد بالنسبة لمستوى مُعيَّن من المخاطرة، أو أنها تُقلِّل المخاطرة لمستوى مُعيَّن من العائد.

درجة التكامل (order of integration): تُمثِّل عدد المرات التي تطبَّق فيها الفروق على سلسلة تصادفيَّة غير ساكنة للحصول على سلسلة ساكنة.

مُتغيِّر استجابة مُرتَّب (ordered response variable): يكون عادة في الحالة التي يقتصر فيها المتغيِّر التابع في النموذج على قيم معيَّنة دون سواها، مع وجود ترتيب طبيعي لتلك القيم، ونذكر على سبيل المثال القيم التي تُمثِّل التصنيف الائتماني السيادي.

المقياس الترتيبي (ordinal scale): يكون المتغيِّر محدودًا بحيث لا تُحدد قيمه سوى رُتبة أو ترتيب، وبالتالي فإن القيم المحدَّدة التي يتَّخذها المتغيِّر ليس لها تفسير مباشر.

المربعات الصغرى العادية (ordinary least squares (OLS)): تُعتبر الطريقة المثالية والأكثر شيوعًا، والتي تُستخدم في تقدير نماذج الانحدار الخطِّية.

خارج العيِّنة (out-of-sample): في بعض الأحيان لا تُستخدم كل البيانات في تقدير النموذج (بيانات داخل العيِّنة)، بل يُحتفظ بالبعض منها بهدف التنبؤ (بيانات خارج العيِّنة).

القيم الشاذَّة (outliers): هي نقاط البيانات التي لا تتناسب مع نمط المشاهدات الأخرى، والتي تكون بعيدة عن النموذج المجهّز للبيانات.

توفيق النموذج بعدد من المتغيِّرات أكثر من المطلوب (overfitting): هو عبارة عن تقدير نموذج أكبر ممَّا ينبغي يتضمَّن العديد من المعلمات.

معادلة زائدة التحديد (overidentified equation): تكون المعادلة زائدة التحديد عندما يُمكن الحصول على أكثر من قيمة مُقدَّرة واحدة لكل معلمة في المعادلة الهيكليَّة للنظام باستخدام التعويض من خلال القيم المقدَّرة للمعادلات المختزلة.

تأثير رد الفعل المفرط (overreaction effect): ميل أسعار الأصول (وخاصة الأسهم) إلى تجاوز أسعارها الجديدة عند التوازن إثر صدور أخبار جديدة.

اختبار مُتضخم (oversized test): هو اختبار إحصائي يرفض غالبًا فرضيَّة العدم، مع أنها في الواقع صحيحة.

القيمة بي (p-value): هي مُستوى المعنوية الدقيق، أو مستوى المعنوية الحدي الذي يجعلنا غير مُبَالين بين رفض فرضية العدم وبين عدم رفضها.

تحليل بيانات البانل (panel data analysis): هو استخدام بيانات لها على حد السواء بُعد مقطعي وبُعد زمني.

النموذج الشحيح (parsimonious model): هو نموذج يصف البيانات بأكبر قدر ممكن من الدقَّة باستخدام أقل عدد مُمكن من المعلمات.

دالة الارتباط الذاتي الجزئي (partial autocorrelation function (pacf)): تقيس دالة الارتباط الذاتي الجزئي ارتباط المتغيِّر بقيمته قبل k فترة (k=1,2,...) بعد حذف تأثيرات المتغيِّرات عند التباطؤات التي تأتي في الوسط.

فرضيَّة تسلسل اختيار مصادر التمويل (pecking order hypothesis): مفهوم مأخوذ من مالية الشركات يُشير أن الشركات سوف تختار في المقام الأوَّل أرخص طريقة لمالية أنشطتها (وتتمثَّل عادة في الأرباح غير المُوزَّعة) قبل الانتقال إلى أساليب أكثر تكلفة.

التعدُّد الخطِّي التام (perfect multicollinearity): يحدث التعدُّد الخطِّي التام عندما يكون المتغيِّر المفسِّر المستخدم في نموذج الانحدار تركيبة خطِّية لمتغيِّر أو مُتغيِّرات مُفسِّرة أخرى من مُتغيِّرات النموذج.

تأثيرات الفترة الزمنيَّة (period effects): انظر التأثيرات الزمنيَّة الثابتة.

النموذج خطِّي القِطع (piecewise linear model): نموذج خطي (أي يُمكن تمثيله بخط مستقيم) ضمن نطاقات محدودة من البيانات، لكن النموذج في مجمله غير خطيّ.

العيِّنة المجمَّعة (pooled sample): هي عيِّنة تضم بيانات سلاسل زمنيَّة مقطعيَّة (أي بيانات لها بُعد زمني وبُعد مقطعي)، لكن يتم استخدام جميع المشاهدات معًا دون اعتبار لتنظيم هذه البيانات.

المجتمع (population): هو عبارة عن جمع لكل الأشياء أو الوحدات التي لها علاقة بالفكرة التي يتم اختبارها في نموذج.

دالة انحدار المجتمع (population regression function PRF): هي دالة تُجسِّد العلاقة الحقيقية، والتي لا يُمكن رصدها بين المتغيِّر التابع والمتغيِّرات المستقلَّة.

اختبارات Portmanteau (portmanteau tests): تُعتبر اختبارات عامَّة للأنماط غير الخطِّية أو لسوء توصيف النماذج، بعبارات أخرى، تُعتبر هذه الاختبارات أفضل من مجموعة كبيرة من التراكيب البديلة.

متطلَّبات مخاطرة الموقف (position risk requirement): انظر القيمة المعرَّضة للمخاطر.

قوَّة الاختبار (power of a test): هي قدرة الاختبار على رفض فرضية عدم خاطئة على نحو صحيح.

المتغيِّرات المحددة مُسبقًا (pre-determined variable): هي مُتغيِّرات غير مرتبطة بالقيم السابقة أو الحالية لحد الخطأ في معادلة الانحدار، لكن يُمكن أن تكون مرتبطة بالقيم المستقبلية لحد الخطأ.

القيمة المتوقَّعة (predicted value): انظر القيمة المجهَّزة.

اختبار فشل التنبؤ (predictive failure test): هو اختبار لاستقرار المعلمات أو للتغيُّر الهيكلي في نموذج الانحدار، والذي يقوم على تقدير انحدار إضافي مساعد لعيِّنة فرعية من البيانات، ومن ثم تقييم مدى نجاح هذا النموذج في التنبؤ بالمشاهدات الأخرى.

معامل انكماش الأسعار (price deflator): هي سلسلة تقيس المستوى العام للأسعار في اقتصاد ما، وتستخدم لتعدِّل سلسلة اسمية إلى سلسلة حقيقيَّة.

تحليل المكوِّنات الرئيسة (principle components analysis (PCA)): هي عبارة عن تقنية تُستخدم في بعض الأحيان عندما تكون مجموعة من المتغيِّرات مُرتبطة ارتباطًا عاليًا، وبشكل أكثر تحديدًا يُعتبر تحليل المكوِّنات الرئيسة عمليَّة رياضيَّة تقوم بتحويل مجموعة سلاسل مُرتبطة إلى مجموعة جديدة من السلاسل المستقلَّة خطِّيًّا.

دالة الكثافة الاحتمالية (probability density function (pdf)): هي عبارة عن علاقة أو تطبيق يصف مدى احتمال أن يأخذ المتغيِّر العشوائي قيمة مُعيَّنة ضمن نطاق معيَّن من القيم.

النموذج بروبيت (probit mpdel): هو نموذج مناسب للمتغيِّرات التابعة الثنائيَّة (٠ أو ١) حيث تتبع الدالة الأساسيَّة المستخدمة لتحويل النموذج التوزيع الطبيعي التراكمي.

أعداد شبه عشوائيَّة (pseudo –random numbers): هي مجموعة من الأعداد التي تبدو عشوائيَّة، والتي يتم توليدها باستخدام مُتتالية حتميَّة تمامًا (على سبيل المثال استخدام جهاز كمبيوتر).

تعادل القوَّة الشرائية (purchasing power parity (PPP)): الفرضية القائلة بأنه في حالة التوازن ينبغي تعديل أسعار الصرف بحيث تكون للسلة التمثيلية من السلع والخدمات نفس التكلفة عند تحويلها إلى عملة موحَّدة، بصرف النظر عن مكان شرائها.

المتغيِّرات النوعية (qualitative variables): انظر المتغيِّرات الوهمية.

اختبار كوانت لنسبة الإمكان (Quandt likelihood ratio test): هو اختبار لمعرفة ما إذا كان نموذج الانحدار به انقطاعات هيكليَّة، ويستند إلى اختبار تشاو، لكنَّه يفترض أن تاريخ الانقطاع غير معروف.

قيمة التقسيم الجزئي (quantile): هي الموضع (ضمن الفئة ٠ – ١) في سلسلة مرتبة أين تتواجد المشاهدة.

الانحدار الكمِّي (quantile regression): طريقة لتوصيف النماذج تتضمَّن إنشاء مجموعة من نماذج الانحدار، كل نموذج منها يخص قيم تقسيم جزئي مُختلفة لتوزيع المتغيِّر التابع.

R^2: هو عبارة عن مقياس موحَّد، يتراوح بين صفر وواحد، عن مدى ملاءمة نموذج الانحدار للبيانات.

$R - bar^2$: انظر R^2 المعدَّل.

نموذج التأثيرات العشوائية (random effects model): نوع خاص من توصيف نماذج بيانات السلاسل الزمنية المقطعية حيث تتغيَّر المقاطع بشكل مقطعي؛ نظرًا لأن كل فئة مقطعيَّة تتميَّز بحد خطأ مُختلف.

السير العشوائي (random walk): نموذج بسيط حيث تكون القيمة الحالية لسلسلة ما ببساطة مُساوية للقيمة السابقة زائد عُنصر تشويش أبيض (خطأ)، لذلك فإن التنبؤ الأمثل للمتغيِّر

الذي يتبع السير العشوائي هو ببساطة قيمة آخر مُشاهدة لتلك السلسلة.

السير العشوائي بحد ثابت (random walk with drift): نموذج سير عشوائي يضم أيضًا مقطعًا بحيث لا يُشترط أن تكون تغيُّرات المتغيِّر في المتوسِّط مُساوية لصفر.

رُتْبة (المصفوفة) ((rank (of a matrix)): هي مقياس لمعرفة ما إذا كانت جميع صفوف وأعمدة المصفوفة مُستقلة عن بعضها البعض.

سلسلة حقيقيَّة (real series): هي سلسلة مُخفضة (أي سلسلة مُعدَّلة لمراعاة أثر التضخم).

النموذج المتكرِّر (recursive model): هو عبارة عن أسلوب للتقدير أين يتم تقدير مجموعة من انحدارات السلاسل الزمنيَّة باستخدام عيِّنات فرعية بطول مُتزايد، بعد تقدير النموذج الأول تتم إضافة مُشاهدة لآخر العيِّنة بحيث يزيد حجم العيِّنة بمشاهدة واحدة، ويستمر ذلك حتى بلوغ نهاية العيِّنة.

معادلات مختزلة الشكل (reduced form equations): هي تلك المعادلات التي لا تضم مُتغيِّرات داخليَّة على الجانب الأيمن، والتي تم اشتقاقها جبريًّا من الصيغ الهيكليَّة في إطار النظام الآني.

اختبار التأثيرات الثابتة الزائدة (redundant fixed effects test): هو اختبار لمعرفة ما إذا كان يتعيَّن استخدام طريقة انحدار السلاسل الزمنيَّة المقطعية بتأثيرات ثابتة، أو ببساطة تجميع البيانات وتقديرها باستخدام نموذج انحدار المربعات الصغرى العاديَّة.

متغيِّر منحدر عليه (regressand): انظر المتغيِّر التابع.

المتغيِّر الانحداري (regressor): انظر المتغيِّر المفسِّر.

منطقة الرفض (rejection region): إذا كانت إحصاءة الاختبار تقع ضمن هذه المنطقة التي وقع رسمها وفقًا لدالة توزيع إحصائي فإنه يتم رفض فرضيَّة العدم قيد الدرس.

إعادة المعاينة (re-sampling): هي عبارة عن إنشاء توزيع مُحاكي بهدف حساب الأخطاء المعياريَّة أو القيم الحرجة عن طريق المعاينة مع الاستعاضة عن البيانات الأصلية.

اختبار ريست (RESET test): هو اختبار لعدم الخطِّيَّة، أو اختبار لسوء توصيف الصيغة الداليَّة، أي حالة يكون فيها شكل نموذج الانحدار المقدَّر غير صحيح، على سبيل المثال، عند تقدير نموذج خطِّي، في حين يتعيَّن أن يكون النموذج غير خطِّي.

تشخيص البواقي (residual diagnostics): هو عبارة عن عمليَّة فحص للبواقي لمعرفة ما إذا كانت تضم أنماطًا متبقية موجودة في المتغيِّر التابع ولم يتم التقاطها بواسطة النموذج المجهَّز.

مجموع مربعات البواقي ((residual sum of aquares (RSS)): هو جَمْع لكل القيم التربيعيَّة للفروق بين نقاط البيانات الفعليَّة وما يُقابلها من قيم مُقدَّرة من النموذج.

حدود البواقي (residual terms): هي الفروق بين القيم الفعليَّة للمتغيِّر التابع والقيم التي يقدرها النموذج لهذا الأخير، أو بعبارات أخرى هي أجزاء المتغيِّر التابع التي لم يتمكَّن النموذج من تفسيرها.

النموذج المقيَّد (restricted model): هو انحدار لا يمكن فيه تحديد المعلمات من قِبَل البيانات دون قيد، بل إن بعض القيود يُمكن أن تُوضع على القيم التي تتَّخذها معلمة أو أكثر.

علاوة المخاطرة (risk premium): العائد الإضافي الذي يتوقَّعه المستثمرون نتيجة تحمُّلهم للمخاطر.

فُرص مُراجحة خالية من المخاطرة (riskless arbitrage opportunities): انظر المراجحة.

النافذة المتحرِّكة (rolling window): هي طريقة تقدير أين يتم تقدير مجموعة من انحدارات السلاسل الزمنيَّة باستخدام عيِّنات فرعية ذات طول ثابت، بعد تقدير النموذج الأوَّل تتم إزالة المشاهدة الأولى من العيِّنة، وإضافة مُشاهدة واحدة إلى آخر العيِّنة، ويستمر ذلك حتى بلوغ نهاية العيِّنة.

العيِّنة (sample): هي عبارة عن اختيار لبعض الوحدات من المجتمع، والتي تُستخدم بعد ذلك لتقدير النموذج.

دالة انحدار العيِّنة ((sample regression function (SRF)): نموذج الانحدار الذي تم تقديره باستخدام البيانات الفعليَّة.

حجم العيِّنة (sample size): عدد المشاهدات أو نقاط البيانات لكل سلسلة في العيِّنة.

خطأ المعاينة (sampling error): هو عدم الدقَّة في تقدير المعلمات التي يظهر نتيجة توفُّر عيِّنة بدلًا من كامل المجتمع، ونتيجة لخطأ المعاينة تختلف القيم المقدَّرة من عيِّنة إلى أخرى.

معيار المعلومات البايزي لشوارز (Schwarz's Bayesian information criterion (SBIC)): هو عبارة عن مقياس يُمكن استخدامه لتحديد أفضل نموذج مُعَدٍّ للبيانات من بين مجموعة من النماذج المتنافسة، والذي يتضمن عُنصر جزاء صارم نتيجة إضافة معلمات.

العزم الثاني (second moment): تُحدِّد عزوم التوزيع شكل هذا الأخير، بخصوص العزم الثاني فهو مُصطلح ثانٍ لتباين البيانات.

انحدار غير مُرتبط ظاهريًّا (seemingly unrelated regression (SUR)): نهج لانحدار السلاسل الزمنيَّة يُستخدم لنمذجة حركات العديد من المتغيِّرات التابعة شديدة الارتباط، يأخذ هذا النهج بعين الاعتبار الارتباط بين حدود أخطاء الانحدارات، وبالتالي تحسين كفاءة عمليَّة التقدير.

نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المثار ذاتيًّا (self-exciting threshold autoregression (SETAR)): هو عبارة عن نموذج انحدار ذاتي ذي العتبات حيث يكون المتغيِّر المحدّد للحالة هو نفسه المتغيِّر قيد الدراسة.

نصف المدى الربيعي (semi-interquartile range): مقياس لتشتت مجموعة البيانات (بديل للتباين) يستند في حسابه إلى الفرق بين الربيع الأول والثالث للبيانات المرتَّبة.

الاعتمـــاد فائق الحساسيَّة على الظروف الأوليَّة (sensitive dependent on initial conditions (SDIC)): تُعتبر الخاصّية المميِّزة لنظام الفوضى؛ حيث إن تغيُّر مُتناهي الصغر في القيم الأولى سوف يكون له تأثير على النظام يتزايد باطراد عبر الزمن.

الارتباط التسلسلي (serial correlation): انظر الارتباط الذاتي.

نسبة شارب (Sharpe ratio): في مجال الماليَّة تُعتبر نسبة شارب مقياس للأداء المعدَّل حسب المخاطرة، وتُحسب بطرح العائد الخالي من المخاطرة من عائد المحفظة، ومن ثم قسمة الحاصل على الانحراف المعياري للمحفظة.

الصدمات (shocks): مُسمًّى آخر للاضطرابات في نموذج الانحدار.

البيع المكشوف (short-selling): هو بيع أصل مالي لا تملكه تحسُّبًا لإعادة شرائه في وقت لاحق عندما يكون السعر قد انخفض.

مُستوى المعنويَّة (significance level): هو حجم منطقة الرفض للاختبار الإحصائي، وهو يُساوي أيضًا احتمال رفض فرضية العدم في حين أنها صحيحة.

اختبارات التحيُّز من حيث العلامة والحجم (sign and size bias tests): هي اختبارات لعـــدم التماثل في التقلُّب، أي اختبارات لمعرفة ما إذا كانت الصدمات الموجبة والسالبة بحجم معيَّن لها نفس التأثير على التقلب.

المعادلات الآنيَّة (simultaneous equations): **مجموعة** من المعادلات المترابطة لكل منها عدة متغيِّرات.

حجم الاختبار (size of test): انظر مستوى المعنويَّة.

الالتواء (skewness): هو العزم الثالث الموحَّد معياريًّا للتوزيع، والذي يُظهِر ما إذا كان التوزيع مُتماثلًا حول قيمته المتوسِّطة.

وقت انزلاق الأسعار (slipping time): مقدار الوقت الذي يُفترض أن يُستغرق لتنفيذ مُعاملة ما بعد إنشاء قاعدة باستخدام الحاسوب.

الميل (slope): هو انحدار خط مستقيم، ويُقاس بأخذ الفارق في قيمة المتغيِّر التابع y بين نُقطتين مقسومًا بالفارق في قيمة المتغيِّر المستقل x بين نفس النُّقطتين.

التصنيفات الائتمانيَّة السياديَّة (sovereign credit ratings): هي تقديرات لمخاطر الديون التي تُصدرها الحكومات.

هوامش العائدات السياديَّة (sovereign yield spreads): تُعرَّف عادة بأنها الفرق بين العائد على سندات الحكومة قيد الدرس والعائد على سندات الخزينة الأمريكية.

النمذجة من الخاص إلى العام (specific-to-general modelling): هو نهج فلسفي لبناء نماذج الاقتصاد القياسي، يتضمَّن البدء بنموذج خاص بحسب ما تقتضيه النظريَّة، ومن ثمَّة إضافة مُتغيِّرات إليه تباعًا، أو تعديله بحيث يُصبح تدريجيًّا وصفًا أفضل للواقع.

تقنيات سبلين (spline techniques): هي نماذج خطِّية القطع تتضمَّن تطبيق دوال مُتعدِّدة الحدود على كل جزء من الأجزاء المختلفة من البيانات.

السعر الفوري (spot price): هو سعر كمِّية مُحدَّدة من السلع أو من الأصول التي سيتم تسليمها على الفور.

الانحدارات الزائفة (spurious regressions): في حالة إذا كان الانحدار يتضمَّن مُتغيِّرين مُستقلين أو أكثر غير ساكنين فإن تقديرات الميل قد تبدو ذات معنويَّة كبيرة من وجهة نظر الاختبارات الإحصائية العاديَّة، وقد تكون النسب تي في هذه الانحدارات ذات معنويَّة عالية جدًّا، على الرغم أنه في الحقيقة لا توجد علاقة بين المتغيِّرات.

الانحراف المعياري (standard deviation): مقياس لانتشار البيانات حول متوسط قيمتها، والتي تحتوي على نفس وحدات البيانات.

الأخطاء المعيارية (standard errors): يقيس الانحراف المعياري دقَّة أو موثوقيَّة قيم الانحدار المقدَّرة.

المتغيِّر الساكن (stationary variable): هو متغيِّر لا يضم جذر الوحدة أو جذرًا مُتزايدًا، وبالتالي يُمكن استخدامه بشكل سليم مُباشرة في نموذج الانحدار.

الاستدلال الإحصائي (statistical inference): هو عبارة عن عمليَّة استخلاص النتائج بشأن الخصائص المحتملة للمجتمع من تقديرات العيِّنة.

المعنويَّة الإحصائيَّة (statistically significant): تكون النتيجة معنويَّة إحصائيًّا إذا تم رفض فرضية العدم (عادة باستخدام مستوى معنويَّة مُساوٍ لـ ٥٪).

المتغيِّرات الانحداريَّة التصادُفيَّة (stochastic regressors): عادة ما يُفترض عند استخدام نماذج الانحدار أن المتغيِّرات الانحداريَّة غير تصادُفيَّة أو ثابتة، غير أنه عمليًّا يُمكن أن تكون هذه المتغيِّرات عشوائية أو تصادُفيَّة، كأن تكون مُتغيِّرات تابعة مُتباطئة، أو مُتغيِّرات انحداريَّة داخليَّة.

الاتِّجاه التصادُفي (stochastic trend): تمتلك بعض مُستويات السلاسل الزمنيَّة اتجاهًا تصادُفيًّا، وهذا يعني أنه يُمكن وصفها بأنها عمليَّات جذر الوحدة، وهي عمليات غير ساكنة.

نموذج التقلب التصادُفي (stochastic volatility (SV) model): تُعتبر هذه النماذج بديلًا أقل شيوعًا لنماذج GARCH، حيث تتم نمذجة التباين الشرطي بشكل واضح باستخدام مُعادلة تحتوي على حد خطأ.

متغير خارجي تمامًا (strictly exogenous variable): هو المتغير غير المرتبط مع قيم الماضي والحاضر والمستقبل لحد الخطأ.

عملية ساكنة تمامًا (strictly stationary process): هي عمليَّة يكون فيها التوزيع الاحتمالي بأكمله ثابتًا عبر الزمن.

الانقطاع الهيكلي (structural break): هي حالة تُظهر فيها خصائص السلسلة الزمنيَّة أو النموذج تحوُّلًا كبيرًا في السلوك على المدى الطويل.

المعادلات الهيكلية (structural equations): هي المعادلات الأوَّلية التي تصف النظام الآني، والتي تحتوي على مُتغيِّرات داخليَّة على الجانب الأيمن.

مجموع البواقي المربعة (sum of squared residuals): انظر مجموع مربعات البواقي.

نموذج تبديل النظام (switching model): هو توصيف اقتصادي قياسي لمتغيِّر يشهد سلوكه تغيُّرًا بين حالتين مُختلفتين أو أكثر.

النسبة تي (t-ratio): هي نسبة قيمة المعلمة المقدَّرة إلى خطئها المعياري، وتُشكِّل إحصاءة لاختبار فرضيَّة العدم المتمثِّلة في أن القيمة الحقيقيَّة للمعلمة تُساوي واحدًا.

إحصاءة U لثيل :(Theil's U-statistic) هي مقياس لتقييم التنبؤات، حيث يُقسم مُتوسِّط الخطأ التربيعي للتنبؤات المتحصَّل عليها من النموذج قيد الدراسة بمتوسِّط الخطأ التربيعي للتنبؤات المتحصَّل عليها من نموذج مرجعي، عندما تكون الإحصاءة U أقل من واحد، فذلك يعني أن النموذج قيد الدرس يتفوَّق على النموذج المرجعي.

نماذج الانحدار الذاتي ذات العتبات (threshold autoregressive (TAR) models): هي فئة من نماذج السلاسل الزمنيَّة حيث تنتقل السلسلة قيد الدراسة بين أنواع مُختلفة من نماذج الانحدار الذاتي الديناميكيَّة عندما يتجاوز المتغيِّر الأساسي (المرصود) عتبة مُعيَّنة.

تأثير ثبات الوقت (time fixed effects): هو نموذج لدمج البيانات المقطعية مع السلاسل الزمنيَّة يسمح بتغيُّر ميل الانحدار عبر الزمن، ويُستفاد منه عندما تكون القيمة الوسطى للمتغيِّر قيد الدراسة تتغيَّر عبر الزمن دون أن تتغيَّر مقطعيًّا.

انحدارات السلاسل الزمنيَّة (time series regressions): هي نماذج يتم إنشاؤها باستخدام بيانات السلاسل الزمنيَّة، أي البيانات التي يتم جمعها خلال فترة زمنيَّة لمتغيِّر أو أكثر.

انحدار توبيت (tobit regression): يُعتبر هذا الانحدار نموذجًا مُناسبًا عندما يكون المتغيِّر التابع مُتغيِّرًا محصورًا – أي عندما لا يمكن مُشاهدة قيم المتغيِّر التي تتجاوز عتبة مُعيَّنة، على الرغم من أن القيم المقابلة للمتغيِّرات المستقلة يُمكن مُشاهدتها.

المجموع الكلي للمربعات (total sum of squares (TSS)): هو مجموع الانحرافات التربيعيَّة للمتغيِّر التابع y عن قيمته الوسطى $\bar{y}$.

احتمالات الانتقال (transition probabilities): هي مصفوفة مُربَّعة للقيم المقدَّرة لاحتمال انتقال متغيِّر ماركوف لتبديل النظام من نظام مُعيَّن إلى نظام آخر.

المتغيِّر التابع المبتور (truncated dependent variable): هي حالة لا يُمكن فيها مُشاهدة قيم هذا المتغيِّر إذا ما تجاوز عتبة مُعيَّنة، ولا حتَّى القيم المقابلة للمتغيِّرات المستقلَّة.

طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (two-stage least squares (TSLS or 2SLS)): طريقة لتقدير المعلمات يُتمَّن استخدامها على أنظمة المعادلات الآنيَّة.

البانل غير المتوازن (unbalanced panel): مجموعة بيانات تكون فيها المتغيِّرات ببُعدين مقطعي وزمني مع وجود بعض البيانات الناقصة، أي عندما يكون عدد مُشاهدات السلاسل الزمنيَّة المتاحة غير مُماثل لجميع الكيانات المقطعيَّة.

مقدر غير متحيِّز (unbiased estimator): صيغة أو مجموعة من الصيغ التي عند تطبيقها تعطي تقديرات تكون في المتوسِّط مُساوية لقيم معلمة المجتمع الحقيقية المقابلة.

تعادل أسعار الفائدة المكشوفة (uncovered interest parity (UIP)): تتحدَّث عن تعادل أسعار الفائدة المكشوفة عند تحقُّق كلٍّ من تعادُل أسعار الفائدة المغطاة والسعر الآجل غير المتحيِّز.

معادلة ناقصة التحديد أو غير مُحدَّدة (underidentified or unidentified equation): تكون المعادلة ناقصة التحديد أو غير مُحدَّدة عندما لا يُمكن الحصول على القيم المقدَّرة للمعلمات في المعادلة الهيكليَّة للنظام باستخدام التعويض من خلال القيم المقدَّرة للمعادلات المختزلة، نظرًا لوجود معلومات غير كافية في هذا الأخير.

عمليَّة جذر الوحدة (unit root process): تتبع السلسلة عمليَّة جذر الوحدة إذا كانت غير ساكنة، ولكنها تُصبح كذلك إذا ما أخذنا الفروق الأولى.

عدم ضبط النموذج (unparameterised): في حالة لم يلتقط النموذج خاصيَّة للمتغيِّر التابع y، فإنه يُعتبر غير مضبوط.

الانحدار غير المُقيَّد (unrestricted regression): هو انحدار يتم تحديده دون فرض أيَّة قيود، بحيث يُمكن لتقنية التقدير أن تُحدد بحرية القيم المقدَّرة للمعلمات.

القيمة المعرَّضة للمخاطر (value-at-risk (VaR)): نهج لقياس المخاطرة استنادًا إلى الخسارة الناجمة عن محفظة الاستثمار التي يمكن توقُّع حدوثها بنسبة احتمال مُعيَّنة وعلى مدى أفق مُحدَّد.

مصفوفة التباين والتغاير (variance –covariance matrix): هي مصفوفة من الأرقام التي تضم على قطرها الرئيس تبايُنات مجموعة من المتغيِّرات العشوائية، وكذلك تغايرات تلك المتغيِّرات كعناصر خارج قطري الرئيس.

تحليل التباين (variance decomposition): هي طريقة لدراسة أهمية كل مُتغيِّر في نموذج مُتجه الانحدار الذاتي، وذلك من خلال حساب مقدار تباين أخطاء التنبؤ (لفترة مُستقبليَّة، لفترتين مُستقبليَّتين، ...) لكل مُتغيِّر تابع الذي يُمكن تفسيره من خلال إحداث تغييرات في كل متغيِّر مُستقل.

تقنيات تقليل التباين (variance reduction techniques): تستخدم هذه التقنيات في إطار عمليات محاكاة مونت كارلو، وذلك بهدف تقليل عدد التكرارات اللازمة للوصول إلى مُستوى مُعيَّن من الأخطاء المعياريَّة للقيم المقدَّرة.

النموذج VECH (VECH model): هو نهج مُتعدِّد المتغيِّرات، بسيط نسبيًّا، ويسمح بتقدير التقلبات والتغايرات المتغيِّرة زمنيًّا المجمَّعة داخل مُتَّجه.

نموذج مُتَّجه الانحدار الذاتي (vector autoregressive (VAR) model): هو توصيف مُتعدِّد المتغيِّرات للسلاسل الزمنيَّة، حيث تظهر القيم المتباطئة لـ(كل) المتغيِّرات التي تظهر على الجانب الأيمن لـ(جميع) مُعادلات النموذج (المقيَّد).

نموذج مُتَّجه الانحدار الذاتي للمتوسِّط المتحرِّك (vector autoregressive moving average (VARMA) model): هو

نموذج مُتَّجه انحدار ذاتي يضم أيضًا قيمًا مُتباطئة لحدود الأخطاء في كل مُعادلة.

نموذج مُتَّجه تصحيح الخطأ (vector error correction model (VECM)): هو نموذج تصحيح الخطأ يندرج في إطار مُتَّجه الانحدار الذاتي، بحيث يُمكن نمذجة العلاقات قصيرة وطويلة المدى بين مجموعة من المتغيِّرات في نفس الوقت.

نموذج مُتَّجه المتوسط المتحرِّك (vector moving average model (VMA)): هو نموذج للسلاسل الزمنيَّة مُتعدِّدة المتغيِّرات، حيث يُمكن صياغة السلسلة كتركيبة من القيم المتباطئة لمتَّجه من عمليات التشويش الأبيض.

التقلب (volatility): يُعبِّر عن مدى تغيُّر السلسلة بشكل كبير مع مرور الزمن، ويُقاس عادة بالانحراف المعياري أو بالتباين.

عنقوديَّة التقلب (volatility clustering): هو ميل تقلُّب عوائد الأصول إلى الظهور في عناقيد بحيث تكون هناك فترات طويلة تشهد تقلُّبًا مُرتفعًا وفترات طويلة أخرى يكون فيها التقلب مُنخفضًا.

اختبار والد (Wald test): نهج لاختبار الفرضيات، حيث لا يتم إجراء عمليَّة التقدير إلا في إطار الفرضية البديلة؛ وتُعتبر اختبارات والد أكثر أشكال اختبارات الفرضيات شيوعًا (مثل اختبارات t و F).

مُتغيِّرات خارجيَّة بدرجة ضعيفة (weakly exogenous variables): انظر مُتغيِّرات مُحدَّدة مُسبقًا.

عمليَّة ضعيفة السكون (weakly stationary process): هي عمليَّة لها مُتوسِّط ثابت، تبايُن ثابت وتغايُرات ذاتيَّة ثابتة لكل تباطؤ مُعيَّن.

المربَّعات الصغرى المرجَّحة (weighted least squares (WLS)): انظر المربَّعات الصغرى المعمَّمة.

عمليَّة تشويش أبيض (white noise process): هي عمليَّة لها مُتوسِّط وتباين ثابتان دون أيَّة أشكال أخرى (على سبيل المثال، تكون الارتباطات الذاتيَّة لهذه العمليَّة مُساوية لصفر، وذلك لكل التباطُؤات)، عادة ما يُفترض أن حد الخطأ في نموذج الانحدار هو تشويش أبيض.

تصحيح وايت (White's correction): هو عبارة عن إدخال تعديلات على الأخطاء المعياريَّة لمعلمات الانحدار يأخذ بعين الاعتبار اختلاف التباين في بواقي المعادلة المقدَّرة.

اختبار وايت (White's test): هو نهج لتحديد ما إذا كان افتراض أخطاء مُتجانس التباين في النموذج يُعتبر افتراضًا صحيحًا، وذلك إستنادًا إلى انحدار إضافي مُساعد للبواقي المربَّعة على كل من المتغيِّرات الانحداريَّة، القيم المربَّعة للمتغيِّرات الانحداريَّة، وكذلك حاصل الضرب التقاطعي لهذه الأخيرة.

التحويل الضمني (within transformation): يُستخدم في إطار نموذج السلاسل الزمنيَّة المقطعيَّة بتأثيرات ثابتة، ويتضمَّن طرح مُتوسِّط السلسلة الزمنيَّة من كل مُتغيِّر، بهدف تخفيض عدد معلمات المتغيِّرات الوهمية الواجب تقديرها.

نظريَّة وولد للتحليل (Wold's decomposition theorem): تنص هذه النظريَّة على أن كل سلسلة ساكنة يُمكن تحليلها إلى مجموع عمليَّتين مُستقلَّتين: جُزء حتمي بحت، وجُزء تصادفي بحت.

مُنحنيات العوائد (yield curves): تُبيِّن كيف أن العائد على السندات يتغيَّر مع زيادة الفترة الزمنيَّة حتى تاريخ الاستحقاق.

مُعادلات يول-والكر (Yule-Walker equations): هي مجموعة من الصيغ التي يُمكن استخدامها لحساب مُعاملات دالة الارتباط الذاتي لنموذج الانحدار الذاتي.

المراجع

Akaike, H. (1974) A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Transactions on Automatic Control AC-19(6), 716–23

Akgiray, V. (1989) Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts, Journal of Business 62(1), 55–80

Amemiya, T. (1984) Tobit Models: A Survey, Journal of Econometrics 24, 3–61

Andersen, T. and Bollerslev, T. (1998) Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts, International Economic Review 39, 885–905

Anselin, L. (1988) Spatial Econometrics: Methods and Models, Kluwer Academic, Dordrecht

Antoniou, A. and Garrett, I. (1993) To What Extent Did Stock Index Futures Contribute to the October 1987 Stock Market Crash?, Economic Journal 103, 1444–61

ap Gwilym, O., Clare, A. and Thomas, S. (1998) The Bid–Ask Spread on Stock Index Options: An Ordered Probit Analysis, Journal of Futures Markets 18(4), 467–85

Arellano, M. (2003) Panel Data Econometrics, Oxford University Press, Oxford Armitage, S. (1995) Event Study Methods and Evidence on their Performance, Journal of Economic Surveys 8(4), 25–52

Bai, J. and Ng, S. (2004) A Panic Attack on Unit Roots and Cointegration, Econometrica 72, 1127–77

Baillie, R. T. (1989) Tests of Rational Expectations and Market Efficiency, Econometric Reviews 8, 151–86

Baillie, R. T. and Bollerslev, T. (1989) The Message in Daily Exchange Rates: A Conditional-Variance Tale, Journal of Business and Economic Statistics 7(3), 297–305

Baillie, R. T. and Myers, R. J. (1991) Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge, Journal of Applied Econometrics 6, 109–24

Baks, K., Metrick, A. and Wachter, J. A. (2001) Should Investors Avoid All Actively Managed Mutual Funds? A Study in Bayesian Performance Evaluation, Journal of Finance 56(1), 45–85

Ball, R. and Brown, P. (1968) An Empirical Evaluation of Accounting Numbers, Journal of Accounting Research 6(2), 159–78

Ball, R. and Kothari, S. P. (1989) Nonstationary Expected Returns: Implications for Tests of Market Efficiency and Serial Correlation in Returns, Journal of Financial Economics 25, 51–74

Baltagi, B. H. (2005) Econometric Analysis of Panel Data, John Wiley, Chichester

Banerjee, A., Lumsdaine, R. L. and Stock, J. H. (1992) Recursive and Sequential Tests of the Unit-root and Trend-break Hypotheses: Theory and International Evidence, Journal of Business and Economic Statistics 10, 271–87

Barber, B. and Lyon, J. (1997) Detecting Long-run Abnormal Stock Returns: the Empirical Power and Specifications of Test Statistics, Journal of Financial Economics 43, 341–72

Bassett, G.W. and Chen, H-L. (2001) Portfolio Style: Return-based Attribution using Quantile Regression, Empirical Economics 26, 293–305

Bauwens, L. and Laurent, S. (2002) A New Class of Multivariate Skew Densities with Application to GARCH Models, CORE discussion paper 2002/20

Bauwens, L., Laurent, S. and Rombouts, J. V. K. (2006) Multivariate GARCH Models: A Survey, Journal of Applied Econometrics 21, 79–109

Bauwens, L. and Lubrano, M. (1998) Bayesian Inference on GARCH Models using the Gibbs Sampler, Econometrics Journal 1(1), 23–46

Benninga, S. (2011) Principles of Finance with Microsoft Excel, 2nd edn, Oxford University Press, New York

Bera, A. K. and Jarque, C. M. (1981) An Efficient Large-sample Test for Normality of Observations and Regression Residuals, Australian National UniversityWorking Papers in Econometrics 40, Canberra

Bera, A. K. and Kim, S. (2002) Testing Constancy of Correlation and other Specifications of the BGARCH Model with an Application to International Equity Returns, Journal of Empirical Finance 9, 171–95

Bergman, U. M. and Hansson, J. (2005) Real Exchange Rates and Switching Regimes, Journal of International Money and Finance 24, 121–38

Berndt, E. K., Hall, B. H., Hall, R. E. and Hausman, J. A. (1974) Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models, Annals of Economic and Social Measurement 4, 653–65

Black, F., Jensen, M. C. and Scholes, M. (1972) The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, in M. C. Jensen (ed.) Studies in Theory of Capital Markets, Praeger, New York

Black, F. and Scholes, M. (1973) The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy 81(3), 637–54

Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A. J. (2011) Investments and Portfolio Management 9th edn, McGraw-Hill, New York

Boehmer, E., Musumeci, J. and Poulsen, A. (1991) Event Study Methodology under Conditions of Event Induced Variance, Journal of Financial Economics 30, 253–72

Bollerslev, T. (1986) Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Journal of Econometrics 31, 307–27

(1990) Modelling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: a Multivariate Generalised ARCH Model, Review of Economics and Statistics 72, 498–505

Bollerslev, T., Chou, R. Y. and Kroner, K. F. (1992) ARCH Modelling in Finance: a Review of the Theory and Empirical Evidence, Journal of Econometrics 52(5), 5–59

Bollerslev, T., Engle, R. F. and Wooldridge, J. M. (1988) A Capital-asset Pricing Model with Time-varying Covariances, Journal of Political Economy 96(1), 116–31

Bollerslev, T. and Mikkelsen, H. O. (1996) Modelling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility, Journal of Econometrics 73, 151–84

Bollerslev, T. andWooldridge, J. M. (1992) Quasi-maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-varying Covariances, Econometric Reviews 11(2), 143–72

Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1976) Time Series Analysis: Forecasting and Control, 2nd edn, Holden-Day, San Francisco

Box, G. E. P. and Pierce, D. A. (1970) Distributions of Residual Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Models, Journal of the American Statistical Association 65, 1509–26

Boyle, P. P. (1977) Options: a Monte Carlo Approach, Journal of Financial Economics 4(3), 323–38

Brailsford, T. J. and Faff, R. W. (1996) An Evaluation of Volatility Forecasting Techniques, Journal of Banking and Finance 20, 419–38

Brealey, R. A. and Myers, S. C. (2013) Principles of Corporate Finance, Global edn, McGraw-Hill, New York

Breitung, J. (2000) The Local Power of Some Unit Root Tests for Panel Data, in B. Baltagi (ed.) Nonstationary Panels, Panel Cointegration and Dynamic Panels, Advances in Econometrics 15, 161–78, JAI Press, Amsterdam

Breitung, J. and Das, S. (2005) Panel Unit Root Tests under Cross-sectional Dependence, Statistica Neerlandica 59, 414–33

Breitung, J. and Pesaran, M. H. (2008) Unit Roots and Cointegration in Panels, in L. Matyas and P. Sevestre (eds.) The Econometrics of Panel Data, 3rd edn, Springer-Verlag, Berlin

Brock, W. A., Dechert, D., Scheinkman, H. and LeBaron, B. (1996) A Test for Independence Based on the Correlation Dimension, Econometric Reviews 15, 197–235

Brock, W. A., Hsieh, D. A. and LeBaron, B. (1991) Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence, MIT Press, Cambridge, MA

Brooks, C. (1996) Testing for Nonlinearity in Daily Pound Exchange Rates, Applied Financial Economics 6, 307–17

(1997) GARCH Modelling in Finance: a Review of the Software Options, Economic Journal 107(443), 1271–6

(1998) Forecasting Stock Return Volatility: Does Volume Help?, Journal of Forecasting 17, 59–80

(2001) A Double Threshold GARCH Model for the French Franc/German Mark Exchange Rate, Journal of Forecasting 20, 135–43

Brooks, C., Burke, S. P. and Persand, G. (2001) Benchmarks and the Accuracy of GARCH Model Estimation, International Journal of Forecasting 17, 45–56

(2003) Multivariate GARCH Models: Software Choice and Estimation Issues, Journal of Applied Econometrics 18, 725–34

Brooks, C., Burke, S. P., Heravi, S. and Persand, G. (2005) Autoregressive Conditional Kurtosis, Journal of Financial Econometrics 3(3), 399–421

Brooks, C., Cerny, A. and Miffre, J. (2006) Optimal Hedging with Higher Moments, ICMA Centre Discussion Papers in Finance 2006–12

Brooks, C., Clare, A. D., Dalle Molle, J. W. and Persand, G. (2005) A Comparison of Extreme Value Approaches for Determining Value at Risk, Journal of Empirical Finance 12, 339–52

Brooks, C., Clare, A. D. and Persand, G. (2000) A Word of Caution on Calculating Marketbased Minimum Capital Risk Requirements, Journal of Banking and Finance 14(10), 1557–74

Brooks, C. and Garrett, I. (2002) Can We Explain the Dynamics of the UK FTSE 100 Stock and Stock Index Futures Markets?, Applied Financial Economics 12(1), 25–31

Brooks, C. and Henry, O. T. (2000) Can Portmanteau Model Nonlinearity Tests Serve as General Model Mis-specification Diagnostics? Evidence from Symmetric and Asymmetric GARCH Models, Economics Letters 67, 245–51

Brooks, C., Henry, O. T. and Persand, G. (2002) Optimal Hedging and the Value of News, Journal of Business 75(2), 333–52

Brooks, C. and Heravi, S. (1999) The Effect of Mis-specified GARCH Filters on the Finite Sample Distribution of the BDS Test, Computational Economics 13, 147–62

Brooks, C. and Hinich, M. J. (1999) Cross-correlations and Cross-bicorrelations in Sterling Exchange Rates, Journal of Empirical Finance 6(4), 385–404

Brooks, C. and Persand, G. (2001a) Seasonality in Southeast Asian Stock Markets: Some New Evidence on Day-of-the-week Effect, Applied Economics Letters 8, 155–8

(2001b) The Trading Profitability of Forecasts of the Gilt–Equity Yield Ratio, International Journal of Forecasting 17, 11–29

Brooks, C. and Rew, A. G. (2002) Testing for Non-stationarity and Cointegration Allowing for the Possibility of a Structural Break: an Application to EuroSterling Interest Rates, Economic Modelling 19, 65–90

Brooks, C., Rew, A. G. and Ritson, S. (2001) A Trading Strategy Based on the Lead–Lag Relationship Between the FTSE 100 Spot Index and the LIFFE Traded FTSE Futures Contract, International Journal of Forecasting 17, 31–44

Brooks, C. and Tsolacos, S. (1999) The Impact of Economic and Financial Factors on UK Property Performance, Journal of Property Research 16(2), 139–52

Brown, S. J. andWarner, J. B. (1980) Measuring Security Price Performance, Journal of Financial Economics 8, 205–58

(1985) Using Daily Stock Returns: the Case of Event Studies, Journal of Financial Economics 14, 3–31

Campbell, J. Y., Lo, A. W. and MacKinlay, A. C. (1997) The Econometrics of Financial Markets, Princeton University Press, Princeton, NJ

Campbell, J. Y. and Shiller, R. J. (1988) Interpreting Cointegrated Models, Journal of Economic Dynamics and Control 12, 503–22

(1991) Yield Spreads and Interest Rate Movements: a Bird's Eye View, Review of Economic Studies 58, 495–514

Cantor, R. and Packer, F. (1996) Determinants and Impacts of Sovereign Credit Ratings, Journal of Fixed Income 6, 76–91

Carhart, M. (1997) On Persistence in Mutual Fund Performance, Journal of Finance 52, 57–82

Cecchetti, S. G., Cumby, R. E. and Figlewski, S. (1988) Estimation of the Optimal Futures Hedges, Review of Economics and Statistics 70(4), 623–30

Chappel, D., Padmore, J., Mistry, P. and Ellis, C. (1996) A Threshold Model for the French Franc/Deutschmark Exchange Rate, Journal of Forecasting 15, 155–64

Chen, B. (1995) Long-run Purchasing Power Parity: Evidence from Some European Monetary System Countries, Applied Economics 27, 377–83

Chen, N-F., Roll, R. and Ross, S. A. (1986) Economic Forces and the Stock Market, Journal of Business 59(3), 383–403

Chernozhukov, V. and Umantsev, L. (2001) Conditional Value-at-risk: Aspects of Modelling and Estimation, Empirical Economics 26(1), 271–92

Chib, S. and Greenberg, E. (1996) Markov Chain Monte Carlo Simulation Methods in Econometrics, Econometric Theory 12, 409–31

Choi, I. (2001) Unit Root Tests for Panel Data, Journal of International Money and Finance 20, 249–72

Christiano, L. J. (1992) Searching for a Break in GNP, Journal of Business and Economic Statistics 10, 237–50

Christopoulos, D. K. and Tsionas, E. G. (2004) Financial Development and Economic growth: Evidence from Panel Unit Root and Cointegration Tests, Journal of Development Economics 73, 55–74

Chu, K.-Y. (1978) Short-run Forecasting of Commodity Prices: an Application of Autoregressive Moving Average Models, IMF Staff Papers 25, 90–111

Chu, S.-H. and Freund, S. (1996) Volatility Estimation for Stock Index Options: a GARCH Approach, Quarterly Review of Economics and Finance 36(4), 431–50

Clare, A. D., Maras, M. and Thomas, S. H. (1995) The Integration and Efficiency of International Bond Markets, Journal of Business Finance and Accounting 22(2), 313–22

Clare, A. D. and Thomas, S. H. (1995) The Overreaction Hypothesis and the UK Stock Market, Journal of Business Finance and Accounting 22(7), 961–73

Cochrane, D. and Orcutt, G. H. (1949) Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Autocorrelated Error Terms, Journal of the American Statistical Association 44, 32–61

Cochrane, J. H. (2005) Asset Pricing, Princeton University Press, Princeton, NJ

Corrado, C. J. (2011) Event Studies: a Methodology Review, Accounting and Finance 51, 207–34

Cuthbertson, K. and Nitzsche, D. (2004) Quantitative Financial Economics, 2nd edn, JohnWiley, Chichester, UK

Dacco, R. and Satchell, S. E. (1999) Why do Regime Switching Models Forecast so Badly?, Journal of Forecasting 18, 1–16

Danielsson, J. (1998) Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and Comparison with VGARCH Models, Journal of Empirical Finance 5, 155–73

Davidson, R. and MacKinnon, J. G. (1981) Several Tests For Model Specification in the Presence of Alternative Hypotheses, Econometrica 49(3), 781–94

Davison, A. C. and Hinkley, D. V. (1997) Bootstrap Methods and their Application, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Day, T. E. and Lewis, C. M. (1992) Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options, Journal of Econometrics 52, 267–87

DeBondt, W. F. M. and Thaler, R. H. (1985) Does the Stock Market Overreact?, Journal of Finance 40, 793–805

(1987) Further Evidence on Investor Overreaction and Stock Market Seasonality, Journal of Finance 42, 567–80

De Haas, R. and van Lelyveld, I. (2006) Foreign Banks and Credit Stability in Central and Eastern Europe. A Panel Data Analysis, Journal of Banking and Finance 30, 1927–52

Des Rosiers, F. and Th´eriault, M. (1996) Rental Amenities and the Stability of Hedonic Prices: a Comparative Analysis of Five Market Segments, Journal of Real Estate Research 12(1), 17–36

Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979) Distribution of Estimators for Time Series Regressions with a Unit Root, Journal of the American Statistical Association 74, 427–31

(1981) Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, Econometrica 49(4), 1057–72

Dickey, D. A. and Pantula, S. (1987) Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes, Journal of Business and Economic Statistics 5, 455–61

Dielman, T. E. (1986) A Comparison of Forecasts from Least Absolute Value and Least Squares Regression, Journal of Forecasting 5, 189–95

Dimson, E. and Marsh, P. (1990) Volatility Forecasting without Data-snooping, Journal of Banking and Finance 14, 399–421

Ding, Z., Granger, C.W. J. and Engle, R. F. (1993) A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model, Journal of Empirical Finance 1, 83–106

Doan, T. (1994) Regression Analysis of Time Series User Manual, 4th edn, Estima, Evanston, IL

Dougherty, C. (1992) Introduction to Econometrics, Oxford University Press, Oxford

Dowd, K. (1998) Beyond Value at Risk: the New Science of Risk Management, Wiley, Chichester, UK

Duffie, D. (1996) Dynamic Asset Pricing Theory, 2nd edn, Princeton University Press, Princeton, NJ

Dufour, A. and Engle, R. F. (2000) Time and the Price Impact of a Trade, Journal of Finance 55(6), 2467–98

Durbin, J. andWatson, G. S. (1951) Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, Biometrika 38, 159–71

Efron, B. (1979) Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife, Annals of Statistics 7(1), 1–26

(1982) The Jackknife, the Bootstrap and other Resampling Plans, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia

Embrechts, P., Lindskog, P. and McNeil, A. J. (2003) Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management, in S. T. Rachev (ed.) Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier, Amsterdam

Engel, C. and Hamilton, J. D. (1990) Long Swings in the Dollar: Are they in the Data and Do Markets Know It?, American Economic Review 80(4), 689–713

Engle, R. F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, Econometrica 50(4), 987–1007

(2002) Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of MultivariateGARCHModels, Journal of Business and Economic Statistics 20, 339–50

Engle, R. F. and Granger,C.W. J. (1987) Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, Econometrica 55, 251–76

Engle, R. F. and Kroner, K. F. (1995) Multivariate Simultaneous Generalised GARCH, Econometric Theory 11, 122–50

Engle, R. F., Lilien, D. M. and Robins, R. P. (1987) Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model, Econometrica 55(2), 391–407

Engle, R. F. and Manganelli, S. (2004) CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantile, Journal of Business and Economic Statistics 22(4), 367–81

Engle, R. F. and Ng, V. K. (1993) Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, Journal of Finance 48, 1749–78

Engle, R. F., Ng, V. K. and Rothschild, M. (1990) Asset Pricing with a Factor-ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills, Journal of Econometrics 45, 213–38

Engle, R. F. and Russell, J. R. (1998) Autoregressive Conditional Duration: a New Model for Irregularly Spaced Transaction Data, Econometrica 66(5), 1127–62

Engle, R. F. and Yoo, B. S. (1987) Forecasting and Testing in Cointegrated Systems, Journal of Econometrics 35, 143–59

Fabozzi, F. J. and Francis, J. C. (1980) Heteroscedasticity in the Single Index Model, Journal of Economics and Business 32, 243–8

Fair, R. C. and Shiller, R. J. (1990) Comparing Information in Forecasts from Econometric Models, American Economic Review 80, 375–89

Fama, E. F. (1998) Market Efficiency, Long-term Returns and Behavioral Finance, Journal of Financial Economics 49, 283–306

Fama, E. F., Fisher, L., Jensen, M. C. and Roll, R. (1969) The Adjustment of Stock Prices to New Information, International Economic Review 10, 1–21

Fama, E. F. and French, K. R. (1992) The Cross-section of Expected Stock Returns, Journal of Finance 47, 427–65

(1993) Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds, Journal of Financial Economics 33, 3–53

Fama, E. F. and MacBeth, J. D. (1973) Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests, Journal of Political Economy 81(3), 607–36

Fase, M. M. G. (1973) A Principal Components Analysis of Market Interest Rates in the Netherlands, 1962–1970, European Economic Review 4(2), 107–34

Fisher, R. A. (1932) Statistical Methods for ResearchWorkers, 4th edn, Oliver and Boyd, Edinburgh

Franses, P. H. and van Dijk, D. (1996) Forecasting Stock Market Volatility Using Non-Linear GARCH Models, Journal of Forecasting 15, 229–35

(2000) Non-linear Time Series Models in Empirical Finance, Cambridge University Press, Cambridge, UK

French, K. R. (1980) Stock Returns and the Weekend Effect, Journal of Financial Economics 8(1), 55–69

Fuller, W. A. (1976) Introduction to Statistical Time Series, Wiley, New York George, T. J. and Longstaff, F. A.

(1993) Bid–Ask Spreads and Trading Activity in the S&P 100 Index Options Market, Journal of Financial and Quantitative Analysis 28, 381–97

Gerlow, M. E., Irwin, S. H. and Liu, T.-R. (1993) Economic Evaluation of Commodity Price Forecasting Models, International Journal of Forecasting 9, 387–97

Ghosh, S. K. (1991) Econometrics: Theory and Applications, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ

Ghysels, E., Harvey, A. C. and Renault, E. (1995) Stochastic Volatility, in G. S. Maddala and C. R. Rao (eds.) Handbook of Statistics Volume 14, Elsevier, Amsterdam, 119–91

Gibbons, M. R. and Hess, P. (1981) Day of the Week Effects and Asset Returns, Journal of Business 54(4), 579–96

Gibbons, M. R., Ross, S. A. and Shanken, J. (1989) A Test of the Efficiency of a Given Portfolio, Econometrica 57(5), 121–52

Gibson, M. S. and Boyer, B. H. (1998) Evaluating Forecasts of Correlation Using Option Pricing, Journal of Derivatives, Winter, 18–38

Gilbert, C. (1986) Professor Hendry's Methodology, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 48, 283–307

Glosten, L. R., Jagannathan, R. and Runkle, D. E. (1993) On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, The Journal of Finance 48(5), 1779–801

Goldfeld, S. M. and Quandt, R. E. (1965) Some Tests for Homoskedasticity, Journal of the American Statistical Association 60, 539–47

Granger, C. W. J. (1969) Investigating Causal Relations by Econometric Models and Crossspectral Methods, Econometrica 37, 424–38

Granger, C. W. J. and Newbold, P. (1986) Forecasting Economic Time Series 2nd edn, Academic Press, San Diego, CA

Greene, W. H. (2002) Econometric Analysis, 5th edn, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ

Gregory, A. Tharyan, R. and Chistidis, A. (2013) Constructing and Testing Alternative Versions of the Fama-French and Carhart Models in the UK, Journal of Business Finance and Accounting 40(1) and (2), 172–214

Gregory, A. W. and Hansen, B. E. (1996) A Residual-based Test for Cointegration in Models with Regime Shifts, Journal of Econometrics 70, 99–126

Gujarati, D. N. (2003) Basic Econometrics, 4th edn, McGraw-Hill, New York

Hadri, K. (2000) Testing for Stationarity in Heterogeneous Panel Data, Econometrics Journal 3, 148–61

Halcoussis, D. (2005) Understanding Econometrics, Thomson South Western, Mason, OH

Hamilton, J. D. (1989) A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle, Econometrica 57(2), 357–84

(1990) Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime, Journal of Econometrics 45, 39–70

(1994) Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton, NJ

Handa, P. and Tiwari, A. (2006) Does Stock Return Predictability Imply Improved Asset Allocation and Performance? Evidence from the US Stock Market (1954–2002), Journal of Business 79, 2423–68

Hansen, B. E. (1996) Inference When a Nuisance Parameter is not Identified under the Null Hypothesis, Econometrica 64, 413–30

Hansen, L. P. (1982) Large Sample Properties of Generalised Method of Moments Estimators, Econometrica 50, 1029–54

Hansen, P. R. and Lunde, A. (2006) Consistent Ranking of Volatility Models, Journal of Econometrics 131, 97–21

Harris, L. (2002) Trading and Exchanges: Market Microstructure for Practitioners, Oxford University Press, New York

Harris, R. I. D. (1995) Cointegration Analysis in Econometric Modelling, Prentice-Hall, Harlow, UK

Harris, R. D. F. and Tzavalis, E. (1999) Inference for Unit Roots in Dynamic Panels where the Time Dimension is Fixed, Journal of Econometrics 91, 201–26

Harvey, A., Ruiz, E. and Shephard, N. (1994) Multivariate Stochastic Variance Models, Review of Economic Studies 61, 247–64

Harvey, C. R. and Siddique, A. (1999) Autoregressive Conditional Skewness, Journal of Financial and Quantitative Analysis 34(4), 465–77

(2000) Conditional Skewness in Asset Pricing Tests, Journal of Finance 55, 1263–95

Hasbrouck, J. (2007) Empirical Market Microstructure: the Institutions, Economics, and Econometrics of Securities Trading, Oxford University Press, New York

Haug, E. G. (1998) The Complete Guide to Options Pricing Formulas, McGraw-Hill, New York

Haushalter, G. D. (2000) Financing Policy, Basis Risk and Corporate Hedging: Evidence from Oil and Gas Producers, Journal of Finance 55(1), 107–52

Heckman, J. J. (1976) The Common Structure of Statistical Models of Truncation, Sample Selection and Limited Dependent Variables and a Simple Estimator for Such Models, Annals of Economic and Social Measurement 5, 475–92

(1979) Sample Selection Bias as a Specification Error, Econometrica 47(1), 153–61

Helwege, J. and Liang, N. (1996) Is there a Pecking Order? Evidence from a Panel of IPO Firms, Journal of Financial Economics 40, 429–58

Hendry, D. F. (1980) Econometrics – Alchemy or Science?, Economica 47, 387–406

Hendry, D. F. and Juselius, K. (2000) Explaining Cointegration Analysis: Part I, Energy Journal 21, 1–42

Hendry, D. F. and Mizon, G. E. (1978) Serial Correlation as a Convenient Simplification, not a Nuisance: a Comment on a Study of the Demand for Money by The Bank of England, Economic Journal 88, 549–63

Hendry, D. F. and Richard, J. F. (1982) On the Formulation of Empirical Models in Dynamic Econometrics, Journal of Econometrics 20, 3–33

Heslop, S. and Varotto, S. (2007) Admissions of International Graduate Students: Art or Science? A Business School Experience, ICMA Centre Discussion Papers in Finance 2007–8

Hill, C. W., Griffiths, W. and Judge, G. (1997) Undergraduate Econometrics, Wiley, New York

Hinich, M. J. (1982) Testing for Gaussianity and Linearity of a Stationary Time Series, Journal of Time Series Analysis 3(3), 169–76

(1996) Testing for Dependence in the Input to a Linear Time Series Model, Journal of Nonparametric Statistics 6, 205–21

Hinich, M. J. and Patterson, D. M. (1985) Evidence of Nonlinearity in Daily Stock Returns, Journal of Business and Economic Statistics 3(1), 69–77

Hodgson, D. J., Linton, O. B. and Vorkink, K. (2004) Testing Forward Exchange Rate Unbiasedness Efficiently: a Semiparametric Approach, Journal of Applied Economics 7, 325–53

Hsiao, C. (2003) Analysis of Panel Data, 2nd edn, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Hsieh, D. A. (1993) Implications of Nonlinear Dynamics for Financial Risk Management, Journal of Financial and Quantitative Analysis 28(1), 41–64

Hull, J. C. (2011) Options, Futures and Other Derivatives, 8th edn, Prentice-Hall, NJ

Hull, J.C. and White, A.D. (1987) The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities, Journal of Finance 42(2), 281–300

Hung, C.-H., Shackleton, M. and Xu, X. (2004) CAPM, Higher Co-moment and Factor Models of UK Stock Returns, Journal of Business Finance and Accounting 31(1–2), 87–112

Im, K. S., Pesaran, M. H. and Shin, Y. (2003) Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels, Journal of Econometrics 115, 53–74

Ito, T. (1988) Use of (Time-Domain) Vector Autoregressions to Test Uncovered Interest Parity, Review of Economics and Statistics 70(2), 296–305

Jacquier, E., Polson,N.G. and Rossi, P. (1995) Stochastic Volatility: Univariate and Multivariate Extensions, Mimeo, Cornell University

Jaffe, J. and Westerfield, R. (1985) Patterns in Japanese Common Stock Returns: Day of the Week and Turn of the Year Effects, Journal of Financial and Quantitative Analysis 20(2), 261–72

Jensen, M. C. (1968) The Performance of Mutual Funds in the Period 1945–1964, Journal of Finance 23, 389–416

(1978) Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency, Journal of Financial Economics 6, 95–101

Johansen, S. (1988) Statistical Analysis of Cointegrating Vectors, Journal of Economic Dynamics and Control 12, 231–54

Johansen, S. and Juselius, K. (1990) Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 52, 169–210

Jorion, P. (2006) Value at Risk, 3rd edn, McGraw-Hill, New York Kao, C. D. (1999) Spurious Regression and Residual-based Tests for Cointegration in Panel Data, Journal of Econometrics 90, 1–44

Keim, D. B. and Stambaugh, R. F. (1984) A Further Investigation of the Weekend Effect in Stock Returns, Journal of Finance 39(3), 819–35

Kennedy, P. (2003) Guide to Econometrics, 5th edn, Blackwell, Malden, MA

Kim, S.-J., Moshirian, F. and Wu, E. (2005) Dynamic Stock Market Integration Driven by the European Monetary Union: an Empirical Analysis, Journal of Banking and Finance 29(10), 2475–502

Koenker, R. (2005) Quantile Regression, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Koenker, R. and Bassett, G. (1978) Regression Quantiles, Econometrica 46, 33–50

Koenker, R. and Hallock, K. F. (2001) Quantile Regression, Journal of Economic Perspectives 15(4), 143–56

Koopmans, T. C. (1937) Linear Regression Analysis of Economic Time Series, Netherlands Economics Institute, Haarlem

Krager, H. and Kugler, P. (1993) Nonlinearities in Foreign Exchange Markets: a Different Perspective, Journal of International Money and Finance 12, 195–208

Kroner, K. F. and Ng, V. K. (1998) Modelling Asymmetric Co-movements of Asset Returns, Review of Financial Studies 11, 817–44

Kroner, K. F. and Sultan, S. (1993) Time-varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures, Journal of Financial and Quantitative Analysis 28(4), 535–51

Kwaitkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. and Shin, Y. (1992) Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root, Journal of Econometrics 54, 159–78

Larsson, R., Lyhagen, J. and Lothgren, M. (2001) Likelihood-based Cointegration Tests in Heterogeneous Panels, Econometrics Journal 4, 109–42

Leamer, E. E. (1978) Specification Searches, John Wiley, New York

(1985) Vector Autoregressions for Causal Interference, in K. Brunner and A. Meltzer (eds.) Understanding Monetary Regimes, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 255–304

Leitch, G. and Tanner, J. E. (1991) Economic Forecast Evaluation: Profit Versus the Conventional Error Measures, American Economic Review 81(3), 580–90

Levin, A., Lin, C. and Chu, C. (2002) Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-sample Properties, Journal of Econometrics 108, 1–24

Leybourne, S. J., Mills, T. C. and Newbold, P. (1998) Spurious Rejections by Dickey–Fuller Tests in the Presence of a Break under the Null, Journal of Econometrics 87, 191–203

Ljung, G. M. and Box, G. E. P. (1978) On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models, Biometrika 65(2), 297–303

Lo, A.W. and MacKinlay, C. A. (1990) Data-snooping Biases in Tests of Financial Asset Pricing Models, Review of Financial Studies 3, 431–67

Lumsdaine, R. L. and Papell, D. H. (1997) Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis, Review of Economics and Statistics 79 (2), 212–18

Lutkepohl, H. (1991) Introduction to Multiple Time Series Analysis, Springer-Verlag, Berlin

Lyon, J., Barber, B. and Tsai, C. (1999) Improved Methods of Tests of Long-horizon Abnormal Stock Returns, Journal of Finance 54, 165–201

MacKinlay, A. C. (1997) Event Studies in Economics and Finance, Journal of Economic Literature 55, 13–39

MacKinnon, J. G. (1996) Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests, Journal of Applied Econometrics 11, 601–18

MacKinnon, J. G., Haug, A. and Michelis, L. (1999) Numerical Distribution Functions of Likelihood Ratio Tests for Cointegration, Journal of Applied Econometrics 14(5), 563–77

Maddala, G. S. (1983) Limited-dependent and Quantitative Variables in Econometrics, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Maddala, G. S. and Kim, I-M. (1999) Unit Roots, Cointegration and Structural Change, Cambridge University Press, Cambridge

Maddala, G. S. and Wu, S. (1999) A Comparative Study of Unit Root Tests with Panel Data and a New Simple Test, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 61, 631–52

Madhavan, A. (2000) Market Microstructure: a Survey, Journal of Financial Markets 3, 205–58

Makridakis, S. (1993) Accuracy Measures: Theoretical and Practical Concerns, International Journal of Forecasting 9, 527–9

Makridakis, S. and Hibon, M. (1995) Evaluating Accuracy (or Error) Measures, INSEAD Working Paper 95/18/TM

Matthews, K., Murinde, V. and Zhao, T. (2007) Competitive Conditions among the Major British Banks, Journal of Banking and Finance 31(7), 2025–42

McCue, T. E. and Kling, J. L. (1994) Real Estate Returns and the Macroeconomy: Some Empirical Evidence from Real Estate Investment Trust Data, 1972–1991, Journal of Real Estate Research 9(3), 277–87

McCulloch, J. H. (1987) US Government Term Structure Data, Ohio State University, mimeo McNees, S. K. (1986) Forecasting Accuracy of Alternative Techniques: a Comparison of US Macroeconomic Forecasts, Journal of Business and Economic Statistics 4(1), 5–15

Mills, T. C. and Markellos, R. N. (2008) The Econometric Modelling of Financial Time Series, 3rd edn, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Mills, T. C. and Mills, A. G. (1991) The International Transmission of Bond Market Movements, Bulletin of Economic Research 43, 273–82

Mitchell, M. and Stafford, E. (2000) Managerial Decisions and Long-term Stock Price Performance, Journal of Business 73, 287–329

Myers, R. J. and Thompson, S. R. (1989) Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation, American Journal of Agricultural Economics 71(4), 858–68

Myers, S. C. (1984) The Capital Structure Puzzle, Journal of Finance 39, 575–92

Nelsen, R. B. (2006) An Introduction to Copulas, Springer-Verlag, New York

Nelson, C. R. and Plosser, C. I. (1982) Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, Journal of Monetary Economics 10, 139–62

Nelson, D. B. (1991) Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: a New Approach, Econometrica 59(2), 347–70

Newey, W. K. and West, K. D. (1987) A Simple Positive-definite Heteroskedasticity and Autocorrelation-consistent Covariance Matrix, Econometrica 55, 703–8

O'Connell, P. G. J. (1998) The Overvaluation of Purchasing Power Parity, Journal of International Economics 44, 1–20

O'Hara, M. (1995) Market Microstructure Theory, Blackwell, Malden, MA

Osborn, D. (1990) A survey of seasonality in UK macroeconomic variables, International Journal of Forecasting 6(3), 327–36

Osterwald-Lenum, M. (1992) A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the ML Cointegration Rank Test Statistics, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 54, 461–72

Pagan, A. R. and Schwert, G.W. (1990) Alternative Models for Conditional Stock Volatilities, Journal of Econometrics 45, 267–90

Panzar, J. C. and Rosse, J. N. (1982) Structure, Conduct and Comparative Statistics, Bell Laboratories Economics Discussion Paper

(1987) Testing for 'Monopoly' Equilibrium, Journal of Industrial Economics 35(4), 443–56

Pedroni, P. (1999) Critical Values for Cointegration Tests in Heterogeneous Panels with Multiple Regressors, Oxford Bulletin of Economics and Statistics 61, 653–70

(2004) Panel Cointegration: Asymptotic and Finite Sample Properties of Pooled Time Series Tests with an Application to the PPP Hypothesis, Econometric Theory 20, 597–625

Perron. P. (1989) The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis, Econometrica 57, 1361–401

(1997) Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables, Journal of Econometrics 80, 355–85

Pesaran, M. H. and Timmerman, A. (1992) A Simple Non-parametric Test of Predictive Performance, Journal of Business and Economic Statistics 10(4), 461–5

Poon, W. P. H. (2003) Are Unsolicited Credit Ratings Biased Downward?, Journal of Banking and Finance 27, 593–614

Prabhala, N. R. (1997) Conditional Methods in Event-studies and an Equilibrium Justification for Standard Event-study Procedures, Review of Financial Studies 10(1), 1–38

Press, W. H., Teukolsy, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. (1992) Numerical Recipes in Fortran, Cambridge University Press, Cambridge, UK

Quandt, R. (1960) Tests of the Hypothesis that a Linear Regression System Obeys Two Different Regimes, Journal of the American Statistical Association 55, 324–30

Ramanathan, R. (1995) Introductory Econometrics with Applications, 3rd edn, Dryden Press, Fort Worth, TX

Ramsey, J. B. (1969) Tests for Specification Errors in Classical Linear Least-squares Regression Analysis, Journal of the Royal Statistical Society B 31(2), 350–71

Refenes, A.-P. (1995) Neural Networks in the Capital Markets, John Wiley, Chichester, UK

Ross, S. A. (1976) The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Journal of Economic Theory 13(3), 341–60

Runkle, D. E. (1987) Vector Autoregressions and Reality, Journal of Business and Economic Statistics 5(4), 437–42

Scheinkman, J. A. and LeBaron, B. (1989) Nonlinear Dynamics and Stock Returns, Journal of Business 62(3), 311–37

Schwarz, G. (1978) Estimating the Dimension of a Model, Annals of Statistics 6, 461–4

Shaffer, S. and DiSalvo, J. (1994) Conduct in a Banking Duopoly, Journal of Banking and Finance 18, 1063–82

Shanken, J. (1992) On the Estimation of Beta-pricing Models, Review of Financial Studies 5, 1–33

Shea, G. (1984) Pitfalls in Smoothing Interest Rate Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Approximations, Journal of Financial and Quantitative Analysis 19(3), 253–69

(1992) Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest Rate Term Structure: an Analysis of Cointegrating Vectors, Journal of Business and Economic Statistics 10(3), 347–66

Shephard, N. (1996) Statistical aspects of ARCH and Stochastic Volatility, in D. R. Cox, D. V. Hinkley and O. E. Barndorff-Nielsen (eds.) Time Series Models: in Econometrics, Finance, and Other Fields, Chapman and Hall, London 1–67

Siegel, A. F. (1997) International Currency Relationship Information Revealed by Crossoption Prices, Journal of Futures Markets 17, 369–84

Sims, C. A. (1972) Money, Income, and Causality, American Economic Review 62(4), 540–52

(1980) Macroeconomics and Reality, Econometrica 48, 1–48

Stock, J. H. and Watson, M. W. (1988) Testing for Common Trends, Journal of the American Statistical Association 83, 1097–107

(2011) Introduction to Econometrics, 3rd edn, Pearson, Boston, MA

Sullivan, R., Timmermann, A. and White, H. (1999) Data-snooping, Technical Trading Rule Performance, and the Bootstrap, Journal of Finance 54, 1647–91

Sutcliffe, C. (1997) Stock Index Futures: Theories and International Evidence, 2nd edn, International Thompson Business Press, London

Taylor, M. P. (1987) Risk Premia and Foreign Exchange – A Multiple Time Series Approach to Testing Uncovered Interest Parity, Weltwirtschaftliches Archiv 123(4), 579–91

(1989) Covered Interest Arbitrage and Market Turbulence, Economic Journal 99, 376–91

Taylor, M. P. and Sarno, L. (1998) The Behavior of Real Exchange Rates during the Post-Bretton Woods Period, Journal of International Economics 46(2), 281–312

Taylor, M. P. and Tonks, I. (1989) The Internationalisation of Stock Markets and the Abolition of UK Exchange Controls, Review of Economics and Statistics 71, 332–6

Taylor, S. J. (1986) Forecasting the Volatility of Currency Exchange Rates, International Journal of Forecasting 3, 159–70

(1994) Modelling Stochastic Volatility: a Review and Comparative Study, Mathematical Finance 4, 183–204

Theil, H. (1966) Applied Economic Forecasting, North-Holland, Amsterdam

Tobin, J. (1958) Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables, Econometrica 26(1), 24–36

Tong, H. (1983) Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis, Springer-Verlag, New York

(1990) Nonlinear Time Series: a Dynamical Systems Approach, Oxford University Press, Oxford

Trippi, R. R. and Turban, E. (1993) Neural Networks in Finance and Investing, McGraw-Hill, New York

Tse, Y. K. (1995) Lead–Lag Relationship between Spot Index and Futures Price of the Nikkei Stock Average, Journal of Forecasting 14, 553–63

(2000) A Test for Constant Correlations in a Multivariate GARCH Model, Journal of Econometrics 98, 107–27

Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C. (2002) A Multivariate GARCH Model with Time-varying Correlations, Journal of Business and Economic Statistics 20, 351–62

Van der Weide, R. (2002) GO-GARCH: a Multivariate Generalised Orthogonal GARCH Model, Journal of Applied Econometrics 17, 549–64

Van Eyden, R. J. (1996) The Application of Neural Networks in the Forecasting of Share Prices, Finance and Technology Publishing, Haymarket

Vrontos, I. D., Dellaportas, P. and Politis, D. N. (2000) Full Bayesian Inference for GARCH and EGARCH Models, Journal of Business and Economic Statistics 18(2), 187–98

Walter, C. and Lopez, J. (2000) Is Implied Correlation Worth Calculating? Evidence from Foreign Exchange Options, Journal of Derivatives, Spring, 65–81

Wang, G. H. K. and Yau, J. (2000) Trading Volume, Bid–Ask Spread and Price Volatility in Futures Markets, Journal of Futures Markets 20(10), 943–70

Wang, G. H. K., Yau, J. and Baptiste, T. (1997) Trading Volume, Transactions Costs in Futures Markets, Journal of Futures Markets 17(7), 757–80

Watsham, T. J. and Parramore, K. (2004) Quantitative Methods in Finance, 2nd edn, International Thompson Business Press, London

West, K. D. and Cho, D. (1995) The Predictive Ability of Several Models of Exchange Rate Volatility, Journal of Econometrics 69, 367–91

White, H. (1980) A Heteroskedasticity-consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity, Econometrica 48, 817–38

(1992) Artificial Neural Networks: Approximation and Learning Theory, Blackwell, Malden, MA (2000) A Reality Check for Data Snooping, Econometrica 68, 1097–126

Wooldridge, J. M. (2010) Econometric Analysis of Cross-section and Panel Data, 2nd edn, MIT Press, MA

Yadav, P. K., Pope, P. F. and Paudyal, K. (1994) Threshold Autoregressive Modelling in Finance: the Price Difference of Equivalent Assets, Mathematical Finance 4, 205–21

Zarowin, P. (1990) Size, Seasonality and Stock Market Overreaction, Journal of Financial and Quantitative Analysis 25, 113–25

Zellner, A. (1962) An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias, Journal of the American Statistical Association 57, 348–68

Zivot, E. and Andrews, K. (1992) Further Evidence on the Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis, Journal of Business and Economic Statistics 10, 251–70

ثبت المصطلحات

أولاً: عربي - إنجليزي

أ

المعدل R^2	Adjusted R^2
اتجاه عام طويل المدى	Long-term Trend
اتجاه عام مكسور	Broken Trend
اتساق	Consistency
آثار الرفع المالي	Leverage Effects
آثار حدّية	Marginal Effects
أثر الأسبوع	Week Effect
أثر المصفوفة	Trace of a Matrix
إجراء عددي	Numerical Procedure
احتكاكات السوق	Market Frictions
احتمال	Probability
احتمال الانتقال	Transition Probability
احداثيات	Coordinates
احصاء وصفي	Descriptive Statistics
احصاءات موجزة	Summary Statistics
إحصاءة الاختبار	Test Statistic
إحصاءة تي	t-statistic
اختبار استقرار المعلمات	Parameter Stability Test
اختبار اف	F-test
اختبار إف للكتلة	Block F-test
اختبار الأثر	Trace Test
اختبار الاعتدال (الطبيعية)	Normality Test
اختبار التكامل المشترك لبيانات البانل	Panel Cointegration Test
اختبار التنبؤ الشامل	Forecast Encompassing Test

اختبار السببيّة	Causality Test
اختبار الطيف المزدوج	Bispectrum Test
اختبار الفرضيات	Hypothesis Testing
اختبار الفرضيّات المتعدّدة	Multiple hypothesis Test
اختبار المعنوية	Test of Significance
اختبار بيرا-جارك	Bera-Jarque Test
اختبار تسلسلي	Sequential Test
اختبار تشاو	Chow test
اختبار تي	t-test
اختبار جذر الوحدة	Unit Root Test
اختبار جوهانسن للتكامل المشترك	Johansen Cointegration Test
اختبار ديكي فولر الموسّع مُتعدد المتغيّرات	Multivariate ADF
اختبار ديكي-فولر الموسّع	Augmented Dicky-Fuller test
اختبار ذو طرف واحد	One-Sided Test
اختبار ذو طرفين	Two-Sided Test
اختبار فشل التنبؤ	Predictive Failure Test
اختبار متحرك	Rolling Test
اختبار متضخم	Oversized Test
اختبار متكرر	Recursive Test
اختبار مربع كاي	Chi-square test
اختبار مشترك	Joint Test
اختبار نسبة الإمكان	Likelihood Ratio Test
اختبار هوسمان	Hausman Test
اختبار ويلكوكسون للرتب ذات الإشارة	Wilcoxon Signed-Rank Test
اختبارات التشخيص والتوصيف	Diagnostic and Specification Tests
اختبارات جذور الوحدة لبيانات البانل	Panel Unit Root Tests
اختلاف التباين	Heteroscedasticity
اختيار ثنائي	Binary Choice
أخذ الفروق	Differencing
أخطاء القياس	Measurement Errors
أخطاء في قياس المتغيّرات	Errors-in-Variables
أخطاء معياريّة حصينة	Robust Standard Errors
أخطاء معياريّة حصينة ضد اختلاف التباين	Heteroscedasticity-Robust Standard Errors
أذون الخزانة	T-bill

أذون الخزانة الأمريكيّة	US Treasury Bills
ارتباط	Correlation
ارتباط تسلسلي	Serial Correlation
ارتباط ذاتي	Autocorrelation
اس للأساس الطبيعي	Exponent
اس ليابونوف	Lyapunov Exponent
استجابات نبضيّة متعامدة	Orthogonalised Impulse Responses
استدلال إحصائي	Statistical Inference
استمثال	Optimisation
أسهم الشركات الكبرى	Blue Chip Stocks
أصل عقاري	Real Asset
اضطراب عشوائي	Random Disturbance
إعادة المعاينة	Resampling
اعتماد فائق الحساسية على الظروف الأوليّة	Sensitive Dependence on Initial Conditions (SDIC)
أعداد أصليّة	Cardinal Numbers
أعظم حد أدنى	Infimum
افضل مقدّر خطّي غير متحيّز	Best Linear Unbiased Estimator, BLUE
اقتران خطّي	Linear Association
اقتصاد قياسي مالي	Financial Econometrics
التواء	Skewness
ألفا جنسن	Jensen's Alpha
إمكان أعظم ذو المعلومات الكاملة	Full Information Maximum Likelihood (FIML)
إمكان أعظم ذو المعلومات المحدودة	Limited Information Maximum Likelihood (LIML)
انحدار	Regression
انحدار إضافي مساعد	Auxiliary Regression
انحدار السلاسل الزمنيّة	Time Series Regression
انحدار بسيط	Simple Regression
انحدار ثنائي المتغيّرات	Bivariate Regression
انحدار ذاتي من الدرجة الأولى	First Order Autoregression (AR(1))
انحدار زائف	Spurious Regression
انحدار شامل	Encompassing Regression
انحدار غير مرتبط ظاهريًا	Seemingly Unrelated Regression (SUR)
انحدار كمي	Quantile Regression
انحدار متدرج	Stepwise regression

انحدار مقطعي	Cross-sectional Regression
انحدار مقيّد	Restricted Regression
انحراف ربيعي	Quartile Deviation
انحراف معياري	Standard Deviation
انحراف معياري نصفي سالب	Negative Semi-Standard Deviation
انحرافات التقويم	Calendar Anomalies
انقطاع هيكلي	Structural Break

ب

باقي	Residual
بانل متوازن	Balanced Panel
بروبيت متعدد الحدود	Multinomial Probit
بروبيت مرتّب	Ordered Probit
بوتستراب	Bootstrap
بيانات البانل	Panel Data
بيانات طوْلية	Longitudinal Data
بيانات غير مستقلة	Non-independent Data
بيانات متقطعة	Discrete data
بيانات مجمعة	Pooled Data
بيانات مستمرة	Continuous Data
بيانات مقطعية عرضية	Cross-Sectional Data
بيتا	Beta
بيع مكشوف	Short-Selling

ت

تأثير الحجم	Size Effect
تأثير حجم الشركة	Firm Size Effect
تأثير يوم الأسبوع	Day-of-the-Week Effect
تأثير رد الفعل المفرط	Overreaction Effect
تأثيرات التقويم	Calendar Effects
تأثيرات الفترة الزمنيّة	Period Effects
تأثيرات ثابتة زمنيًا	Time Fixed Effects
تاريخ التغيّر	Break Date
تباين	Variance

Residual Variance	تباين البواقي
Conditional Variance	تباين شرطي
Unconditional Variance	تباين غير شرطي
Negative Semi-Variance	تباين نصفي سالب
Dependence	تبعيّة
Homoscedasticity	تجانس التباين
Data Snooping	تجريب البيانات
Volatility Pooling	تجميع التقلب
Risk Averse	تجنب المخاطر
Identification	تحديد النموذج
Confirmatory Data Analysis	تحليل البيانات التأكيدي
Variance Decomposition	تحليل التباين
Sensitivity Analysis	تحليل الحساسية
Principal Components Analysis (PCA)	تحليل المكوّنات الرئيسة
Factorization	تحليل إلى عوامل
Factor Analysis	تحليل عاملي
Hedge	تحوط (تغطية)
Self-Selection Bias	تحيّز الانتقاء الذاتي
Omitted Variable Bias	تحيّز المتغيّر المهمل
Simultaneous Equations Bias	تحيز المعادلات الآنية
Sample Selection Bias	تحيّز في اختيار مُفردات العيّنة
Low Discrepancy Sequencing	تسلسل ذو فروق منخفضة
Factor Loadings	تشبعات عامليّة
Diagnostic Checking	تشخيص النموذج
Noise	تشويش
White Noise	تشويش أبيض
Stochastic	تصادفي
Sovereign Credit Rating	تصنيف ائتماني سيادي
Correlogram	تصوير الارتباط
Volatility	تقلب
Historical Volatility	تقلب تاريخي
Implied Volatility	تقلب ضمني
Normalisation	تطبيع
Covered Interest Parity	تعادل أسعار الفائدة المغطاة

تعادل أسعار الفائدة المكشوفة	Uncovered Interest Parity
تعادل القوّة الشرائية	Purchasing Power Parity (PPP)
تعادل مركزي	Central Parity
تعدد خطّي (تعدد العلاقات الخطّية)	Multicollinearity
تعدد خطّي تام	Perfect Multicollinearity
تغاير	Covariance
تغاير ذاتي	Autocovariance
تغيّرية	Variability
تغيّرية المعاينة	Sampling Variability
تفاضل	Differenciation
تفرطح	Kurtosis
تفرطح ضعيف	Leptokurtosis
تقدير	Estimation
تقدير بنقطة	Point Estimate
تقدير حصين	Robust Estimation
تقدير مُتكرّر	Recursive Estimation
تقدير مُفرط	Overestimation
تقدير ناقص	Underestimation
تقريب	Approximation
تقليص عدد الأبعاد	Dimensionality Reduction
تقنية تقليل التباين	Variance Reduction Technique
تقنية جوهانسون	Johansen Technique
تكاليف المعاملات	Transactions Costs
تكامل	Integration
تكامل مشترك	Cointegration
تكلفة الاحتفاظ	Cost of Carry
تكرار البيانات	Frequency of the data
تنبؤ الفترة	Interval Forecast
تنبؤ النقطة	Point Forecast
تنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل	One-Step-Ahead Forecast
تنبؤ خارج العينة	Out-of-sample Forecast
تنبؤ داخل العينة	In-sample Forecast
تنبؤ متعددة الخطوات للمستقبل	Multi-Step-Ahead Forecast
تنقيب في البيانات	Data Mining

Data Revisions	تنقيحات البيانات
Standardisation	توحيد معياري
Probability Distribution	توزيع احتمالي
Exponential Distribution	توزيع أسي
F Distribution	توزيع إف
Generalised Error Distribution	توزيع الخطأ المعمم
Poisson Distribution	توزيع بواسون
Cumulative Distribution	توزيع تراكمي
t Distribution	توزيع تي
Gaussian Distribution	توزيع جاوسي
Binomial Distribution	توزيع ذو الحدين
Mesokurtic Distribution	توزيع ذو تفرطح معتدل
Normal Distribution	توزيع طبيعي
Log-normal Distribution	توزيع طبيعي لوغاريتمي
Leptokurtic Distribution	توزيع مدبّب
Chi-squared Distribution	توزيع مربع كاي
Platykurtic Distribution	توزيع مفرطح
Fit	توفيق
Overfitting	توفيق النموذج بعدد من المتغيّرات أكثر من المطلوب
Conditional Expectation	توقع شرطي
Naive Expectation	توقع مُبسّط
Rational Expectations	توقعات رشيدة
Market Timing	توقيت السوق
Linear Combination	توليفة خطية

ج

Spreadsheet	جدول البيانات
Seasonal unit root	جذر الوحدة الموسمي
Square Root of the Mean Squared Error (RMSE)	جذر متوسّط الخطأ التربيعي
Complex roots	جذور مركبة
Characteristic Roots	جذور مميزة
Goodness of Fit	جودة التوفيق

ح

حجم الاختبار	Size of the Test
حد أدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال	Minimum Capital Risk Requirement
حد اضطراب	Disturbance Term
حد التجديد	Innovation Term
حد تصحيح الخطأ	Error Correction Term
حد جزاء	Penalty Term
حد كفء	Efficient Frontier
حد كفء من حيث الموازنة بين العائد والخطر	Mean-Variance Efficient Frontier
حدود متزامنة	Contemporaneous Terms
حركة براونية هندسية	Geometric Brownian Motion
حساب التفاضل	Differential Calculus

خ

خارجيّة	Exogeneity
خاصّية المقاربة	Asymptotic Property
خط أفضل توفيق	Line of Best Fit
خط سوق رأس المال	Capital Market Line (CML)
خط مستقيم	Straight Line
خطأ التنبؤ	Forecast Error
خطأ المعاينة	Sampling Error
خطأ سوء التوصيف	Misspecification Error
خطأ من النوع الأول	Type I Error
خطأ من النوع الثاني	Type II Error
خطر ضمني	Default Risk
خطر غير مرتبط بحركة السوق	Idiosyncratic Risk
خطّية	Linearity
خوارزميّة التبسيط	Simplex Algorithm
خوارزمية ماركوارت	Marquardt Algorithm
خيار البيع	Put Option
خيار الشراء	Call option

د

Endogeneity	داخليّة
Exponential Function	دالة أسية
Autocorrelation Function (ACF)	دالة الارتباط الذاتي
Partial Autocorrelation Function (PACF)	دالة الارتباط الذاتي الجزئي
Likelihood Function	دالة الإمكان
Cumulative Density Function (CDF)	دالة التوزيع التراكمي
Loss Function	دالة الخسارة
Probability Density Function (PDF)	دالة الكثافة الاحتمالية
Sample Regression Function (SRF)	دالة انحدار العيّنة
Population Regression Function (PRF)	دالة انحدار المجتمع
Quadratic function	دالة تربيعية
Conditional Quantile Function	دالة كميّة شرطية
Event Study	دراسة الحدث
Degrees of Freedom	درجات الحريّة
Order of Integration	درجة التكامل
Degree of persistence	درجة الثبات
Degree of Uncertainty	درجة عدم التيقن
Accuracy	دقّة
Impulse Response Functions	دوال الاستجابة النبضية

ر

First Quartile	ربيع أول
Third Quartile	ربيع ثالث
Second Quartile	ربيع ثاني
Rank of a Matrix	رتبة مصفوفة
Scatter Plot	رسم انتشار
Graph	رسم بياني
Market Capitalisation	رسملة سوقيّة
Subscipt	رمز سفلي
Copulas	روابط
Gaussian Copulas	روابط جاوسية
Clayton Copulas	روابط كلايتون

ز

زخم	Momentum

س

ساكن	Stationary
سببية أحادية الاتجاه	Unidirectional Causality
سببية ثنائية الاتجاه	Bi-directional Causality
سببية جرانجر	Granger Causality
سحوبات عشوائية	Random Draws
سعر آجل	Forward Rate
سعر آجل غير مُتحيّز	Forward Rate Unbiasedness
سعر الخيار	Option Price
سعر فوري	Spot Price
سعر مساوي لسعر العملية السابقة	Zero-tick
سكون تام	Strict Stationarity
سكون ضعيف	Weak Stationarity
سلسلة اسميّة	Nominal Series
سلسلة حقيقيّة	Real Series
سلسلة زمنية أحادية المتغيّر	Univariate Time Series
سلسلة ساكنة في الفروق	Difference Stationary Series
سلوك مقارب	Asymptotic Behaviour
سهم مضمون	Gilt
سوق الأوراق المالية في المملكة المتحدة	UK Stock Market
سوق السندات	bond market
سير عشوائي	Random Walk
سير عشوائي بحد ثابت	Random Walk with Drift

ش

شرط الترتيب	Order Condition
شرط الرتبة	Rank Condition
شركة مقاصة الخيارات	Options Clearing Corporation

ص

Unit shock	صدمة الوحدة
Mutual Funds	صناديق الاستثمار المشتركة
Unit Trust	صندوق حصص استثمار
Double Logarithmic Form	صيغة لوغاريتمية مزدوجة

ط

Method of Maximum Likelihood	طريقة الإمكان الأعظم
Method of Moments	طريقة العزوم
Generalised Method of Moments (GMM)	طريقة العزوم المعمّمة
Least Squares Dummy Variables (LSDV)	طريقة المربعات الصغرى ذات المتغيّرات الوهميّة
Unidirectional Forwards Method	الطريقة الأمامية أحادية الاتجاه
Lag Length	طول فترة الإبطاء

ع

Operator	عامل
Backshift Operator	عامل الإزاحة الخلفي
Lag Operator	عامل التباطؤ
Return	عائد
Redemption Yield	عائد الاسترداد
Bond Yield	عائد السند
Risky Portfolio Return	عائد المحفظة الخطرة
Yields	عائدات
Pseudo-Random Number	عدد شبه عشوائي
Scalar	عدد قياسي
Unbiasedness	عدم التحيّز
Deterministic Non-Stationarity	عدم سكون حتمي
First Decile	عُشير أول
Lead–lag Relationships	علاقات تقدّم وتأخر
Collinearity	علاقة خطية متداخلة
Long-run Relationship	علاقة طويلة الأجل
Risk Premium	علاوة المخاطرة
Market Risk Premium	علاوة مخاطرة السوق

عمليات غير متجانسة	Heterogeneous processes
عملية اتجاه عام ساكنة	Trend Stationary Process
عمليّة المتوسط المتحرك	Moving Average Process
عمليّة انحدار ذاتي	Autoregressive Process
عمليّة تغاير ساكنة	Covariance Stationary Process
عمليّة توليد البيانات	Data Generating Process (DGP)
عمليّة ساكنة تماماً	Strictly Stationary Process
عمليّة ساكنة ذات اتجاه عام مكسور	Broken Trend Stationary Process
عمليّة ضعيفة السكون	Weakly Stationary Process
عمليّة متفجّرة	Explosive Process
عنقوديّة التقلب	Volatility Clustering
عوائد تراكمية مستمرة	Continuously Compounded Returns
عودة إلى المتوسّط	Mean Reverting
عيّنة	Sample
عينة طبقية	Stratified Sample
عيّنة مُتناهية	Finite Sample
عيّنة مجمّعة	Pooled Sample

ف

فائض العوائد	Excess Returns
فترة إبطاء	Lag
فترة الثقة	Confidence Interval
فرص مراجحة خالية من المخاطرة	Riskless Arbitrage Opportunities
فرضيّات غير مُتداخلة	Non-Nested Hypotheses
فرضيّة أحاديّة	Single hypothesis
فرضيّة التوقعات	Expectations Hypothesis
فرضيّة العدم	Null Hypothesis
فرضية بديلة	Alternative Hypothesis
فرضيّة تسلسل اختيار مصادر التمويل	Pecking Order Hypothesis
فرضيّة كفاءة السوق	Efficient Market Hypothesis
فرضية مشتركة	Joint Hypothesis
فرق أول	First Difference
فوضى حتميّة	Deterministic Chaos

ق

قابل للعكس	Invertible
قابليّة التحكم	Controllability
قابلية العكس	Invertibility
قانون الأعداد الكبيرة	Law of Large Numbers
قطاعات ناضجة	Mature Sectors
قوّة الاختبار	Power of a Test
قيم متطرفة	Extreme Values
قيمة احتمالية (أو قيمة بي)	p-Value
قيمة التقسيم الجزئي	Qantile
قيمة العتبة	Threshold Value
قيمة حرجة	Critical Value
قيمة ذاتية	Eigenvalue
قيمة شاذة	Outlier
قيمة مُتباطئة (أو مؤخّرة)	Lagged Value
قيمة متوقَعة	Expected Value
قيمة معرّضة للمخاطر	Value-at-Risk
قيمة مُقدّرة	Estimate
قيود العوامل المشتركة	Common Factor Restrictions
قيود المعادلات المتقاطعة	Cross-Equation Restrictions
قيود عدم السلبيّة	Non-negativity Constraints

ك

كثافة مُشتركة	Joint Density
كفاءة	Efficiency
كمي	Quantitative

ل

لقطة الشاشة	Screenshot
لوجيت متعدد الحدود	Multinomial Logit
لوجيت مرتّب	Ordered Logit
لوغاريتم	Logarithm
لوغاريتم دالة الإمكان	Log-Likelihood Function (LLF)

م

مبدأ الشمولية	Encompassing Principle
متباينة	Inequality
متتاليات شبه عشوائيّة من السحوبات	Quasi-Random Sequences of Draws
متجانس التباين	Homoscedastic
متّجه	Vector
متّجه التكامل المشترك	Cointegrating Vector
متجه المتوسط المتحرك	Vector Moving Average (VMA)
متجه ذاتي	Eigenvector
متّجه صفّي	Row Vector
متّجه عمودي	Column Vector
متحيّز للأسفل	Biased Downward
مُتعامد	Orthogonal
متغيّر	Variable
متغيّر أداتي	Instrumental variable (IV)
متغيّر استجابة	Response Variable
متغيّر استجابة مُرتّب	Ordered Response Variable
متغيّر الدفع	Forcing Variable
متغيّر انحداري	Regressor
متغيّر تابع مبتور	Truncated Dependent Variable
متغيّر تابع مُتباطىء	Lagged Dependent Variable
متغيّر تابع محدود	Limited Dependent Variable
متغيّر تابع محصور	Censored Dependent Variable
متغيّر ترتيبي	Ordinal Variable
متغيّر حالة	State Variable
متغيّر خارجي تام	Strictly Exogenous Variable
متغيّر داخلي	Endogenous Variable
متغيّر عشوائي	Random Variable
متغيّر عشوائي طبيعي معياري	Standard Normally Distributed Random Variable
متغيّر عشوائي متقطّع	Discrete Random Variable
متغيّر ليس له علاقة بالظاهرة	Irrelevant variable
متغيّر محدد مسبقاً	Predetermined Variable
متغيّر مُستمر (مُتّصل)	Continuous Variable

Explanatory variable	متغيّر مُفسِّر
Regressand	متغيّر منحدر عليه
Proxy	متغيّر وكيل (بديل)
Dummy Variable	متغيّر وهمي (أو صوري)
Interactive Dummy Variable	متغيّر وهمي تفاعلي
Intercept Dummy Variable	متغيّر وهمي للمقطع
Slope Dummy Variable	متغيّر وهمي للميل
Control Variates	متغيّرات التحكم
Exogenous Variables	متغيّرات خارجية
Antithetic Variates	متغيّرات مضادة
Symmetric	متماثل
Mean Absolute Percentage Error (MAPE)	متوسط الخطأ النسبي المطلق
Mean Squared Error	متوسط الخطأ التربيعي
Mean Absolute Error (MAE)	متوسط الخطأ المطلق
Conditional Mean	مُتوسط شرطي
Weighted Average	مُتوسّط مُرجح
Population	مجتمع إحصائي
Explained Sum of Squares (ESS)	مجموع المربعات المفسَّرة
Total Sum of Squares (TSS)	مجموع كلي للمربعات
Residual Sum of Squares (RSS)	مجموع مربعات البواقي
Monte carlo simulation	محاكاة مونت كارلو
Determinant	محدد
Minimum-Variance Portfolio	محفظة الحد الأدنى للتباين
Optimal Portfolio	محفظة مثلى
X-axis	محور سيني
Y-axis	محور صادي
Systematic Risk	مخاطرة منتظمة
Heteroscedastic	مختلف التباين
Range	مدى
Arbitrage	مُراجحة
Two-Stage Least Squares (TSLS)	المربعات الصغرى ذات المرحلتين
Three-stage Least Squares (3SLS)	مربعات صغرى ذات ثلاث مراحل
Ordinary Least Squares (OLS)	مربعات صغرى عادية
Non-linear Least Squares (NLS)	مربعات صغرى غير خطّية

مربعات صغرى غير مباشرة	Indirect Least Squares (ILS)
مربعات صُغرى مُتكررة	Recursive Least Squares
مربعات صغرى مرجّحة	Weighted Least Squares (WLS)
مربعات صغرى معمّمة	Generalised Least Squares (GLS)
مرشح كالمان	Kalman Filter
مرشح هاميلتون	Hamilton's filter
مرونة	Elasticity
مسألة تخصيص المحفظة المالية لماركويتز	Markowitz Portfolio Allocation Problem
مُستعدل	Normalised
مُستقل ومُوزّع بشكل مُتطابق	iid
مستوى المعنوية	Significance Level
مستوى المعنوية الحدّية	Marginal Significance Level
مستوى المعنوية المضبوط	Exact Significance Level
مشتقة رياضية	Mathematical Derivative
مصداقية	Reliability
مصفوفات متوافقة	Conformable Matrices
مصفوفة	Matrix
مصفوفة التباين والتغاير	Variance-Covariance Matrix
مصفوفة التجاوز الحيزي	Spatial Contiguity Matrix
مصفوفة المسافة	Distance Matrix
مصفوفة الوحدة	Identity Matrix
مصفوفة ذات رتبة غير كاملة	Short Rank Matrix
مصفوفة ذات رتبة كاملة	Matrix of Full Rank
مصفوفة شاذة	Singular Matrix
مصفوفة صفرية	Zero Matrix
مصفوفة قطرية	Diagonal Matrix
مصفوفة متماثلة	Symmetric Matrix
مصفوفة مربعة	Square matrix
مُضاعف (مضروب) لاجرانج	Lagrange Multiplier
مطابقة العزوم	Moment Matching
معادلة الشكل المختزل	Reduced Form Equation
معادلة تامة التحديد	Exactly identified Equation (Just Identified)
معادلة زائدة التحديد	Overidentified Equation
معادلة غير محددة	Unidentified Equation

Characteristic Equation	معادلة مميزة
Underidentified Equation	معادلة ناقصة التحديد
Pearson's Product Moment Correlation	معامل ارتباط جداء-عزم بيرسون
Coefficient of Variation	معامل الاختلاف
Stratified Sampling	معاينـــة طبقيـــة
Information Criteria	معايير المعلومات
Risk-Free Rate of Interest	معدّل الفائدة الخالي من المخاطرة
Risk-Free Rate	معدل خالي من المخاطرة
Inverse of a Matrix	معكوس المصفوفة
Nuisance Parameters	معلمات الإزعاج
Parameter	معلمة
Delay Parameter	معلمة التأخير
Parametric	معلمي
Statistically Significant	معنوي إحصائياً
Highly Statistically Significant	معنويّة إحصائية عالية
Akaike's Information Criterion (AIC)	معيار اكايكي للمعلومات
Convergence Criterion	معيار التقارب
Schwarz's Bayesian information criterion (SBIC)	معيار المعلومات البايزي لشوارز
Hannan-Quinn criterion (HQIC)	معيار هنان-كوين
Antilogarithm	مقابل لوغاريتم
Asymptotic	مُقاربة
Measures of Association	مقاييس الترابط
Measures of spread	مقاييس التشتت
Measures of Location	مقاييس الموضع
Measures of Central Tendency	مقاييس النزعة المركزية
Estimator	مقدّر
Daily Range Estimator	مُقدّر المدى اليومي
Between Estimator	مُقدّر بيني
Within Estimator	مُقدّر ضمني
Unbiased Estimator	مقدّر غير متحيّز
Efficient Estimator	مقدّر كفء
Biased Estimator	مقدّر متحيّز
Consistent Estimator	مقدّر مُتّسق (متناسق)
Intercept	مقطع

مقياس ترتيبي	Ordinal Scale
مكمش	Deflator
مكمش الأسعار الضمني للناتج المحلي الإجمالي	GDP Implicit Price Deflator
ملف عمل	Workfile
مُنحنى تأثير الأخبار	News impact curve
منطقة الرفض	Rejection Region
منطقة عدم الرفض	Non-Rejection Region
منفعة	Utility
منقول المصفوفة	Transpose of a Matrix
منهج النمذجة من الخاص إلى العام	Specific-to-General Approach
منهجيّة التدرّج من العام إلى الخاص	General-to-Specific Methodology
منوال	Mode
موجة جيبية متناقصة	Damped Sine Wave
موسميّة	Seasonality
مؤشر أسعار الاستهلاك	Consumer Price Index (CPI)
موقف طويل الأجل	Long Postion
ميل	Slope
مئين	Percentile

ن

ناتج محلي إجمالي	Gross Domestic Product (GDP)
نافذة متحرّكة	Rolling Window
نافذة متكررة	Recursive Window
نسبة التحوّط المثلى	Optimal Hedge Ratio
نسبة الرّفع المالي	Leverage Ratio
نسبة تي	t-ratio
نسبة شارب للمحفظة	Sharp Ratio Portfolio
نسبة عائد السندات إلى الأسهم	Gilt–Equity Yield Ratio
نصف المدى الربيعي	Semi-Interquartile Range
نظام ثلاثي	Triangular System
نظريّة التسعير بالمراجحة	Arbitrage Pricing Theory (APT)
نظرية التمثيل لجرانجر	Granger Representation Theorem
نظريّة الحد المركزي	Central limit theorem
نظريّة المقاربة	Asymptotic Theory

Wold's Decomposition Theorem	نظرية وولد للتحليل
Moneyness	نقدية (أو درجة النقدية)
Turning Point	نقطة التحول
Simultaneous Equations Models	نماذج المعادلات الانية
Multivariate models	نماذج متعددة المتغيّرات
Integrated GARCH Model	نموذج GARCH المتكامل
Static Model	نموذج إستاتيكي (ثابت)
Distributed Lag Model	نموذج الإبطاء الموزّع
Linear Probability Model	نموذج الاحتمال الخطّي
Discrete Choice Model	نموذج الاختيار المنفصل
Constant Conditional Correlation Model	نموذج الارتباط الشرطي الثابت
Dynamic Conditional Correlation Model	نموذج الارتباط الشرطي الديناميكي
Bicorrelation Model	نموذج الارتباط المزدوج
Exponential Regression Model	نموذج الانحدار الأسي
Classical Linear Regression Model (CLRM)	نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي
Autoregressive Model	نموذج الانحدار الذاتي
Autoregressive Conditionally Heteroscedastic Model (ARCH)	نموذج الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين
Threshold Autoregressive Model (TAR)	نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات
Self Exciting Threshold Autoregressive Model (SETAR)	نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المثار ذاتياً
Autoregressive Distributed Lag Models (ADL)	نموذج الانحدار الذاتي للإبطاء الموزّع
Autoregressive Volatility Model (ARV)	نموذج الانحدار الذاتي للتقلب
Autoregressive Moving Average Model (ARMA)	نموذج الانحدار الذاتي للمتوسّط المتحرّك
Autoregressive Integrated Moving Average Model (ARIMA)	نموذج الانحدار الذاتي للمتوسّطات المتحرّكة المتكاملة
Stochastic Volatility Model	نموذج التقلب التصادُفي
Fractionally Integrated Model	نموذج التكامل الكسري
Exponential Smoothing Model	نموذج التمهيد الأسي
Neural Network Model	نموذج الشبكات العصبية
Artificial Neural Networks Model (ANN)	نموذج الشبكات العصبية الاصطناعية
Hybrid Threshold Model	نموذج العتبة الهجين
Factor Model	نموذج العوامل
Unconditional Density Model	نموذج الكثافة اللاشرطية
Exponentially Weighted Moving Average Model (EWMA)	نموذج المتوسّط المتحرّك المرجح أسيًا
Exponential Growth Model	نموذج النمو الأسي
Fixed Effects Panel Model	نموذج بانل بتأثيرات ثابتة

Fixed Effects Model	نموذج بتأثيرات ثابتة
Time-Fixed Effects Model	نموذج بتأثيرات ثابتة زمنياً
Random Effects Model	نموذج بتأثيرات عشوائية
Probit Model	نموذج بروبيت (الوحدة الاحتمالية)
Regime Switching Model	نموذج تبديل النظام
Additive Model	نموذج تجميعي
Capital Asset Pricing Model (CAPM)	نموذج تسعير الأصول الرأسمالية
Hedonic Pricing Model	نموذج تسعير المنفعة
Equilibrium Correction Model	نموذج تصحيح التوازن
Error Correction Model	نموذج تصحيح الخطأ
Piecewise Linear Model	نموذج خطي القِطع
Dynamic Model	نموذج ديناميكي
Long Memory Model	نموذج ذو ذاكرة طويلة
Parsimonious Model	نموذج شحيح
Multiplicative Model	نموذج ضربي
State Space Model	نموذج فضاء الحالة
Logit Model	نموذج لوجيت (لوغاريتم نسبة الاحتمال)
Markov Switching Regime Model	نموذج ماركوف لتبديل النظام
Vector Autoregressive Model (VAR)	نموذج متجه الانحدار الذاتي
Vector Error Correction Model (VECM)	نموذج متجه تصحيح الخطأ
Generalised Unrestricted Model	نموذج معمّم غير مُقيّد
Structural Model	نموذج هيكلي
Univariate Approach	نهج أحادي المتغيّر
Engle-Granger 2-step approach	نهج انجل-جرانجر ذو الخطوتين
Multivariate Approach	نهج متعدد المتغيّرات
Qualitative	نوعي

هـ

Bid–Ask Spread	هامش الشراء والبيع
Market Microstructure	هيكل جُزئي للسوق
Term Structure	هيكل زمني

و

وحدة المزايدة السعريّة	Tick Size
وسط (متوسط)	Mean
وسط حسابي	Arithmetic Mean
وسط غير شرطي	Unconditional Mean
وسط هندسي	Geometric Mean
وسيط	Median

ثانياً: إنجليزي – عربي

A

Accuracy	دقّة
Additive Model	نموذج تجميعي
Adjusted R^2	R^2 المعدل
Akaike's Information Criterion (AIC)	معيار اكايكي للمعلومات
Alternative Hypothesis	فرضية بديلة
Antilogarithm	مقابل لوغاريتم
Antithetic Variates	متغيّرات مضادة
Approximation	تقريب
Arbitrage	مُراجحة
Arbitrage Pricing Theory (APT)	نظريّة التسعير بالمراجحة
Arithmetic Mean	وسط حسابي
Artificial Neural Networks Model (ANN)	نموذج الشبكات العصبية الاصطناعية
Asymptotic	نموذج الآثار مُقاربة
Asymptotic Behaviour	سلوك مقارب
Asymptotic Property	خاصّية المقاربة
Asymptotic Theory	نظريّة المقاربة
Augmented Dicky-Fuller test	اختبار ديكي–فولر الموسّع
Autocorrelation	ارتباط ذاتي
Autocorrelation Function (ACF)	دالة الارتباط الذاتي
Autocovariance	تغاير ذاتي
Autoregressive Conditionally Heteroscedastic Model (ARCH)	نموذج الانحدار الذاتي الشرطي غير مُتجانس التباين
Autoregressive Distributed Lag Models (ADL)	نموذج الانحدار الذاتي للإبطاء الموزّع
Autoregressive Integrated Moving Average Model (ARIMA)	نموذج الانحدار الذاتي للمتوسّطات المتحرّكة المتكاملة
Autoregressive Model	نموذج الانحدار الذاتي
Autoregressive Moving Average Model (ARMA)	نموذج الانحدار الذاتي للمتوسّط المتحرّك
Autoregressive Process	عمليّة انحدار ذاتي
Autoregressive Volatility Model (ARV)	نموذج الانحدار الذاتي للتقلب
Auxiliary Regression	انحدار إضافي مساعد

B

Backshift Operator	عامل الإزاحة الخلفي
Balanced Panel	بانل متوازن
Bera-Jarque Test	اختبار بيرا–جارك
Best Linear Unbiased Estimator, BLUE	أفضل مقدّر خطّي غير متحيّز
Beta	بيتا
Between Estimator	مُقدّر بيني
Bi-directional Causality	سببية ثنائية الاتجاه
Biased Downward	متحيّز للأسفل
Biased Estimator	مقدّر متحيّز
Bicorrelation Model	نموذج الارتباط المزدوج
Bid–Ask Spread	هامش الشراء والبيع
Binary Choice	اختيار ثنائي
Binomial Distribution	توزيع ذو الحدين
Bispectrum Test	اختبار الطيف المزدوج
Bivariate Regression	انحدار ثنائي المتغيّرات
Block F-test	اختبار إف للكتلة
Blue Chip Stocks	أسهم الشركات الكبرى
Bond market	سوق السندات
Bond Yield	عائد السند
Bootstrap	بوتستراب
Break Date	تاريخ التغيّر
Broken Trend	اتجاه عام مكسور
Broken Trend Stationary Process	عمليّة ساكنة ذات اتجاه عام مكسور

C

Calendar Anomalies	انحرافات التقويم
Calendar Effects	تأثيرات التقويم
Call option	خيار الشراء
Capital Asset Pricing Model (CAPM)	نموذج تسعير الأصول الرأسمالية
Capital Market Line (CML)	خط سوق رأس المال
Cardinal Numbers	أعداد أصليّة

Causality Test	اختبار السببيّة
Censored Dependent Variable	متغيّر تابع محصور
Central limit theorem	نظريّة الحد المركزي
Central Parity	تعادل مركزي
Characteristic Equation	معادلة مميزة
Characteristic Roots	جذور مميزة
Chi-squared Distribution	توزيع مربع كاي
Chi-square Test	اختبار مربع كاي
Chow Test	اختبار تشاو
Classical Linear Regression Model (CLRM)	نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي
Clayton Copulas	روابط كلايتون
Coefficient of Variation	معامل الاختلاف
Cointegrating Vector	متّجه التكامل المشترك
Cointegration	تكامل مشترك
Collinearity	علاقة خطية متداخلة
Column Vector	متّجه عمودي
Common Factor Restrictions	قيود العوامل المشتركة
Complex Roots	جذور مركبة
Conditional Expectation	توقع شرطي
Conditional Mean	مُتوسط شرطي
Conditional Quantile Function	دالة كميّة شرطية
Conditional Variance	تباين شرطي
Confidence Interval	فترة الثقة
Confirmatory Data Analysis	تحليل البيانات التأكيدي
Conformable Matrices	مصفوفات متوافقة
Consistency	اتساق
Consistent Estimator	مقدّر مُتّسق (متناسق)
Constant Conditional Correlation Model	نموذج الارتباط الشرطي الثابت
Consumer Price Index (CPI)	مؤشر أسعار الاستهلاك
Contemporaneous Terms	حدود متزامنة
Continuous data	بيانات مستمرة
Continuous Variable	متغيّر مُستمر (مُتّصل)
Continuously Compounded Returns	عوائد تراكمية مستمرة
Control Variates	متغيّرات التحكم

Controllability	قابليّة التحكم
Convergence Criterion	معيار التقارب
Coordinates	إحداثيات
Copulas	روابط
Correlation	ارتباط
Correlogram	تصوير الارتباط
Cost of Carry	تكلفة الاحتفاظ
Covariance	تغاير
Covariance Stationary Process	عمليّة تغاير ساكنة
Covered Interest Parity	تعادل أسعار الفائدة المغطاة
Critical Value	قيمة حرجة
Cross-Equation Restrictions	قيود المعادلات المتقاطعة
Cross-Sectional Data	بيانات مقطعية عرضية
Cross-sectional Regression	انحدار مقطعي
Cumulative Density Function (CDF)	دالة التوزيع التّراكمي
Cumulative Distribution	توزيع تراكمي

D

Daily Range Estimator	مُقدّر المدى اليومي
Damped Sine Wave	موجة جيبية متناقصة
Data Generating Process (DGP)	عمليّة توليد البيانات
Data Mining	تنقيب في البيانات
Data Revisions	تنقيحات البيانات
Data Snooping	تجريب البيانات
Day-of-the-Week Effect	تأثير يوم الأسبوع
Default Risk	خطر ضمني
Deflator	مكمش
Degree of persistence	درجة الثبات
Degree of Uncertainty	درجة عدم التيقن
Degrees of Freedom	درجات الحريّة
Delay Parameter	معلمة التأخير
Dependence	تبعيّة
Descriptive Statistics	إحصاء وصفي
Determinant	محدد

Deterministic Chaos	فوضى حتميّة
Deterministic Non-Stationarity	عدم سكون حتمي
Diagnostic and Specification Tests	اختبارات التشخيص والتوصيف
Diagnostic Checking	تشخيص النموذج
Diagonal Matrix	مصفوفة قطرية
Difference Stationary Series	سلسلة ساكنة في الفروق
Differenciation	تفاضل
Differencing	أخذ الفروق
Differential Calculus	حساب التفاضل
Dimensionality Reduction	تقليص عدد الأبعاد
Discrete Choice Model	نموذج الاختيار المنفصل
Discrete data	بيانات متقطعة
Discrete Random Variable	متغيّر عشوائي متقطّع
Distance Matrix	مصفوفة المسافة
Distributed Lag Model	نموذج الإبطاء الموزّع
Disturbance Term	حد اضطراب
Double Logarithmic Form	صيغة لوغاريتمية مزدوجة
Dummy Variable	متغيّر وهمي (أو صوري)
Dynamic Conditional Correlation Model	نموذج الارتباط الشرطي الديناميكي
Dynamic Model	نموذج ديناميكي

E

Efficiency	كفاءة
Efficient Estimator	مقدّر كفء
Efficient Frontier	حد كفء
Efficient Market Hypothesis	فرضيّة كفاءة السوق
Eigenvalue	قيمة ذاتية
Eigenvector	متجه ذاتي
Elasticity	مرونة
Encompassing Principle	مبدأ الشمولية
Encompassing Regression	انحدار شامل
Endogeneity	داخليّة
Endogenous Variable	متغيّر داخلي
Engle-Granger 2-step approach	نهج انجل-جرانجر ذو الخطوتين

Equilibrium Correction Model	نموذج تصحيح التوازن
Error Correction Model	نموذج تصحيح الخطأ
Error Correction Term	حد تصحيح الخطأ
Errors-in-Variables	أخطاء في قياس المتغيّرات
Estimate	قيمة مُقدّرة
Estimation	تقدير
Estimator	مقدر
Event Study	دراسة الحدث
Exact Significance Level	مستوى المعنوية المضبوط
Exactly identified Equation (Just Identified)	معادلة تامة التحديد
Excess Returns	فائض العوائد
Exogeneity	خارجيّة
Exogenous Variables	متغيّرات خارجية
Expectations Hypothesis	فرضيّة التوقعات
Expected Value	قيمة متوقَعة
Explained Sum of Squares (ESS)	مجموع المربعات المفسَّرة
Explanatory variable	متغيّر مفسِّر
Explosive Process	عمليّة متفجّرة
Exponent	اس للأساس الطبيعي
Exponential Distribution	توزيع أسي
Exponential Function	دالة أسية
Exponential Growth Model	نموذج النمو الأسي
Exponential Regression Model	نموذج الانحدار الأسي
Exponential Smoothing Model	نموذج التمهيد الأسي
Exponentially Weighted Moving Average Model (EWMA)	نموذج المتوسّط المتحرّك المرجح أسيًا
Extreme Values	قيم متطرفة

F

F Distribution	توزيع إف
Factor Analysis	تحليل عاملي
Factor Loadings	تشبعات عامليّة
Factor Model	نموذج العوامل
Factorization	تحليل إلى عوامل

Financial Econometrics	اقتصاد قياسي مالي
Finite Sample	عيّنة مُتناهية
Firm Size Effect	تأثير حجم الشركة
First Decile	عُشير أول
First Difference	فرق أول
First Order Autoregression (AR(1))	انحدار ذاتي من الدرجة الأولى
First Quartile	ربيع أول
Fit	توفيق
Fixed Effects Model	نموذج بتأثيرات ثابتة
Fixed Effects Panel Model	نموذج بانل بتأثيرات ثابتة
Forcing Variable	متغيّر الدفع
Forecast Encompassing Test	اختبار التنبؤ الشامل
Forecast Error	خطأ التنبؤ
Forward Rate	سعر آجل
Forward Rate Unbiasedness	سعر آجل غير مُتحيّز
Fractionally Integrated Model	نموذج التكامل الكسري
Frequency of the data	تكرار البيانات
F-test	اختبار اف
Full Information Maximum Likelihood (FIML)	إمكان أعظم ذو المعلومات الكاملة

G

Gaussian Copulas	روابط جاوسية
Gaussian Distribution	توزيع جاوسي
GDP Implicit Price Deflator	مكمش الأسعار الضمني للناتج المحلي الإجمالي
Generalised Error Distribution	توزيع الخطأ المعمم
Generalised Least Squares (GLS)	مربّعات صغرى معمّمة
Generalised Method of Moments (GMM)	طريقة العزوم المعمّمة
Generalised Unrestricted Model	نموذج معمّم غير مُقيّد
General-to-Specific Methodology	منهجيّة التدرّج من العام إلى الخاص
Geometric Brownian Motion	حركة براونية هندسية
Geometric Mean	وسط هندسي
Gilt	سهم مضمون
Gilt–Equity Yield Ratio	نسبة عائد السندات إلى الأسهم

Goodness of Fit	جودة التوفيق
Granger Causality	سببية جرانجر
Granger Representation Theorem	نظرية التمثيل لجرانجر
Graph	رسم بياني
Gross Domestic Product (GDP)	ناتج محلي إجمالي

H

Hamilton's filter	مرشح هاميلتون
Hannan-Quinn criterion (HQIC)	معيار هنان–كوين
Hausman Test	اختبار هوسمان
Hedge	تحوّط (تغطية)
Hedonic Pricing Model	نموذج تسعير المنفعة
Heterogeneous processes	عمليات غير متجانسة
Heteroscedastic	مختلف التباين
Heteroscedasticity	اختلاف التباين
Heteroscedasticity-Robust Standard Errors	أخطاء معياريّة حصينة ضد اختلاف التباين
Highly Statistically Significant	معنويّة إحصائية عالية
Historical Volatility	تقلب تاريخي
Homoscedastic	متجانس التباين
Homoscedasticity	تجانس التباين
Hybrid Threshold Model	نموذج العتبة الهجين
Hypothesis Testing	اختبار الفرضيات

I

Identification	تحديد النموذج
Identity Matrix	مصفوفة الوحدة
Idiosyncratic Risk	خطر غير مرتبط بحركة السوق
iid	مُستقل ومُوزّع بشكل مُتطابق
Implied Volatility	تقلب ضمني
Impulse Response Functions	دوال الاستجابة النبضية
Indirect Least Squares (ILS)	مربعات صغرى غير مباشرة
Inequality	متباينة
Infimum	أعظم حد أدنى
Information Criteria	معايير المعلومات
Innovation Term	حد التجديد

In-sample Forecast	تنبؤ داخل العينة
Instrumental variable (IV)	متغيّر أداتي
Integrated GARCH Model	نموذج GARCH المتكامل
Integration	تكامل
Interactive Dummy Variable	متغيّر وهمي تفاعلي
Intercept	مقطع
Intercept Dummy Variable	متغيّر وهمي للمقطع
Interval Forecast	تنبؤ الفترة
Inverse of a Matrix	معكوس المصفوفة
Invertibility	قابلية العكس
Invertible	قابل للعكس
Irrelevant variable	متغيّر ليس له علاقة بالظاهرة

J

Jensen's Alpha	ألفا جنسن
Johansen Cointegration Test	اختبار جوهانسن للتكامل المشترك
Johansen Technique	تقنية جوهانسون
Joint Density	كثافة مُشتركة
Joint Hypothesis	فرضية مشتركة
Joint Test	اختبار مشترك

K

Kalman Filter	مُرشّح كالمان
Kurtosis	تفرطح

L

Lag Length	طول فترة الإبطاء
Lag Operator	عامل فترة الإبطاء
Lagged Dependent Variable	متغيّر تابع مُتباطىء
Lagged Value	قيمة مُتباطئة (أو مؤخّرة)
Lagrange Multiplier	مُضاعف (مضروب) لاجرانج
Lag	فترة إبطاء
Law of Large Numbers	قانون الأعداد الكبيرة
Lead–lag Relationships	علاقات تقدّم وتأخر
Least Squares Dummy Variables (LSDV)	طريقة المربعات الصغرى ذات المتغيّرات الوهميّة
Leptokurtic Distribution	توزيع مدبّب

Leptokurtosis	تفرطح ضعيف
Leverage Effects	آثار الرفع المالي
Leverage Ratio	نسبة الرّفع المالي
Likelihood Function	دالة الإمكان
Likelihood Ratio Test	اختبار نسبة الإمكان
Limited Dependent Variable	متغيّر تابع محدود
Limited Information Maximum Likelihood (LIML)	إمكان أعظم ذو المعلومات المحدودة
Line of Best Fit	خط أفضل توفيق
Linear Association	اقتران خطّي
Linear Combination	توليفة خطية
Linear Probability Model	نموذج الاحتمال الخطّي
Linearity	خطّية
Logarithm	لوغاريتم
Logit Model	نموذج لوجيت (لوغاريتم نسبة الاحتمال)
Log-Likelihood Function (LLF)	دالة لوغاريتم الإمكان
Log-normal Distribution	توزيع طبيعي لوغاريتمي
Long Memory Model	نموذج ذو ذاكرة طويلة
Long Postion	موقف طويل الأجل
Longitudinal Data	بيانات طوْلية
Long-run Relationship	علاقة طويلة الأجل
Long-term Trend	اتجاه عام طويل المدى
Loss Function	دالة الخسارة
Low Discrepancy Sequencing	تسلسل ذو فروق منخفضة
Lyapunov Exponent	اس ليابونوف

M

Marginal Effects	آثار حدّية
Marginal Significance Level	مستوى المعنوية الحدّية
Market Capitalisation	رسملة سوقيّة
Market Frictions	احتكاكات السوق
Market Microstructure	هيكل جزئي للسوق
Market Risk Premium	علاوة مخاطرة السوق
Market Timing	توقيت السوق
Markov Switching Regime Model	نموذج ماركوف لتبديل النظام

Markowitz Portfolio Allocation Problem	مسألة تخصيص المحفظة المالية لماركويتز
Marquardt Algorithm	خوارزمية ماركوارت
Mathematical Derivative	مشتقة رياضية
Matrix	مصفوفة
Matrix of Full Rank	مصفوفة ذات رتبة كاملة
Mature Sectors	قطاعات ناضجة
Mean	وسط (متوسط)
Mean Absolute Error (MAE)	متوسط الخطأ المطلق
Mean Absolute Percentage Error (MAPE)	متوسط الخطأ النسبي المطلق
Mean Reverting	عودة إلى المتوسّط
Mean Squared Error	متوسط الخطأ التربيعي
Mean-Variance Efficient Frontier	حد كفء من حيث الموازنة بين العائد والخطر
Measurement Errors	أخطاء القياس
Measures of Association	مقاييس الترابط
Measures of Central Tendency	مقاييس النزعة المركزية
Measures of Location	مقاييس الموضع
Measures of spread	مقاييس التشتت
Median	وسيط
Mesokurtic Distribution	توزيع ذو تفرطح معتدل
Method of Maximum Likelihood	طريقة الإمكان الأعظم
Method of Moments	طريقة العزوم
Minimum Capital Risk Requirement	حد أدنى لمتطلبات مخاطر رأس المال
Minimum-Variance Portfolio	محفظة الحد الأدنى للتباين
Misspecification Error	خطأ سوء التوصيف
Mode	منوال
Moment Matching	مطابقة العزوم
Momentum	زخم
Moneyness	نقدية (أو درجة النقدية)
Monte carlo simulation	محاكاة مونت كارلو
Moving Average Process	عمليّة المتوسط المتحرك
Multicollinearity	تعدد خطّي (تعدد العلاقات الخطّية)
Multinomial Logit	لوجيت متعدد الحدود
Multinomial Probit	بروبيت متعدد الحدود
Multiple hypothesis Test	اختبار الفرضيّات المتعدّدة

Multiplicative Model	نموذج ضربي
Multi-Step-Ahead Forecast	تنبؤ متعددة الخطوات للمستقبل
Multivariate ADF	اختبار ديكي فولر الموسّع مُتعدد المتغيّرات
Multivariate Approach	نهج متعدد المتغيّرات
Multivariate models	نماذج متعددة المتغيّرات
Mutual Funds	صناديق الاستثمار المشتركة

N

Naive Expectation	توقع مُبسّط
Negative Semi-Standard Deviation	انحراف معياري نصفي سالب
Negative Semi-Variance	تباين نصفي سالب
Neural Network Model	نموذج الشبكات العصبية
News impact curve	مُنحنى تأثير الأخبار
Noise	تشويش
Nominal Series	سلسلة اسميّة
Non-independent Data	بيانات غير مستقلة
Non-linear Least Squares (NLS)	مربعات صغرى غير خطّية
Non-negativity Constraints	قيود عدم السلبيّة
Non-Nested Hypotheses	فرضيّات غير مُتداخلة
Non-Rejection Region	منطقة عدم الرفض
Normal Distribution	توزيع طبيعي
Normalisation	تطبيع
Normalised	مُستعدل
Normality Test	اختبار الاعتدال (الطبيعية)
Nuisance Parameters	معلمات الإزعاج
Null Hypothesis	فرضيّة العدم
Numerical Procedure	إجراء عددي

O

Omitted Variable Bias	تحيّز المتغيّر المهمل
One-Sided Test	اختبار ذو طرف واحد
One-Step-Ahead Forecast	تنبؤ بخطوة واحدة للمستقبل
Operator	عامل
Optimal Hedge Ratio	نسبة التحوّط المثلى
Optimal Portfolio	محفظة مثلى

Optimisation	استمثال
Option Price	سعر الخيار
Options Clearing Corporation	شركة مقاصة الخيارات
Order Condition	شرط الترتيب
Order of Integration	درجة التكامل
Ordered Logit	لوجيت مرتّب
Ordered Probit	بروبيت مرتّب
Ordered Response Variable	متغيّر استجابة مُرتّب
Ordinal Scale	مقياس ترتيبي
Ordinal Variable	متغيّر ترتيبي
Ordinary Least Squares (OLS)	مربعات صغرى عادية
Orthogonal	مُتعامد
Orthogonalised Impulse Responses	استجابات نبضيّة متعامدة
Outlier	قيمة شاذة
Out-of-sample Forecast	تنبؤ خارج العينة
Overestimation	تقدير مُفرط
Overfitting	توفيق النموذج بعدد من المتغيّرات أكثر من المطلوب
Overidentified Equation	معادلة زائدة التحديد
Overreaction Effect	تأثير رد الفعل المفرط
Oversized Test	اختبار متضخم

P

Panel Cointegration Test	اختبار التكامل المشترك لبيانات البانل
Panel Data	بيانات البانل
Panel Unit Root Tests	اختبارات جذور الوحدة لبيانات البانل
Parameter	معلمة
Parameter Stability Test	اختبار استقرار المعلمات
Parametric	معلمي
Parsimonious Model	نموذج شحيح
Partial Autocorrelation Function (PACF)	دالة الارتباط الذاتي الجزئي
Pearson's Product Moment Correlation	معامل ارتباط جداء-عزم بيرسون
Pecking Order Hypothesis	فرضيّة تسلسل اختيار مصادر التمويل
Penalty Term	حد جزاء
Percentile	مئين

Perfect Multicollinearity	تعدد خطّي تام
Period Effects	تأثيرات الفترة الزمنيّة
Piecewise Linear Model	نموذج خطي القِطع
Platykurtic Distribution	توزيع مفرطح
Point Estimate	تقدير بنقطة
Point Forecast	تنبؤ النقطة
Poisson Distribution	توزيع بواسون
Pooled Data	بيانات مجمعة
Pooled Sample	عيّنة مجمّعة
Population	مجتمع إحصائي
Population Regression Function (PRF)	دالة انحدار المجتمع
Power of a Test	قوّة الاختبار
Predetermined Variable	متغيّر محدد مسبقًا
Predictive Failure Test	اختبار فشل التنبؤ
Principal Components Analysis (PCA)	تحليل المكوّنات الرئيسة
Probability	احتمال
Probability Density Function (PDF)	دالة الكثافة الاحتمالية
Probability Distribution	توزيع احتمالي
Probit Model	نموذج بروبيت (الوحدة الاحتمالية)
Proxy	متغيّر وكيل (بديل)
Pseudo-Random Number	عدد شبه عشوائي
Purchasing Power Parity (PPP)	تعادل القوّة الشرائية
Put Option	خيار البيع
p-Value	قيمة احتمالية (أو قيمة بي)

Q

Qantile	قيمة التقسيم الجزئي
Quadratic function	دالة تربيعية
Qualitative	نوعي
Quantile Regression	انحدار كمي
Quantitative	كمي
Quartile Deviation	انحراف ربيعي
Quasi-Random Sequences of Draws	متتاليات شبه عشوائيّة من السحوبات

R

Random Disturbance	اضطراب عشوائي
Random Draws	سحوبات عشوائية
Random Effects Model	نموذج بتأثيرات عشوائية
Random Variable	متغيّر عشوائي
Random Walk	سير عشوائي
Random Walk with Drift	سير عشوائي بحد ثابت
Range	مدى
Rank Condition	شرط الرتبة
Rank of a Matrix	رتبة مصفوفة
Rational Expectations	توقعات رشيدة
Real Asset	أصل عقاري
Real Series	سلسلة حقيقيّة
Recursive Estimation	تقدير مُتكرّر
Recursive Least Squares	مُربعات صُغرى مُتكررة
Recursive Test	اختبار متكرر
Recursive Window	نافذة متكررة
Redemption Yield	عائد الاسترداد
Reduced Form Equation	معادلة الشكل المختزل
Regime Switching Model	نموذج تبديل النظام
Regressand	متغيّر منحدر عليه
Regression	انحدار
Regressor	متغيّر انحداري
Rejection Region	منطقة الرفض
Reliability	مصداقيّة
Resampling	إعادة المعاينة
Residual	باقي
Residual Sum of Squares (RSS)	مجموع مربعات البواقي
Residual Variance	تباين البواقي
Response Variable	متغيّر استجابة
Restricted Regression	انحدار مقيّد
Return	عائد
Risk Averse	تجنب المخاطر
Risk Premium	علاوة المخاطرة

Risk-Free Rate	معدل خالي من المخاطرة
Risk-Free Rate of Interest	معدّل الفائدة الخالي من المخاطرة
Riskless Arbitrage Opportunities	فرص مراجحة خالية من المخاطرة
Risky Portfolio Return	عائد المحفظة الخطرة
Robust Estimation	تقدير حصين
Robust Standard Errors	أخطاء معياريّة حصينة
Rolling Test	اختبار متحرّك
Rolling Window	نافذة متحرّكة
Row Vector	متّجه صفّي

S

Sample	عيّنة
Sample Regression Function (SRF)	دالة انحدار العيّنة
Sample Selection Bias	تحيّز في اختيار مُفردات العيّنة
Sampling Error	خطأ المعاينة
Sampling Variability	تغيّرية المعاينة
Scalar	عدد قياسي
Scatter Plot	رسم انتشار
Schwarz's Bayesian information criterion (SBIC)	معيار المعلومات البايزي لشوارز
Screenshot	لقطة الشاشة
Seasonal unit root	جذر الوحدة الموسمي
Seasonality	موسميّة
Second Quartile	ربيع ثاني
Seemingly Unrelated Regression (SUR)	انحدار غير مرتبط ظاهريًا
Self Exciting Threshold Autoregressive Model (SETAR)	نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات المثار ذاتيًا
Self-Selection Bias	تحيّز الانتقاء الذاتي
Semi-Interquartile Range	نصف المدى الربيعي
Sensitive Dependence on Initial Conditions (SDIC)	اعتماد فائق الحساسية على الظروف الأوليّة
Sensitivity Analysis	تحليل الحساسية
Sequential Test	اختبار تسلسلي
Serial Correlation	ارتباط تسلسلي
Sharp Ratio Portfolio	نسبة شارب للمحفظة
Short Rank Matrix	مصفوفة ذات رتبة غير كاملة
Short-Selling	بيع مكشوف

Significance Level	مستوى المعنوية
Simple Regression	انحدار بسيط
Simplex Algorithm	خوارزميّة التبسيط
Simultaneous Equations Bias	تحيز المعادلات الانية
Simultaneous Equations Models	نماذج المعادلات الانية
Single hypothesis	فرضيّة أحاديّة
Singular Matrix	مصفوفة شاذة
Size Effect	تأثير الحجم
Size of the Test	حجم الاختبار
Skewness	التواء
Slope	ميل
Slope Dummy Variable	متغيّر وهمي للميل
Sovereign Credit Rating	تصنيف ائتماني سيادي
State Space Model	نموذج فضاء الحالة
Spatial Contiguity Matrix	مصفوفة التجاوز الحيزي
Specific-to-General Approach	منهج النمذجة من الخاص إلى العام
Spot Price	سعر فوري
Spreadsheet	جدول البيانات
Spurious Regression	انحدار زائف
Square matrix	مصفوفة مربعة
Square Root of the Mean Squared Error (RMSE)	جذر متوسّط الخطأ التربيعي
Standard Deviation	انحراف معياري
Standard Normally Distributed Random Variable	متغيّر عشوائي طبيعي معياري
Standardisation	توحيد معياري
State Variable	متغيّر حالة
Static Model	نموذج إستاتيكي (ثابت)
Stationary	ساكن
Statistical Inference	استدلال إحصائي
Statistically Significant	معنوي إحصائيًا
Stepwise regression	انحدار متدرج
Stochastic	تصادفي
Stochastic Volatility Model	نموذج التقلب التصادُفي
Straight Line	خط مستقيم
Stratified Sample	عينة طبقية

Stratified Sampling	معاينة طبقية
Strict Stationary	سكون تام
Strictly Exogenous Variable	متغيّر خارجي تام
Strictly Stationary Process	عملية ساكنة تمامًا
Structural Break	انقطاع هيكلي
Structural Model	نموذج هيكلي
Subscipt	رمز سفلي
Summary Statistics	إحصاءات موجزة
Symmetric	متماثل
Symmetric Matrix	مصفوفة متماثلة
Systematic Risk	مخاطرة منتظمة

T

t Distribution	توزيع تي
T-bill	أذون الخزانة
Term Structure	هيكل زمني
Test of Significance	اختبار المعنوية
Test Statistic	إحصاءة الاختبار
Third Quartile	ربيع ثالث
Three-stage Least Squares (3SLS)	مربعات صغرى ذات ثلاث مراحل
Threshold Autoregressive Model (TAR)	نموذج الانحدار الذاتي ذو العتبات
Threshold Value	قيمة العتبة
Tick Size	وحدة المزايدة السعريّة
Time Fixed Effects	تأثيرات ثابتة زمنيًا
Time Series Regression	انحدار السلاسل الزمنيّة
Time-Fixed Effects Model	نموذج بتأثيرات ثابتة زمنيًا
Total Sum of Squares (TSS)	مجموع كلي للمربعات
Trace of a Matrix	أثر المصفوفة
Trace Test	اختبار الأثر
Transactions Costs	تكاليف المعاملات
Transition Probability	احتمال الانتقال
Transpose of a Matrix	منقول المصفوفة
t-ratio	نسبة تي
Trend Stationary Process	عملية اتجاه عام ساكنة

Triangular System	نظام ثلاثي
Truncated Dependent Variable	متغيّر تابع مبتور
t-statistic	إحصاءة تي
t-test	اختبار تي
Turning Point	نقطة التحول
Two-Sided Test	اختبار ذو طرفين
Two-Stage Least Squares (TSLS)	المربعات الصغرى ذات المرحلتين
Type I Error	خطأ من النوع الأول
Type II Error	خطأ من النوع الثاني

U

UK Stock Market	سوق الأوراق المالية في المملكة المتحدة
Unbiased Estimator	مقدّر غير متحيّز
Unbiasedness	عدم التحيّز
Unconditional Density Model	نموذج الكثافة اللاشرطية
Unconditional Mean	وسط غير شرطي
Unconditional Variance	تباين غير شرطي
Uncovered Interest Parity	تعادل أسعار الفائدة المكشوفة
Underestimation	تقدير ناقص
Underidentified Equation	معادلة ناقصة التحديد
Unidentified Equation	معادلة غير محددة
Unidirectional Causality	سببية أحادية الاتجاه
Unidirectional Forwards Method	الطريقة الأمامية أحادية الاتجاه
Unit Root Test	اختبار جذر الوحدة
Unit shock	صدمة الوحدة
Unit Trust	صندوق حصص استثمار
Univariate Approach	نهج أحادي المتغيّر
Univariate Time Series	سلسلة زمنية أحادية المتغيّر
US Treasury Bills	أذون الخزانة الأمريكيّة
Utility	منفعة

V

Value-at-Risk	قيمة معرّضة للمخاطر
Variability	تغيّرية

Variable	متغيّر
Variance	تباين
Variance Decomposition	تحليل التباين
Variance Reduction Technique	تقنية تقليل التباين
Variance-Covariance Matrix	مصفوفة التباين والتغاير
Vector	متّجه
Vector Autoregressive Model (VAR)	نموذج متجه الانحدار الذاتي
Vector Error Correction Model (VECM)	نموذج متجه تصحيح الخطأ
Vector Moving Average (VMA)	متجه المتوسط المتحرك
Volatility	تقلب
Volatility Clustering	عنقوديّة التقلب
Volatility Pooling	تجميع التقلب

W

Weak Stationarity	سكون ضعيف
Weakly Stationary Process	عمليّة ضعيفة السكون
Week Effect	أثر الأسبوع
Weighted Average	مُتوسّط مُرجح
Weighted Least Squares (WLS)	مربعات صغرى مرجّحة
White Noise	تشويش أبيض
Wilcoxon Signed-Rank Test	اختبار ويلكوكسون للرتّب ذات الإشارة
Within Estimator	مُقدّر ضمني
Wold's Decomposition Theorem	نظرية وولد للتحليل
Workfile	ملف عمل

X

X-axis	محور سيني

Y

Y-axis	محور صادي
Yields	عائدات

Z

Zero Matrix	مصفوفة صفرية
Zero-tick	سعر مساوي لسعر العملية السابقة

كشاف الموضوعات

أ

ب

ت

ج

ح

خ

د

ر

ز

س

ش

ص

ط

ع

ف

ق

ك

ن